

VARIACIONES DE ÁREA Y PERÍMETRO

UNIDAD DE APRENDIZAJE

UNIDADES PARA LA FORMACIÓN INICIAL DOCENTE EN MATEMÁTICA



fcfm

FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

CMMEdu



FONDEF
Fondo de Fomento al Desarrollo
Científico y Tecnológico



Ministerio de
Educación
Gobierno de Chile



CPEIP
Comisión de Promoción de la
Educación Inicial
Gobierno de Chile

Este material fue elaborado en el marco del Proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119 (2017-2019): Metodologías innovadoras para la formación inicial de profesores de Educación Básica: Modelo basado en prácticas efectivas de aula y tecnologías de la información.

Esta unidad de aprendizaje fue probada en cursos de carreras de Pedagogía en Educación Básica como parte del proceso de elaboración. Agradecemos a los profesores Macarena Valenzuela de la Universidad Alberto Hurtado y Francisco Rojas de la Pontificia Universidad Católica de Chile, y a sus respectivos estudiantes, por sus valiosas contribuciones al desarrollo de esta unidad. También, agradecemos a Alicia Zamorano de la Universidad de Chile, quien colaboró en el proceso de ajuste final del material.

Equipo de creación:

Valentina González M. CMM, Universidad de Chile.
Sebastián Howard M. Universidad Diego Portales.
Alejandro López C. Universidad Andrés Bello.
Aldo Ramírez M. CMM, Universidad de Chile.

Equipo de edición:

Camila Brito P. CMM, Universidad de Chile.
Pablo Dartnell R. CIAE-CMM, Universidad de Chile.
Grecia Gálvez P. CMM, Universidad de Chile.
Salomé Martínez S. CMM, Universidad de Chile.
Ricardo Salinas P. CMM, Universidad de Chile.

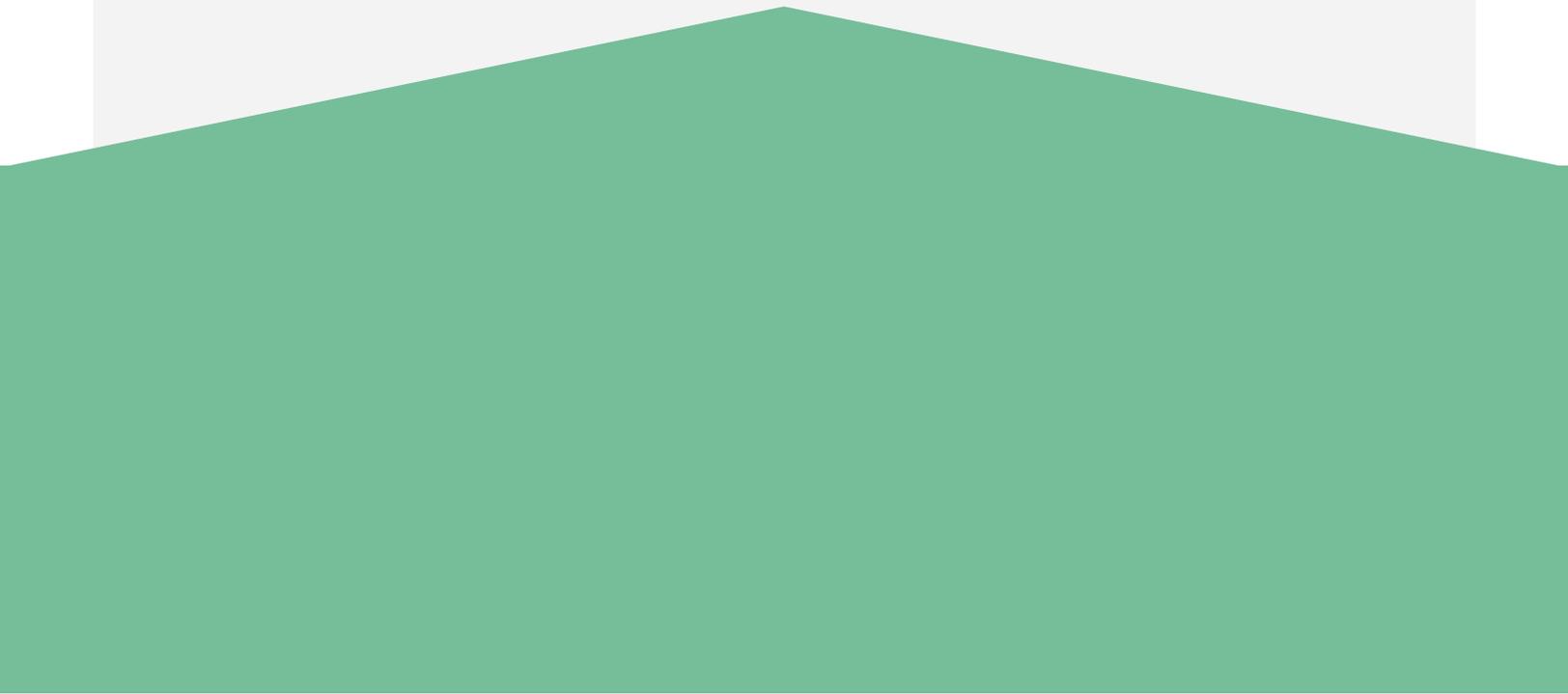
ÍNDICE

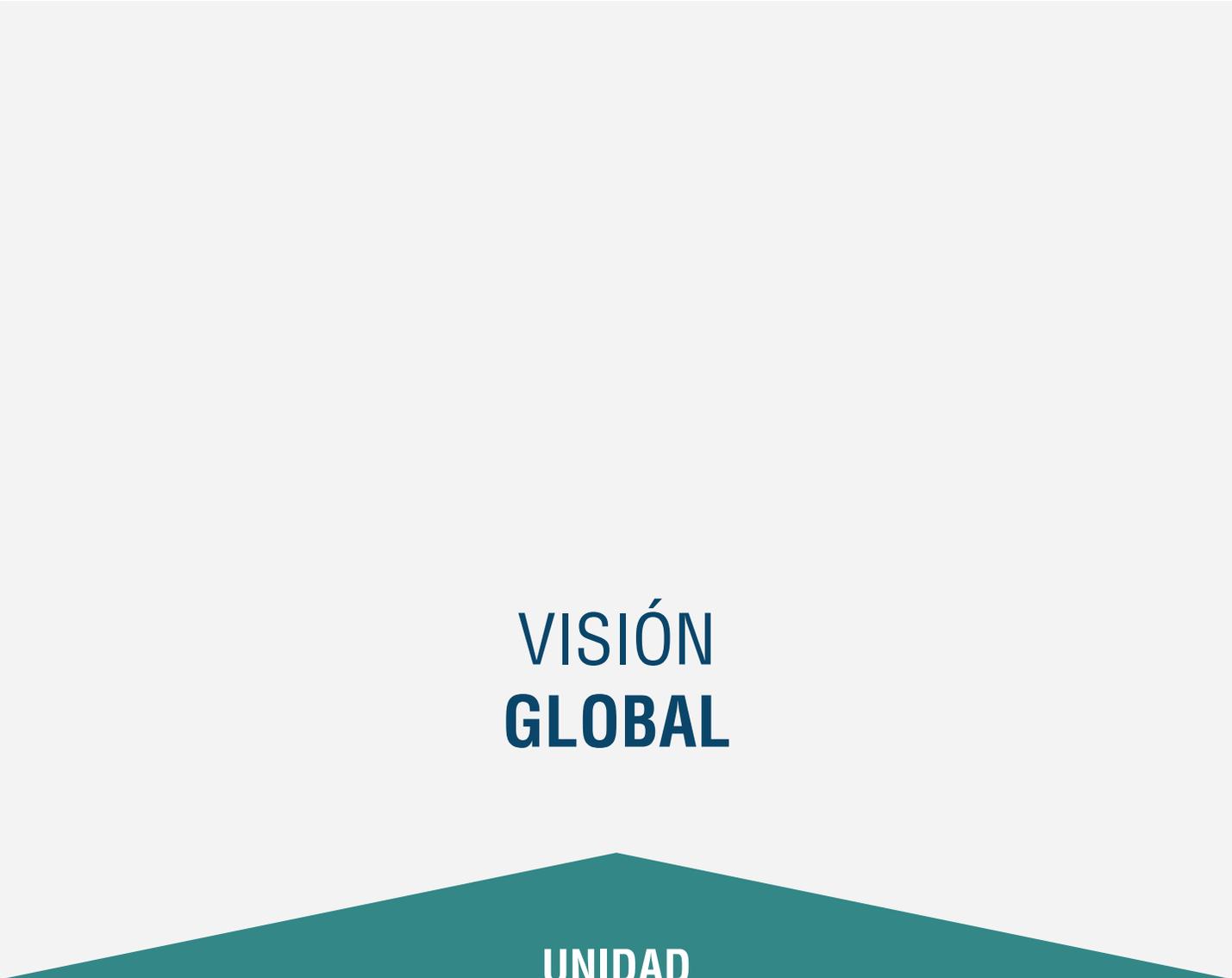
MATERIAL PARA EL FORMADOR	5
VISIÓN GLOBAL DE LA UNIDAD	7
PLANIFICACIONES DE CLASES	15
PLANIFICACIÓN CLASE 1	17
PLANIFICACIÓN CLASE 2	47
PLANIFICACIÓN CLASE 3	75
MATERIAL PARA LOS ESTUDIANTES	99





**MATERIAL
PARA EL FORMADOR**





VISIÓN GLOBAL



UNIDAD
VARIACIONES DE ÁREA Y PERÍMETRO



UNIDAD

VARIACIONES DE ÁREA Y PERÍMETRO

Esta unidad está enfocada en que los futuros profesores logren identificar y generar ejemplos de todos los casos de variaciones de área y perímetro, comprendan las maneras de probar veracidad de una afirmación y reflexionen sobre la relevancia de este conocimiento para la enseñanza.

1. Fundamentación del tema

Diversas investigaciones (D'Amore, 2007; Ma, 2010) han puesto en evidencia que un número importante de estudiantes de todas las edades tienen la convicción de que existe una relación de dependencia en la forma en que varían el área y perímetro de una figura. Esto se manifiesta en ideas erróneas, tales como suponer que al aumentar el perímetro de una figura, necesariamente aumenta su área, o que dos figuras de igual área deben tener obligadamente el mismo perímetro. Puesto que en la enseñanza se tiende a tratar los conceptos de área y perímetro de forma aislada, sin establecer relaciones entre ellos, estas creencias erróneas suelen mantenerse más allá de los niveles iniciales, observándose en estudiantes de niveles superiores, e incluso en la universidad (Speranza, 1987).

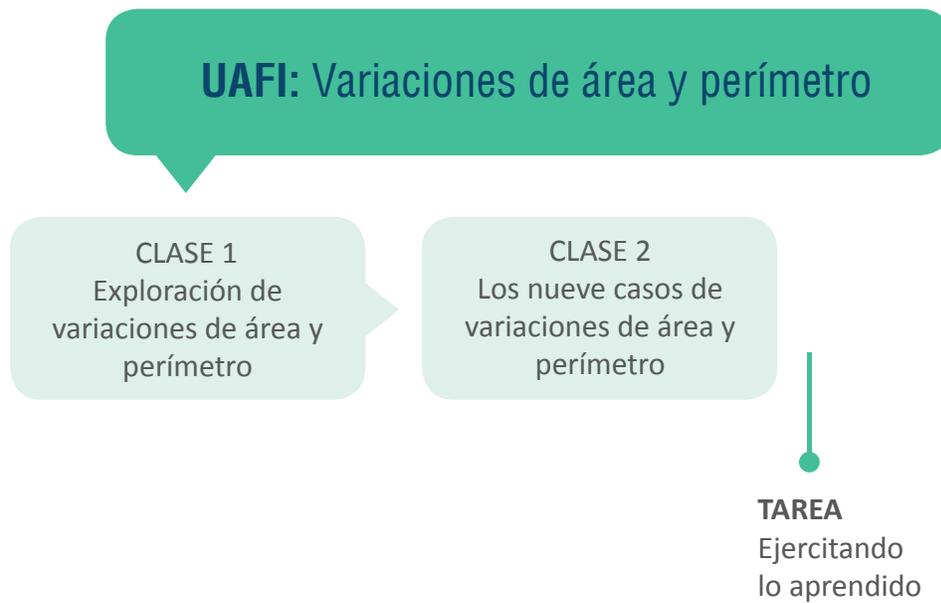
Para lograr que sus estudiantes superen estas concepciones erradas, el profesor debe ser consciente de su existencia, además, contar con estrategias didácticas específicas para abordarlas. Por un lado, tiene que ser capaz de proporcionar contraejemplos, que permitan a sus estudiantes refutar afirmaciones incorrectas sobre relaciones entre variaciones de área y perímetro y, por otro, debe construir ejemplos de todos los casos posibles de variaciones. Esto último, con el fin de que pueda mostrar a sus estudiantes que siempre es posible encontrar situaciones en las que, mientras una de estas medidas (área o perímetro) crece, decrece o se mantiene, en la otra ocurre lo mismo.

Las tareas descritas anteriormente requieren de conocimientos y habilidades que se deben comenzar a desarrollar desde la formación inicial del profesor. Este trabajo es especialmente importante si consideramos que muchos de los profesores en formación pueden compartir las mismas concepciones erróneas que encontrarán en sus estudiantes (Tierney, Boyd & Davis, 1990), por lo que es primordial trabajar con ellos para que las sustituyan por ideas matemáticamente correctas.

Con esta unidad de aprendizaje se pretende poner al alcance de los futuros profesores el conocimiento disciplinar y pedagógico necesario para analizar las concepciones sobre variaciones de área y perímetro. A su vez, con ella se busca que ellos experimenten facetas del trabajo matemático que se espera que promuevan en sus estudiantes.

En particular, en la Unidad se involucra a los docentes en formación tanto en la construcción de argumentos de carácter general para probar la veracidad de ciertas afirmaciones sobre la variación del área y del perímetro de una figura como en la búsqueda de contraejemplos que les permitan refutar otras. El futuro profesor se verá enfrentado a preguntas desafiantes que activarán sus conocimientos previos y creencias y gatillarán procesos de reflexión colectiva en torno a los conceptos de área y perímetro y sus relaciones.

2. Estructura de la UAFI



La primera clase comienza con el análisis de una situación de aula en la que se puede evidenciar la creencia errónea de los niños y niñas acerca de la dependencia entre la variación del área y del perímetro. Dicha creencia consiste en afirmar que cuando aumenta el área de una figura, su perímetro también aumenta. A partir de esta situación, se plantea a los futuros profesores la siguiente pregunta para movilizar sus conocimientos y creencias: *¿Es correcta la afirmación que realizan estos niños y niñas?*. Para ello, se propone un trabajo matemático de construcción y análisis en el que los futuros profesores exploren las relaciones entre área y perímetro en figuras formadas por cuadrados unitarios. Finalmente, se espera que construyan secuencias de figuras que permitan refutar la creencia inicial y reconozcan la relevancia del estudio de las variaciones de área y perímetro en su formación docente.

En la segunda clase se espera que los futuros profesores busquen ejemplos con los cuales puedan identificar los nueve casos posibles de variaciones entre área y perímetro. Luego, se les propone analizar una situación de aula en la que se evidencian conjeturas de niños y niñas sobre variaciones de área y perímetro con el propósito de que profundicen en las estrategias matemáticas para probarlas o refutarlas.

3. Profundización de los contenidos

Las variaciones de área y perímetro, en particular el supuesto de su dependencia, es un problema paradigmático en educación matemática. Liping Ma en su celebrado libro *Conocimiento y enseñanza de las matemáticas elementales: La comprensión de las matemáticas fundamentales que tienen los profesores en China y los EE.UU* (2010) planteó a profesores chinos y norteamericanos la siguiente pregunta: *¿Cómo responderías a un estudiante que dice haber descubierto que a medida que aumenta el perímetro de una figura cerrada, el área también aumenta?*

Liping Ma encontró que las maneras en que los profesores enfrentaban la pregunta se relacionaba con dos aspectos: su conocimiento disciplinar sobre área y perímetro y sus actitudes hacia la matemática. Los resultados mostraron que en ambos países un porcentaje del orden del 10 % aceptaba como verdadera la afirmación del estudiante, y que una vez que se discutía la situación, las respuestas y estrategias de los profesores chinos y norteamericanos difería. Por una parte, los profesores norteamericanos no mostraban deficiencias en sus conocimientos de área y perímetro, pero, por otra, fueron particularmente débiles en su actitud hacia la matemática, ya que la mayoría no investigó de manera independiente la veracidad de la afirmación planteada por el estudiante. En cambio, un gran porcentaje de los profesores chinos sí lo hizo, aunque cerca de un quinto no llegó a una solución correcta.

Otros autores también han abordado aspectos sobre la enseñanza de la relación entre área y perímetro, particularmente con respecto a las posibles causas que podrían provocar creencias erróneas en los estudiantes. D'Amore (2007) plantea que los estudiantes intentan aplicar una especie de "ley de conservación" (o de covariación) que señala que "si una determinada cosa crece, también esta otra, con la cual está relacionada, crece (y viceversa)". Afirma que esta ley es observable en algunas de las creencias de los estudiantes sobre la relación entre las variaciones de área y perímetro de figuras planas.

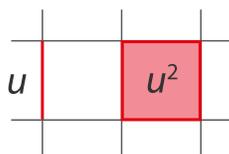
Además, Chamorro (2005) expone que cuando el alumno no hace más que calcular el área y el perímetro a partir de fórmulas, es fácil caer en ideas equivocadas en que asocia una mayor área a una figura con mayor perímetro. En estos casos, agrega, el estudiante carece de las experiencias necesarias que propicien la creación de un conflicto y, por tanto, una ruptura entre las ideas intuitivas y las deducciones correctas.

