

SITUACIONES MULTIPLICATIVAS

UNIDAD DE APRENDIZAJE

UNIDADES PARA LA FORMACIÓN INICIAL DOCENTE EN MATEMÁTICA



fcfm

FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

CMMEdu



FONDEF
Fondo de Fomento al Desarrollo
Científico y Tecnológico



Este material fue elaborado en el marco del Proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119 (2017-2019): Metodologías innovadoras para la formación inicial de profesores de Educación Básica: Modelo basado en prácticas efectivas de aula y tecnologías de la información.

Esta unidad de aprendizaje fue probada en cursos de carreras de Pedagogía en Educación Básica como parte del proceso de elaboración. Agradecemos a la profesora Sandra Burgos de la Universidad Austral de Chile y a sus estudiantes por sus valiosas contribuciones al desarrollo de esta unidad.

Equipo de creación:

Grecia Gálvez P. CMM, Universidad de Chile.
Karen Pino G. Universidad de Atacama.
Aldo Ramírez M. CMM, Universidad de Chile.
María Teresa Fajardo P. Universidad de Atacama.

Equipo de edición:

Pablo Dartnell R. CIAE-CMM, Universidad de Chile.
Alejandro López C. Universidad Andrés Bello.
Salomé Martínez S. CMM, Universidad de Chile.
Ricardo Salinas P. CMM, Universidad de Chile.

ÍNDICE

MATERIAL PARA EL FORMADOR	5
VISIÓN GLOBAL DE LA UNIDAD	7
PLANIFICACIONES DE CLASES	15
PLANIFICACIÓN CLASE 1	17
PLANIFICACIÓN CLASE 2	45
PLANIFICACIÓN CLASE 3	71
MATERIAL PARA LOS ESTUDIANTES	95

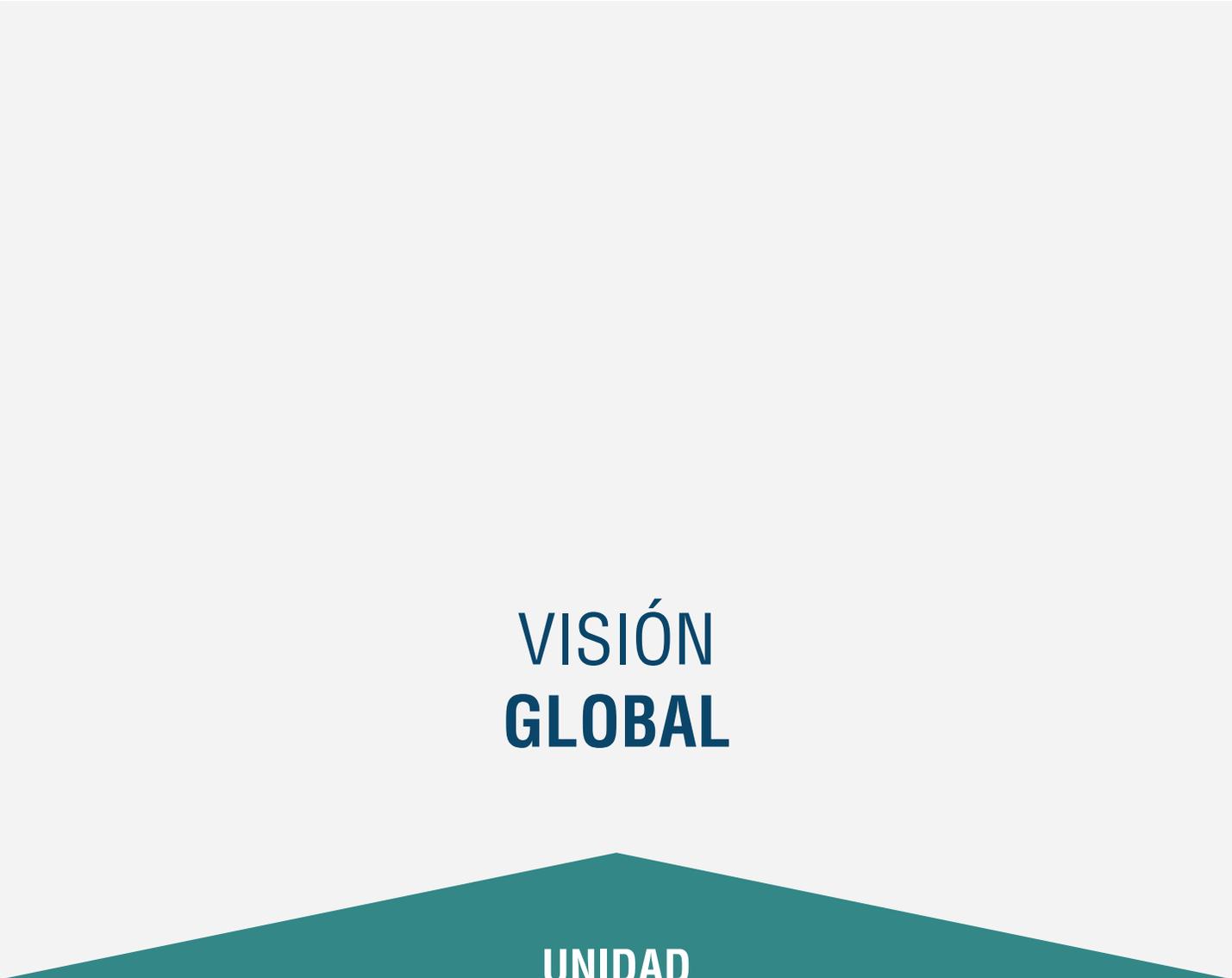




**MATERIAL
PARA EL FORMADOR**







VISIÓN GLOBAL



UNIDAD
SITUACIONES MULTIPLICATIVAS



UNIDAD

SITUACIONES MULTIPLICATIVAS

El propósito que se persigue con esta unidad es que los/las profesores/as en formación inicial identifiquen tres tipos de situaciones multiplicativas, visualicen la relación inversa entre las operaciones de multiplicación y división y reflexionen sobre el empleo de estos conocimientos en la planificación y conducción de procesos de enseñanza-aprendizaje en el campo multiplicativo.

En la unidad se abordan las situaciones multiplicativas de agrupación, de combinación y de comparación. En ellas, al variar la posición de la incógnita, es posible formular problemas que se resuelven con una multiplicación o con una división. Así, los/las estudiantes plantean, resuelven y clasifican problemas; analizan sus posibles representaciones pictóricas, y reconocen la expresión $a \cdot b = c$ como aquella que permite *modelar* las relaciones entre los datos.

1. Fundamentación del tema

Los números naturales y las cuatro operaciones aritméticas han constituido una parte fundamental del currículum de la educación básica desde los orígenes de la escolaridad. Por lo general, las operaciones se estudian de manera separada de acuerdo con el siguiente orden: adición, sustracción, multiplicación y división. Sin embargo, desde fines del siglo pasado, para conceptualizarlas y abordar la resolución de problemas, se ha desarrollado una tendencia a asociarlas en dos bloques: situaciones aditivas y situaciones multiplicativas. Esta clasificación tiene su origen en la Teoría de los Campos Conceptuales de G. Vergnaud (1990).

Según Vergnaud, el campo conceptual de las estructuras multiplicativas es, a la vez, el conjunto de las situaciones cuyo tratamiento implica una o varias multiplicaciones o divisiones y el conjunto de conceptos y teoremas que permiten analizar dichas situaciones. Entre los conceptos que pertenecen al campo multiplicativo se incluyen: proporción simple y múltiple, función lineal, cociente y producto de dimensiones, combinación y aplicación lineal, fracción, razón, número racional, múltiplo y divisor, etc. También plantea que los conceptos del campo multiplicativo debieran relacionarse explícitamente al avanzar en su estudio. Esto es convergente con la línea de desarrollo curricular que propiciamos en esta unidad, con la que se persigue que los/las estudiantes establezcan relaciones robustas entre los conocimientos matemáticos a medida que los van estudiando.

Vergnaud propuso, además, organizar las situaciones multiplicativas en tres categorías:

- isomorfismo de medidas,
- único espacio de medidas,
- producto de medidas.

Estas categorías son las que se estudian en esta unidad, aunque los nombres que utilizamos son los que se han difundido gracias al aporte de diversos investigadores en didáctica y desarrolladores curriculares.

Las situaciones multiplicativas son importantes para la enseñanza escolar, ya que en los Programas Oficiales el estudio de la multiplicación y de la división en los números naturales comienza en el segundo año básico y continúa hasta el quinto. Un aspecto central de esta unidad es el estudio de la relación inversa entre multiplicación y división, considerada en los programas de tercer y cuarto año básico, en los cuales se proponen como objetivos de aprendizaje los siguientes:

- Demostrar que comprenden la división en el contexto de las tablas de hasta $10 \cdot 10$, describiendo y aplicando la relación inversa entre la división y la multiplicación (3° básico).
- Demostrar que comprenden la división con dividendos de dos dígitos y divisores de un dígito, utilizando la relación que existe entre la división y la multiplicación (4° básico).

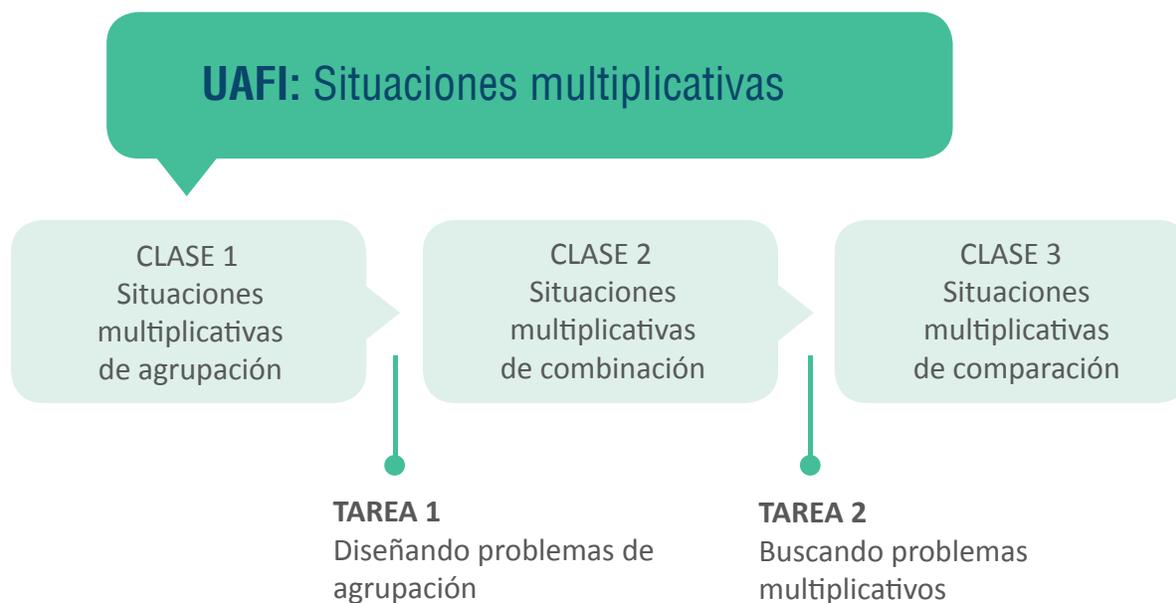
Otro aspecto fundamental de esta unidad es otorgarle importancia al estudio de la multiplicación y la división en el contexto de diversos tipos de situaciones multiplicativas. Esto no está considerado en los Programas Oficiales, ya que prácticamente la totalidad de los ejemplos de problemas de multiplicación y de división que se proponen en los programas de 2° a 5° básico, corresponden a situaciones de agrupación. Más aún, la mayoría de los ejemplos de división corresponden a repartos equitativos y solo una pequeña cantidad a agrupamientos en base a una medida.

En esta unidad se abordan los siguientes contenidos referidos al estudio de números y operaciones para la enseñanza de la matemática en Educación Básica:

- Reconocer y generar tipos de problemas del campo multiplicativo: de proporcionalidad, iteración de una medida y de productos de medida (agrupamiento basado en una medida).
- Comprender la relación entre la multiplicación y la división, formulando problemas del campo multiplicativo que enfatizan la reversibilidad.
- Resolver problemas que involucran cálculo de multiplicaciones y divisiones.

La unidad busca que el/la futuro/a profesor/a disponga de criterios para diseñar, adaptar o seleccionar variados problemas del campo multiplicativo, y que tome conciencia de que un mismo contexto situacional puede serle útil para elaborar problemas que se resuelven con una multiplicación o con una división. Así, esta unidad busca hacer un aporte sistemático para incorporar el estudio de las situaciones multiplicativas en la formación inicial docente. Para su elaboración se utilizó la categorización propuesta por Vergnaud (2001).

2. Estructura de la UAFI



La **primera clase** comienza con una actividad de exploración en la que, a partir de dos componentes de una situación multiplicativa de agrupación, los/las estudiantes formulan problemas cuya solución es el tercer componente de la misma situación. Así, generan un problema de multiplicación y dos de división. Luego realizan una actividad en la que asocian los problemas producidos a diagramas de barra que los representan, visualizando los tres diferentes lugares que puede ocupar la incógnita. En la última actividad, de aplicación de conocimientos y sistematización, caracterizan las situaciones multiplicativas de agrupación, reconocen su representación mediante un diagrama de conjuntos y utilizan una expresión del tipo $a \cdot b = c$ para modelarlas.

En la **tarea 1**, los/las estudiantes escogen un trío de números e inventan una situación multiplicativa de agrupación. A partir de ella, diseñan tres problemas, identificando a qué dato o componente corresponde la incógnita en cada uno de ellos.

La **segunda clase** comienza con una actividad de exploración en la que los/las estudiantes transforman un problema multiplicativo de combinación, variando el lugar de la incógnita, y asocian la situación dada a un diagrama de árbol. Luego, realizan una actividad de construcción de conocimientos en la que reconocen que esta nueva situación no se ajusta al modelo utilizado para las situaciones de agrupación e identifican problemas que corresponden al nuevo tipo de situaciones encontrado (de combinación). En la siguiente actividad, de sistematización, caracterizan las situaciones multiplicativas de combinación a través de sus datos o componentes y utilizan una expresión del tipo $a \cdot b = c$ para modelarlas. En la última actividad, de aplicación de conocimientos, apoyándose en un recurso interactivo, utilizan diagramas rectangulares para representar situaciones multiplicativas de agrupación y de combinación.