Si bien algunas investigaciones han abordado las causas que llevan a los estudiantes a creer que existe dependencia entre el área y el perímetro, también han analizado ciertos aspectos de la enseñanza que podrían permitir superar este tipo de creencias. D'Amore (2007) menciona que una forma convincente de evidenciar que las creencias mencionadas no son válidas es dar un ejemplo para cada una de las posibles variaciones de área y perímetro. Chamorro (2005), por otra parte, plantea que el trabajo con poliminós (figuras formadas por cuadrados unitarios yuxtapuestos) permite poner de manifiesto, por ejemplo, que figuras de igual área pueden tener distinto perímetro. De esta manera, se podría evitar la idea de dependencia directa entre área y perímetro que se instala normalmente en la mente de los estudiantes cuando su uso se limita a las figuras que típicamente se trabajan en la escuela.

A continuación analizaremos en mayor profundidad algunos de los fundamentos de dos de las actividades de la Unidad. Uno de ellos se relaciona directamente con el trabajo que se propone con políminós, mientras que el otro se centra en la relación entre las variaciones de área y perímetro para una determinada clase de figuras.

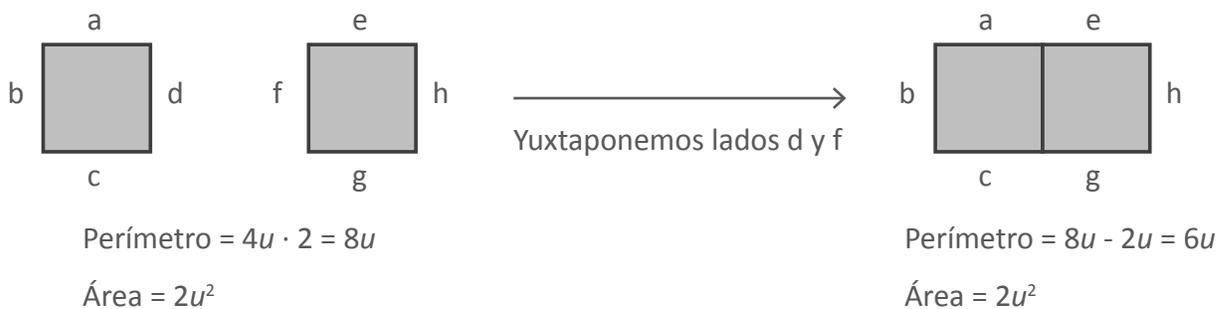
1. En la pregunta 3 de la Actividad 2 de la Clase 1 se espera que los futuros profesores se percaten de que el perímetro de figuras formadas por cuadrados unitarios depende de la cantidad de yuxtaposiciones de lados. Veamos por qué ocurre esto.

Consideremos un cuadrado de lado unitario (u). Su perímetro es $4u$.



Si tenemos n de estos cuadrados, separados entre sí, la suma de los perímetros es $4u \cdot n$, puesto que cada cuadrado aporta 4 unidades. Si comenzamos a juntarlos superponiendo sus lados, como lo haremos en las actividades de la Unidad, cada vez que superpongamos dos lados, estos dejarán de formar parte del contorno, por lo que habrá que descontar dos unidades del perímetro total.

En el caso de dos cuadrados unitarios, ocurre lo siguiente:

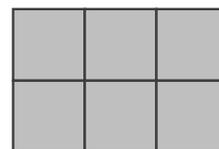


Notemos que el perímetro varía, pero el área no, ya que ella está determinada solamente por el número de cuadrados utilizados.

En el caso de n cuadrados, podemos calcular el perímetro de la nueva figura como $4u \cdot n$ menos $2u$ por el número de yuxtaposiciones. A modo de ejemplo, si formamos los rectángulos siguientes con 6 cuadrados unitarios:



Perímetro = $4u \cdot 6 = 2u \cdot 5$
 $= 10u$
 Área = $6u^2$



Perímetro = $4u \cdot 6 = 2u \cdot 7 = 14u$
 Área = $6u^2$

El primer rectángulo tiene 5 pares de lados yuxtapuestos. Por lo tanto, su perímetro es $4u \cdot 6 - 2u \cdot 5 = 14u$. El segundo rectángulo tiene 7 pares de lados yuxtapuestos (3 horizontales y 4 verticales), por lo que su perímetro será menor que el anterior. Corresponde a $4u \cdot 6 - 2u \cdot 7 = 10u$. Por supuesto, ambos rectángulos tienen $6u^2$ de área, ya que están formados por 6 cuadraditos.

De este modo, a mayor número de yuxtaposiciones que utilicemos para una cantidad fija de cuadrados, menor será el perímetro de la figura resultante.

- Si bien, en la Clase 1 se espera que los futuros profesores reconozcan que en una figura plana cerrada no existe una relación general entre la variación del área y la del perímetro, en la Actividad 3 de la Clase 2 se presentan ciertos tipos de figuras para las cuales sí podría existir una relación.

Este es el caso, por ejemplo, de los cuadrados. En esta clase de figuras, es posible encontrar el área como función de su perímetro. Para esto, notemos que un cuadrado de lado l tiene área $A = l^2$ y perímetro $P = 4 \cdot l$.

$$\text{Entonces } l = \frac{P}{4}, \text{ y } A = \left(\frac{P}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} \cdot P^2.$$

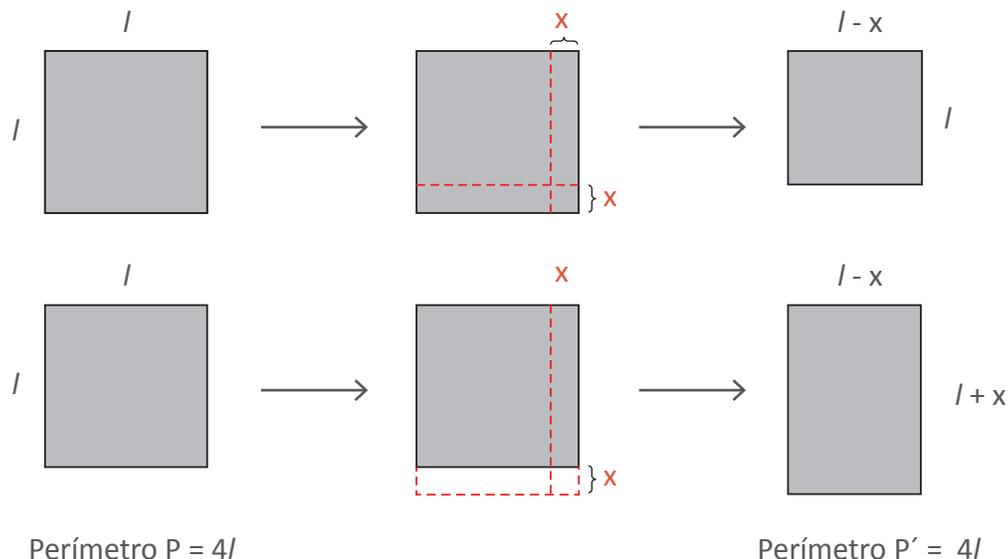
De la expresión anterior se concluye que el área de un cuadrado es directamente proporcional al cuadrado del perímetro, y por tanto crece al crecer el perímetro.

De manera análoga se puede ver que en otras clases de figuras ocurre lo mismo. Cálculos similares muestran que el área de un círculo en función de su perímetro es $A = \frac{1}{4\pi} \cdot P^2$ y que el área de un triángulo equilátero es $A = \frac{\sqrt{3}}{36} \cdot P^2$. Fórmulas parecidas se pueden obtener para otros polígonos regulares.

La existencia de estas relaciones cuando nos circunscribimos a uno de estos tipos de figuras podría inducir a pensar que el área siempre es creciente con el perímetro. Por ello, es importante mostrar que ese no es el caso en general, por ejemplo, centrándose en figuras formadas con cuadrados unitarios o poliminós, como se hace en esta unidad, y/o en otras clases de figuras conocidas. Analicemos, a modo de ejemplo, el caso de los rectángulos (no necesariamente formados por una cantidad entera de cuadrados unitarios).

A partir de un cuadrado (que consideraremos aquí como un caso particular de rectángulo para el cual ambos lados son iguales) mostraremos que es posible variar las longitudes de sus lados (incluso en cantidades muy pequeñas) de manera de mantener el perímetro fijo y variar el área. Consideremos entonces un cuadrado de perímetro P , el cual tendrá lado $l = \frac{P}{4}$ y área $A = l^2$.

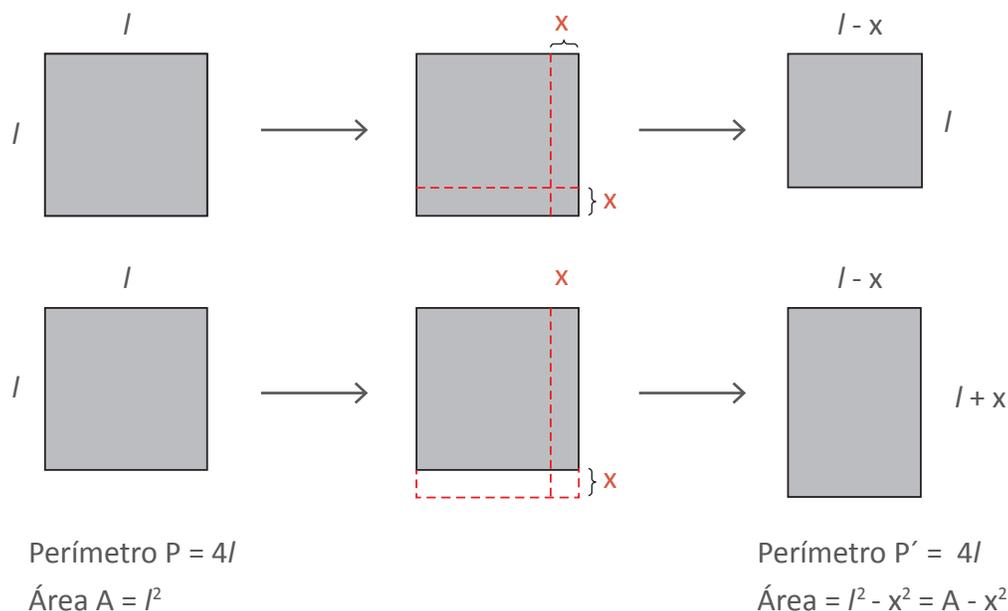
Si acortamos uno de sus lados en una cantidad x , para mantener el mismo perímetro tendremos que alargar el otro en x . Comprobémoslo:



El perímetro de la nueva figura será $P' = 2 \cdot (l - x) + 2 \cdot (l + x) = 2l - 2x + 2l + 2x = 4l = P$
 El perímetro no ha cambiado, sin embargo el área de la nueva figura será:

$$A' = (l - x) \cdot (l + x) = l^2 - x^2 = A - x^2$$

Es así que el perímetro se mantuvo, pero el área disminuyó en la cantidad positiva x^2 .



Cabe notar que la fórmula obtenida, $A' = A - x^2$ también muestra que a medida que la diferencia entre la longitud de los lados de los rectángulos es mayor (esto es, a medida que x se hace mayor), el área A' se hace más y más pequeña, acercándose arbitrariamente a 0. A la inversa, a medida que los lados de los rectángulos se hacen más parecidos (esto es, a medida que x se hace menor), el área A' se agranda y se acerca a la del cuadrado. Y todo esto sin cambiar su perímetro.

4. Referencias bibliográficas

Chamorro, M. C. (2005). *Didáctica de las Matemáticas*. Colección Didáctica Primaria.

D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2007). Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 10 (1), 39-68.

Ma, L. (2010). *Conocimiento y enseñanza de las matemáticas elementales: la comprensión de las matemáticas fundamentales que tienen los profesores en China y los EE. UU.* Academia Chilena de Ciencias.

Speranza, F. (1987). La geometria dalle cose alla logica. 1987). *La matematica e la sua didattica*. Bologna: Pitagoras, 105-114.

Tierney, C., Boyd, C., & Davis, G. (1990). *Prospective primary teachers' conceptions of area*. XIV PME, 2, 307-315.

PLANIFICACIONES

UNIDAD
VARIACIONES DE ÁREA Y PERÍMETRO



PLANIFICACIÓN

CLASE 1

UAFI: Variaciones de área y perímetro

CLASE 1
Exploración de
variaciones de área y
perímetro

CLASE 2
Los nueve casos de
variaciones de área y
perímetro

TAREA
Ejercitando
lo aprendido

CLASE 1: EXPLORACIÓN DE VARIACIONES DE ÁREA Y PERÍMETRO

RESUMEN DE LA CLASE

Meta de la clase	Al finalizar la clase se espera que los futuros profesores ¹ logren reconocer y justificar que en una figura plana cerrada no existe una relación general entre la variación del área y la del perímetro, y sean capaces de elaborar secuencias de figuras que permitan confrontar la intuición inicial de covariación que suelen tener los niños y niñas respecto del área y del perímetro.
Descripción de la clase	Se comienza con el análisis de una situación de aula en la que se puede evidenciar una creencia errónea de los niños y niñas acerca de la dependencia entre la variación del área y del perímetro. Continúa con una actividad de construcción y profundización en la que los estudiantes deben construir figuras de 3, 4, 5 y 6 cuadrados yuxtapuestos para reconocer que figuras de igual área no necesariamente tienen el mismo perímetro y relacionar el perímetro con la cantidad de yuxtaposiciones en poliminós. En la tercera actividad se estudia el caso contrario, es decir, lo que ocurre con el área de figuras con un mismo perímetro. La cuarta actividad es de sistematización

¹ Respecto del uso de lenguaje inclusivo: Con el propósito de no provocar una saturación gráfica que dificulte la comprensión de la lectura, en este documento no se considera el uso de "los/las" u "o/a" para hacer referencia a ambos géneros de manera conjunta. En su lugar, se utilizan términos como "el futuro profesor", "el estudiante" y "el profesor" y sus respectivos plurales para aludir de manera inclusiva a hombres y mujeres. Sin embargo, durante la gestión de la clase se sugiere la utilización de lenguaje inclusivo que invite a los y las estudiantes a involucrarse activamente en las actividades.

	<p>y con ella se busca que los estudiantes reconozcan la relevancia del estudio de las variaciones de área y perímetro en su formación docente. Además, se propone la elaboración de secuencias que permitan a un profesor confrontar las preconcepciones que pueden tener sus alumnos respecto de la relación entre la variación del área y del perímetro.</p>
Aprendizajes esperados	<p>Al finalizar la clase se espera que el estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconozca preconcepciones de los niños y niñas asociadas a las variaciones de área y de perímetro. • Admita que no existe una relación de dependencia entre la variación del área y la del perímetro. • Elabore secuencias de figuras que permitan ejemplificar que todas las variaciones entre área y perímetro son posibles.
Conocimientos previos	<p>Nociones de área y perímetro en figuras planas cerradas. Nociones básicas de medición: longitud, área y utilización de unidades de medida no estandarizadas.</p>
Materiales	<p>Estudiantes</p> <ul style="list-style-type: none"> • Hojas de trabajo del estudiante. <p>Profesor</p> <ul style="list-style-type: none"> • Computador. • Proyector.
Tiempo total estimado	<p>90 min.</p>

ESQUEMA DE LA CLASE

Tipo de actividad	Actividades	Tiempo (T) Modalidad (M)
Introducción	Introducción a la unidad y al modelo de trabajo Se presentan la unidad y la modalidad de trabajo.	T: 5 min
Exploración	Actividad 1: Relacionando variaciones de área y perímetro Con esta actividad se busca que los futuros profesores evalúen una afirmación de los niños y niñas sobre la relación entre la variación del área y del perímetro de una figura plana cerrada y expresen sus propias opiniones al respecto.	T: 10 min M: En parejas y de curso completo
Construcción y profundización	Actividad 2: Construyendo figuras de igual área Esta actividad está centrada en que los futuros profesores formen figuras de igual área y reconozcan que no necesariamente deben tener el mismo perímetro y, además, elaboren conjeturas respecto a la relación entre el perímetro y las yuxtaposiciones en polígonos.	T: 25 min M: En parejas y de curso completo
Construcción y profundización	Actividad 3: Construyendo figuras de igual perímetro Con esta actividad se persigue que los futuros profesores formen figuras de igual perímetro y reconozcan que el área puede variar en ellas.	T: 15 min M: En parejas y de curso completo
Sistematización	Actividad 4: Ejemplificando variaciones de área y perímetro El foco de esta actividad está orientado a que los futuros profesores construyan secuencias de figuras que ejemplifiquen las posibles relaciones entre la variación del área y la del perímetro y reconozcan la relevancia del estudio de las variaciones de área y perímetro en su formación docente.	T: 25 min M: En parejas y de curso completo
Cierre	Cierre de la clase El propósito de esta actividad es que los futuros profesores evidencien sus aprendizajes sobre las relaciones entre la variación del área y del perímetro de figuras geométricas planas.	T: 10 min M: De curso completo

Introducción a la unidad y al modelo de trabajo	Tiempo
<p>La unidad “Variaciones de área y perímetro” está compuesta por 2 clases en las que estudiaremos la relación entre la variación del área y del perímetro en figuras planas cerradas. Además, analizaremos situaciones en las que tanto el área como el perímetro se mantienen constantes o varían. Haremos alcances a la importancia que tiene para el futuro profesor contar con medios para verificar la veracidad de afirmaciones matemáticas.</p> <p>Estas clases están diseñadas siguiendo un modelo basado en:</p> <ul style="list-style-type: none">• La resolución de problemas.• La construcción colaborativa de conocimientos.• Actividades que promueven la reflexión y discusión respecto de los conocimientos matemáticos necesarios para enseñar. <p>Te invitamos a aprender de tus propios descubrimientos, así como de los de tus compañeros. Para ello, te recomendamos que:</p> <ul style="list-style-type: none">• Participes activamente en la solución de los problemas propuestos.• Compartas tus ideas, estrategias y resultados.• Te esfuerces por entender lo que expresan tus compañeros.• Aportes en la construcción colectiva de ideas y conocimientos.	5 min



Relacionando variaciones de área y perímetro

Exploración

Tiempo: 10 min.
Modalidad: En parejas y de curso completo.
Materiales: Hoja de la Actividad 1.