En la **tarea 2**, los/las estudiantes buscan problemas de multiplicación y división en libros de texto escolares revisando los capítulos pertinentes. Seleccionan 20 problemas y los clasifican según la situación multiplicativa a la que correspondan: agrupación, combinación o ninguna de ellas, y reconocen la operación con que se resuelven.

En la **tercera clase** los/las estudiantes elaboran un problema que se resuelve con una multiplicación y dos que se resuelven con una división, a partir de una situación multiplicativa que aún no han caracterizado como “de comparación”. Después, de un conjunto de cuatro problemas identifican los dos que corresponden a situaciones de comparación y caracterizan las situaciones de comparación multiplicativa utilizando designaciones genéricas para sus componentes y relacionándolos con un modelo del tipo $a \cdot b = c$. A continuación, analizan un caso hipotético de aula que les permite establecer diferencias entre las situaciones de comparación aditivas y multiplicativas. Finalmente, establecen relaciones entre tres problemas elaborados a partir de situaciones multiplicativas, clasificándolos según el tipo de situación multiplicativa que los origina (de agrupación, de combinación o de comparación) y el lugar que ocupa la incógnita en el modelo $a \cdot b = c$.

3. Profundización de los contenidos

En esta unidad abordamos el estudio de tres tipos de situaciones multiplicativas que designamos como: de agrupación, de comparación multiplicativa y de combinación.

A las situaciones que en nuestra unidad llamamos “situaciones de agrupación”, Vergnaud les llama “de isomorfismo de medidas”, ya que su estructura consiste en una proporción entre dos espacios de medidas, correspondientes a dos clases de elementos. A cada elemento de una clase le corresponde una cantidad determinada de elementos de la otra clase, estableciéndose una relación “de uno a varios”. Por ejemplo, a cada canasta le corresponden 5 manzanas. Vergnaud afirma que en estas situaciones los números involucrados no son 3, como en nuestro modelo $a \cdot b = c$, sino 4. El cuarto número que interviene es un 1, como puede apreciarse en la siguiente proporción, $1 : 5 = 4 : 20$, que puede interpretarse como “1 canasta es a 5 manzanas, como 4 canastas son a 20 manzanas”, la que permite calcular la cantidad de manzanas contenidas en cualquier número n de canastas, ya que $1 : 5 = n : 5n$. Es por esto por lo que a estas situaciones también se les llama “de variación proporcional” o “de proporcionalidad directa” (Navarro y Venegas, 2005; Unidades LEM, 2007).

A las situaciones que en nuestra unidad llamamos “de comparación multiplicativa”, Vergnaud les llama “de un único espacio de medidas”. En ellas intervienen tres números, dos que se refieren a las cantidades o medidas que se comparan y un tercero, habitualmente designado por el término “veces”, que corresponde al factor de comparación. Por ejemplo, comparar el peso de una bicicleta con el de un automóvil determinando cuántas veces mayor es el peso del automóvil. Estas situaciones también son designadas como “de comparación por cociente”, lo que facilita su diferenciación de las situaciones “de comparación por diferencia” (Navarro y Venegas, 2005).

A las situaciones que en nuestra unidad llamamos “de combinación”, Vergnaud les llama “de producto de medidas”, pues su estructura consiste en la composición cartesiana de dos espacios de medidas, lo que genera un tercer espacio. Por ejemplo, al combinar un conjunto de m adultos con un conjunto de n niños, se generan $m \cdot n$ duplas formadas por un adulto y un niño. Una variante de estas situaciones, no incluida en nuestra unidad, dada la complejidad en la producción del tercer espacio, corresponde al cálculo de áreas de superficies rectangulares como producto de las medidas lineales de sus lados.

También suelen distinguirse como otro tipo de situaciones multiplicativas las “de arreglo rectangular” o “bidimensional”, en las que los elementos, todos pertenecientes a una misma clase, están dispuestos según una configuración rectangular en filas y columnas, formando un rectángulo, como las butacas de un cine (Navarro y Venegas, 2005; Lewin et al., 2014).

Durante el desarrollo de la unidad se promueve la asociación entre situaciones y problemas multiplicativos y diversas representaciones pictóricas: diagramas de barra, de conjuntos, de árbol y rectangulares, con el propósito de dotar a los/las futuros/as profesores/as de herramientas que les permitan facilitar a los escolares la comprensión de la relación entre datos e incógnita en los problemas multiplicativos. En particular, consideramos importante que se apropien del diagrama rectangular que, siendo más genérico que los otros, permite visualizar claramente el carácter bidimensional y la propiedad conmutativa de la multiplicación.

El siguiente cuadro constituye un resumen de los tipos de situación multiplicativa estudiados, de los datos o componentes de cada una de estas situaciones y de las relaciones entre ellos. Al generar problemas variando la posición de la incógnita, el problema se resuelve mediante una multiplicación o una división. Esto puede generalizarse a partir del modelo $a \cdot b = c$, en el que cada letra representa un determinado componente de cada una de las situaciones.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
Agrupación	Cantidad de grupos.	Cantidad de elementos por grupo.	Total de elementos.
Combinación	Cantidad de elementos de un grupo.	Cantidad de elementos del otro grupo.	Total de combinaciones posibles.
Comparación	Factor de comparación.	Cantidad referente.	Cantidad comparada.
	Incógnita: <i>a</i> Datos: <i>b</i> y <i>c</i> Operación que resuelve: división, $c : b = a$	Incógnita: <i>b</i> Datos: <i>a</i> y <i>c</i> Operación que resuelve: división, $c : a = b$	Incógnita: <i>c</i> Datos: <i>a</i> y <i>b</i> Operación que resuelve: multiplicación, $a \cdot b = c$

Cabe señalar que, con el fin de facilitar la conceptualización de la multiplicación y de la división como operaciones inversas, en todos los ejemplos de situaciones o problemas hemos recurrido al uso de “tríos numéricos multiplicativos”, esto es, tres números naturales tales que uno de ellos corresponda al producto de los otros dos; por lo tanto, todos los problemas de división producidos tienen resto cero. Además, en las situaciones de comparación multiplicativa hemos considerado como “cantidad referente” a la menor de las dos cantidades que se comparan para que el “factor de comparación” sea un número natural.

Por otra parte, para secuenciar las tres clases que componen esta unidad, decidimos iniciar el estudio de las situaciones multiplicativas con las de agrupación, que son las más utilizadas para generar problemas en los primeros años de la Educación Básica. Luego, estudiamos las de

combinación, en las que la diferencia con las primeras es muy marcada, a fin de incrementar la demanda cognitiva que implica para los/las estudiantes incorporarlas a una misma categoría conceptual. Finalmente, abordamos las situaciones multiplicativas de comparación, en las que el factor de comparación resulta fácil de relacionar con la cantidad de grupos en las situaciones de agrupación, ya que ambos funcionan como operadores multiplicativos. En las situaciones de combinación, en cambio, existe una cierta simetría entre el rol que juegan los dos grupos de elementos que se combinan.

4. Referencias bibliográficas

Gálvez, G., Navarro, S., Riveros, M. y Zanocco, P. (1998). Vida, números y formas. Programa de las Novecientas Escuelas. Mineduc. Taller 11: Situaciones y combinaciones multiplicativas.

MINEDUC. (2013). Bases curriculares de Matemática para Educación Básica (1° a 6° básico).

Navarro, S. y Venegas, M. (2005). Talleres Comunales de Perfeccionamiento. Nivel Básico 2 (NB2). Educación Matemática. CPEIP – DEG (LEM), Mineduc.

Lewin, R., López, A., Martínez, S., Rojas, D., y Zanocco, P. (2014). REFIP Matemática: Números para futuros profesores de Educación Básica. Santiago: Ediciones SM.

Unidades Didácticas Asesoría a la escuela para la implementación curricular en lenguaje y matemática, LEM. Unidad 3, Cuarto Básico. Estudiando problemas multiplicativos y técnicas para dividir: Fundamentos centrales (Págs. 9-11) y Orientaciones para el docente: http://lem.uct.cl/?page_id=9

Vergnaud, G. (1981). El niño, las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Trillas Editorial.

Vergnaud, G. (1990). La teoría de los campos conceptuales. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 10, nº 2, 3, pp. 133-170. https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/122730/mod_resource/content/1/art_vergnaud_espanhol.pdf

Vergnaud, G. (2001). Problemas aditivos y multiplicativos, en Chamorro, M. C. (Ed.) Dificultades del aprendizaje de la matemática, Madrid, MECD.



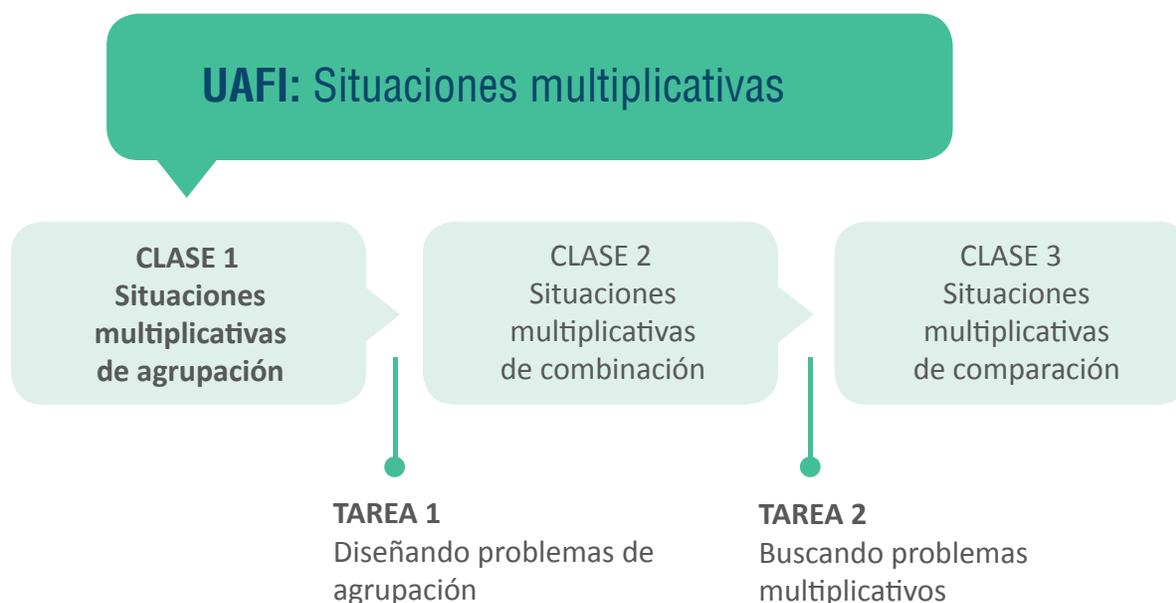
PLANIFICACIONES

UNIDAD
SITUACIONES MULTIPLICATIVAS



PLANIFICACIÓN

CLASE 1



CLASE 1: SITUACIONES MULTIPLICATIVAS DE AGRUPACIÓN

DESCRIPCIÓN DE LA CLASE

Meta de la clase	Al finalizar la clase se espera que los futuros profesores ¹ logren caracterizar las situaciones multiplicativas de agrupación y, a partir de ellas, generar problemas de multiplicación y de división.
Descripción de la clase	<p>La clase comienza con una actividad de exploración (act. 1) en la que a partir de dos de los tres componentes de una situación multiplicativa de agrupación, los estudiantes formulan problemas cuya solución es el tercer componente de la misma situación. Con ello generan un problema de multiplicación y dos de división.</p> <p>Luego realizan una actividad de construcción de conocimientos (act. 2) en la que asocian los problemas planteados con diagramas de barras que los representan. Visualizan los tres diferentes lugares que puede ocupar la incógnita.</p> <p>En la última actividad (act. 3), de aplicación de conocimientos y sistematización, caracterizan las situaciones multiplicativas de agrupación, reconocen su representación mediante un diagrama de conjuntos, y utilizan una expresión del tipo $a \cdot b = c$ para modelarlas.</p>

¹Respecto del uso de lenguaje inclusivo: Con el propósito de no provocar una saturación gráfica que dificulte la comprensión de la lectura, en este documento no se considera el uso de “los/las” u “o/a” para hacer referencia a ambos géneros de manera conjunta. En su lugar, se utilizan términos como “el futuro profesor”, “el estudiante” y “el profesor” y sus respectivos plurales para aludir de manera inclusiva a hombres y mujeres. Sin embargo, durante la gestión de la clase se sugiere la utilización de lenguaje inclusivo que invite a los y las estudiantes a involucrarse activamente en las actividades.