PROPÓSITO

Con esta actividad se busca que los futuros profesores evalúen una afirmación de los niños y niñas sobre la relación entre la variación del área y del perímetro de una figura plana cerrada y expresen sus propias opiniones al respecto.

Fecha: _____
Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Variaciones de Área y Perímetro
Hojas de trabajo - Clase 1

Actividad 1

Trabajo en parejas

Analicen la siguiente situación de aula y respondan la pregunta que se presenta a continuación:

La profesora Laura está interesada en indagar las ideas que tienen sus alumnos sobre la relación entre las variaciones del área y del perímetro. Al preguntar, se da cuenta de que la mayoría cree que al aumentar el área de una figura, su perímetro también debe aumentar.

1. ¿Es correcta la afirmación que realizan estos alumnos? Justifiquen.

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.



Observe las figuras elaboradas por los estudiantes, ya que podrían utilizarse en las siguientes actividades.

[VER MÁS +](#)



Es importante mantener una actitud neutra frente a las opiniones. Revise la gestión.

[VER MÁS +](#)



Explicite por qué es importante para el futuro profesor conocer las intuiciones de niños y niñas. Revise la síntesis.

[VER MÁS +](#)

 **PRESENTACIÓN Y MONITOREO (4 min)**

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Señale que trabajarán en parejas.
- Pregunte si tienen dudas respecto a lo que piensa la mayoría de los alumnos de esta profesora.
- Si los estudiantes no saben cómo abordar la pregunta, puede sugerirles que exploren construyendo figuras.
- Observe sus figuras y ponga atención a las opiniones que expresan mientras trabajan en parejas.

[VOLVER ↻](#) **COMPARTIR RESULTADOS (4 min)**

- Se sugiere mantener una actitud neutra frente a la discusión y no realizar juicios de validez sobre las ideas de los estudiantes. El propósito es que los razonamientos de sus estudiantes aparezcan de manera natural.
- Se sugiere solicitar a los estudiantes que expresen sus ideas y las fundamenten. Se sugiere identificar las distintas posturas y registrar en la pizarra los ejemplos que ellos den.

[VOLVER ↻](#) **SÍNTESIS DE LOS RESULTADOS (2 min)**

- La situación de aula presentada invita a reflexionar acerca de las variaciones de área y perímetro y su posible relación.
- Es importante, para un futuro profesor, conocer las intuiciones de los niños y niñas acerca de distintos temas, en particular, con respecto al área y perímetro, para considerarlas al abordar la enseñanza.

[VOLVER ↻](#)



CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad, comente los puntos que se indican a continuación (puede usar la diapositiva 4):

- La situación de aula presentada en esta actividad nos mostró una concepción habitual de los niños y niñas, que consiste en suponer que si el área de una figura aumenta, su perímetro necesariamente aumenta.
- Es usual que niños y niñas hagan conjeturas acerca de propiedades matemáticas, lo que es clave en esta asignatura. Por ello, parte importante de la labor docente consiste en fomentar la capacidad de análisis de los niños y niñas y orientarlos a evaluar de manera crítica estas conjeturas.
- Por lo anterior, es fundamental que el futuro profesor esté preparado para enfrentarse a este tipo de demandas que surgen en el aprendizaje de la matemática.

VOLVER ↻

LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento puede señalar que: *En la siguiente actividad vamos a analizar casos que permiten testear la afirmación considerada en esta. Para ello, formaremos distintas figuras planas y veremos qué ocurre con el área y el perímetro.* (Puede usar la diapositiva 5).



ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Si los estudiantes están de acuerdo en que la afirmación es correcta, pida que la fundamenten. Es probable que sus argumentos se reduzcan a encontrar ejemplos. No manifieste su opinión respecto a esto.
- Si todos están en desacuerdo con la afirmación y muestran ejemplos en los que esta no se cumple, acepte sus opiniones y dígalas que en esta unidad profundizarán en este tema y discutirán cómo abordar generalizaciones intuitivas que hacen los niños y niñas a partir de casos particulares en el aula.



Construyendo figuras de igual área

Construcción y profundización

Tiempo: 25 min.

Modalidad: En parejas y de curso completo.

Materiales: Hojas de la Actividad 2.

PROPÓSITO

Esta actividad está centrada en que los futuros profesores formen figuras de igual área y reconozcan que no necesariamente deben tener el mismo perímetro y, además, elaboren conjeturas respecto a la relación entre el perímetro y las yuxtaposiciones en políminós.

Fecha: _____
Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Variaciones de Área y Perímetro
Hojas de trabajo - Clase 1

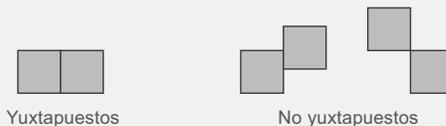
Actividad 2

Trabajo en parejas

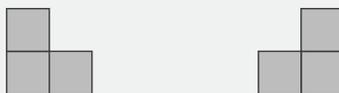
1. Completen la siguiente tabla con distintas figuras que se puedan formar al yuxtaponer cuadrados de igual tamaño. Observen los ejemplos que se presentan. Además, para cada figura que formen registren su área (A) y su perímetro (P).

Para realizar la actividad, consideren las siguientes observaciones:

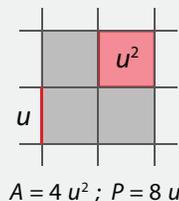
- Yuxtaponer es hacer coincidir completamente el lado de un cuadrado con el lado de otro como se muestra a continuación:



- Se considerará como figuras "iguales" a aquellas que puedan superponerse exactamente una sobre la otra mediante movimientos tales como traslaciones, rotaciones y reflexiones. Por ejemplo, las siguientes figuras son "iguales":



- Utilicen como unidad de área un cuadrado de la figura y como unidad de longitud el lado de uno de esos cuadrados, como se muestra en el siguiente ejemplo:



Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

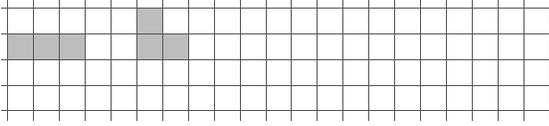
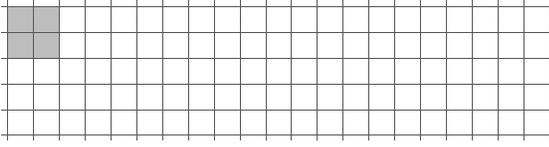
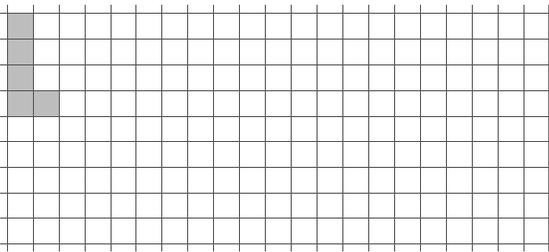


Durante el monitoreo ponga atención a la variedad de figuras producidas para usarlas durante la discusión de curso completo.

[VER MÁS +](#)

Unidad de Aprendizaje Variaciones de Área y Perímetro
Hojas de trabajo - Clase 1

Actividad 2

Número de cuadrados	Figuras que se pueden formar yuxtaponiendo cuadrados.
3	 <p>A = ____ A = ____ P = ____ P = ____</p>
4	 <p>A = ____ P = ____</p>
5	 <p>A = ____ P = ____</p>

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

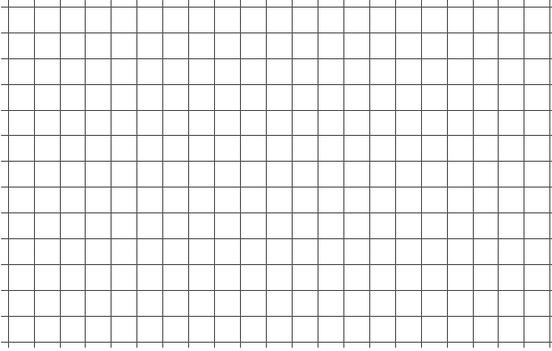


Es clave que los estudiantes comprendan que figuras de igual área no tienen necesariamente el mismo perímetro. Revise la conclusión de la discusión.

[VER MÁS +](#)

Unidad de Aprendizaje Variaciones de Área y Perímetro
Hojas de trabajo - Clase 1

Actividad 2

Número de cuadrados	Figuras que se pueden formar yuxtaponiendo cuadrados.
6	 <p>A = ___ P = ___</p>

2. Las figuras de igual área ¿tienen siempre el mismo perímetro? Justifiquen.

3. Al considerar pares de figuras de igual área y distinto perímetro, ¿de qué depende que un perímetro sea mayor que el otro?

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.



Promueva que los estudiantes exploren la relación entre el perímetro y las yuxtaposiciones. Consulte la gestión.

VER MÁS +



PRESENTACIÓN Y MONITOREO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Indique que trabajarán en parejas construyendo diferentes figuras con cuadrados yuxtapuestos.
- Pregunte si tienen dudas respecto al significado de yuxtaponer dos cuadrados y a la consideración de dos figuras como iguales o distintas.
- Durante el monitoreo asegúrese de que los estudiantes manejan las nociones de área y perímetro, son capaces de distinguirlas y usan las unidades que se les proponen.
- Promueva que los estudiantes dibujen al menos 3 figuras en cada fila y que registren su área y su perímetro. Ponga atención a la variedad de las figuras producidas.
- Puede comentarles que las figuras formadas por varios cuadrados de igual tamaño reciben el nombre de *poliminós*. Use esta nomenclatura si le facilita la gestión de la clase.

[VOLVER ↻](#)

DISCUSIÓN DE CURSO COMPLETO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar la discusión de curso completo:

- Pida a un estudiante que dibuje en la pizarra las figuras que formó con 3 cuadrados. Abra la discusión respecto a la cantidad de figuras diferentes que es posible formar con 3 cuadrados y a los valores de sus áreas y perímetros.
- Invite a los estudiantes a pasar a la pizarra para que dibujen las figuras construidas con 4, 5 y 6 cuadrados. En caso de que aparezcan figuras repetidas (congruentes), pregunte: *¿quién encontró una diferente?* Y recuérdelos la segunda indicación de la hoja de actividades.
- Una vez que tengan una cantidad suficiente de figuras distintas (que generen variedad de perímetros), pregunte qué tienen en común las figuras de cada fila. Asegúrese de que reconozcan que tienen igual área.
- Pregunte qué observaron respecto al perímetro de figuras de igual área y cómo lo justificaron.
- Proponga que hagan conjeturas sobre la relación entre el perímetro y las yuxtaposiciones.
- Abra la discusión acerca de la importancia de este tipo de figuras (poliminós) para comprender las variaciones de área y perímetro.

[VOLVER ↻](#)



CONCLUSIÓN DE LA DISCUSIÓN (5 min)

Se sugiere considerar las siguientes ideas al cierre de la discusión:

- Para una determinada cantidad de cuadrados es posible formar varias figuras diferentes.
- Todas las figuras formadas al yuxtaponer una misma cantidad de cuadrados tienen la misma área, pero no necesariamente el mismo perímetro.
- Las variaciones en el perímetro de figuras de igual área dependen del número de yuxtaposiciones: mientras más/menos yuxtaposiciones contiene la figura, menor/mayor es su perímetro.
- El trabajo con poliminós nos ayuda a comprender por qué no existe una relación de dependencia entre las variaciones de área y de perímetro, ya que permite formar una diversidad de figuras en las que todas las variaciones son posibles. Los poliminós son figuras no prototípicas y de fácil construcción.

VOLVER ↻



CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad, comente los puntos que se indican a continuación (puede usar la diapositiva 12):

- En esta actividad exploramos la variedad de figuras que se pueden formar yuxtaponiendo 3, 4, 5 y 6 cuadrados.
- Observamos que todas las figuras formadas por una misma cantidad de cuadrados tienen la misma área, pero no necesariamente el mismo perímetro.
- Concluimos que la diferencia en los perímetros de poliminós de igual área tiene relación con la cantidad de yuxtaposiciones de cuadrados en las figuras.

VOLVER ↻

LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento puede señalar que: *En la siguiente actividad veremos lo que ocurre en el caso contrario, es decir, qué sucede con el área al fijar el perímetro.* (Puede usar la diapositiva 13).



ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Aun cuando está señalado en las observaciones, es posible que algunos estudiantes tengan dudas respecto de la forma de yuxtaponer cuadrados o presenten dificultades para distinguir figuras “iguales”. Ayúdelos, recordando las indicaciones y los ejemplos dados.
- Es posible que los estudiantes se propongan la búsqueda exhaustiva de todas las figuras posibles, a pesar de que la instrucción no lo indica. Coménteles que esto no es necesario.
- En el ítem 3 es posible que a los estudiantes no se les ocurran hipótesis respecto a la diferencia entre los perímetros al comparar figuras de igual área. Puede sugerirles que se fijen en las yuxtaposiciones de cuadrados presentes en cada figura.



Construyendo figuras de igual perímetro

Construcción y profundización

Tiempo: 15 min.

Modalidad: En parejas y de curso completo.

Materiales: Hojas de la Actividad 3.

PROPÓSITO

Con esta actividad se persigue que los futuros profesores formen figuras de igual perímetro y reconozcan que el área puede variar en ellas.

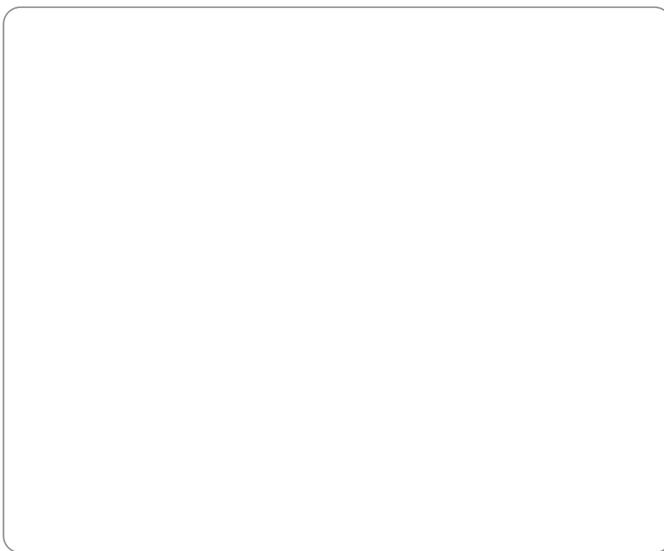
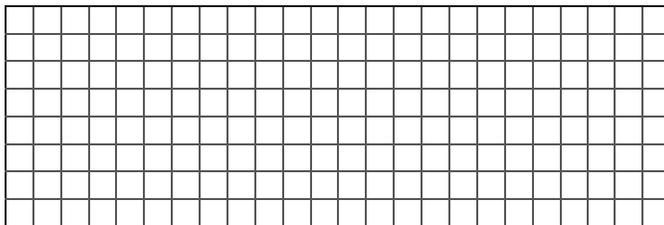
Fecha: _____
Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Variaciones de Área y Perímetro
Hojas de trabajo - Clase 1

Actividad 3

Trabajo en parejas

1. Construyan distintas figuras cuyo perímetro sea 12 unidades. ¿Tienen todas la misma área? Justifiquen lo que observaron.



Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.



Identifique ejemplos elaborados por los estudiantes para usarlos en la discusión de curso completo.

[VER MÁS +](#)



Hay anticipaciones y sugerencias que se deben tener en cuenta al gestionar la actividad. Revíselas.

[VER MÁS +](#)



Es clave que los estudiantes comprendan que basta con un contraejemplo para la justificación solicitada. Revise la gestión.

[VER MÁS +](#)

 **PRESENTACIÓN Y MONITOREO (5 min)**

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Indique que seguirán trabajando en parejas construyendo figuras.
- Si los estudiantes presentan dificultades para construir figuras con un perímetro dado, recuérdelos que pueden usar polígonos.
- Observe la variedad de figuras producidas y preste atención a las justificaciones que proponen al trabajar en parejas.

[VOLVER ↻](#) **DISCUSIÓN DE CURSO COMPLETO (5 min)**

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar la discusión de curso completo:

- Invite a los estudiantes a pasar a la pizarra para que dibujen las figuras construidas con un perímetro de 12 unidades. En caso de que aparezcan figuras repetidas (congruentes), pregunte: *¿Quién encontró una diferente?*
- Genere una discusión respecto de las áreas de las figuras construidas con un perímetro fijo y de las justificaciones elaboradas por los estudiantes.
- Ponga en evidencia el trabajo matemático realizado en esta actividad de justificar, a través de ejemplos, por qué una conjetura (mismo perímetro implica igual área) no siempre se cumple.

[VOLVER ↻](#) **CONCLUSIÓN DE LA DISCUSIÓN (5 min)**

Se sugiere considerar las siguientes ideas al cierre de la discusión:

- Para un determinado perímetro es posible formar figuras con diferentes áreas.
- Esta conclusión no se desprende directamente de la actividad anterior. Fue necesario buscar ejemplos para verificarla.
- Para justificar que no todas las figuras con el mismo perímetro tienen igual área, basta con construir ejemplos de figuras que tengan el mismo perímetro, pero distinta área. En matemáticas este tipo de justificación se denomina *uso de contraejemplo*.

[VOLVER ↻](#)



CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad, comente que en esta actividad construimos figuras de perímetro $12u$ que tienen distinta área. Este ejemplo nos permite contrarrestar una posible creencia errónea de que figuras de un mismo perímetro tienen igual área. (Puede usar la diapositiva 16)

VOLVER ↻

LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento puede señalar que: *En la siguiente actividad retomaremos el caso de la profesora Laura y construiremos secuencias de figuras que podrían ayudar a sus alumnos a reconocer que lo que ellos afirman no siempre se cumple.* (Puede usar la diapositiva 17).



ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

Es posible que los estudiantes contesten espontáneamente que con un perímetro fijo se pueden generar figuras de distintas áreas basándose en las conclusiones de la actividad anterior (con un área fija se pueden generar figuras con distintos perímetros). Pero tal vez les resultaría difícil ejemplificarlo. En ese caso, sugiéralas:

- Que con los cuadrados unitarios construyan figuras rectangulares cuyo semiperímetro sea 6 unidades.
- Que busquen figuras con igual perímetro y distinta área entre las figuras construidas en la actividad anterior.



Ejemplificando variaciones de área y perímetro

Sistematización

Tiempo: 25 min.
Modalidad: En parejas y de curso completo.
Materiales: Hojas de la Actividad 4.

PROPÓSITO

El foco de esta actividad está orientado a que los futuros profesores construyan secuencias de figuras que ejemplifiquen las posibles relaciones entre la variación del área y la del perímetro y reconozcan la relevancia del estudio de las variaciones de área y perímetro en su formación docente.

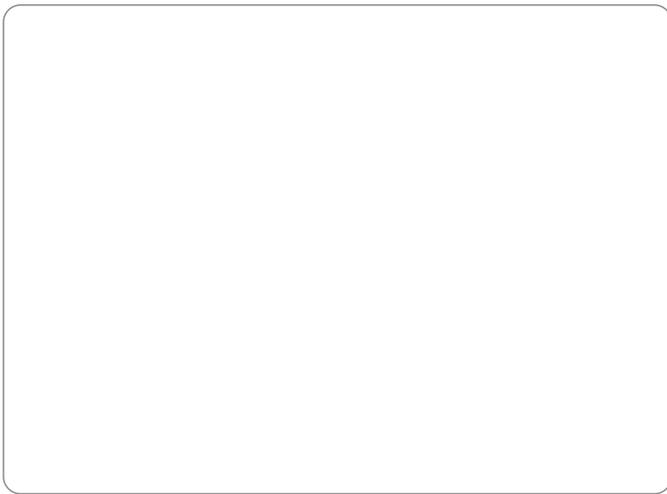
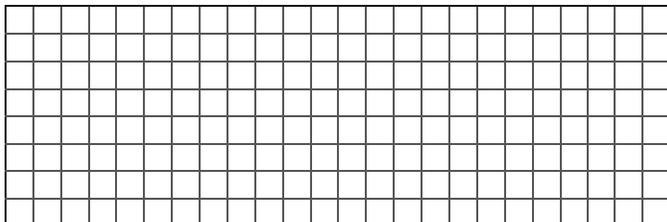
Fecha: _____
Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Variaciones de Área y Perímetro
Hojas de trabajo - Clase 1

Actividad 4

Trabajo en parejas

1. Construyan una secuencia de tres figuras que podría usar Laura, la profesora de la Actividad 1, para que sus alumnos reconozcan que al aumentar el área, el perímetro no necesariamente aumenta. Justifiquen la elección de su secuencia señalando la manera en que varían el área y el perímetro de las figuras en cada caso.



Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.



Promueva la búsqueda de figuras producidas por los estudiantes en actividades anteriores.

VER MÁS +



Es clave que los estudiantes comprendan que si el área aumenta, el perímetro puede mantenerse, aumentar o disminuir. Revise la gestión.

VER MÁS +



Explicite por qué es importante para el futuro profesor construir secuencias contraintuitivas de figuras. Consulte las ideas al cierre.

VER MÁS +

 **PRESENTACIÓN Y MONITOREO (10 min)**

- Si los estudiantes presentan dificultades para construir figuras que cumplan los requerimientos, se sugiere recordarles que pueden usar poliminós.
- Observe las secuencias de figuras que construyen y ponga atención a los comentarios que expresan sobre estas secuencias mientras trabajan en parejas.

[VOLVER ↶](#) **DISCUSIÓN DE CURSO COMPLETO (10 min)**

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar la discusión de curso completo:

- Pida a algunos estudiantes que expongan las secuencias de figuras que construyeron y que expliquen por qué creen que su secuencia es adecuada para el propósito planteado.
- Genere una discusión respecto de cuál de las secuencias escritas en la pizarra cumple de mejor manera el propósito y si, para ello, es suficiente considerar una sola secuencia.
- Durante la discusión haga referencia a los ejemplos dados por los estudiantes en la Actividad 2. Allí, es posible armar secuencias de figuras en que el área aumenta, pero no necesariamente su perímetro.
- Reitere las limitaciones de las figuras prototípicas para ejemplificar posibles variaciones de área y perímetro, en pos de relevar el uso de los poliminós.

[VOLVER ↶](#) **CONCLUSIÓN DE LA DISCUSIÓN (5 min)**

Se sugiere mencionar las siguientes ideas al cierre de la discusión:

- Para secuencias de figuras en que el área aumenta, el perímetro puede aumentar, mantenerse constante o disminuir.
- Las secuencias generadas en esta actividad podrían servir para que fueran los mismos niños y niñas los que descubrieran que lo que afirman no se cumple en todos los casos.

[VOLVER ↶](#)



CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad comente los puntos que se indican a continuación (puede usar la diapositiva 20):

- Las secuencias de figuras en que tanto el área como el perímetro aumentan ejemplifican que, en algunos casos, la intuición inicial acerca de área y perímetro es válida.
- Sin embargo, también es importante construir secuencias de figuras en las que el área aumenta mientras que el perímetro se mantiene o disminuye. Estas son contraintuitivas, por lo que podrían ser muy útiles en el aula para confrontar las creencias erróneas de los niños y niñas.

VOLVER ↻



ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Es posible que algunos estudiantes utilicen las figuras elaboradas en la Actividad 2 para formar sus secuencias, o que construyan figuras de más de 6 cuadrados.
- Puede que algunos estudiantes se confundan y construyan secuencias en que el área va disminuyendo o se mantiene, lo que no responde directamente al razonamiento que se quiere contrastar. En tal caso, recuérdelos que lo que están tratando de confrontar es qué sucede cuando el área aumenta, y pregúnteles cómo se debería reflejar en la secuencia que están elaborando.



Cierre de la clase

Gestión sugerida

Tiempo: 10 min.

1º Para el cierre de la clase se sugiere plantear las siguientes preguntas a los estudiantes:

- *¿Por qué creen que fue importante abordar el caso de la profesora Laura?*
- *¿Cómo puede prepararse un futuro profesor para enfrentar las preconcepciones de los niños y niñas?*

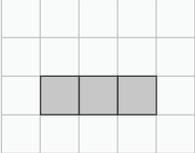
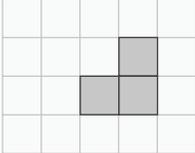
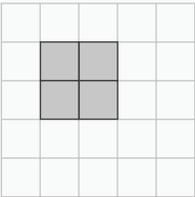
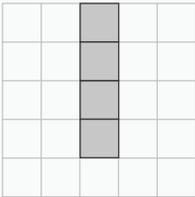
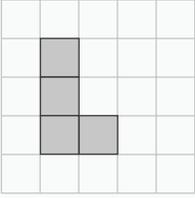
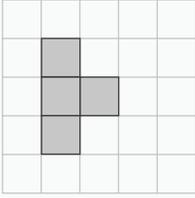
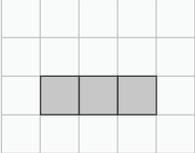
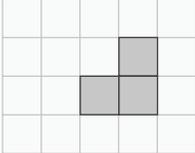
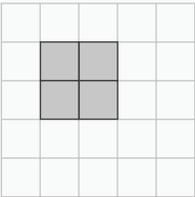
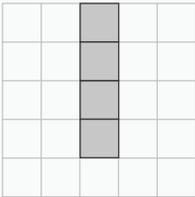
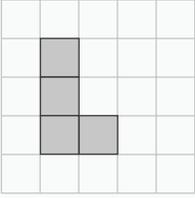
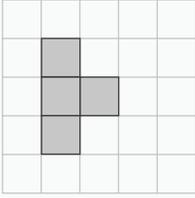
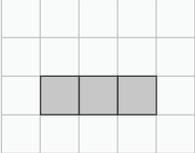
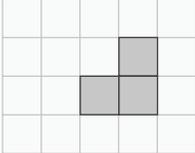
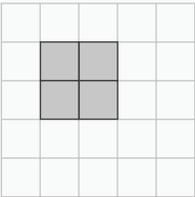
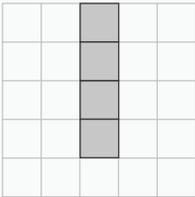
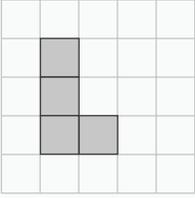
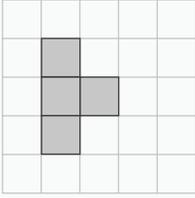
2º Se sugiere proyectar las ideas asociadas a la pregunta, (diapositiva 23) tal como aparecen en el Recapitulemos, y contrastarlas brevemente con las respuestas.

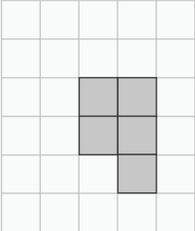
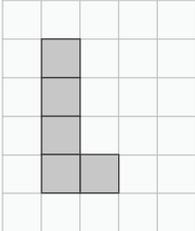
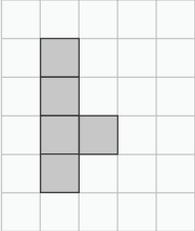
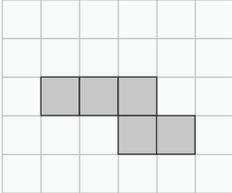
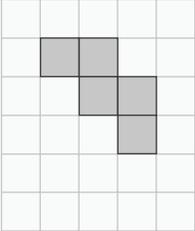
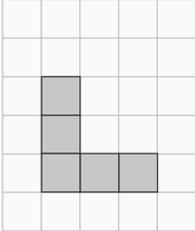
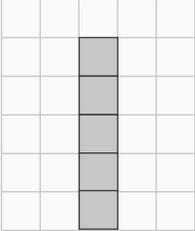
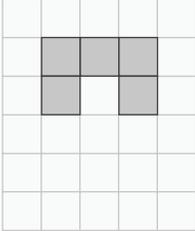
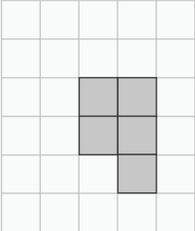
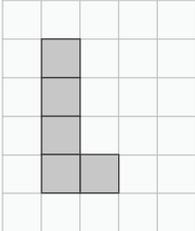
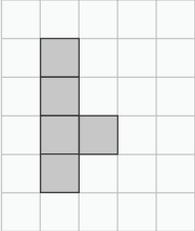
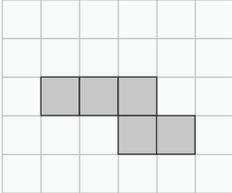
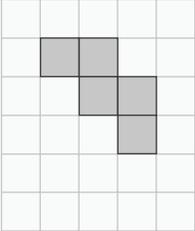
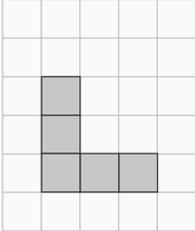
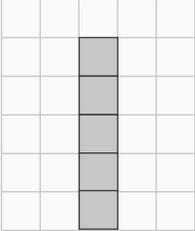
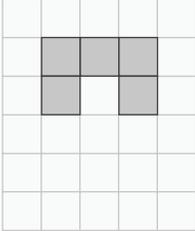
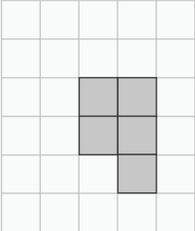
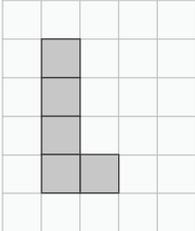
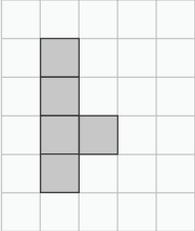
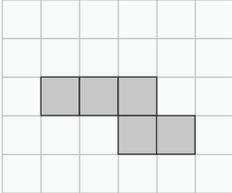
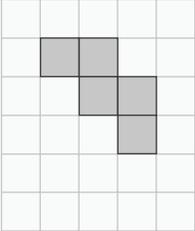
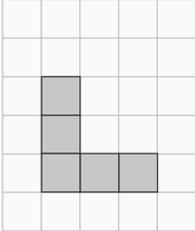
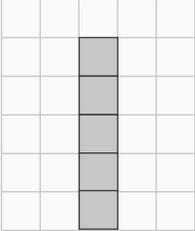
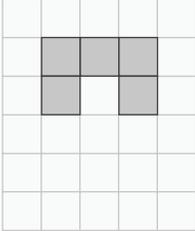
- En esta clase partimos con una situación en que se evidenciaba una afirmación general acerca del área y del perímetro. A partir de ella, realizamos un trabajo matemático de construcción y análisis que nos permitió decidir acerca de la veracidad de la afirmación y, además, construir buenos ejemplos que permitan a los niños y niñas contrastar sus intuiciones iniciales.
- El conocimiento de las dificultades y razonamientos de niños y niñas asociados a un determinado contenido es de tipo específico, esencial para la labor del profesor. Sin embargo, no siempre el futuro profesor podrá anticiparse a las conjeturas de los niños y niñas, por lo que es importante que se enfrente previamente al trabajo matemático de construcción y análisis en torno a diferentes contenidos, ya que esto le dará flexibilidad de pensamiento para atender a este tipo de demandas.

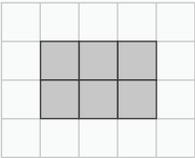
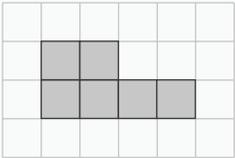
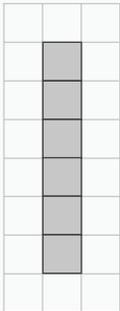
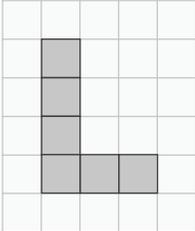
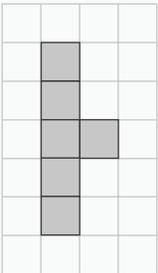
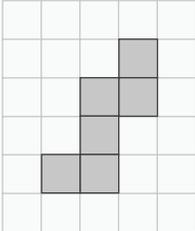
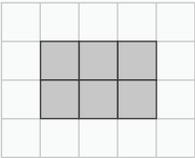
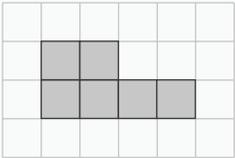
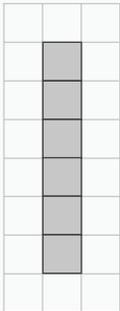
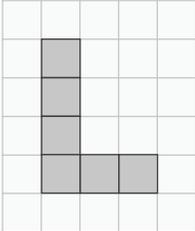
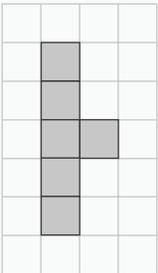
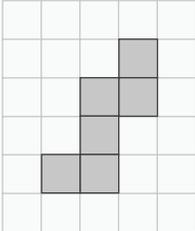
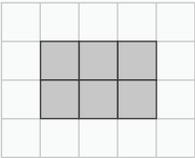
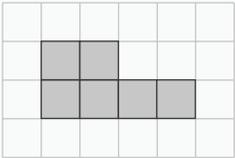
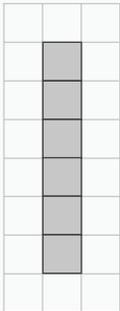
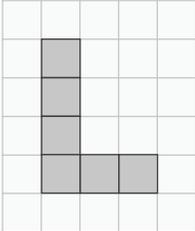
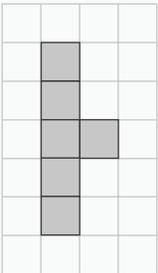
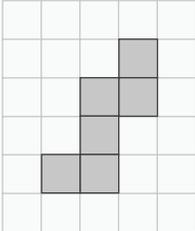
4º Entregue la ficha de sistematización y proponga a los estudiantes que la usen después de la clase para evaluar y repasar sus aprendizajes. Invítelos a responder las preguntas que ahí aparecen, a revisar las ideas del Recapitulemos y, si lo requieren, a consultar la bibliografía sugerida para profundizar.

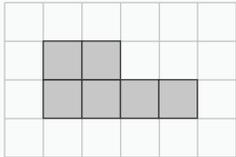
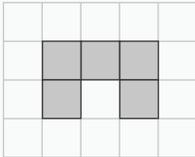
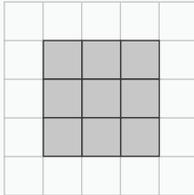
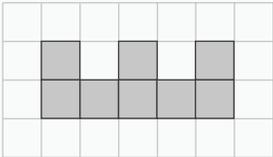
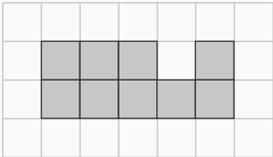
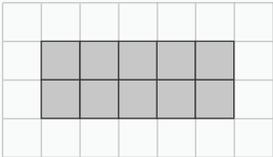
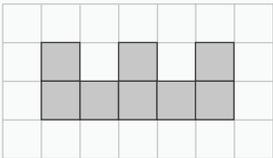
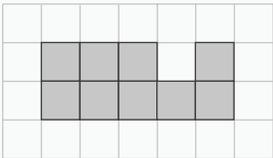
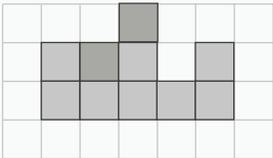
5º En la próxima clase estudiaremos el conjunto de posibilidades de variaciones de área y perímetro y la manera de abordar posibles conjeturas que plantean los niños y niñas con respecto a este tema.