Aprendizajes esperados	<p>Al terminar la clase se espera que el estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Distinga los tres componentes de una situación multiplicativa de agrupación: cantidad de grupos, cantidad de elementos en cada grupo y cantidad total de elementos. ● Formule tres problemas basado en una situación multiplicativa de agrupación variando la posición de la incógnita, de modo que uno de ellos se resuelva multiplicando y los otros dos, dividiendo. ● Identifique la representación de problemas o situaciones multiplicativas de agrupación mediante diagramas de barras y de conjuntos. ● Modele las situaciones multiplicativas de agrupación mediante una expresión del tipo $a \cdot b = c$, en la que cada letra representa uno de los componentes de la situación.
Conocimientos previos	<p>Nociones básicas de multiplicación y división con números naturales.</p>
Materiales	<p>Estudiantes</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Cuadernillo Clase 1, que contiene: <ul style="list-style-type: none"> ○ Hojas de trabajo del estudiante. ● Tarjetas A, B y C (descritas en la actividad 1). <p>Profesor</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Computador. ● Proyector.
Tiempo total estimado	<p>90 minutos.</p>

ESQUEMA DE LA CLASE

Tipo de Actividad	Actividades	Tiempo (T) Modalidad (M)
Introducción	Introducción a la unidad y al modelo de trabajo El formador presenta la unidad y describe la modalidad de trabajo.	T: 5 min. M: Curso completo.
Exploración	Actividad 1: Formulando problemas Con esta actividad se busca que los futuros profesores distingan los tres componentes de una situación multiplicativa, identifiquen las relaciones entre ellos y seleccionen un diagrama que la represente adecuadamente.	T: 35 min. M: Individual, grupal y de curso completo.
Construcción de conocimientos	Actividad 2: Representando problemas El objetivo que se persigue con esta actividad es que los futuros profesores visualicen los distintos lugares que puede ocupar la incógnita en los tres problemas creados en la actividad anterior.	T: 20 min. M: Grupal y de curso completo.
Aplicación de conocimientos Y sistematización	Actividad 3: Caracterizando las situaciones multiplicativas de agrupación Esta actividad se centra en lograr que los futuros profesores caractericen las situaciones multiplicativas de agrupación y utilicen un modelo del tipo $a \cdot b = c$ para formalizarlas.	T: 25 min. M: Grupal y de curso completo.
Cierre	Cierre de la clase El foco de esta actividad es lograr que los futuros profesores evidencien sus aprendizajes sobre la caracterización de las situaciones multiplicativas de agrupación.	T: 5 min. M: Curso completo.

INTRODUCCIÓN A LA UNIDAD

La unidad “Situaciones Multiplicativas” está compuesta por tres clases en las que se estudiarán tres tipos de situaciones multiplicativas, sus posibles representaciones pictóricas y los tipos de problemas que se pueden elaborar a partir de ellas.

Estas clases están diseñadas siguiendo un modelo basado en:

- la resolución de problemas.
- la construcción colaborativa de conocimientos.
- actividades que promueven la reflexión y discusión respecto de los conocimientos matemáticos necesarios para enseñar.

Te invitamos a aprender de tus propios descubrimientos, así como de los de tus compañeros.

Para ello, te recomendamos que:

- participes activamente, exponiendo tus puntos de vista.
- compartas tus ideas, estrategias y resultados.
- te esfuerces por entender lo que expresan tus compañeros.
- aportes en la construcción colectiva de ideas y conocimientos.



Actividad 1: Formulando problemas

Exploración

Tiempo: 35 min.

Modalidad: Individual, grupal y de curso completo.

Materiales: Hoja de actividad 1.

Un set de 6 tarjetas para cada grupo de 3 estudiantes: 2 A, 2 B y 2 C (archivo Clase 1 - Anexo tarjetas.pdf).

PROPÓSITO

Con esta actividad se busca que los futuros profesores distingan los tres componentes de una situación multiplicativa, identifiquen las relaciones entre ellos y seleccionen un diagrama que la represente adecuadamente.

Fecha: _____

Unidad de Aprendizaje Situaciones Multiplicativas
Hojas de trabajo - Clase 1

Nombre: _____

Actividad 1

1. Trabajo individual. Después de recibir las instrucciones cada integrante del grupo debe de escoger dos tarjetas con distinta letra de las 6 que les entregó el/la profesor/a y redactar una pregunta a partir de los datos que están escritos al reverso de esas dos tarjetas.

- Cuando los 3 integrantes del grupo terminen de escribir sus preguntas, pueden continuar con el siguiente ítem.

2. Trabajo grupal. Coloquen sobre la mesa tres tarjetas con diferentes letras (A, B y C) y respondan las siguientes preguntas:

Preguntas	Respuestas
¿Cuál es la respuesta a la pregunta que fue formulada a partir de las tarjetas A y B? Con los datos de las tarjetas A y B, ¿es posible plantear una pregunta cuya respuesta sea el dato de la tarjeta C? ¿Cuál sería esa pregunta?	
¿Cuál es la respuesta a la pregunta que fue formulada a partir de las tarjetas B y C? Con los datos de las tarjetas B y C, ¿es posible plantear una pregunta cuya respuesta sea el dato de la tarjeta A?	
¿Cuál es la respuesta a la pregunta que fue formulada a partir de las tarjetas A y C? Con los datos de las tarjetas A y C, ¿es posible plantear una pregunta cuya respuesta sea el dato de la tarjeta B? ¿Cuál sería esa pregunta?	

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16110119.



Esta actividad requiere organizar a los estudiantes. Revise la gestión propuesta.

[VER MÁS +](#)



Tenga en cuenta el primer punto de las anticipaciones cuando monitoree las respuestas.

[VER MÁS +](#)



Utilice las preguntas propuestas para conducir la puesta en común del ítem 2.

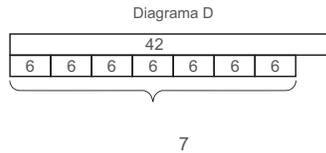
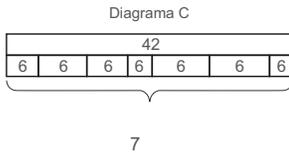
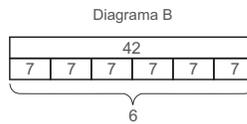
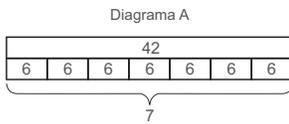
[VER MÁS +](#)

Actividad 1

3. Trabajo grupal. ¿Qué operación es necesaria para contestar cada pregunta formulada en el ítem anterior?

	Tarjetas A y B	Tarjetas B y C	Tarjetas A y C
Operación			

4. Trabajo grupal. ¿Cuál de los siguientes diagramas elegirían para ayudar a un niño a comprender la historia contada a través de las 3 tarjetas? Justifiquen su elección.



Justifica tu respuesta.

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16110119.



Revise el punto 2 de las anticipaciones al momento de gestionar la puesta en común del ítem 3.

VER MÁS +



Asegúrese de cerrar la actividad con las ideas descritas en esta sección.

VER MÁS +



Aproveche la puesta en común del ítem 3 para introducir nociones asociadas a situaciones multiplicativas. Revise la gestión.

VER MÁS +



Utilice la tabla de la síntesis para describir la relación del diagrama con las componentes del problema multiplicativo.

VER MÁS +



PRESENTACIÓN Y MONITOREO (20 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Organice el curso en grupos de tres personas y entregue el cuadernillo para la Clase 1. Advierta que usted les irá indicando qué páginas utilizarán a lo largo de la clase. Informe que es importante que respeten sus indicaciones y no se adelanten.
- Entregue a cada grupo un set de 6 tarjetas e indíqueles que las pongan sobre la mesa con las letras hacia arriba, sin verlas por el otro lado.
Tarjeta A: Juan ocupó 6 L de pintura para pintar una pieza.
Tarjeta B: Juan pintó 7 piezas del mismo tamaño.
Tarjeta C: En total Juan usó 42 L de pintura.
- Pida que resuelvan el ítem 1, individualmente. Explique que pueden formular cualquier pregunta, siempre que ocupen los datos de las tarjetas que eligieron. En esta actividad se trata de explorar, no de encontrar una “respuesta correcta”.
- Durante el monitoreo, identifique a los estudiantes que formulen preguntas cuya respuesta coincide con el dato de la tercera tarjeta, para cada uno de los tres casos (A y B, B y C, A y C).
- Una vez escritas sus preguntas, pídale que trabajen grupalmente en los ítems 2, 3 y 4. Observe las discusiones en los diferentes grupos, sin intervenir.

VOLVER ↻



COMPARTIR RESULTADOS (10 min)

Para la puesta en común puede serle útil considerar las siguientes sugerencias de gestión:

- Plantee preguntas asociadas al ítem 2, como las siguientes: Con las tarjetas A y B, ¿qué preguntas redactaron?, ¿encontraron una pregunta cuya respuesta sea el dato de la tarjeta C?, ¿cómo la formularon?
- Luego, haga las mismas preguntas para las tarjetas B y C; y A y C.
- Comente que, si los textos de dos de las tarjetas se consideran “datos” y el de la tercera tarjeta se relaciona a la “incógnita”, estos tres elementos constituyen un “problema”.
- Pregunte qué respondieron en el ítem 3 y promueva una discusión entre los estudiantes si no hay consenso.

- Enfátice que las tres tarjetas conforman una situación o “historia” multiplicativa que permite generar tres problemas diferentes. Si surge el término “trío multiplicativo de números”, adóptelo para afianzar la idea de que en una situación multiplicativa intervienen 3 datos.
- Pregúnteles por el significado de los factores al resolver el problema planteado con las tarjetas A y B: ¿6 veces 7 piezas? o ¿7 veces 6 L? Si hay distintas opiniones, haga que las discutan entre ellos. ¿Cómo leen la expresión $7 \cdot 6$?
- Indague acerca de qué piensan sobre la utilidad de los diagramas, como los del ítem 4, para ayudar a comprender la situación y pida que asocien cada parte de ellos con un dato de la historia. Solo entonces abra un debate acerca de cuál de estos diagramas elegirían para ayudar a niños escolares a comprender la historia conformada por las 3 tarjetas. Incentíuelos a que argumenten por qué descartarían tres de esos diagramas. Señale que en el diagrama A la comprensión se facilita al interpretar la multiplicación como **7 veces 6**.

VOLVER ↻



SÍNTESIS DE LOS RESULTADOS (5 min)

Se sugiere asociar las respuestas de los estudiantes a las siguientes ideas:

- A partir de los datos de dos de las tres tarjetas con distinta letra fue posible formular un problema cuya solución:
 - podía obtenerse multiplicando o dividiendo los números contenidos en los datos dados.
 - correspondía al dato contenido en la tercera tarjeta.
 Puede proyectar las diapositivas 10 a 13 para disponer de un apoyo visual.
- El diagrama A es el que mejor describe la situación que se puede formular a partir de los datos de las tres tarjetas. La función que cumplen los distintos elementos gráficos en el diagrama se describe en la siguiente tabla:

Partes del diagrama	Datos de la historia representados
Barra superior	Cantidad total de pintura (42 L)
Cantidad de tramos iguales en que se dividió la barra inferior	Cantidad de piezas (7)
Largo o “medida” de cada tramo de la barra inferior	Cantidad de litros por pieza (6 L)

VOLVER ↻



CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad comente los puntos que se indican a continuación (puede usar la diapositiva 14):

- Una **situación multiplicativa** describe una historia en la que intervienen tres números, estructurados de manera que resulta significativo, en esa historia, multiplicar dos de ellos entre sí para obtener el tercero. Por ejemplo, en esta actividad trabajamos con los números naturales 6, 7 y 42, y la historia fue la de la relación entre la cantidad de pintura necesaria para pintar una pieza (6 L), la cantidad de piezas iguales que se debían pintar (7) y la cantidad total de pintura utilizada (42 L).
- Dada una situación multiplicativa, es posible diseñar tres problemas diferentes, considerando dos de sus componentes como datos y el tercero como incógnita (x). Uno de estos problemas se resuelve con una multiplicación y los otros dos con una división.

VOLVER ↻

LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento puede señalar que: *En la siguiente actividad estudiaremos cómo usar diagramas de barras para representar los distintos problemas que se pueden formular a partir de una situación multiplicativa.* (Puede usar la diapositiva 15)



ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Puede haber estudiantes que no formulen las preguntas esperadas. Por ejemplo, con las tarjetas A (6 L de pintura) y C (42 L en total) podrían preguntar: ¿cuántos litros necesita Juan para pintar 2 piezas? Es importante aclararles que dichas preguntas son válidas, sin embargo, no las analizaremos porque el foco de esta clase se orienta a determinar los componentes de una situación multiplicativa, en la que intervienen los números 6, 7 y 42.
- En el caso de que un estudiante afirme que la operación que permite resolver el problema es una suma o una resta, el formador debe hacer notar que el problema también puede asociarse a una multiplicación o a una división, y advertir que si la cantidad de términos involucrados fuera muy grande, la adición o la sustracción iteradas serían procedimientos ineficaces y muy poco adecuados.

VOLVER ↻



Actividad 2: Representando problemas

Construcción de conocimientos

Tiempo: 20 min.

Modalidad: Grupal y de curso completo.

Materiales: Hoja de actividad 2.

Tarjetas A, B y C de la actividad 1.

PROPÓSITO

El objetivo que se persigue con esta actividad es que los futuros profesores visualicen los distintos lugares que puede ocupar la incógnita en los tres problemas creados en la actividad anterior.

Fecha: _____

Unidad de Aprendizaje Situaciones Multiplicativas
Hojas de trabajo - Clase 1

Nombre: _____

Actividad 2

Trabajo grupal. Para cada uno de los diagramas que están al reverso de esta página sigan los pasos que se indican a continuación:

1. A partir de la posición de la incógnita (denotada por x) identifiquen el problema que fue representado y completen el diagrama con los datos que correspondan.
2. Registren las letras del par de tarjetas con que cada problema fue elaborado.
3. Escriban el cálculo que permite resolver el problema.

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.



Apóyese en las indicaciones propuestas en la gestión al presentar y monitorear la actividad.

VER MÁS +



Asegúrese de sistematizar las ideas descritas en el cierre de la actividad.

VER MÁS +

Actividad 2

Problema con datos de las tarjetas:
 y

X						
<input type="text"/>						

Cálculo realizado:

Problema con datos de las tarjetas:
 y

<input type="text"/>							
X	X	X	X	X	X	X	X

Cálculo realizado:

Problema con datos de las tarjetas:
 y

<input type="text"/>							
X	X	X	X	X	X	X	X

Cálculo realizado:

Problemas		
<p>Con las tarjetas A y B Juan pintó 7 piezas de igual tamaño y en cada una utilizó 6 L de pintura. ¿Cuántos litros de pintura ocupó Juan para pintar las 7 piezas?</p>	<p>Con las tarjetas B y C Juan empleó 42 L de pintura para pintar 7 piezas de igual tamaño. ¿Cuántos litros usó para pintar cada pieza?</p>	<p>Con las tarjetas A y C Para pintar una pieza, Juan ocupó 6 L de pintura. Si en total utilizó 42 L, ¿cuántas piezas de igual tamaño pintó?</p>

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16110119.



Conduzca la puesta en común asegurándose que se analicen los puntos señalados en la gestión.

VER MÁS +



Aborde la relación entre los componentes de los problemas a partir de los diagramas. Revise la síntesis de los resultados.

VER MÁS +



PRESENTACIÓN Y MONITOREO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Pida que trabajen grupalmente. Comente que para completar los diagramas pueden apoyarse en los problemas que han sido redactados a partir de las tres tarjetas.
- Durante el monitoreo, si observa que hay estudiantes que no identifican el problema representado en cada diagrama, ayúdelos con preguntas: ¿qué parte del diagrama corresponde a la incógnita? ¿Qué dato representa esa parte? ¿Qué tarjeta contiene ese dato? ¿Y qué tarjetas incluyen los otros dos datos?
- Identifique a los estudiantes que resuelven la actividad de acuerdo con lo señalado en el documento “Respuesta experta”.

[VOLVER ↩](#)

COMPARTIR RESULTADOS (5 min)

Para la puesta en común puede serle útil considerar las siguientes sugerencias de gestión:

- Comente la conveniencia de escribir los datos de la siguiente manera: 6 L, 7 piezas y 42 L, en vez de escribir solo los números (6, 7 y 42).
- En el problema correspondiente al primer diagrama, advierta que el cálculo puede ser $6 \cdot 7$ o $7 \cdot 6$, ya que en ambos casos el producto es 42. Pero si utilizáramos el diagrama para ayudar a los niños a comprender el problema, pídeles que reflexionen sobre cuál interpretación resultaría más conveniente: ¿**7 veces 6** o **6 veces 7**?
- En el problema correspondiente al segundo diagrama, pregunte por el significado de la expresión $42 : 7$. Luego consúlteles acerca de la diferencia con el significado de la expresión del tercer diagrama, $42 : 6$. Promueva la discusión entre ellos para que lleguen a una conclusión.
- Pida que comparen el uso de diagramas de barras en la actividad anterior y en la actual. En esta, el diagrama fue utilizado para representar problemas, por lo que en cada caso escribimos dos datos y una o varias letras x , que indicaban cuál era la incógnita del problema.

[VOLVER ↩](#)



SÍNTESIS DE LOS RESULTADOS (5 min)

Se sugiere asociar las respuestas de los estudiantes a las siguientes ideas:

- En la actividad anterior vimos que una situación multiplicativa puede ser representada por un diagrama de barra, los que también son útiles para visualizar las relaciones entre los datos y la incógnita.

En el problema formulado con las tarjetas A y B el cálculo **7 veces 6** corresponde a asignar 6 litros de pintura a cada una de las 7 piezas pintadas ($7 \cdot 6 = 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6$).

- En el problema formulado con las tarjetas B y C el cálculo **42 : 7** corresponde a un reparto equitativo de los 42 litros de pintura entre las 7 piezas.
- En el problema formulado con las tarjetas A y C el cálculo **42 : 6** permite determinar para cuántas piezas alcanzan los 42 L de pintura, siendo 6 L la cantidad de pintura necesaria para cada pieza; a esta cantidad también se le llama “medida” de la pintura necesaria para cada pieza.

VOLVER ↻



CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad comente los puntos que se indican a continuación (puede usar la diapositiva 18):

- En la situación multiplicativa estudiada en las actividades 1 y 2 distinguimos tres componentes: cantidad total de pintura, cantidad de litros por pieza y cantidad de piezas. Al formular problemas, dos de estos componentes corresponden a datos y el tercero a la incógnita.
- Al resolver un problema multiplicativo, el uso de representaciones gráficas ayuda a interpretar el significado de sus componentes (datos e incógnita) y de las relaciones entre ellos.
- En esta actividad, variando el lugar ocupado por la incógnita en los diagramas de barra, hemos representado un problema de multiplicación y dos de división.

VOLVER ↻

LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento puede señalar que: *En la siguiente actividad trabajaremos con situaciones multiplicativas similares a la estudiada, con el fin de caracterizarlas.* (Puede usar la diapositiva 19)



ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Si en el primer diagrama hay estudiantes que escriben $6 \cdot 7$ y otros que escriben $7 \cdot 6$, aproveche este hecho para hacer la distinción entre la multiplicación de dos números a nivel simbólico y la que se efectúa al interior de un contexto situacional. Pídales que verbalicen la operación usando la expresión “a veces b” y la relacionen con los datos del problema. De este modo, se espera que digan “usó 7 veces 6 L de pintura” en lugar de “pintó 6 veces 7 piezas”, o algo similar.
- Si hay estudiantes que escriben “multiplicación” o “división”, para referirse a los cálculos realizados, pídale que escriban dicha operación con números.
- Si hay estudiantes que usan expresiones aditivas para referirse a los cálculos realizados, pídale que las transformen a expresiones multiplicativas.

VOLVER ↻



Actividad 3: Caracterizando las situaciones multiplicativas de agrupación

Sistematización

Tiempo: 25 min.
Modalidad: Grupal y de curso completo.
Materiales: Hoja de actividad 3.

PROPÓSITO

Esta actividad se centra en lograr que los futuros profesores caractericen las situaciones multiplicativas de agrupación y utilicen un modelo del tipo $a \cdot b = c$ para formalizarlas.

Fecha: _____
Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Situaciones Multiplicativas
Hojas de trabajo - Clase 1

Actividad 3

Situación de las manzanas

Luis tiene 4 canastas con 5 manzanas en cada una. En total son 20 manzanas.

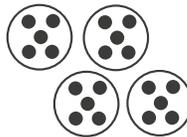
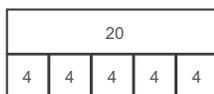
Situación del medicamento

Ana debe tomar una píldora de cierto medicamento 4 veces al día, durante 5 días. En total, tomará 20 pastillas.

1. A partir de la situación multiplicativa que se les asignó, formulen dos problemas: uno que se resuelva con una multiplicación y el otro con una división. Registren los enunciados de los problemas y el cálculo que efectuaron para resolverlos en la siguiente tabla:

	Enunciado del problema	Cálculo realizado
Problema 1 (multiplicación)		
Problema 2 (división)		

2. ¿Cuál de los siguientes diagramas utilizarían para comunicar de manera más fácil la situación que les fue asignada? ¿Por qué?



Justifica tu respuesta.

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.



Para esta actividad hay indicaciones de gestión que son esenciales para su funcionamiento. Revise la presentación y monitoreo.

[VER MÁS +](#)



Revise las preguntas sugeridas para gestionar la puesta en común del ítem 1.

[VER MÁS +](#)

Actividad 3

3. Modifiquen el diagrama que descartaron, de manera que pueda representar la historia que se les asignó.

Justifica tu respuesta.

4. Registren en la siguiente tabla los datos de la situación multiplicativa que se les asignó y los de la situación de la pintura estudiada anteriormente en las actividades 1 y 2.

	Cantidad de grupos	Cantidad de elementos en cada grupo	Total de elementos
Situación multiplicativa de			
Situación multiplicativa de la pintura (Actividades 1 y 2)			

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.



Es clave sistematizar el modelo asociado a los problemas multiplicativos de agrupación.

VER MÁS +



Revise las indicaciones para gestionar la puesta en común de los ítems 2, 3 y 4.

VER MÁS +



Se sugiere hacer la distinción entre los dos problemas de división de una situación de agrupación. Revise la síntesis.

VER MÁS +

 **PRESENTACIÓN Y MONITOREO (10 min)**

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Asigne a la mitad de los grupos la situación de las manzanas y a la otra mitad la situación del medicamento.
- Pregunte por qué los textos referidos a las manzanas y al medicamento son situaciones multiplicativas. Puede hacer preguntas como las siguientes: ¿Por qué no son problemas? ¿Les falta algo para completar una historia multiplicativa? ¿Qué relación hay entre los números 4, 5 y 20?
- Observe el trabajo de los diferentes grupos e invítelos a que trabajen en los ítems del 1 al 4.

[VOLVER ↻](#) **COMPARTIR RESULTADOS (10 min)**

Para la puesta en común puede serle útil considerar las siguientes sugerencias de gestión:

- Pregunte qué problemas formularon a partir de la historia de las manzanas y de la del medicamento. ¿Cuáles se resuelven con una multiplicación? ¿Cuáles con una división? ¿Cuántos problemas de división pueden hacerse en cada caso?
- Al compartir las respuestas de los ítems 2 y 3, solicite que expliquen qué parte del diagrama representa a cada dato de la historia, en ambos diagramas. Pida a algunos estudiantes que muestren cómo modificaron el diagrama que no correspondía a la situación que se les había asignado.
- Pregunte a los que hayan trabajado con la situación de las manzanas ¿cuántos grupos hay?, ¿cuántos elementos en cada grupo?, ¿cuál es el total de elementos? Repita estas preguntas a los que hayan trabajado con la situación del medicamento.
- Pregunte al curso si en ambas historias multiplicativas, dadas la cantidad de grupos y la de elementos que contiene cada grupo, se usa la multiplicación para determinar cuál es el total. Haga notar que, si bien en los problemas estudiados los contextos son diferentes, las situaciones tienen una estructura común.
- Puede proyectar las diapositivas 23 y 24 para visualizar los datos homólogos de las situaciones estudiadas, con el fin de justificar sus nombres genéricos (cantidad de grupos, cantidad de elementos en cada grupo y cantidad total de elementos) y la designación de estas historias como “situaciones multiplicativas de agrupación”.

[VOLVER ↻](#)



SÍNTESIS DE LOS RESULTADOS (5 min)

Se sugiere asociar las respuestas de los estudiantes a las siguientes ideas:

- Pudimos observar que tanto los diagramas de barras como los de conjunto son útiles para representar este tipo de situaciones multiplicativas.
- A partir de una situación multiplicativa fue posible formular un problema de multiplicación y dos de división.
- Se logró establecer que estos problemas de división son de distinto tipo, en uno de ellos, la incógnita es la cantidad de elementos por grupo, mientras que, en el otro, es la cantidad de grupos.

VOLVER ↻



CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad comente los puntos que se indican a continuación (puede usar las diapositivas 25 a 28):

- En esta clase estudiamos situaciones multiplicativas que llamaremos de **agrupación**, que pueden ser caracterizadas por el modelo $a \cdot b = c$. El significado de estos símbolos se muestra a continuación:

$$\begin{array}{ccccccc}
 a & \cdot & b & = & c \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 \text{Cantidad de} & & \text{Cantidad de} & & \text{Cantidad total} \\
 \text{grupos} & & \text{elementos en} & & \text{de elementos} \\
 & & \text{cada grupo} & &
 \end{array}$$

- A partir de esta relación multiplicativa, es posible elaborar tres problemas. En uno de ellos se pregunta por el total de elementos (c); en otro, por la cantidad de elementos en cada grupo (b), y en el último, por la cantidad de grupos (a).

	Cantidad de grupos	Cantidad de elementos en cada grupo	Cantidad total de elementos
Situación de las manzanas	4 canastas	5 manzanas	20 manzanas
Situación del medicamento	5 días	4 píldoras	20 píldoras
Situación de la pintura Actividades 1 y 2	7 piezas	6 L	42 L
	Incógnita: a Datos: b y c Op. que resuelve: división, $c : b = a$	Incógnita: b Datos: a y c Op. que resuelve: división, $c : a = b$	Incógnita: c Datos: a y b Op. que resuelve: multiplicación, $a \cdot b = c$

- Los problemas de división que se pueden formular a partir de una situación multiplicativa de agrupación son de distinto tipo:
 - Problemas de reparto equitativo: aquellos en que la incógnita es la cantidad de elementos por grupo.
 - Problemas de agrupamiento basado en una medida: aquellos en la incógnita es la cantidad de grupos.
- Las situaciones multiplicativas de este tipo pueden ser representadas mediante diagramas de barras y de conjuntos para facilitar su comprensión, cuando ello sea necesario.
- En las actividades de esta clase hemos utilizado el mismo trío de números para formular los tres problemas derivados de cada situación multiplicativa. Cuando trabajamos con niños, conviene cambiar el trío numérico al plantear diferentes problemas dentro de un mismo contexto a fin de mantener el interés en la búsqueda de la solución al problema.

[VOLVER ↻](#)

ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Los estudiantes podrían justificar la utilidad de los diagramas basándose solo en que en ellos se representan los números 4, 5 y 20, y no en la relación entre los componentes de la situación multiplicativa y su respectiva representación en el diagrama. Por ejemplo, se espera que digan que las 20 manzanas están representadas, en un diagrama por la barra superior, y en el otro, por los círculos pequeños.

[VOLVER ↻](#)



Cierre de la clase

Gestión sugerida

Tiempo: 5 min

1º Entregue la ficha de sistematización a los estudiantes.

2º Revise con los estudiantes la meta de la clase y explore de qué manera creen ellos que ese propósito se cumplió.

Meta de la clase:

Al finalizar la clase se espera que hayas logrado caracterizar las situaciones multiplicativas de agrupación y, a partir de ellas, generar problemas de multiplicación y de división.

3º Solicite a los estudiantes que respondan una pregunta de las que aparecen en la ficha de sistematización.

Preguntas que ahora puedes responder:

- Dada una situación multiplicativa de agrupación, de acuerdo con el lugar ocupado por la incógnita, ¿cuántos problemas simples se pueden plantear?, ¿qué operaciones permiten resolverlos?

4º Revise junto a sus estudiantes las ideas que están en el recapitulemos de la ficha de sistematización.