RESPUESTAS EXPERTAS

Actividad	Respuesta experta												
<p>Actividad 1 Relacionando variaciones de área y perímetro</p>	<p>Cualquier opinión es válida. Es importante que los estudiantes expresen con honestidad si están de acuerdo con que al aumentar el área de una figura su perímetro también debe aumentar.</p>												
<p>Actividad 2 Construyendo figuras de igual área</p>	<p>1. Algunas de las figuras que pueden construir son:</p> <table border="1" data-bbox="493 680 1399 1885"> <thead> <tr> <th data-bbox="493 680 695 802">Nº de cuadrados</th> <th colspan="2" data-bbox="695 680 1399 802">Figuras que se pueden formar yuxtaponiendo cuadrados: área y perímetro</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="493 802 695 1115" style="text-align: center;">3</td> <td data-bbox="695 802 1068 1115">  $A = 3 u^2$ $P = 8 u$ </td> <td data-bbox="1068 802 1399 1115">  $A = 3 u^2$ $P = 8 u$ </td> </tr> <tr> <td data-bbox="493 1115 695 1885" style="text-align: center;">4</td> <td data-bbox="695 1115 1068 1360">  $A = 4 u^2$ $P = 8 u$ </td> <td data-bbox="1068 1115 1399 1360">  $A = 4 u^2$ $P = 10 u$ </td> </tr> <tr> <td data-bbox="695 1360 1068 1885"></td> <td data-bbox="695 1360 1068 1885">  $A = 4 u^2$ $P = 8 u$ </td> <td data-bbox="1068 1360 1399 1885">  $A = 4 u^2$ $P = 10 u$ </td> </tr> </tbody> </table>	Nº de cuadrados	Figuras que se pueden formar yuxtaponiendo cuadrados: área y perímetro		3	 $A = 3 u^2$ $P = 8 u$	 $A = 3 u^2$ $P = 8 u$	4	 $A = 4 u^2$ $P = 8 u$	 $A = 4 u^2$ $P = 10 u$		 $A = 4 u^2$ $P = 8 u$	 $A = 4 u^2$ $P = 10 u$
Nº de cuadrados	Figuras que se pueden formar yuxtaponiendo cuadrados: área y perímetro												
3	 $A = 3 u^2$ $P = 8 u$	 $A = 3 u^2$ $P = 8 u$											
4	 $A = 4 u^2$ $P = 8 u$	 $A = 4 u^2$ $P = 10 u$											
	 $A = 4 u^2$ $P = 8 u$	 $A = 4 u^2$ $P = 10 u$											

Actividad	Respuesta experta				
	<table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="492 323 691 447">Nº de cuadrados</th> <th data-bbox="691 323 1398 447">Figuras que se pueden formar yuxtaponiendo cuadrados: área y perímetro</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="492 447 691 1913" style="text-align: center; vertical-align: top;">5</td> <td data-bbox="691 447 1398 1913"> <div style="display: flex; flex-wrap: wrap;"> <div style="width: 50%; text-align: center;">  <p>$A = 5 u^2$ $P = 10 u$</p> </div> <div style="width: 50%; text-align: center;">  <p>$A = 5 u^2$ $P = 12 u$</p> </div> <div style="width: 50%; text-align: center;">  <p>$A = 5 u^2$ $P = 12 u$</p> </div> <div style="width: 50%; text-align: center;">  <p>$A = 5 u^2$ $P = 12 u$</p> </div> <div style="width: 50%; text-align: center;">  <p>$A = 5 u^2$ $P = 12 u$</p> </div> <div style="width: 50%; text-align: center;">  <p>$A = 5 u^2$ $P = 12 u$</p> </div> <div style="width: 50%; text-align: center;">  <p>$A = 5 u^2$ $P = 12 u$</p> </div> <div style="width: 50%; text-align: center;">  <p>$A = 5 u^2$ $P = 12 u$</p> </div> </div> </td> </tr> </tbody> </table>	Nº de cuadrados	Figuras que se pueden formar yuxtaponiendo cuadrados: área y perímetro	5	<div style="display: flex; flex-wrap: wrap;"> <div style="width: 50%; text-align: center;">  <p>$A = 5 u^2$ $P = 10 u$</p> </div> <div style="width: 50%; text-align: center;">  <p>$A = 5 u^2$ $P = 12 u$</p> </div> <div style="width: 50%; text-align: center;">  <p>$A = 5 u^2$ $P = 12 u$</p> </div> <div style="width: 50%; text-align: center;">  <p>$A = 5 u^2$ $P = 12 u$</p> </div> <div style="width: 50%; text-align: center;">  <p>$A = 5 u^2$ $P = 12 u$</p> </div> <div style="width: 50%; text-align: center;">  <p>$A = 5 u^2$ $P = 12 u$</p> </div> <div style="width: 50%; text-align: center;">  <p>$A = 5 u^2$ $P = 12 u$</p> </div> <div style="width: 50%; text-align: center;">  <p>$A = 5 u^2$ $P = 12 u$</p> </div> </div>
Nº de cuadrados	Figuras que se pueden formar yuxtaponiendo cuadrados: área y perímetro				
5	<div style="display: flex; flex-wrap: wrap;"> <div style="width: 50%; text-align: center;">  <p>$A = 5 u^2$ $P = 10 u$</p> </div> <div style="width: 50%; text-align: center;">  <p>$A = 5 u^2$ $P = 12 u$</p> </div> <div style="width: 50%; text-align: center;">  <p>$A = 5 u^2$ $P = 12 u$</p> </div> <div style="width: 50%; text-align: center;">  <p>$A = 5 u^2$ $P = 12 u$</p> </div> <div style="width: 50%; text-align: center;">  <p>$A = 5 u^2$ $P = 12 u$</p> </div> <div style="width: 50%; text-align: center;">  <p>$A = 5 u^2$ $P = 12 u$</p> </div> <div style="width: 50%; text-align: center;">  <p>$A = 5 u^2$ $P = 12 u$</p> </div> <div style="width: 50%; text-align: center;">  <p>$A = 5 u^2$ $P = 12 u$</p> </div> </div>				

Actividad	Respuesta experta												
	<table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="492 317 695 401">Nº de cuadrados</th> <th colspan="2" data-bbox="695 317 1398 401">Figuras que se pueden formar yuxtaponiendo cuadrados: área y perímetro</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="492 401 695 1514" style="text-align: center; vertical-align: middle;">6</td> <td data-bbox="695 401 1024 1514">  <p style="text-align: center;">$A = 6 u^2$ $P = 10 u$</p> </td> <td data-bbox="1024 401 1398 1514">  <p style="text-align: center;">$A = 6 u^2$ $P = 12 u$</p> </td> </tr> <tr> <td></td> <td data-bbox="695 678 1024 1087">  <p style="text-align: center;">$A = 6 u^2$ $P = 14 u$</p> </td> <td data-bbox="1024 678 1398 1087">  <p style="text-align: center;">$A = 6 u^2$ $P = 14 u$</p> </td> </tr> <tr> <td></td> <td data-bbox="695 1108 1024 1514">  <p style="text-align: center;">$A = 6 u^2$ $P = 14 u$</p> </td> <td data-bbox="1024 1108 1398 1514">  <p style="text-align: center;">$A = 6 u^2$ $P = 14 u$</p> </td> </tr> </tbody> </table>	Nº de cuadrados	Figuras que se pueden formar yuxtaponiendo cuadrados: área y perímetro		6	 <p style="text-align: center;">$A = 6 u^2$ $P = 10 u$</p>	 <p style="text-align: center;">$A = 6 u^2$ $P = 12 u$</p>		 <p style="text-align: center;">$A = 6 u^2$ $P = 14 u$</p>	 <p style="text-align: center;">$A = 6 u^2$ $P = 14 u$</p>		 <p style="text-align: center;">$A = 6 u^2$ $P = 14 u$</p>	 <p style="text-align: center;">$A = 6 u^2$ $P = 14 u$</p>
Nº de cuadrados	Figuras que se pueden formar yuxtaponiendo cuadrados: área y perímetro												
6	 <p style="text-align: center;">$A = 6 u^2$ $P = 10 u$</p>	 <p style="text-align: center;">$A = 6 u^2$ $P = 12 u$</p>											
	 <p style="text-align: center;">$A = 6 u^2$ $P = 14 u$</p>	 <p style="text-align: center;">$A = 6 u^2$ $P = 14 u$</p>											
	 <p style="text-align: center;">$A = 6 u^2$ $P = 14 u$</p>	 <p style="text-align: center;">$A = 6 u^2$ $P = 14 u$</p>											
	<p>2. Las figuras de igual área, formadas yuxtaponiendo cuadrados de igual tamaño, no necesariamente tienen el mismo perímetro. Todas las figuras formadas por cierta cantidad de cuadrados tienen la misma área, pero su perímetro puede variar de acuerdo con como se yuxtaponen los cuadrados para formar la figura.</p> <p>En conclusión, si dos figuras tienen igual área, esto no implica que tengan el mismo perímetro.</p>												

Actividad	Respuesta experta
	<p>3. En figuras formadas por yuxtaposición de cuadrados de igual tamaño, si dos figuras tienen igual área y distinto perímetro, el que un perímetro sea mayor que el otro depende del número de yuxtaposiciones al interior de las figuras. Mientras más yuxtaposiciones contenga una figura, menor será su perímetro.</p>
<p>Actividad 3 Construyendo figuras de igual perímetro</p>	<p>Algunas de las figuras que pueden construir son:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-end;"> <div style="text-align: center;">  <p>$A = 6 u^2$</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>$A = 5 u^2$</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>$A = 9 u^2$</p> </div> </div> <p>Los ejemplos anteriores demuestran que existen figuras con perímetro 12 y distinta área. Esto permite corroborar que figuras de igual perímetro no necesariamente tienen igual área.</p>
<p>Actividad 4 Ejemplificando variaciones de área y perímetro</p>	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-end;"> <div style="text-align: center;">  <p>$A = 8$ $P = 18$</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>$A = 9$ $P = 16$</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>$A = 10$ $P = 14$</p> </div> </div> <p>Esta secuencia constituye un contraejemplo de la afirmación “al aumentar el área, el perímetro también aumenta”, ya que en ella se aprecia que a medida que aumenta el área, el perímetro disminuye.</p> <hr/> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-end;"> <div style="text-align: center;">  <p>$A = 8$ $P = 18$</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>$A = 9$ $P = 16$</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>$A = 10$ $P = 18$</p> </div> </div> <p>Esta secuencia es otro contraejemplo de la afirmación “al aumentar el área, el perímetro también aumenta”, ya que en ella se aprecia que el área aumenta y el perímetro primero disminuye y luego aumenta.</p>



PLANIFICACIÓN

CLASE 2

UAFI: Variaciones de área y perímetro

CLASE 1
Exploración de
variaciones de área y
perímetro

CLASE 2
Los nueve casos de
variaciones de área y
perímetro

TAREA
Ejercitando
lo aprendido

CLASE 2: LOS NUEVE CASOS DE VARIACIÓN DE ÁREA Y PERÍMETRO

RESUMEN DE LA CLASE

Meta de la clase	Al finalizar la clase se espera que los futuros profesores ¹ identifiquen los 9 casos de variación de área y perímetro, generen ejemplos para cada uno de ellos, reconozcan la necesidad de contar con argumentos de carácter general y contraejemplos para probar la veracidad de una afirmación y reflexionen sobre la relevancia de este conocimiento para la enseñanza.
Descripción de la clase	La clase comienza con una actividad de exploración en la que los estudiantes reconocen y elaboran ejemplos en relación con la variación de área y perímetro en 3 casos. Continúa con una actividad de construcción y profundización en la que determinan el resto de los casos posibles y buscan ejemplos para ellos. Luego, resumen y ejemplifican los 9 casos en una tabla. La última actividad es de reflexión pedagógica, en la que analizan una situación de aula. En ella, a partir de afirmaciones sobre variación de área y perímetro, reflexionan sobre las maneras de probar la veracidad de afirmaciones y la relevancia de este conocimiento para la enseñanza.

¹ Respecto del uso de lenguaje inclusivo: Con el propósito de no provocar una saturación gráfica que dificulte la comprensión de la lectura, en este documento no se considera el uso de “los/las” u “o/a” para hacer referencia a ambos géneros de manera conjunta. En su lugar, se utilizan términos como “el futuro profesor”, “el estudiante” y “el profesor” y sus respectivos plurales para aludir de manera inclusiva a hombres y mujeres. Sin embargo, durante la gestión de la clase se sugiere la utilización de lenguaje inclusivo que invite a los y las estudiantes a involucrarse activamente en las actividades.

Aprendizajes esperados	<p>Al finalizar la clase se espera que el estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none">• Identifique los 9 casos de variación de área y perímetro y elabore ejemplos para ellos.• Identifique los casos más fáciles y más difíciles de elaborar ejemplos.• Reconozca que se requieren argumentos de carácter general para probar que una afirmación es cierta.• Elabore contraejemplos para probar que una afirmación no es cierta.
Conocimientos previos	Área, perímetro en figuras planas, nociones básicas de medición de longitud y área, contraejemplos e independencia entre las variaciones de área y perímetro.
Materiales	<p>Estudiantes</p> <ul style="list-style-type: none">• Hojas de trabajo del estudiante. <p>Profesor</p> <ul style="list-style-type: none">• Computador.• Proyector.
Tiempo total estimado	90 min.

ESQUEMA DE LA CLASE

Tipo de actividad	Actividades	Tiempo (T) Modalidad (M)
Exploración	Actividad 1: Explorando la variación de área y perímetro Con esta actividad se busca que los futuros profesores reconozcan y elaboren ejemplos para 3 casos de variación de área y perímetro.	T: 15 min M: Individual y de curso completo.
Construcción y sistematización	Actividad 2: Buscando y sistematizando los 9 casos Esta actividad se centra en que los futuros profesores indaguen para identificar los 6 casos restantes de variación de área y perímetro y generar ejemplos para cada uno de ellos.	T: 35 min M: En parejas y de curso completo.
Reflexión pedagógica	Actividad 3: Validando o refutando afirmaciones Con esta actividad se busca que los futuros profesores validen o refuten afirmaciones sobre variación de área y perímetro en cuadrados y rectángulos.	T: 30 min M: En parejas y de curso completo.
Cierre	Cierre de la clase El propósito de esta actividad es que los futuros profesores evidencien sus aprendizajes sobre las posibles variaciones de área y perímetro y sobre las formas de probar la veracidad de afirmaciones.	T: 10 min M: De curso completo.



Explorando la variación de área y perímetro

Actividad de exploración

Tiempo: 15 min.
Modalidad: Individual y de curso completo.
Materiales: Hojas de la Actividad 1.

PROPÓSITO

Con esta actividad se busca que los futuros profesores reconozcan y elaboren ejemplos para 3 casos de variación de área y perímetro.

Fecha: _____
Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Variaciones de Área y Perímetro
Hojas de trabajo - Clase 2

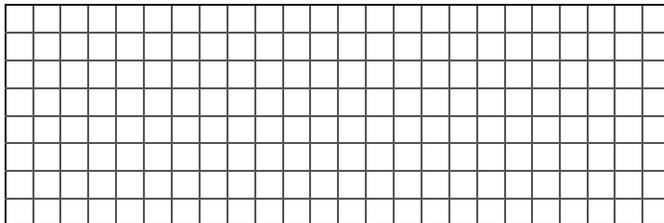
Actividad 1

Trabajo individual

Los pares de figuras que se presentan a continuación corresponden a ejemplos de 3 casos de variación de área y perímetro. Considera que la figura azul es la que se obtiene después de hacer una modificación a la figura verde.

Casos de variación de área y perímetro		
Caso	Ejemplos	Variación
1		Área: _____ Perímetro: _____
2		Área: _____ Perímetro: _____
3		Área: _____ Perímetro: _____

1. Completa la tabla anterior indicando la manera en que varían (aumenta, se mantiene o disminuye) el área y el perímetro en cada caso.
2. Dibuja como ejemplo un nuevo par de figuras para cada uno de los tres casos de variación de área y perímetro descritos anteriormente.



Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.



Promueva que los estudiantes dibujen figuras diversas.
Revise la gestión.

VER MÁS +



Es importante que los estudiantes comprendan que es posible que el área y el perímetro varíen de la misma manera.
Consulte la síntesis.

VER MÁS +

 **PRESENTACIÓN Y MONITOREO (5 min)**

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Aclare dudas respecto de las tareas solicitadas.
- Observe si los ejemplos elaborados por los estudiantes tienen el mismo tipo de variación que los casos dados.
- Promueva que los estudiantes dibujen figuras diversas, por ejemplo, tipo escaleras, en las que se cumplan las mismas condiciones de variaciones de área y perímetro.
- Identifique producciones de los estudiantes para cada caso, de manera de utilizarlas en la discusión grupal de la siguiente actividad.

[VOLVER ↻](#) **COMPARTIR RESULTADOS (5 min)**

Para la puesta en común se sugiere solicitar a los estudiantes que:

- Describan los 3 casos de variación de área y perímetro presentados en la actividad.
- Muestren sus ejemplos.
- Expliquen las técnicas que utilizaron para producir los ejemplos (agregar área, trasladar área, quitar área, etc.).

[VOLVER ↻](#) **SÍNTESIS DE LOS RESULTADOS (5 min)**

Se sugiere usar las respuestas de los estudiantes para concluir que fue posible elaborar diversos ejemplos de figuras para las siguientes variaciones de área y perímetro:

- área y perímetro aumentan.
- área y perímetro se mantienen.
- área y perímetro disminuyen.