Recapitulemos:

- Una **situación multiplicativa** describe una historia en la que intervienen tres números, estructurados de manera que resulta significativo, en esa historia, multiplicar dos de ellos entre sí para obtener el tercero. En las situaciones multiplicativas de agrupación estudiadas en esta clase y en las que veremos en las próximas, los tres números involucrados corresponden a números naturales.
- Las **situaciones multiplicativas de agrupación** pueden ser caracterizadas por el modelo $a \cdot b = c$. El significado de estos símbolos se muestra a continuación:

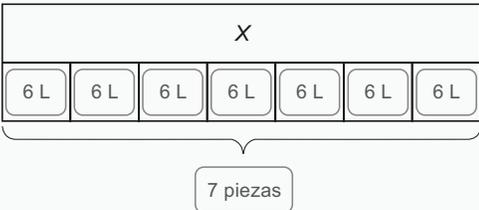
$$\begin{array}{ccc} a & \cdot & b & = & c \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \text{Cantidad de} & & \text{Cantidad de} & & \text{Cantidad total} \\ \text{grupos} & & \text{elementos en} & & \text{de elementos} \\ & & \text{cada grupo} & & \end{array}$$

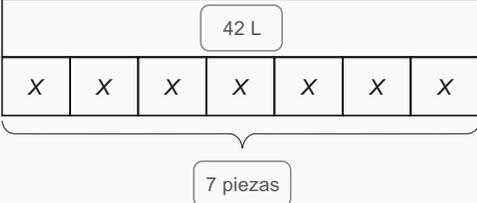
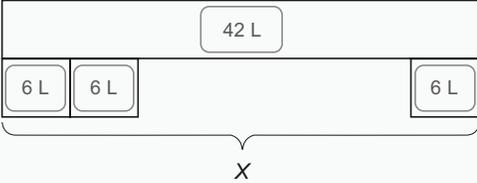
- A partir de esta relación multiplicativa, es posible elaborar tres problemas. En uno de ellos se pregunta por el total de elementos (c); en otro por la cantidad de elementos en cada grupo (b), y en el último, se pregunta por la cantidad de grupos (a).

Los problemas de división que se pueden formular a partir de una situación multiplicativa de agrupación son de distinto tipo:

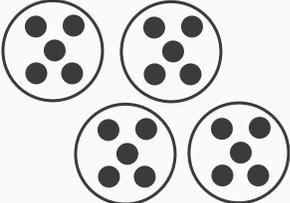
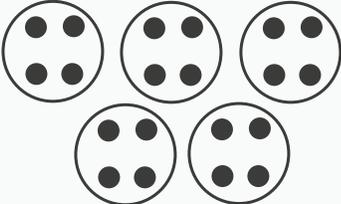
- Problemas de reparto equitativo: aquellos en que la incógnita es la cantidad de elementos por grupo.
 - Problemas de agrupamiento basado en una medida: aquellos en la incógnita es la cantidad de grupos.
- Este tipo de situaciones multiplicativas pueden ser representadas mediante diagramas de barras y de conjuntos.

RESPUESTAS EXPERTAS

Actividad	Respuesta experta								
<p>Actividad 1 Formulando problemas</p>	<p>1. En el ítem 1 se espera que a partir de los datos contenidos en las dos tarjetas que eligieron, planteen cualquier pregunta que sea coherente con ellos.</p> <p>2. Las preguntas esperadas en el ítem 2 son, admitiendo variantes en la redacción:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Con las tarjetas A y B: ¿Cuántos litros de pintura utilizó Juan para pintar las 7 piezas? • Con las tarjetas A y C: ¿Cuántas piezas de igual tamaño pintó? • Con las tarjetas B y C: ¿Cuántos litros de pintura ocupó Juan para pintar cada pieza? <p>3. En el ítem 3 se espera que respondan lo siguiente:</p> <table border="1" data-bbox="511 781 1341 978"> <thead> <tr> <th></th> <th>Tarjetas A y B</th> <th>Tarjetas B y C</th> <th>Tarjetas A y C</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>Operación</th> <td>Multiplicación</td> <td>División</td> <td>División</td> </tr> </tbody> </table> <p>4. En el ítem 4 se espera que respondan que elegirían el diagrama A para representar la situación ya que, como hay 7 piezas de igual tamaño, la barra que representa los 42 L de pintura fue dividida en 7 partes iguales y la medida (la longitud) de cada parte representa los 6 L de pintura ocupados en pintar cada pieza.</p> <p>Razones por las que se descartan los otros diagramas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El B: porque la barra fue dividida en 6 partes iguales, lo que induce a interpretar que Juan pintó 6 piezas y en cada una ocupó 7 L de pintura. • El C: porque para representar una misma cantidad de pintura por pieza, los tramos deberían tener la misma longitud o “medida”. • El D: porque la cantidad total de pintura debe ser igual a la cantidad de pintura utilizada para pintar las 7 piezas. 		Tarjetas A y B	Tarjetas B y C	Tarjetas A y C	Operación	Multiplicación	División	División
	Tarjetas A y B	Tarjetas B y C	Tarjetas A y C						
Operación	Multiplicación	División	División						
<p>Actividad 2 Representando problemas</p>	<ul style="list-style-type: none"> • En el primer diagrama las tarjetas son A y B, los datos son 6 L en cada tramo de la barra inferior y 7 piezas bajo la llave, y el cálculo realizado es $7 \cdot 6$, porque corresponde a 7 veces 6 L de pintura. <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="text-align: center; margin-right: 20px;"> <p>Problema con datos de las tarjetas:</p> <p>A y B</p> </div> <div style="text-align: center; margin-right: 20px;">  </div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; text-align: center;"> <p>Cálculo realizado</p> <p>$7 \cdot 6 = 42$</p> <p>$6 \cdot 7 = 42$</p> </div> </div>								

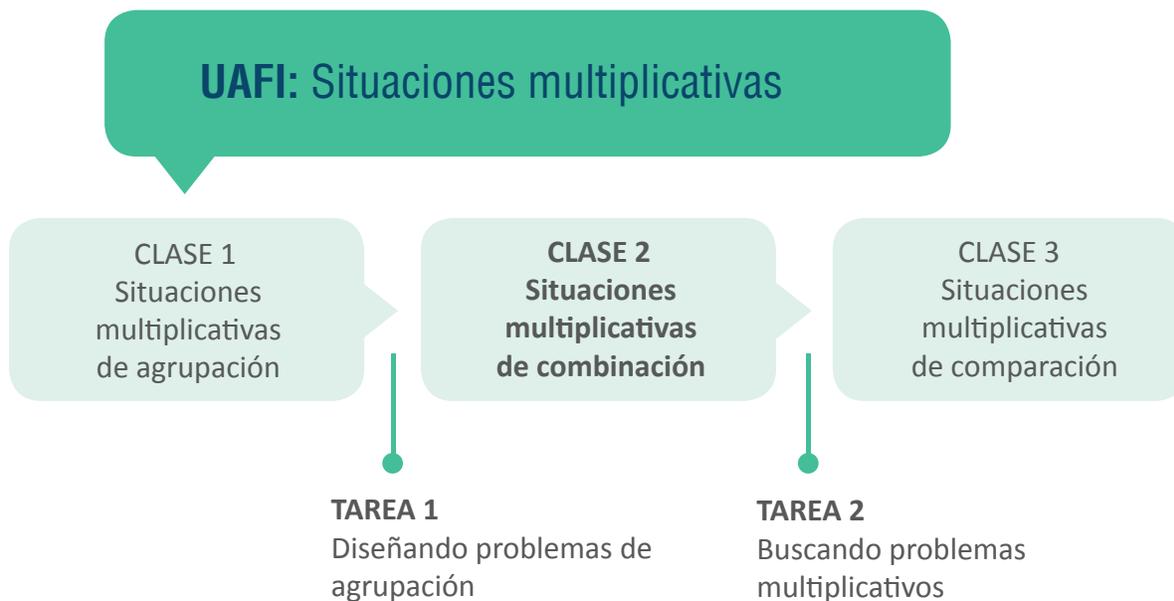
Actividad	Respuesta experta								
	<ul style="list-style-type: none"> En el segundo diagrama las tarjetas son B y C, los datos son 42 L en la barra superior y 7 piezas bajo la llave, y el cálculo realizado es $42 : 7$. <p>Problema con datos de las tarjetas:</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; margin-right: 10px;">B</div> y <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; margin-left: 10px;">C</div> </div>  <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; width: fit-content; margin-left: auto; margin-right: auto;">Cálculo realizado $42 : 7 = 6$</div> <ul style="list-style-type: none"> En el tercer diagrama las tarjetas son A y C, los datos son 42 L en la barra superior y 6 L en cada tramo de la barra inferior, y el cálculo realizado es $42 : 6$. <p>Problema con datos de las tarjetas:</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; margin-right: 10px;">A</div> y <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; margin-left: 10px;">C</div> </div>  <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; width: fit-content; margin-left: auto; margin-right: auto;">Cálculo realizado $42 : 6 = 7$</div>								
<p>Actividad 3 Caracterizando las situaciones multiplicativas de agrupación.</p>	<p>1. Los enunciados pueden tener variaciones de redacción, pero deben permitir identificar claramente los datos y la incógnita.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 20%;"></th> <th style="width: 50%;">Enunciado del problema</th> <th style="width: 30%;">Cálculo realizado</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="2" style="text-align: center; vertical-align: middle;">Problema 1 (multiplicación)</td> <td> Situación de las manzanas Luis tiene 4 canastas con 5 manzanas en cada una. ¿Cuántas manzanas hay en total? </td> <td style="text-align: center;">$4 \cdot 5 = 20$</td> </tr> <tr> <td> Situación del medicamento Ana debe tomar una píldora de cierto medicamento 4 veces al día, durante 5 días. ¿Cuántas píldoras tomará en total? </td> <td style="text-align: center;">$5 \cdot 4 = 20$</td> </tr> </tbody> </table>		Enunciado del problema	Cálculo realizado	Problema 1 (multiplicación)	Situación de las manzanas Luis tiene 4 canastas con 5 manzanas en cada una. ¿Cuántas manzanas hay en total?	$4 \cdot 5 = 20$	Situación del medicamento Ana debe tomar una píldora de cierto medicamento 4 veces al día, durante 5 días. ¿Cuántas píldoras tomará en total?	$5 \cdot 4 = 20$
	Enunciado del problema	Cálculo realizado							
Problema 1 (multiplicación)	Situación de las manzanas Luis tiene 4 canastas con 5 manzanas en cada una. ¿Cuántas manzanas hay en total?	$4 \cdot 5 = 20$							
	Situación del medicamento Ana debe tomar una píldora de cierto medicamento 4 veces al día, durante 5 días. ¿Cuántas píldoras tomará en total?	$5 \cdot 4 = 20$							

Actividad	Respuesta experta																			
	<table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="451 317 688 365"></th> <th data-bbox="688 317 1130 365">Enunciado del problema</th> <th data-bbox="1130 317 1403 365">Cálculo realizado</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="451 365 688 680">Problema 2 (división)</td> <td data-bbox="688 365 1130 680"> <p>Situación de las manzanas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Luis tiene 20 manzanas. Las reparte en 4 canastas, poniendo la misma cantidad de manzanas en cada una. ¿Cuántas manzanas hay en cada canasta? • Luis tiene 20 manzanas. Si coloca 5 manzanas en cada canasta, ¿para cuántas canastas alcanzan las manzanas? </td> <td data-bbox="1130 365 1403 680"> <p>$20 : 4 = 5$</p> <p>$20 : 5 = 4$</p> </td> </tr> <tr> <td data-bbox="451 680 688 1037"></td> <td data-bbox="688 680 1130 1037"> <p>Situación del medicamento</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ana tiene un medicamento que contiene 20 píldoras. Si debe tomar la misma cantidad de píldoras durante 5 días, ¿cuántas píldoras debe ingerir cada día? • Ana tiene un medicamento que contiene 20 píldoras. Si debe tomar 4 píldoras cada día. ¿Para cuántos días le alcanza el remedio? </td> <td data-bbox="1130 680 1403 1037"> <p>$20 : 5 = 4$</p> <p>$20 : 4 = 5$</p> </td> </tr> </tbody> </table>			Enunciado del problema	Cálculo realizado	Problema 2 (división)	<p>Situación de las manzanas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Luis tiene 20 manzanas. Las reparte en 4 canastas, poniendo la misma cantidad de manzanas en cada una. ¿Cuántas manzanas hay en cada canasta? • Luis tiene 20 manzanas. Si coloca 5 manzanas en cada canasta, ¿para cuántas canastas alcanzan las manzanas? 	<p>$20 : 4 = 5$</p> <p>$20 : 5 = 4$</p>		<p>Situación del medicamento</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ana tiene un medicamento que contiene 20 píldoras. Si debe tomar la misma cantidad de píldoras durante 5 días, ¿cuántas píldoras debe ingerir cada día? • Ana tiene un medicamento que contiene 20 píldoras. Si debe tomar 4 píldoras cada día. ¿Para cuántos días le alcanza el remedio? 	<p>$20 : 5 = 4$</p> <p>$20 : 4 = 5$</p>									
	Enunciado del problema	Cálculo realizado																		
Problema 2 (división)	<p>Situación de las manzanas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Luis tiene 20 manzanas. Las reparte en 4 canastas, poniendo la misma cantidad de manzanas en cada una. ¿Cuántas manzanas hay en cada canasta? • Luis tiene 20 manzanas. Si coloca 5 manzanas en cada canasta, ¿para cuántas canastas alcanzan las manzanas? 	<p>$20 : 4 = 5$</p> <p>$20 : 5 = 4$</p>																		
	<p>Situación del medicamento</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ana tiene un medicamento que contiene 20 píldoras. Si debe tomar la misma cantidad de píldoras durante 5 días, ¿cuántas píldoras debe ingerir cada día? • Ana tiene un medicamento que contiene 20 píldoras. Si debe tomar 4 píldoras cada día. ¿Para cuántos días le alcanza el remedio? 	<p>$20 : 5 = 4$</p> <p>$20 : 4 = 5$</p>																		
	<p>2. y 3. El diagrama 1, o “diagrama de barras” puede representar la situación del medicamento.</p> <p style="text-align: center;">Diagrama 1</p> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td colspan="5" style="text-align: center;">20</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">4</td> </tr> </table> <p>La barra superior representa el total de 20 píldoras. Cada uno de los 5 tramos en que se dividió la barra inferior corresponde a 1 día. Y la longitud o “medida” de cada tramo representa 4 píldoras.</p> <p>Al adaptar este diagrama a la situación de las manzanas, la barra superior corresponde al total de 20 manzanas; la barra inferior se divide en 4 tramos iguales, y cada tramo representa 1 canasta, y la longitud de cada uno de estos tramos, a 5 manzanas.</p> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td colspan="4" style="text-align: center;">20</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">5</td> </tr> </table>		20					4	4	4	4	4	20				5	5	5	5
20																				
4	4	4	4	4																
20																				
5	5	5	5																	

Actividad	Respuesta experta																
	<p>El diagrama 2, o “diagrama de conjuntos”, puede representar la situación de las manzanas.</p> <p style="text-align: center;">Diagrama 2</p>  <p>Cada uno de los 4 círculos grandes representa una canasta y cada círculo pequeño a una manzana. El total de círculos pequeños corresponde a las 20 manzanas.</p> <p>Al adaptar este diagrama a la situación del medicamento, los círculos grandes son 5, uno por cada día, mientras que cada círculo pequeño corresponde a una píldora. La cantidad total de círculos pequeños representa las 20 píldoras.</p> 																
	<p>4. La tabla se completa correctamente:</p> <table border="1" data-bbox="435 1371 1404 1787"> <thead> <tr> <th></th> <th>Cantidad de grupos</th> <th>Cantidad de elementos en cada grupo</th> <th>Cantidad Total de elementos</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Situación de las manzanas</td> <td>4 canastas</td> <td>5 manzanas</td> <td>20 manzanas</td> </tr> <tr> <td>Situación del medicamento</td> <td>5 días</td> <td>4 píldoras</td> <td>20 píldoras</td> </tr> <tr> <td>Situación de la pintura (actividad 1)</td> <td>7 piezas</td> <td>6 L</td> <td>42 L</td> </tr> </tbody> </table>		Cantidad de grupos	Cantidad de elementos en cada grupo	Cantidad Total de elementos	Situación de las manzanas	4 canastas	5 manzanas	20 manzanas	Situación del medicamento	5 días	4 píldoras	20 píldoras	Situación de la pintura (actividad 1)	7 piezas	6 L	42 L
	Cantidad de grupos	Cantidad de elementos en cada grupo	Cantidad Total de elementos														
Situación de las manzanas	4 canastas	5 manzanas	20 manzanas														
Situación del medicamento	5 días	4 píldoras	20 píldoras														
Situación de la pintura (actividad 1)	7 piezas	6 L	42 L														

PLANIFICACIÓN

CLASE 2



CLASE 2: SITUACIONES MULTIPLICATIVAS DE COMBINACIÓN

DESCRIPCIÓN DE LA CLASE

Meta de la clase	Al finalizar la clase se espera que los futuros profesores ¹ logren caracterizar las situaciones multiplicativas de combinación y distinguirlas de las de agrupación.
Descripción de la clase	<p>La clase comienza con una actividad de exploración (act. 1) en la que los estudiantes transforman un problema multiplicativo de combinación variando el lugar de la incógnita y asocian la situación dada a un diagrama de árbol.</p> <p>Luego realizan una actividad de construcción de conocimientos (act. 2) en la que reconocen que esta nueva situación no se ajusta al modelo utilizado para las situaciones de agrupación e identifican problemas que corresponden al nuevo tipo de situaciones encontrado (de combinación).</p>

¹ Respecto del uso de lenguaje inclusivo: Con el propósito de no provocar una saturación gráfica que dificulte la comprensión de la lectura, en este documento no se considera el uso de “los/las” u “o/a” para hacer referencia a ambos géneros de manera conjunta. En su lugar, se utilizan términos como “el futuro profesor”, “el estudiante” y “el profesor” y sus respectivos plurales para aludir de manera inclusiva a hombres y mujeres. Sin embargo, durante la gestión de la clase se sugiere la utilización de lenguaje inclusivo que invite a los y las estudiantes a involucrarse activamente en las actividades.

	<p>En la siguiente actividad (act. 3), de sistematización, caracterizan las situaciones multiplicativas de combinación a través de sus componentes, y utilizan una expresión del tipo $a \cdot b = c$ para modelarlas.</p> <p>En la última actividad (act. 4), de aplicación de conocimientos, apoyados en un recurso interactivo, utilizan diagramas rectangulares para representar situaciones multiplicativas de agrupación y de combinación.</p> <p>Para la clase es muy importante que los alumnos desarrollen distinciones para poder clasificar las distintas situaciones multiplicativas, las que deben ser el resultado de reconocer diferencias y características y a partir de esto levantar categorías. Por esta razón <u>no se debe anticipar el nombre de las situaciones multiplicativas a estudiar al iniciar cada clase.</u></p>
<p>Aprendizajes esperados</p>	<p>Al terminar la clase se espera que el estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Distinga las situaciones multiplicativas de agrupación de las de combinación y las compare. • En una situación multiplicativa de combinación, pueda: <ul style="list-style-type: none"> ○ Plantear tres problemas, variando la posición de la incógnita. ○ Representar la situación mediante un diagrama de árbol. • Modele las situaciones multiplicativas de combinación mediante una expresión del tipo $a \cdot b = c$. • Utilice un diagrama rectangular para representar situaciones multiplicativas de agrupación y de combinación.
<p>Conocimientos previos</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Manejar nociones básicas de multiplicación y división con números naturales. • Reconocer situaciones multiplicativas de agrupación y caracterizarlas. • Interpretar y representar simbólicamente las relaciones entre los datos involucrados en un contexto dado expresadas verbalmente.
<p>Materiales</p>	<p>Estudiantes</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cuadernillo Clase 2, que contiene: <ul style="list-style-type: none"> ○ Hojas de trabajo del estudiante. ○ Fichas para las actividades. • Conexión wifi.

	Profesor <ul style="list-style-type: none">● Computador.● Proyector.● Archivo GeoGebra con recurso interactivo o conexión wifi.
Tiempo total estimado	90 minutos.

ESQUEMA DE LA CLASE

Tipo de Actividad	Actividades	Tiempo (T) Modalidad (M)
Exploración	<p>Actividad 1: Transformando un problema multiplicativo</p> <p>Con esta actividad se busca que los futuros profesores modifiquen problemas multiplicativos de combinación, para obtener problemas que se resuelvan con la operación inversa.</p>	T: 25 min M: Individual, grupal y de curso completo.
Construcción y profundización	<p>Actividad 2: Distinguiendo situaciones multiplicativas</p> <p>Esta actividad se centra en lograr que los futuros profesores identifiquen los componentes de una situación multiplicativa de combinación y los diferencien de los de una situación multiplicativa de agrupación.</p>	T: 25 min M: Grupal y de curso completo.
Sistematización	<p>Actividad 3: Caracterizando situaciones de combinación</p> <p>El objetivo que se persigue con esta actividad es que los futuros profesores caractericen las situaciones multiplicativas de combinación y utilicen un modelo del tipo $a \cdot b = c$ para formalizarlas.</p>	T: 15 min M: Individual y de curso completo.
Aplicación de conocimientos	<p>Actividad 4: Representaciones rectangulares</p> <p>El foco de esta actividad es que los futuros profesores identifiquen los diagramas rectangulares como recursos gráficos que permiten representar los dos tipos de situaciones multiplicativas estudiadas: de agrupación y de combinación.</p>	T: 20 min M: Individual y de curso completo.
Cierre	<p>Cierre de la clase</p> <p>Con esta actividad se busca que los futuros profesores evidencien sus aprendizajes sobre las situaciones multiplicativas de combinación.</p>	T: 5 min M: Curso completo.



Transformando un problema multiplicativo

Exploración

Tiempo: 25 min.
Modalidad: Individual, grupal y de curso completo.
Materiales: Hoja de actividad 1.

PROPÓSITO

Con esta actividad se busca que los futuros profesores modifiquen problemas multiplicativos de combinación, para obtener problemas que se resuelvan con la operación inversa.

Fecha: _____ Unidad de Aprendizaje Situaciones Multiplicativas
Nombre: _____ Hojas de trabajo - Clase 2

Actividad 1

1. Trabajo individual. Resuelve el siguiente problema y anota tu procedimiento.

Problema del videojuego

En su videojuego favorito, Andrea tiene que formar duplas para competir online con otros jugadores. Para formar cada dupla, debe elegir dos personajes: un vikingo y un samurái. Si el videojuego dispone de 3 vikingos diferentes y de 4 samuráis, también diferentes, ¿cuántas duplas distintas es posible formar?

Anota tu procedimiento

2. Usando los datos del problema anterior y el mismo contexto, redacta otro problema cambiando el lugar de la incógnita, y luego resuélvelo.

Problema del videojuego modificado

Anota tu procedimiento

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.



Revisar las posibles estrategias que se podrían observar en el ítem 1.

[VER MÁS +](#)

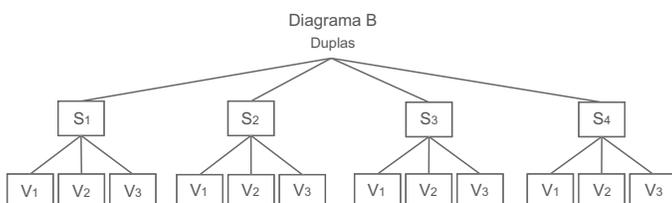
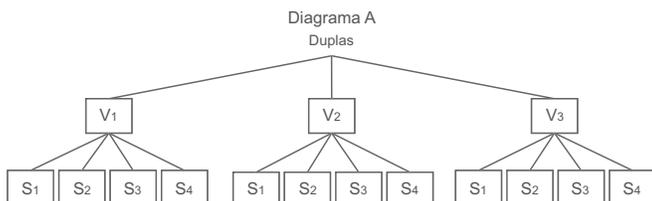


Debe quedar claro que se trata de una situación multiplicativa distinta a las de agrupación. Revise las ideas al cierre.

[VER MÁS +](#)

Actividad 1

3. Trabajo grupal. ¿Cuál de los siguientes diagramas puede representar la situación del videojuego? ¿Cada uno por sí solo o ambos a la vez? Justifiquen su respuesta.



Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.



Es importante que los estudiantes identifiquen los 3 tipos de problemas que es posible formular. Consulte la gestión.

[VER MÁS +](#)



Consulte las ideas asociadas a los diagramas de árbol que se busca destacar en la puesta en común del ítem 3.

[VER MÁS +](#)



PRESENTACIÓN Y MONITOREO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Anuncie que en esta clase seguirán analizando situaciones o historias multiplicativas. No es necesario hacer un repaso de lo estudiado en la primera.
- Pida que trabajen individualmente en los ítems 1 y 2 de la actividad.
- Observe los procedimientos que utilizan los estudiantes para resolver el problema del ítem 1, tales como listas, esquemas, una multiplicación, otros recursos.
- En el ítem 2 identifique a los estudiantes que resuelven la actividad de acuerdo con lo señalado en el documento “Respuesta experta” y observe cuál es la incógnita (cantidad de vikingos o de samuráis). Identifique también a los que redactan otras preguntas que a usted le parezca interesante compartir.
- Cuando terminen el trabajo individual, pida que trabajen de manera grupal en el ítem 3.

VOLVER ↻



COMPARTIR RESULTADOS (10 min)

Para la puesta en común puede serle útil considerar las siguientes sugerencias de gestión:

- Invite a los estudiantes que identificó durante el monitoreo a que expliquen a sus compañeros los procedimientos que utilizaron para resolver el problema del ítem 1. Comience por los que usaron listas o diagramas diferentes al diagrama de árbol, y pida que otros estudiantes opinen sobre la validez de estos procedimientos, es decir, que determinen si permiten obtener la respuesta correcta considerando que esta también se puede lograr mediante una multiplicación.
- Luego consulte por los problemas que redactaron y por los procedimientos que usaron para resolverlos. Procure que aparezcan los dos problemas de división posibles. Si solo han encontrado uno, oriéntelos con preguntas para que encuentren el otro.
- Pida que expliquen a qué corresponden los datos en ambos problemas de división. Haga notar que en los dos casos la incógnita representa la **cantidad de elementos** de uno de los grupos (vikingos o samuráis).
- Después de que hayan trabajado en el ítem 3, solicite que interpreten ambos diagramas. Pida que verifiquen que en los dos casos se forman las mismas doce duplas, ya que la dupla V_1S_1 , es idéntica a la dupla S_1V_1 . Es decir, el orden en que se forman las duplas no influye en el resultado.

- Pregunte: ¿la historia del videojuego es o no una situación multiplicativa? ¿Por qué? Oriéntelos para que se refieran al trío de números que interviene y a los problemas que fue posible plantear.
- Pregunte: ¿cuáles son los datos, o componentes, de esta situación multiplicativa? Verifique que incluyan la cantidad de vikingos, la cantidad de samuráis y la cantidad total de combinaciones posibles de un vikingo con un samurái.

VOLVER ↻



SÍNTESIS DE LOS RESULTADOS (5 min)

Se sugiere asociar las respuestas de los estudiantes a las siguientes ideas:

- Pudimos reconocer que este problema, pese a que es distinto a los problemas de la Clase 1, también corresponde a una situación multiplicativa, a partir de la cual pueden plantearse tres problemas. En el de multiplicación se pregunta por el total de duplas posibles formadas por un vikingo y un samurái, y en los de división, por la cantidad de vikingos o por la de samuráis.
- Esta situación, o historia, puede ser representada mediante un diagrama de árbol para facilitar su comprensión. Como da lo mismo que las duplas se formen a partir de los vikingos o a partir de los samuráis hay dos diagramas (A y B) que son representaciones adecuadas de la situación.
- Es importante entender que nos referimos a “combinaciones posibles” porque no todas se pueden formar simultáneamente. Por ejemplo, el vikingo 1 en un momento se puede asociar con el samurái 1 y en otro momento con el samurái 2, pero no se puede asociar al mismo tiempo con los dos, ya que se trata de formar “duplas”, no “tríos”.

VOLVER ↻



CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad comente los puntos que se indican a continuación (puede usar la diapositiva 4):

- A través de esta actividad se pudo distinguir un tipo de situación multiplicativa distinto a las situaciones de agrupación vistas en la clase anterior.
- Al igual que en el caso anterior, de este nuevo tipo de situación multiplicativa también es posible obtener tres problemas: uno de multiplicación y dos de división.
- Los diagramas de árbol permiten representar adecuadamente este tipo de situaciones multiplicativas.