[VOLVER ↻](#)



CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad, comente los puntos que se indican a continuación (puede usar la diapositiva 6):

- En esta actividad pudimos identificar 3 casos, bastante simples, de variación de área y perímetro:
 - área y perímetro aumentan
 - área y perímetro se mantienen
 - área y perímetro disminuyen
- Además, elaboramos nuevos ejemplos para cada uno de ellos.

VOLVER ↻

LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento puede señalar que: *En la siguiente actividad buscaremos nuevos casos de variación de área y perímetro que se pueden dar.* (Puede usar la diapositiva 7).



ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Es probable que los estudiantes usen figuras simples o ejemplos muy similares a los dados para cada uno de los casos. Incentíuelos a que diversifiquen las figuras.
- Es posible que en el segundo caso algunos estudiantes utilicen como ejemplo dos figuras “iguales” (congruentes), pero dispuestas en distinta posición. Para que noten esto, pida opiniones a otros estudiantes.

PRESENTACIÓN Y MONITOREO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

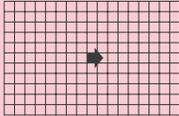
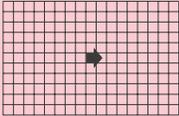
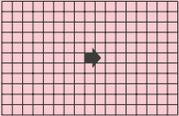
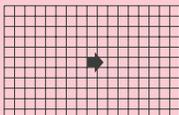
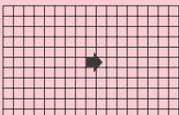
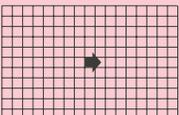
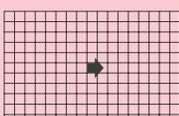
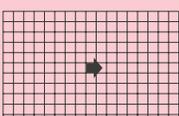
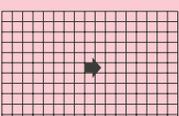
- Recuerde los 3 casos de variación de área y perímetro abordados en la Actividad 1.
- Incentive a los estudiantes a identificar otros casos posibles de variación de área y perímetro.
- Durante el monitoreo puede plantear preguntas como las siguientes:
 - *¿Existirán otros casos aparte de los que han encontrado?*
 - *¿Están seguros de que ya hallaron todas las combinaciones posibles?*
 - *Si invierten el orden en que se presentan las figuras, ¿se representa el mismo tipo de variación?*
- Asegúrese de que las parejas hayan producido ejemplos de los 6 nuevos casos e identifíquelos para utilizarlos en la discusión grupal.

VOLVER ↻

DISCUSIÓN DE CURSO COMPLETO (20 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar la discusión de curso completo:

- Pregunte cuántos casos posibles de variación de área y perímetro identificaron y pida que justifiquen por qué deben ser 9.
- Projete en la pizarra la tabla de los 9 casos posibles de variación de área y perímetro (diapositiva 10) y solicite a los estudiantes que produjeron los ejemplos que usted identificó, tanto en esta actividad como en la anterior, que los dibujen en los casilleros.

		Área		
		Disminuye	Se mantiene	Aumenta
Perímetro	Disminuye			
	Se mantiene			
	Aumenta			

- Pida que comenten en qué casos les resultó más fácil reconocer y elaborar ejemplos y en cuáles esta tarea fue más difícil.

VOLVER ↻



CONCLUSIÓN DE LA DISCUSIÓN (5 min)

- Es posible elaborar ejemplos para cualquier combinación de variaciones de área y perímetro. Así, podemos encontrar 3 x 3 casos.
- Constatamos que los ejemplos en que el área y el perímetro varían de la misma forma son más naturales y fáciles de elaborar. En cambio, aquellos en que varían de manera opuesta resultan contraintuitivos y, por lo tanto, más difíciles de construir.

VOLVER ↻



CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad, comente que en ella se pudo concluir es posible elaborar ejemplos para cualquier combinación de variaciones de área y perímetro, y que el área y el perímetro miden magnitudes correspondientes a atributos independientes. (puede usar la diapositiva 11).

VOLVER ↻

LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento puede señalar que: *En la siguiente actividad abordaremos una situación de aula en la que analizaremos la veracidad de afirmaciones hechas por escolares.* (Puede usar la diapositiva 12).



ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Es esperable que los estudiantes describan rápidamente las combinaciones posibles de variación de área y perímetro, pero presenten dificultades para encontrar ejemplos en algunos casos.
- Puede ocurrir que algunos estudiantes consideren como casos distintos “el área aumenta y el perímetro disminuye” y “el perímetro disminuye y el área aumenta”.
- Algunos estudiantes podrían considerar que al invertir el orden en que aparecen las figuras en un ejemplo, el nuevo ejemplo representa el mismo caso.
- Si el curso completo no logra identificar los 9 casos, pregunte explícitamente por la existencia de los casos faltantes o muestre ejemplos de ellos.



Validando o refutando afirmaciones

Actividad de reflexión pedagógica

Tiempo: 30 min.

Modalidad: En parejas y de curso completo.

Materiales: Hoja de la Actividad 3.

PROPÓSITO

Con esta actividad se busca que los futuros profesores validen o refuten afirmaciones sobre variación de área y perímetro en cuadrados y rectángulos.

Fecha: _____
Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Variaciones de Área y Perímetro
Hojas de trabajo - Clase 2

Actividad 3

Trabajo en parejas

Analicen el siguiente diálogo entre dos alumnos de 5° año básico:

Matías: Si dibujo un cuadrado y luego pienso en modificar las medidas de sus lados de manera que siga siendo un cuadrado, entonces si aumenta el área, también aumenta el perímetro.

Natalia: Ah, pero eso también es cierto para el rectángulo.

1. ¿Son ciertas las afirmaciones de Matías y Natalia?

2. ¿De qué manera podrían probar si son ciertas o no? Expliquen.

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.



Revise las preguntas sugeridas para orientar las estrategias de justificación.

VER MÁS +



Revise el argumento visual propuesto para usarlo en caso de que lo requiera.

VER MÁS +



Es clave que los estudiantes distingan entre argumentos para probar la veracidad de las afirmaciones y contraejemplos para refutarlas.

VER MÁS +



PRESENTACIÓN Y MONITOREO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Aclare posibles dudas sobre las posiciones adoptadas por Matías y Natalia en el diálogo.
- Preste atención a lo que opinan los estudiantes sobre las afirmaciones de los niños.
- Observe las estrategias que utilizan para probar la veracidad de estas afirmaciones.
- Si los estudiantes presentan dificultades para encontrar estrategias, puede guiarlos con preguntas como las siguientes:
 - ¿Basta con dar uno o varios ejemplos?
 - ¿Es posible encontrar un contraejemplo?
 - ¿Es posible encontrar un argumento?

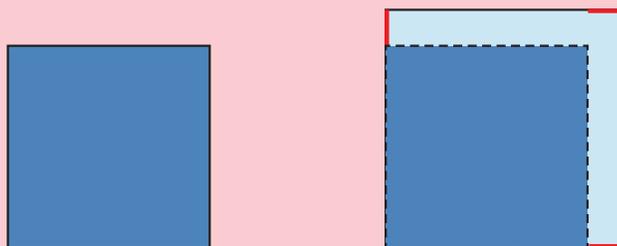
VOLVER ↻



DISCUSIÓN DE CURSO COMPLETO (15 min)

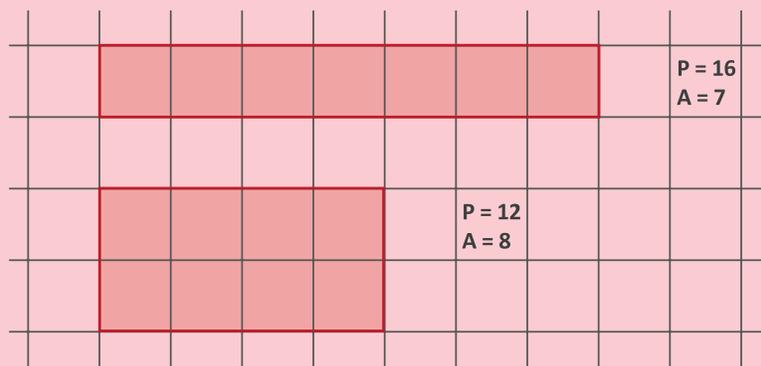
Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar la discusión de curso completo:

- Pregunte a los estudiantes si las afirmaciones de Matías y Natalia son verdaderas o falsas. Si hay diversidad de opiniones, propicie una discusión entre ellos.
- Una vez que acuerden que la afirmación de Matías es verdadera, pregunte si pueden establecer un argumento de carácter general para probar que si en un cuadrado aumenta el área, necesariamente debe aumentar el perímetro.
- En caso de que no surja un argumento general, exponga el siguiente argumento visual:



En la imagen, el lado del cuadrado aumentó una cierta cantidad que está señalada por el segmento rojo. Entonces, el nuevo perímetro será el perímetro inicial más cuatro veces la medida del segmento rojo, y la nueva área será el área del cuadrado azul más el área coloreada celeste.

- Una vez que acuerden que la afirmación de Natalia es falsa, pregunte cómo pueden probarlo, es decir, si es posible encontrar al menos un ejemplo en que el área de un rectángulo aumente y el perímetro no.
- En caso de que no surja un contraejemplo, muestre el siguiente:



- Comente que en este contraejemplo se aumentó uno de los lados del rectángulo y se disminuyó el otro.

VOLVER ↻



CONCLUSIÓN DE LA DISCUSIÓN (5 min)

Se sugiere considerar las siguientes ideas al cierre de la discusión:

- La afirmación de Matías es cierta. En cambio, la de Natalia no lo es.
- En matemática, mostrar que una afirmación se cumple para algunos ejemplos no constituye una prueba de su veracidad. Para ello se requiere un argumento general.
- Para demostrar que una afirmación no es cierta, basta con encontrar un ejemplo en que dicha afirmación no se cumpla, es decir, un contraejemplo.
- Es importante para un futuro profesor conocer las formas de probar la veracidad de afirmaciones, ya que eso le ayudará a analizar las conjeturas de los escolares.

VOLVER ↻



CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad, comente que en ella analizamos la validez de dos afirmaciones relativas a la variación de área y perímetro y establecimos la necesidad de contar con un argumento de carácter general para probar que una de ellas era cierta y de encontrar un contraejemplo que permitiera mostrar que la otra afirmación era falsa. (puede usar la diapositiva 15).

VOLVER ↻



ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Se espera que los estudiantes piensen inicialmente que ambas afirmaciones son verdaderas y traten de verificarlo por medio de ejemplos. Es posible que en esa búsqueda descubran que la afirmación de Matías es cierta y que la de Natalia no lo es.
- Es probable que algunos estudiantes no logren encontrar un contraejemplo como prueba de la falsedad de la afirmación de Natalia. Esta dificultad podría deberse a que consideran que la modificación de los lados del rectángulo solo se puede hacer agrandando su largo, su ancho o ambos. En tal caso, hágales notar que, a diferencia de un cuadrado, en el rectángulo es posible aumentar un lado y disminuir el otro.
- Es posible que los estudiantes necesiten de su ayuda para abordar la tarea de pensar en un argumento geométrico que permita probar la afirmación de Matías.



Cierre de la clase

Gestión sugerida

Tiempo: 10 min.

1º Para cerrar la clase puede plantear las siguientes preguntas a los estudiantes:

- *¿Qué aprendimos al analizar las afirmaciones de Natalia y Matías?*
- *¿Cómo podemos argumentar la veracidad de ciertas afirmaciones en la sala de clases?*

2º Dé unos minutos para que en parejas piensen en las respuestas. Luego, solicite a algunos que las comenten.

3º Presente y comente las siguientes ideas con sus estudiantes (puede usar diapositivas 18 y 19):

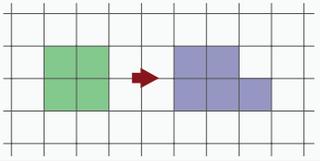
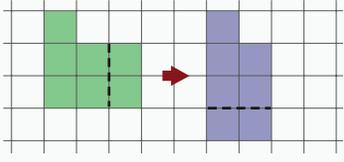
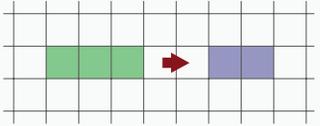
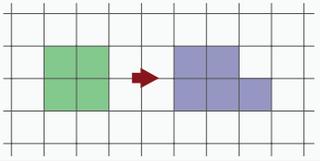
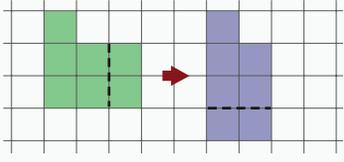
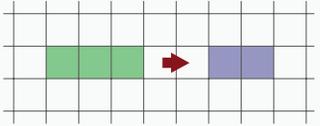
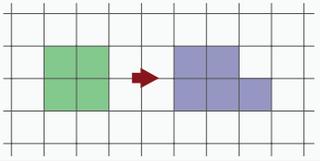
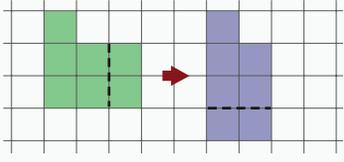
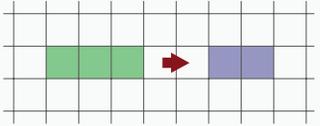
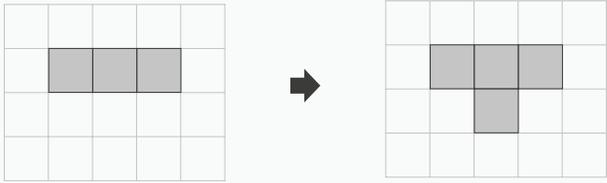
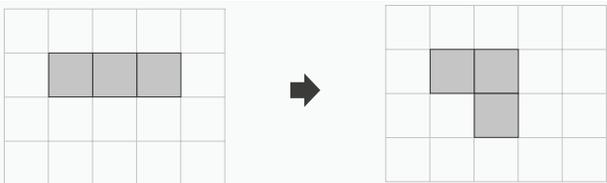
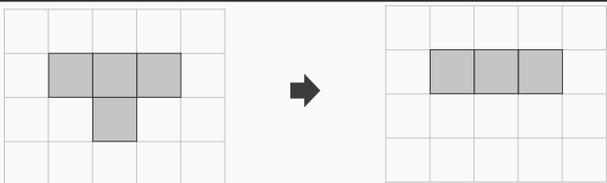
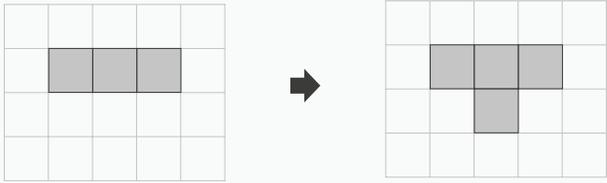
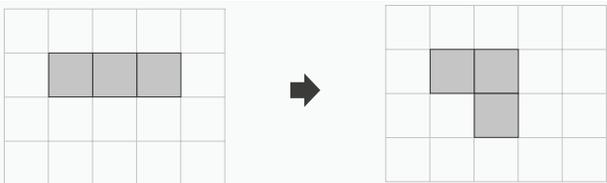
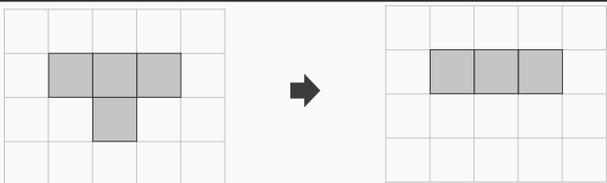
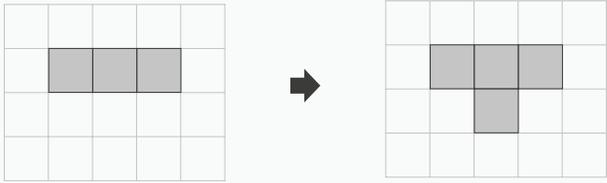
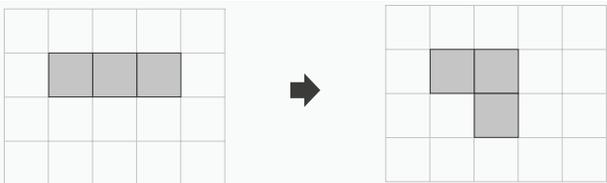
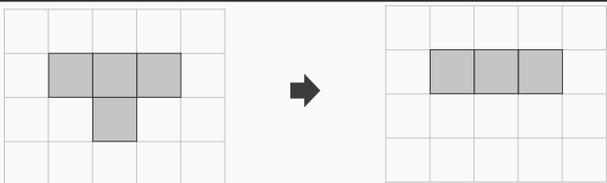
- En esta clase pudimos reconocer todos los casos posibles de variación de área y perímetro e identificar ejemplos para cada uno de ellos. Constatamos que algunos de esos casos resultan más naturales, mientras que otros, al ser contraintuitivos, son más difíciles de reconocer.
- A partir de dos conjeturas acerca de la variación de área y perímetro en cuadrados y rectángulos, concluimos que:
 - En matemática, mostrar que una afirmación se cumple para algunos ejemplos no constituye una prueba de su veracidad. Para ello se requiere un argumento general.
 - Para demostrar que una afirmación no es cierta, basta con encontrar un ejemplo en que dicha afirmación no se cumpla, es decir, un contraejemplo.
- Si bien para justificar la veracidad de una afirmación se requiere una demostración, en el aula se tienen otras alternativas, por ejemplo:
 - dar multiplicidad de ejemplos y no lograr encontrar un contraejemplo (lo que pone de manifiesto que para probar que algo es verdadero, debemos situarnos en el caso de que no lo sea).
 - usar argumentos visuales o material manipulativo.

En general, hay que considerar que las herramientas matemáticas que se utilicen en la sala de clases deben ser acordes a los conocimientos que tienen los niños.

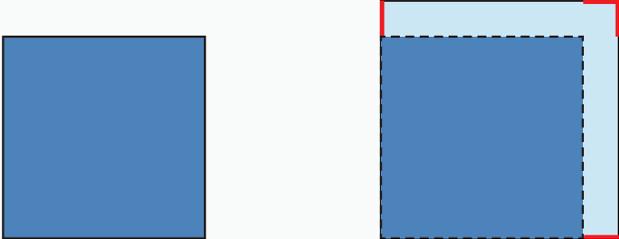
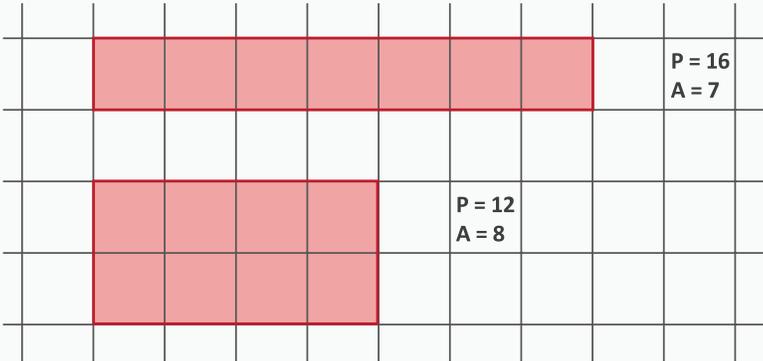
4º Entregue la ficha de sistematización y proponga a los alumnos usarla después de la clase para evaluar y repasar sus aprendizajes. Invítelos a que respondan las preguntas que ahí aparecen, a que revisen las ideas del Recapitulemos y, si lo requieren, a que consulten la bibliografía sugerida para profundizar.

5º Entregue la hoja de la tarea y explíquela brevemente.

RESPUESTAS EXPERTAS

Actividad	Respuesta experta															
<p>Actividad 1 Explorando la variación de área y perímetro</p>	<p>1.</p> <table border="1" data-bbox="544 415 1295 1003"> <thead> <tr> <th colspan="3">Casos de variación de área y perímetro</th> </tr> <tr> <th>Caso</th> <th>Ejemplos</th> <th>Variación</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td></td> <td>Área: aumenta Perímetro: aumenta</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td></td> <td>Área: se mantiene Perímetro: se mantiene</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td></td> <td>Área: disminuye Perímetro: disminuye</td> </tr> </tbody> </table>	Casos de variación de área y perímetro			Caso	Ejemplos	Variación	1		Área: aumenta Perímetro: aumenta	2		Área: se mantiene Perímetro: se mantiene	3		Área: disminuye Perímetro: disminuye
Casos de variación de área y perímetro																
Caso	Ejemplos	Variación														
1		Área: aumenta Perímetro: aumenta														
2		Área: se mantiene Perímetro: se mantiene														
3		Área: disminuye Perímetro: disminuye														
	<p>2. Los ejemplos que se podrían construir son:</p> <table border="1" data-bbox="544 1123 1295 1927"> <thead> <tr> <th>Caso</th> <th>Ejemplos</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>  <p>Área: $3 u^2$ Perímetro: $8 u$</p> <p>Área: $4 u^2$ Perímetro: $10 u$</p> </td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>  <p>Área: $4 u^2$ Perímetro: $8 u$</p> <p>Área: $3 u^2$ Perímetro: $8 u$</p> </td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>  <p>Área: $4 u^2$ Perímetro: $10 u$</p> <p>Área: $3 u^2$ Perímetro: $8 u$</p> </td> </tr> </tbody> </table>	Caso	Ejemplos	1	 <p>Área: $3 u^2$ Perímetro: $8 u$</p> <p>Área: $4 u^2$ Perímetro: $10 u$</p>	2	 <p>Área: $4 u^2$ Perímetro: $8 u$</p> <p>Área: $3 u^2$ Perímetro: $8 u$</p>	3	 <p>Área: $4 u^2$ Perímetro: $10 u$</p> <p>Área: $3 u^2$ Perímetro: $8 u$</p>							
Caso	Ejemplos															
1	 <p>Área: $3 u^2$ Perímetro: $8 u$</p> <p>Área: $4 u^2$ Perímetro: $10 u$</p>															
2	 <p>Área: $4 u^2$ Perímetro: $8 u$</p> <p>Área: $3 u^2$ Perímetro: $8 u$</p>															
3	 <p>Área: $4 u^2$ Perímetro: $10 u$</p> <p>Área: $3 u^2$ Perímetro: $8 u$</p>															

Actividad	Respuesta experta																																				
<p>Actividad 2 Buscando y sistematizando los 9 casos</p>	<p>1. Las combinaciones posibles de variación de área y perímetro son 9. Estas son:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Área aumenta, perímetro aumenta 2. Área aumenta, perímetro se mantiene 3. Área aumenta, perímetro disminuye 4. Área se mantiene, perímetro aumenta 5. Área se mantiene, perímetro se mantiene 6. Área se mantiene, perímetro disminuye 7. Área disminuye, perímetro aumenta 8. Área disminuye, perímetro se mantiene 9. Área disminuye, perímetro disminuye <p>Puesto que la variación del área y la del perímetro tienen 3 posibilidades, la combinación de ambos tipos de variación generará $3 \times 3 = 9$ casos.</p>																																				
	<p>2. Ejemplos para los 9 casos:</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2" rowspan="2"></th> <th colspan="6">Área</th> </tr> <tr> <th colspan="2">Disminuye</th> <th colspan="2">Se mantiene</th> <th colspan="2">Aumenta</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th rowspan="3">Perímetro</th> <th>Disminuye</th> <td> Área: $4 u^2$ Perímetro: $10 u$</td> <td> Área: $4 u^2$ Perímetro: $10 u$</td> <td> Área: $3 u^2$ Perímetro: $8 u$</td> <td> Área: $4 u^2$ Perímetro: $8 u$</td> <td> Área: $5 u^2$ Perímetro: $12 u$</td> <td> Área: $6 u^2$ Perímetro: $10 u$</td> </tr> <tr> <th>Se mantiene</th> <td> Área: $4 u^2$ Perímetro: $8 u$</td> <td> Área: $3 u^2$ Perímetro: $8 u$</td> <td> Área: $3 u^2$ Perímetro: $8 u$</td> <td> Área: $3 u^2$ Perímetro: $8 u$</td> <td> Área: $4 u^2$ Perímetro: $8 u$</td> <td> Área: $4 u^2$ Perímetro: $8 u$</td> </tr> <tr> <th>Aumenta</th> <td> Área: $6 u^2$ Perímetro: $10 u$</td> <td> Área: $5 u^2$ Perímetro: $12 u$</td> <td> Área: $4 u^2$ Perímetro: $8 u$</td> <td> Área: $4 u^2$ Perímetro: $10 u$</td> <td> Área: $3 u^2$ Perímetro: $8 u$</td> <td> Área: $4 u^2$ Perímetro: $10 u$</td> </tr> </tbody> </table>			Área						Disminuye		Se mantiene		Aumenta		Perímetro	Disminuye	 Área: $4 u^2$ Perímetro: $10 u$	 Área: $4 u^2$ Perímetro: $10 u$	 Área: $3 u^2$ Perímetro: $8 u$	 Área: $4 u^2$ Perímetro: $8 u$	 Área: $5 u^2$ Perímetro: $12 u$	 Área: $6 u^2$ Perímetro: $10 u$	Se mantiene	 Área: $4 u^2$ Perímetro: $8 u$	 Área: $3 u^2$ Perímetro: $8 u$	 Área: $3 u^2$ Perímetro: $8 u$	 Área: $3 u^2$ Perímetro: $8 u$	 Área: $4 u^2$ Perímetro: $8 u$	 Área: $4 u^2$ Perímetro: $8 u$	Aumenta	 Área: $6 u^2$ Perímetro: $10 u$	 Área: $5 u^2$ Perímetro: $12 u$	 Área: $4 u^2$ Perímetro: $8 u$	 Área: $4 u^2$ Perímetro: $10 u$	 Área: $3 u^2$ Perímetro: $8 u$	 Área: $4 u^2$ Perímetro: $10 u$
				Área																																	
		Disminuye		Se mantiene		Aumenta																															
Perímetro	Disminuye	 Área: $4 u^2$ Perímetro: $10 u$	 Área: $4 u^2$ Perímetro: $10 u$	 Área: $3 u^2$ Perímetro: $8 u$	 Área: $4 u^2$ Perímetro: $8 u$	 Área: $5 u^2$ Perímetro: $12 u$	 Área: $6 u^2$ Perímetro: $10 u$																														
	Se mantiene	 Área: $4 u^2$ Perímetro: $8 u$	 Área: $3 u^2$ Perímetro: $8 u$	 Área: $3 u^2$ Perímetro: $8 u$	 Área: $3 u^2$ Perímetro: $8 u$	 Área: $4 u^2$ Perímetro: $8 u$	 Área: $4 u^2$ Perímetro: $8 u$																														
	Aumenta	 Área: $6 u^2$ Perímetro: $10 u$	 Área: $5 u^2$ Perímetro: $12 u$	 Área: $4 u^2$ Perímetro: $8 u$	 Área: $4 u^2$ Perímetro: $10 u$	 Área: $3 u^2$ Perímetro: $8 u$	 Área: $4 u^2$ Perímetro: $10 u$																														

Actividad	Respuesta experta
<p>Actividad 3 Validando o refutando afirmaciones</p>	<p>1. La afirmación de Matías es cierta; la de Natalia no.</p> <hr/> <p>2. Para probar que la afirmación de Matías es cierta se puede recurrir a un argumento visual, como el siguiente:</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p><i>En la imagen el lado del cuadrado aumentó una cierta cantidad que está señalada por el segmento rojo. Entonces, el nuevo perímetro será el perímetro inicial más cuatro veces la medida del segmento rojo, y la nueva área será el área del cuadrado azul más el área coloreada celeste.</i></p> <p>Para probar que la afirmación de Natalia no es cierta se puede recurrir a un contraejemplo como el siguiente:</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>En este caso el área aumenta y el perímetro disminuye. A diferencia de lo que ocurre en un cuadrado, es posible aumentar el área de un rectángulo aumentando la medida de un lado y disminuyendo la del otro.</p>



**MATERIAL PARA
LOS ESTUDIANTES**





MATERIAL **CLASE 1**

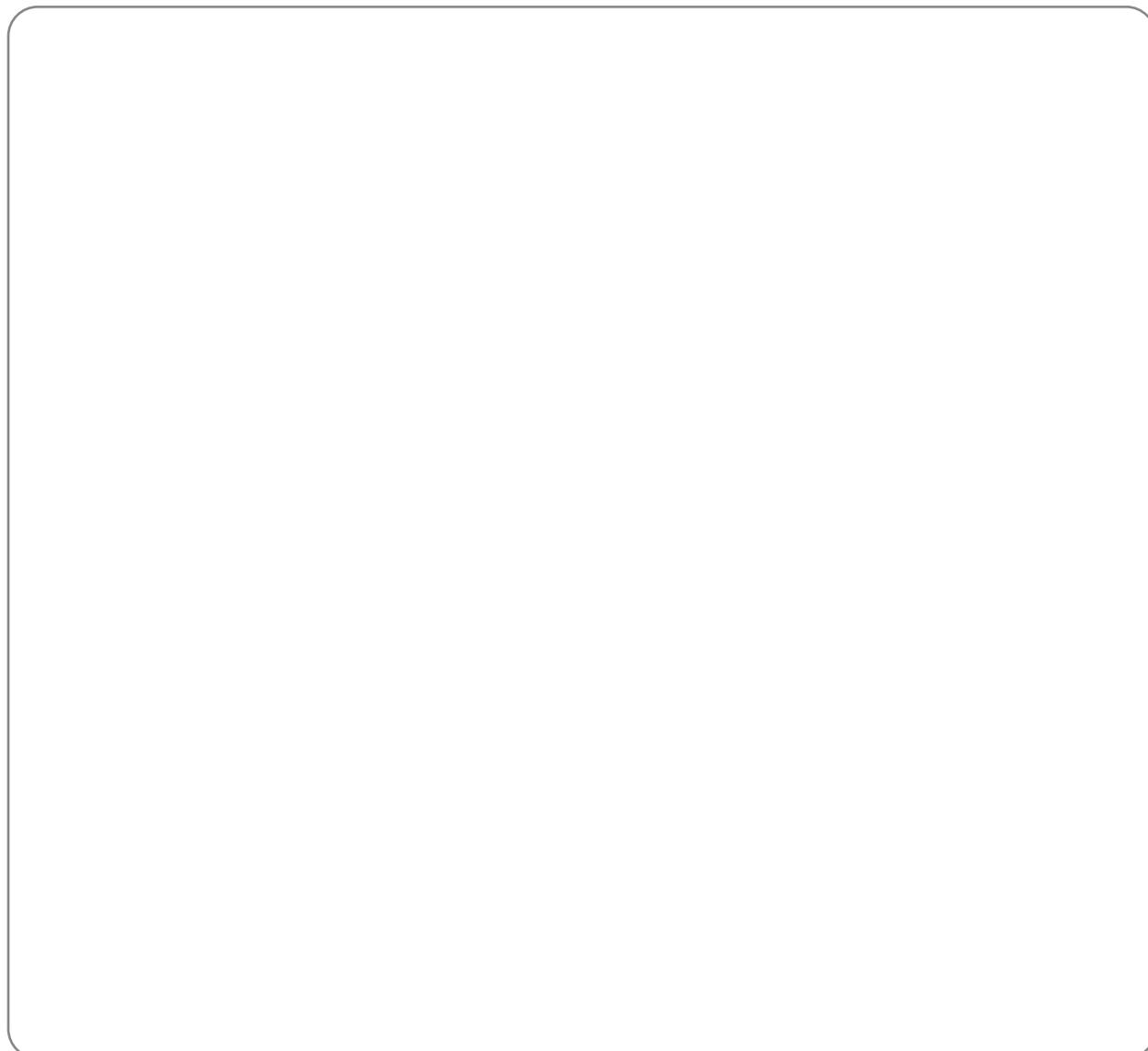
Actividad 1

Trabajo en parejas

Analicen la siguiente situación de aula y respondan la pregunta que se presenta a continuación:

La profesora Laura está interesada en indagar las ideas que tienen sus alumnos sobre la relación entre las variaciones del área y del perímetro. Al preguntar, se da cuenta de que la mayoría cree que al aumentar el área de una figura, su perímetro también debe aumentar.

1. ¿Es correcta la afirmación que realizan estos alumnos? Justifiquen.



Actividad 2

Trabajo en parejas

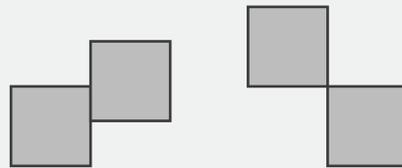
1. Completen la siguiente tabla con distintas figuras que se puedan formar al yuxtaponer cuadrados de igual tamaño. Observen los ejemplos que se presentan. Además, para cada figura que formen registren su área (A) y su perímetro (P).

Para realizar la actividad, consideren las siguientes observaciones:

- Yuxtaponer es hacer coincidir completamente el lado de un cuadrado con el lado de otro como se muestra a continuación:

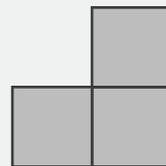
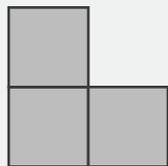


Yuxtaponidos

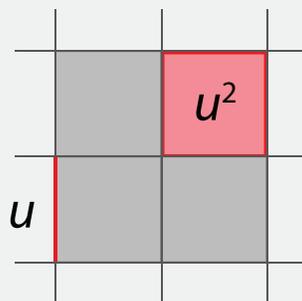


No yuxtaponidos

- Se considerará como figuras “iguales” a aquellas que puedan superponerse exactamente una sobre la otra mediante movimientos tales como traslaciones, rotaciones y reflexiones. Por ejemplo, las siguientes figuras son “iguales”:

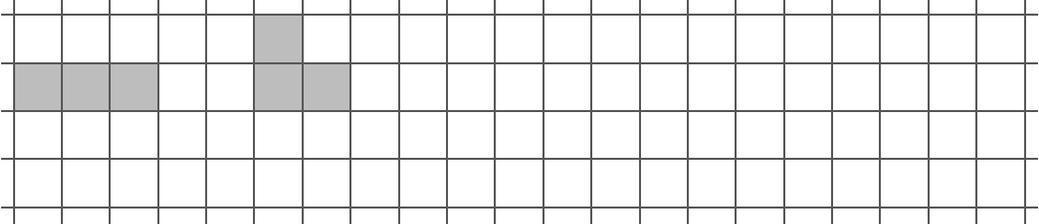
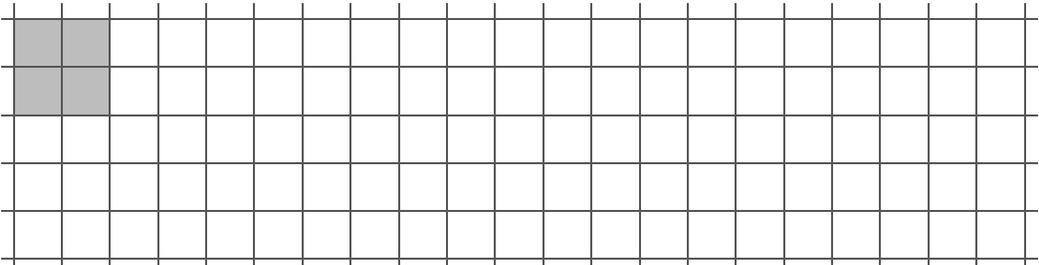
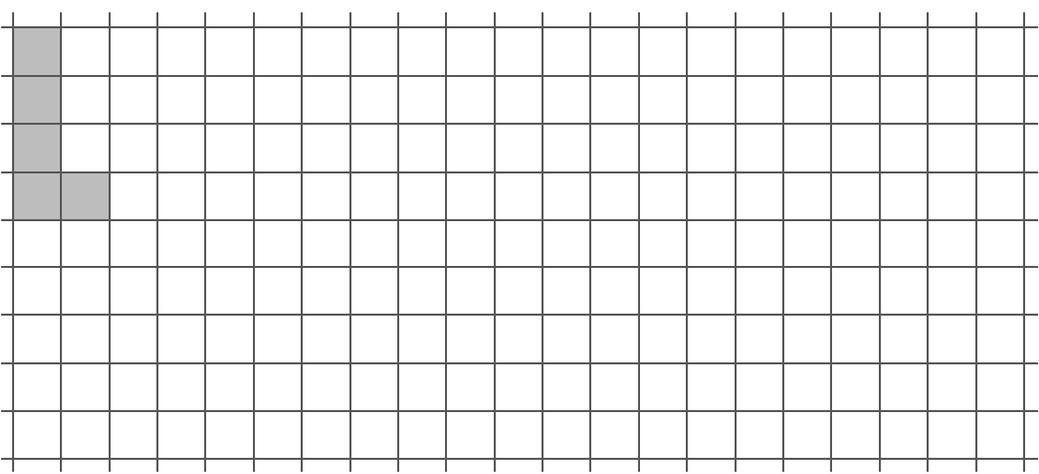