VOLVER ↻

LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento puede señalar que: *En la siguiente actividad determinaremos si esta situación es o no una situación multiplicativa de agrupación.* (Puede usar la diapositiva 4)



ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

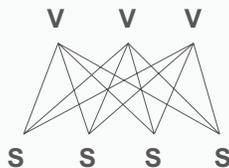
- Algunos estudiantes pueden considerar que todas las duplas son iguales porque están formadas por un vikingo y un samurái. En tal caso la pregunta del problema del ítem 1 carece de sentido. Por lo tanto, pídeles que consideren que tanto los vikingos como los samurái son diferentes entre sí, por lo que las duplas formadas también lo son. La notación con subíndices favorece esta diferenciación.
- Es posible que:

- Elaboren una lista de las duplas posibles.

$V_1S_1, V_2S_2, V_3S_3, V_1S_4, \text{etc.}$

En este caso los estudiantes cuentan la cantidad de duplas formadas. Es posible que logren identificar el total de combinaciones o que su lista quede incompleta.

- Utilicen un diagrama para unir cada elemento de un grupo con todos los elementos del otro grupo.



En este caso, para identificar el total de combinaciones, los estudiantes cuentan las líneas que asocian vikingos con samuráis. Si lo hacen correctamente obtendrán el total de combinaciones posibles (12).

- Obtengan el total de duplas mediante una correspondencia uno a uno.



En este caso el estudiante respondería que las duplas posibles son 3. Ante esto, usted podría preguntarle si el samurái que quedó sin formar una dupla puede asociarse con alguno de los vikingos, o consultarle al resto del curso qué opinan sobre esta respuesta.

- Puede haber estudiantes a los que no se les ocurra cómo modificar el problema. Si es así, pregúnteles por el trío de números presentes en la situación y pídeles que identifiquen a cuál dato corresponde la incógnita del problema dado. Luego puede preguntar: si la incógnita fuera este otro dato, ¿cómo se formularía el problema?, ¿cómo se resolvería?
- Algunos estudiantes podrían pensar que solo el diagrama A del ítem 3 es correcto porque en el problema se menciona primero a los vikingos y luego a los samuráis. Mientras que otros podrían señalar que da lo mismo qué grupo va primero. Pregúnteles si cambia el total de duplas posibles al poner uno u otro grupo primero.

VOLVER ↻



Distinguiendo situaciones multiplicativas

Construcción y profundización

Tiempo: 25 min.
Modalidad: Grupal y de curso completo.
Materiales: Hoja de actividad 2.

PROPÓSITO

Esta actividad se centra en lograr que los futuros profesores identifiquen los componentes de una situación multiplicativa de combinación y los diferencien de los de una situación multiplicativa de agrupación.

Fecha: _____ Unidad de Aprendizaje Situaciones Multiplicativas
Nombre: _____ Hojas de trabajo - Clase 2

Actividad 2

1. Trabajo grupal. En la clase anterior estudiamos las situaciones multiplicativas de agrupación, que caracterizamos con el siguiente modelo:

$$\begin{array}{ccc}
 a & \cdot & b & = & c \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 \text{Cantidad de} & & \text{Cantidad de} & & \text{Cantidad total} \\
 \text{grupos} & & \text{elementos en} & & \text{de elementos} \\
 & & \text{cada grupo} & &
 \end{array}$$

La situación del videojuego, ¿se ajusta o no a este modelo? Justifiquen su respuesta.

2. Trabajo grupal. Resuelvan los siguientes problemas e identifiquen cuál/es corresponde/n al mismo tipo que los del videojuego. Fundamenten su respuesta.

- Diego tiene 2 docenas de damascos para servir de postre. Si pone 4 damascos en cada plato, ¿para cuántos postres le alcanzan?
- Lucía va a comprar un helado simple (1 sabor). Hay de plátano, frutilla y vainilla y se lo pueden dar en un cono o en un vaso. ¿De cuántas maneras diferentes puede elegir su helado?
- René armó 16 caras distintas de payasos con 4 tipos de narices y varios tipos de sombreros. ¿Cuántos tipos de sombreros tenía?
- María compró 5 cuadernos iguales y pagó \$3.500 por ellos. ¿Cuál era el precio de cada uno?

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.



Es importante observar en qué se fijan los estudiantes cuando comparan los problemas del ítem 2. Revise sugerencias.

[VER MÁS +](#)



Destacar las características del nuevo tipo de situación multiplicativa. Revise las ideas al cierre.

[VER MÁS +](#)



Centre la discusión en identificar que los problemas no son situaciones de agrupación. Consulte la gestión propuesta.

[VER MÁS +](#)



PRESENTACIÓN Y MONITOREO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Pida que trabajen de manera grupal.
- Ponga atención a los argumentos que los estudiantes dan en sus grupos para afirmar si la situación del videojuego se ajusta o no al modelo dado.
- Observe en qué se fijan los estudiantes cuando comparan los problemas del ítem 2. Por ejemplo, si se centran en determinar cuáles son los grupos y los elementos, o en si los elementos de un grupo están contenidos o no en otro grupo, o si consideran un total de elementos o un total de pares de elementos.

VOLVER ↻



DISCUSIÓN DE CURSO COMPLETO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar la discusión de curso completo:

- Oriente la discusión del ítem 1 para que concluyan que la situación del videojuego no se ajusta al modelo definido para las situaciones multiplicativas de agrupación. Si los estudiantes no justifican su respuesta, puede plantear que en las situaciones de agrupación hay “grupos” que contienen cierta cantidad de “elementos” y que el total se expresa por el producto entre estos valores. En la situación del videojuego ¿sucede lo mismo?
- Luego, pregunte qué problemas del listado del ítem 2 son del mismo tipo que los del videojuego. A los estudiantes que consideren que B y C son del mismo tipo, pídeles que comparen sus datos con los identificados en los problemas del videojuego, por ejemplo, ¿qué dato equivaldría a las “duplas de un vikingo y un samurái”? Si hay estudiantes que incluyen los problemas A y/o D, someta sus propuestas a debate para que sus compañeros les expliquen por qué ellos no los consideraron.

VOLVER ↻



CONCLUSIÓN DE LA DISCUSIÓN (5 min)

Para cerrar la discusión matemática puede serle útil considerar la siguiente gestión:

- Respalde la conclusión de que la situación del videojuego no se ajusta al modelo de las situaciones multiplicativas de agrupación debido a las características de sus datos, pese a que también se trata de una situación multiplicativa.
- Concluya que de la lista de problemas, B y C son similares a los del videojuego. En ambos hay 2 grupos, y cada uno contiene cierto número de elementos, los que pueden ser de distinto tipo. Al multiplicar estos números entre sí se obtiene el total de combinaciones posibles entre pares de elementos de ambos grupos.
- Puede proyectar las diapositivas 7 y 8 para visualizar los datos homólogos de las situaciones estudiadas, con el fin de justificar sus nombres genéricos (cantidad de elementos del grupo 1, cantidad de elementos del grupo 2 y total de combinaciones posibles de dos elementos).

VOLVER ↻



CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad comente los puntos que se indican a continuación (puede usar las diapositivas 9 y 10):

- Las situaciones multiplicativas analizadas en esta actividad son **diferentes a las de agrupación** y tienen las siguientes características:
 - El producto se obtiene formando **duplas** mediante la asociación de pares de elementos pertenecientes a dos grupos. Corresponde al total de duplas que se pueden formar.
 - Los dos grupos pueden tener **distintos** tipos de elementos y **diferentes** cantidades de ellos.
 - Al organizar los datos en una tabla, las columnas correspondientes a los dos grupos son **intercambiables**, lo que no sucede en las situaciones de agrupación, en las que los roles de la “cantidad de grupos” y de la “cantidad de elementos en cada grupo” son diferentes. Esto significa que en la situación de los helados, por ejemplo, da lo mismo decir: “3 veces 2 envases” o “2 veces 3 sabores”.
 - La cantidad total de **combinaciones posibles** corresponde al total de duplas que es posible imaginar combinando los elementos de ambos grupos. Por ejemplo, con 4 tipos de narices y 4 tipos de sombreros, es posible imaginar 16 payasos diferentes.

Situación	Cantidad de elementos del grupo 1	Cantidad de elementos del grupo 2	Cantidad total de combinaciones posibles de dos elementos
Videojuego	3 <i>vikingos</i>	4 <i>samuráis</i>	12 <i>duplas</i>
Helados	3 <i>sabores</i>	2 <i>envases</i>	6 <i>helados</i>
Payasos	4 <i>narices</i>	4 <i>sombreros</i>	16 <i>caras</i>

- Al comparar este nuevo tipo de situaciones multiplicativas con las de agrupación, vemos que en estas últimas existe un grupo de elementos que **contiene** a los elementos de otros grupos, por ejemplo, una canasta contiene 3 manzanas. Esto no sucede en las situaciones multiplicativas estudiadas en esta actividad, ya que, por ejemplo, no tiene sentido preguntarse cuántas narices contiene un sombrero.

VOLVER ↻

LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento puede preguntar: *¿Cómo podrían designarse las situaciones multiplicativas con las que hemos trabajado en esta clase? Abordaremos esta pregunta en la siguiente actividad.* (Puede usar la diapositiva 11)



ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Es posible que en el ítem 1 las opiniones estén divididas entre Sí y No. Es importante aprovechar esta divergencia para que los estudiantes discutan entre ellos.
- Los que dicen Sí pueden basarse solo en las relaciones entre los números, sin considerar las diferencias determinadas por la estructura de las situaciones. También es posible que digan que hay 3 grupos, cada uno encabezado por un vikingo, y que “la cantidad de elementos por grupo” sea el número de samuráis asociados a este vikingo (4).
- Es posible que algunos estudiantes registren en una misma celda de la tabla resumen, propuesta en las conclusiones, 3 vikingos y 4 samuráis en el grupo 1; y 4 samuráis y 3 vikingos para el grupo 2, haciendo explícito con esto que da lo mismo quien vaya primero.

VOLVER ↻



Caracterizando situaciones de combinación

Sistematización

Tiempo: 15 min.
Modalidad: Individual, grupal y de curso completo.
Materiales: Hoja de actividad 3.

PROPÓSITO

El objetivo que se persigue con esta actividad es que los futuros profesores caractericen las situaciones multiplicativas de combinación y utilicen un modelo del tipo $a \cdot b = c$ para formalizarlas.

Fecha: _____ Unidad de Aprendizaje Situaciones Multiplicativas
Nombre: _____ Hojas de trabajo - Clase 2

Actividad 3

Trabajo individual. Hemos visto que problemas como los del videojuego, de los helados y de los payasos corresponden a un tipo diferente de situaciones multiplicativas.

1. ¿Cómo podría designarse este nuevo tipo de situaciones?

2. ¿Qué representa cada letra en el modelo que caracteriza este tipo de situaciones?
Escríbelo en los recuadros.

a
↓

\cdot

b
↓

$=$

c
↓

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.



Destacar que los dos problemas de división asociados tienen la misma estructura. Revise ideas al cierre.

[VER MÁS +](#)



El nombre y modelo de las situaciones multiplicativas de combinación debe surgir de la puesta en común. Revise la gestión.

[VER MÁS +](#)



PRESENTACIÓN Y MONITOREO (5 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Pida que trabajen de manera individual.
- Mientras monitorea el trabajo de los estudiantes, observe y tome nota de los distintos términos que utilizan para referirse a los componentes del nuevo tipo de situación.

[VOLVER ↻](#)

COMPARTIR RESULTADOS (5 min)

Para la puesta en común puede serle útil considerar las siguientes sugerencias de gestión:

- Pregunte con qué nombre designaron este nuevo tipo de situaciones multiplicativas. Acepte las propuestas que corresponda e indique que habitualmente son conocidas como situaciones multiplicativas de combinación.
- Pregunte qué escribieron en los recuadros y verifique que, aunque con diferentes palabras, los estudiantes se están refiriendo a los títulos de la tabla del cierre de la actividad anterior. Puede proyectar la diapositiva 13 para ayudar a los estudiantes a visualizar lo que representa cada letra en el modelo $a \cdot b = c$.

[VOLVER ↻](#)

SÍNTESIS DE LOS RESULTADOS (5 min)

Se sugiere asociar las respuestas de los estudiantes a las siguientes ideas:

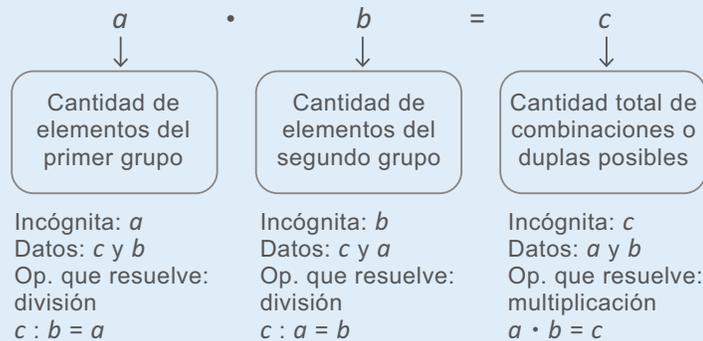
- Parece natural designar las situaciones multiplicativas estudiadas en esta clase como **situaciones multiplicativas de combinación**.
- Una consideración importante que se desprende del análisis realizado es que, al formular problemas basados en este tipo de situaciones, si se pregunta por c y los datos son a y b , el problema se resuelve con una multiplicación en que da mismo considerar que c es igual a a veces b o b veces a , a diferencia de las situaciones de agrupación.
- También pudimos concluir que, si se pregunta por b , y los datos son a y c , el problema se resuelve con una división. Lo mismo sucede si se pregunta por a , dados c y b . Los dos problemas de división son diferentes porque la respuesta es distinta, pero estructuralmente son similares, ya que en ambos casos se conoce la cantidad de combinaciones posibles y se pregunta por la cantidad de elementos de uno de los dos grupos.