- Utilicen como unidad de área un cuadrado de la figura y como unidad de longitud el lado de uno de esos cuadrados, como se muestra en el siguiente ejemplo:

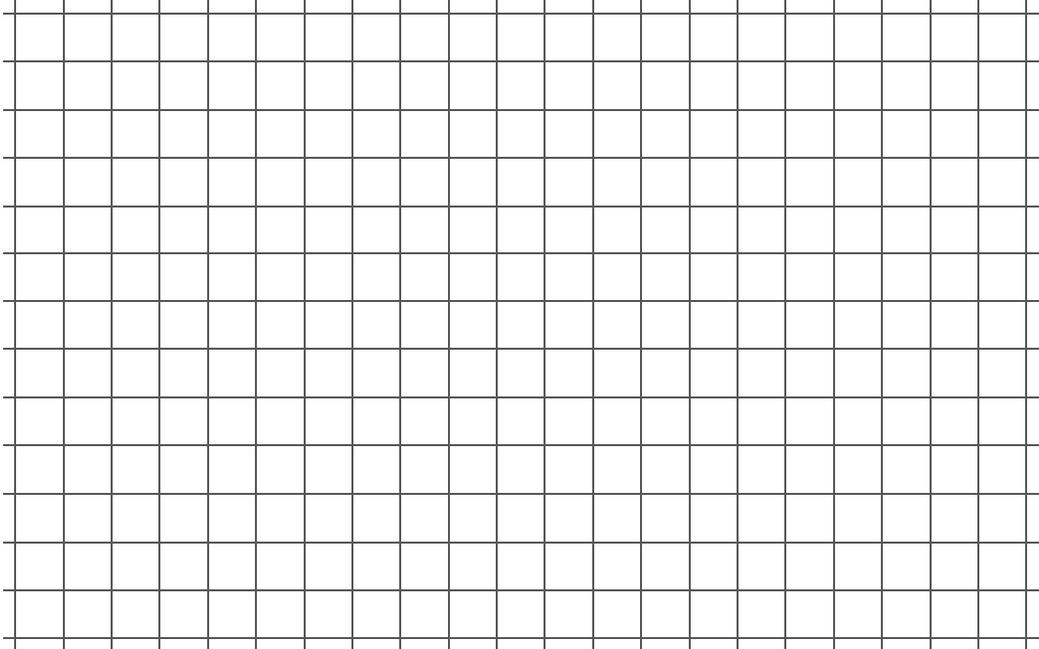


$$A = 4 u^2 ; P = 8 u$$

Actividad 2

Número de cuadrados	Figuras que se pueden formar yuxtaponiendo cuadrados.
3	 <p>A = _____ A = _____ P = _____ P = _____</p>
4	 <p>A = _____ P = _____</p>
5	 <p>A = _____ P = _____</p>

Actividad 2

Número de cuadrados	Figuras que se pueden formar yuxtaponiendo cuadrados.
6	 <p>A = _____ P = _____</p>

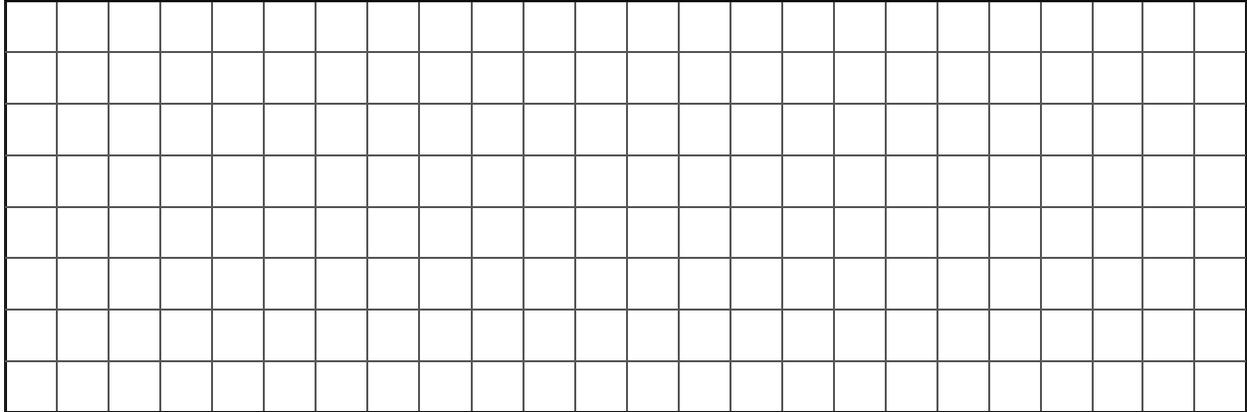
2. Las figuras de igual área ¿tienen siempre el mismo perímetro? Justifiquen.

3. Al considerar pares de figuras de igual área y distinto perímetro, ¿de qué depende que un perímetro sea mayor que el otro?

Actividad 3

Trabajo en parejas

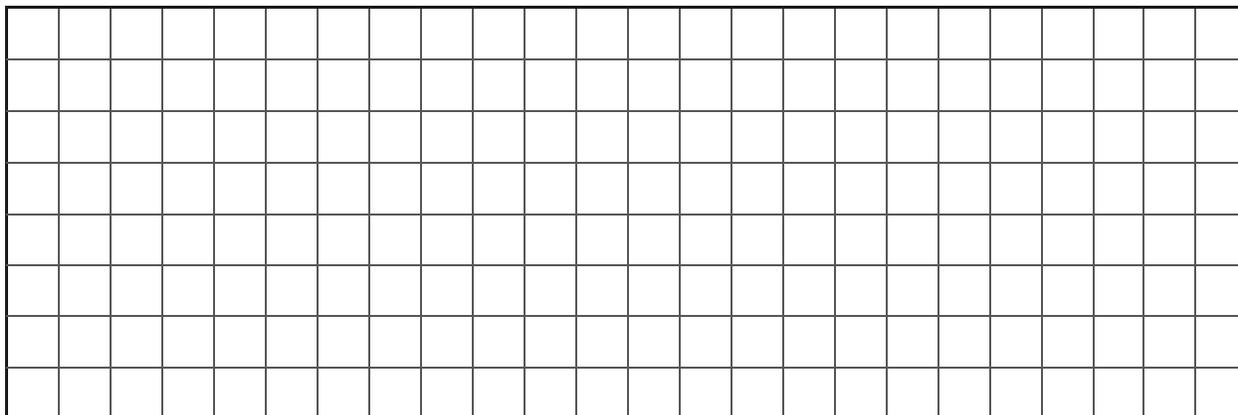
1. Construyan distintas figuras cuyo perímetro sea 12 unidades. ¿Tienen todas la misma área? Justifiquen lo que observaron.

A large, empty rounded rectangular box with a thin black border, intended for students to write their justifications for the activity.

Actividad 4

Trabajo en parejas

1. Construyan una secuencia de tres figuras que podría usar Laura, la profesora de la Actividad 1, para que sus alumnos reconozcan que al aumentar el área, el perímetro no necesariamente aumenta. Justifiquen la elección de su secuencia señalando la manera en que varían el área y el perímetro de las figuras en cada caso.

A large, empty rounded rectangular box with a thin black border, intended for writing a justification.

Unidad de aprendizaje

Variaciones de área y perímetro

Clase 1

Exploración de variaciones de área y perímetro

Meta de la clase

Al finalizar la clase se espera que hayas logrado reconocer y justificar que en una figura plana cerrada no existe una relación general entre la variación del área y la del perímetro, y además seas capaz de elaborar secuencias de figuras que permitan confrontar la intuición inicial de covariación que suelen tener los niños y niñas respecto del área y del perímetro.

Palabras clave

Área, perímetro, variaciones.

Preguntas que ahora puedes responder

- *Al aumentar el área de una figura, ¿también aumenta su perímetro?*
- *Al aumentar el perímetro de una figura, ¿también aumenta su área?*
- *¿Qué ejemplos o qué tipos de figuras permiten mostrar cómo la variación del área de una figura afecta al perímetro?*

Recapitulemos

- Es habitual en niños y niñas suponer que si el área de una figura aumenta, su perímetro necesariamente aumenta. Sin embargo, esta concepción es errónea, ya que no existe una relación de dependencia entre el área y el perímetro de figuras planas.
- Las figuras con las que se trabaja habitualmente en la escuela (rectángulos, cuadrados, etc.) no favorecen la construcción de buenos ejemplos para contrastar las intuiciones iniciales de niños y niñas respecto de variaciones de área y perímetro. Los políminós, en cambio, que son figuras formadas por cuadrados iguales yuxtapuestos, permiten construir una diversidad de ejemplos de todas las variaciones de área y perímetro.
- Es usual que niños y niñas conjeturen acerca de la covariación entre área y perímetro. Por ello, parte importante de la labor docente consiste en fomentar la capacidad de análisis de los niños y niñas y orientarlos a evaluar de manera crítica estas conjeturas.

- El conocimiento de las dificultades y razonamientos de niños y niñas asociados a determinados contenidos, como las variaciones de área y perímetro, es un conocimiento específico esencial para la labor del profesor. Sin embargo, no siempre el futuro profesor podrá anticiparse a las conjeturas de los niños y niñas, por lo que es importante que se enfrente previamente al trabajo matemático de construcción y análisis, ya que esto le dará flexibilidad de pensamiento para atender a este tipo de demandas.

Para profundizar

Te sugerimos revisar las siguientes referencias:

Curso Trabajando con la medida y medición: Módulo 2, Taller 4, Actividad 2, índex 01 y 02.

Reyes, C., Dissett L. y Gormaz R. (2013). *Geometría. Colección ReFIP: Recursos para la formación de profesores de Educación Básica*. Santiago. Chile: Ediciones SM Chile. Capítulo IV (pp. 132- 168).

MATERIAL **CLASE 2**

Actividad 3

Trabajo en parejas

Analicen el siguiente diálogo entre dos alumnos de 5° año básico:

Matías: Si dibujo un cuadrado y luego pienso en modificar las medidas de sus lados de manera que siga siendo un cuadrado, entonces si aumenta el área, también aumenta el perímetro.

Natalia: Ah, pero eso también es cierto para el rectángulo.

1. ¿Son ciertas las afirmaciones de Matías y Natalia?

2. ¿De qué manera podrían probar si son ciertas o no? Expliquen.

Unidad de aprendizaje

Variaciones de área y perímetro

Clase 2

Los nueve casos de variaciones de área y perímetro

Meta de la clase

Al finalizar la clase se espera que hayas logrado identificar y generar ejemplos de todos los casos de variación de área y perímetro, comprender las maneras de probar la veracidad de una afirmación y reflexionar sobre la relevancia de este conocimiento para la enseñanza.

Palabras clave

Área, perímetro, nociones básicas de medición de longitud y área, contraejemplos e independencia entre las variaciones de área y perímetro.

Preguntas que ahora puedes responder

- ¿Cuáles son los casos de variación de área y perímetro? Da un ejemplo de cada uno.
- ¿De qué manera puedo determinar la veracidad o falsedad de una afirmación?
- ¿Por qué es importante para un profesor contar con este tipo de conocimientos?

Recapitulemos

- Al hacer un análisis de las variaciones posibles de área y perímetro de figuras geométricas se obtienen 9 casos que se pueden sistematizar en la siguiente tabla:

		Área					
		Disminuye		Se mantiene		Aumenta	
Perímetro	Disminuye						
	Área: 4 u ²	Área: 3 u ²	Área: 4 u ²	Área: 4 u ²	Área: 5 u ²	Área: 6 u ²	
	Perímetro: 10 u	Perímetro: 8 u	Perímetro: 10 u	Perímetro: 8 u	Perímetro: 12 u	Perímetro: 10 u	
Perímetro	Se mantiene						
	Área: 4 u ²	Área: 3 u ²	Área: 3 u ²	Área: 3 u ²	Área: 3 u ²	Área: 4 u ²	
	Perímetro: 8 u	Perímetro: 8 u	Perímetro: 8 u	Perímetro: 8 u	Perímetro: 8 u	Perímetro: 8 u	
Perímetro	Aumenta						
	Área: 6 u ²	Área: 5 u ²	Área: 4 u ²	Área: 4 u ²	Área: 3 u ²	Área: 4 u ²	
	Perímetro: 10 u	Perímetro: 12 u	Perímetro: 8 u	Perímetro: 10 u	Perímetro: 8 u	Perímetro: 10 u	

- Los casos en que ambas magnitudes varían de la misma forma resultan más fáciles de identificar, ya que suelen ser intuitivos. En cambio, los casos en que ambas magnitudes varían de manera opuesta son más difíciles de reconocer. Estos suelen ser contraintuitivos.
- En matemática, mostrar que una afirmación se cumple para algunos ejemplos no constituye una prueba de su veracidad. Para ello, se requiere un argumento general.
- Para demostrar que una afirmación no es cierta, basta con encontrar un ejemplo en que dicha afirmación no se cumpla, es decir, un contraejemplo.
- Si bien para justificar la veracidad de una afirmación se requiere una demostración, en el aula se tienen otras alternativas, por ejemplo:
 - multiplicidad de ejemplos y no lograr encontrar un contraejemplo (lo que pone de manifiesto que para probar que algo es verdadero, debemos situarnos en el caso de que no lo sea).
 - usar argumentos visuales o material manipulativo.
- En general hay que considerar que las herramientas matemáticas que se utilicen en la sala de clases deben ser acordes a los conocimientos que tienen los niños.

Para profundizar

Te sugerimos revisar las siguientes referencias:

Curso Trabajando con la medida y medición: Módulo 2, Taller 4, Actividad 2, índex 01 y 02.

D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2007). *Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes*. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 10(1), 39-68.

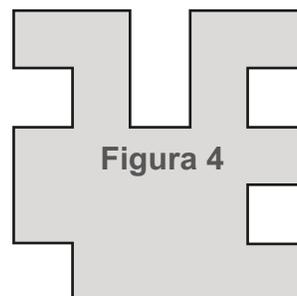
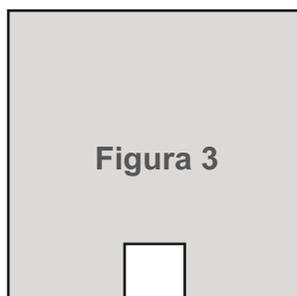
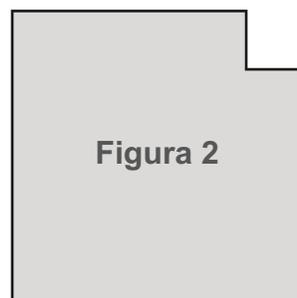
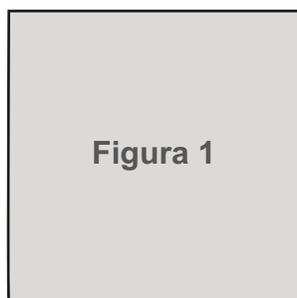
Liping Ma. (2010). *Conocimiento y enseñanza de las matemáticas elementales* (pp. 105-109). Santiago, Chile: Academia Chilena de Ciencias.

Reyes, C., Dissett L. y Gormaz R. (2013). *Geometría. Colección ReFIP: Recursos para la formación de profesores de Educación Básica*. Santiago. Chile: Ediciones SM Chile. Capítulo IV (pp. 132- 168).

Tarea: Ejercitando lo aprendido

Trabajo individual

Las siguientes figuras están formadas por un número desconocido de cuadrados. Al número de cuadrados de la Figura 1 le llamaremos n , por lo que su área es n^2 y su perímetro es $4n$.



1. ¿Cómo varían el área y el perímetro en las figuras 2, 3 y 4 con respecto a la Figura 1?

Tarea: Ejercitando lo aprendido

2. Considera el siguiente recurso interactivo: <https://www.geogebra.org/m/ymZMWz3k>, en el que se observa una pieza azul indivisible, formada sólo por triángulos equiláteros.

Responde:

- a. ¿Cuál es el área y cuál es el perímetro de la figura azul?

Indicación: Para el área considera como unidad de medida el área de un triángulo, y para el perímetro, la longitud del lado del triángulo equilátero.

- b. Luego agrega a la figura azul 1, 2 o 3 triángulos equiláteros iguales, yuxtaponiendo sus lados, y determina el perímetro y el área en cada caso.

- c. Al yuxtaponer sólo un triángulo a la figura azul, ¿la variación del perímetro siempre es igual? Explica.

- d. Al agregar sólo un triángulo a la figura azul, ¿puede el perímetro aumentar 2 unidades? Justifica.

- e. Al aumentar el perímetro en 1 unidad, ¿puede incrementarse el área en 3 unidades cuadradas? Justifica.