[VOLVER ↻](#)

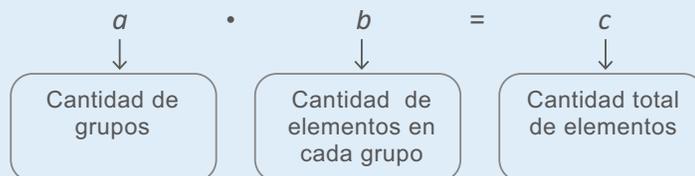
CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad comente los puntos que se indican a continuación (puede usar las diapositivas 13 y 14):

- En esta actividad hemos caracterizado las **situaciones multiplicativas de combinación** por medio de un modelo integrado por dos factores y su producto. En este tipo de situación, los dos problemas de división son estructuralmente similares.



- Este modelo **difiere** del que utilizamos para las situaciones multiplicativas de **agrupación** en los significados atribuidos a cada factor y al producto de acuerdo con el tipo de relaciones establecidas entre los componentes de la situación.



VOLVER ↻

LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento puede señalar que: *En la siguiente actividad consideraremos posibles representaciones para ambos tipos de situaciones estudiadas.* (Puede usar la diapositiva 15)

ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

Los estudiantes podrían:

- Utilizar términos como combinaciones, pares o duplas.
- No saber a qué corresponden a y b en el modelo.
- Reconocer que al multiplicar " a " por " b " se obtiene " c " sin identificar el significado de cada uno de ellos.

VOLVER ↻



Representaciones rectangulares

Aplicación de conocimientos

Tiempo: 20 min.

Modalidad: Individual y de curso completo.

Materiales: - Hoja de actividad 4.

- Conexión wifi para estudiantes.

- Archivo con el recurso interactivo GeoGebra en el computador del profesor.

PROPÓSITO

El foco de esta actividad es que los futuros profesores identifiquen los diagramas rectangulares como recursos gráficos que permiten representar los dos tipos de situaciones multiplicativas estudiadas: de agrupación y de combinación.

Fecha: _____ Unidad de Aprendizaje Situaciones Multiplicativas
Nombre: _____ Hojas de trabajo - Clase 2

Actividad 4

Trabajo individual. Considera los siguientes dos problemas:

Diego tiene media docena de damascos para servir de postre. Si pone 2 damascos en cada plato, ¿para cuántos postres le alcanzan?

Lucía va a comprar un helado simple (1 sabor). Hay de plátano, frutilla y vainilla y se lo pueden dar en un cono o en un vaso. ¿De cuántas maneras diferentes puede elegir su helado?

1. ¿Cuál es la representación que consideras más adecuada para cada situación?

Diagrama de conjuntos

Diagrama de árbol

Diagrama rectangular

Justifica tu respuesta.

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.



Revise la pregunta propuesta para comenzar la discusión en torno al ítem 1.

VER MÁS +



Analice ventajas del diagrama rectangular para representar situaciones multiplicativas. Revise la conclusión.

VER MÁS +

Fecha: _____

Unidad de Aprendizaje Situaciones Multiplicativas
Hojas de trabajo - Clase 2

Nombre: _____

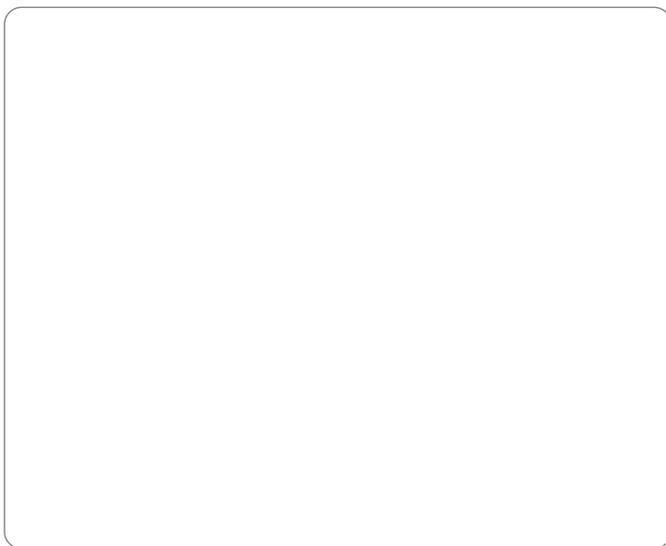
Actividad 4

2. Representa los datos de las siguientes situaciones en el diagrama rectangular que puedes encontrar en el link que se muestra más abajo, y luego responde la pregunta.

Situaciones	Diego tiene 15 platos y 7 damascos en cada plato.
	Lucía tiene que elegir entre 13 sabores y 4 tipos de envase.

Link: <https://www.geogebra.org/m/hhs9s59h>

¿Cuál de las tres representaciones elegirías si Diego tuviera 24 platos y 16 damascos en cada plato? ¿Por qué?



Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.



PRESENTACIÓN Y MONITOREO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Pida que trabajen de manera individual.
- Indique que para resolver el ítem 2 deben manipular el recurso interactivo en sus teléfonos celulares, conectándose a través del *link* dado.

VOLVER ↻



DISCUSIÓN DE CURSO COMPLETO (5 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar la discusión de curso completo:

- Inicie la discusión afirmando lo siguiente: “Yo creo que el diagrama de conjuntos es más adecuado para representar la situación de los helados, ¿qué opinan ustedes?”. Luego, oriente la discusión para que reconozcan que el diagrama de conjuntos se adecúa mejor a la situación de los damascos, y el de árbol a la de los helados.
- Después, ayúdelos a visualizar la potencialidad del diagrama rectangular, que puede ser interpretado como representación de ambas situaciones, a través de preguntas como la siguiente: ¿se adecúa el diagrama rectangular a alguna de las situaciones o a ambas?
- Discutan lo que pueden representar las filas, las columnas y las celdas de un diagrama rectangular en estas situaciones multiplicativas.
- Proyecte el recurso interactivo y solicíteles que lo usen para representar 15 platos y 7 damascos deslizando el punto para intercambiar los nombres de los ejes. Pídales que lo usen también para representar 13 sabores y 4 tipos de envases. Pregunte cómo podrían contar el total de celdas, y haga notar que hay distintas formas de subdividir el rectángulo para luego contar y sumar los productos parciales.
- Pídales comentar las ventajas que ofrece el diagrama rectangular para representar situaciones en las que las cantidades de elementos son mayores.

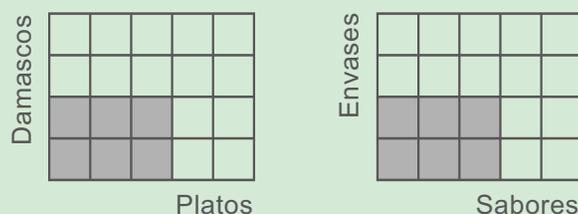
VOLVER ↻



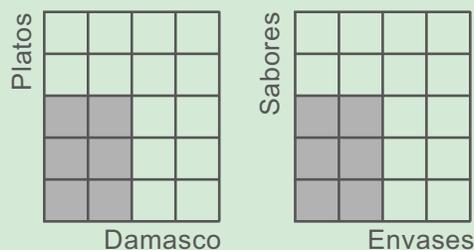
CONCLUSIÓN DE LA DISCUSIÓN (5 min)

Para cerrar la discusión matemática puede serle útil considerar la siguiente gestión:

- Haga notar que resulta fácil asociar directamente el diagrama de conjuntos a la situación de agrupación, y el de árbol a la de combinación. **El diagrama rectangular o arreglo**, en cambio, **es más genérico** porque puede utilizarse para representar ambos tipos de situación.



Además, este diagrama permite **invertir el rol** de filas y columnas en la representación.



- Mencione que, al **augmentar las cantidades** de elementos, vimos que el diagrama rectangular puede seguir funcionando con la misma simplicidad, mientras que los diagramas de conjuntos y de árbol resultan mucho más laboriosos y complejos.

VOLVER ↻

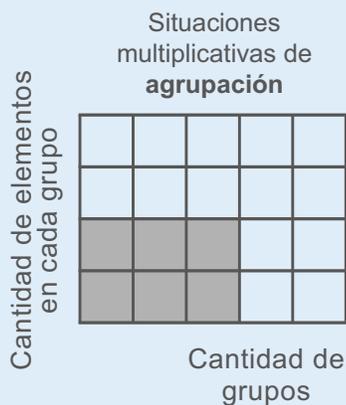


CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad comente los puntos que se indican a continuación (puede usar las diapositivas 19 y 20):

- El **diagrama de conjuntos** constituye una representación que se adapta muy fácilmente a las situaciones multiplicativas de agrupación. Por su parte, el **diagrama de árbol** resulta muy claro para representar situaciones multiplicativas de combinación.
- El **diagrama rectangular o arreglo**, en cambio, es igualmente adecuado para representar ambos tipos de situaciones. Además, tiene ventajas porque es más abstracto, no se complejiza al aumentar las cantidades correspondientes a los datos y permite visualizar el carácter bidimensional de la multiplicación, así como la propiedad conmutativa.

Diagramas rectangulares o arreglos



VOLVER ↻



ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Es posible que los estudiantes afirmen que:
 - en los tres diagramas del ítem 1 se representaron 6 elementos en total y, por tanto, todos son adecuados para ambos problemas.
 - el diagrama de conjuntos se asocia exclusivamente al problema de Diego (damascos y platos) y el de árbol, al de Lucía (sabores de helado).
- En caso de que algún estudiante al aumentar el valor de los datos en el recurso interactivo afirme que el problema deja de ser realista, por ejemplo, al poner 25 damascos en un plato, acepte dicha intervención y proponga que cambie platos por fuentes o fruteras. Luego, reoriente la conversación con el fin de analizar la magnitud de los datos involucrados (24 platos/fruteras y 16 damascos en cada uno) y la conveniencia de utilizar el diagrama rectangular en casos como este.

VOLVER ↻



Cierre de la clase

Gestión sugerida

Tiempo: 5 min.

1º Entregue la ficha de sistematización a los estudiantes.

2º Revise con los estudiantes la meta de la clase y explore de qué manera creen ellos que ese propósito se cumplió.

Meta de la clase:

Al finalizar la clase se espera que hayas logrado caracterizar las situaciones multiplicativas de combinación y distinguirlas de las de agrupación.

3º Solicite a los estudiantes que respondan una pregunta de las que aparecen en la ficha de sistematización.

Preguntas que ahora puedes responder:

- ¿Qué diagramas permiten representar situaciones de agrupación y/o de combinación?

4º Revise junto con sus estudiantes las ideas que están en el recapitulemos de la ficha de sistematización.

Recapitulemos:

- Las situaciones multiplicativas de agrupación pueden representarse adecuadamente por un **diagrama de conjuntos**. Por su parte, las situaciones multiplicativas de combinación se pueden hacer mediante un diagrama de **árbol**. En ambos casos, un **diagrama rectangular o arreglo** resulta igualmente adecuado.

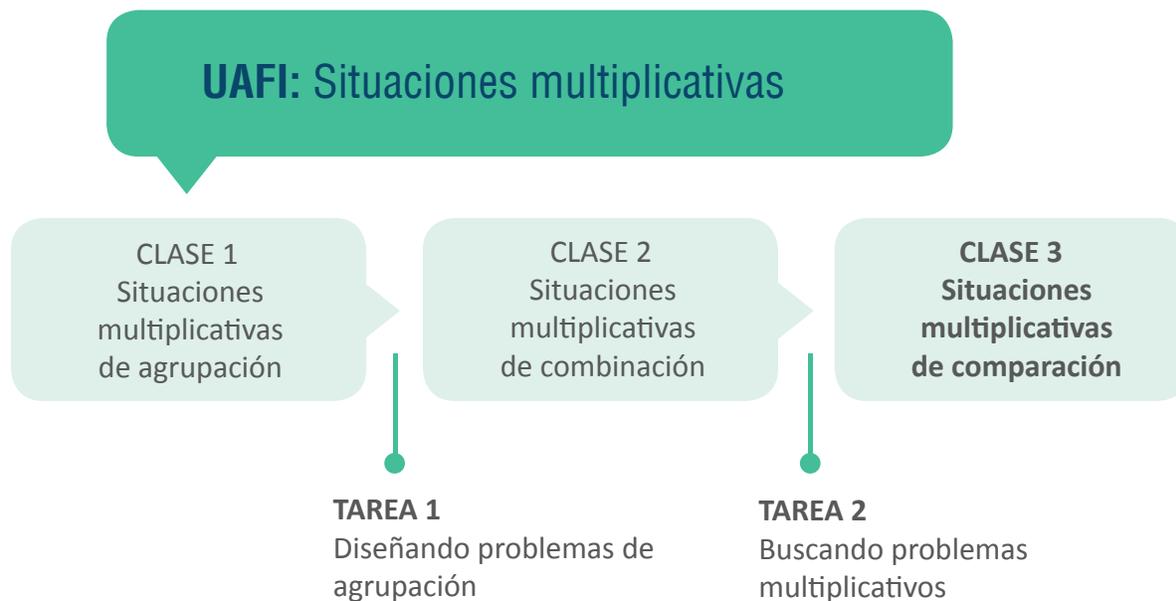
RESPUESTAS EXPERTAS

Actividad	Respuesta experta
<p>Actividad 1 Transformando un problema multiplicativo</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Para resolver el problema, hay que multiplicar el número de vikingos por el número de samuráis. Se puede escribir: $3 \cdot 4$, o bien $4 \cdot 3$. 2. Los enunciados pueden tener variaciones de redacción, pero deben permitir identificar claramente los datos y la incógnita. Por ejemplo: <ul style="list-style-type: none"> ● En su videojuego favorito Andrea tiene que formar duplas para competir <i>online</i> con otros jugadores. Para formar cada dupla, debe elegir dos personajes, un vikingo y un samurái. Si en total puede formar 12 duplas y el videojuego dispone de 3 vikingos, ¿cuántos samuráis tiene el videojuego? Procedimiento: $12 : 3 = 4$ ● En su videojuego favorito Andrea tiene que formar duplas para competir <i>online</i> con otros jugadores. Para formar cada dupla, debe elegir dos personajes, un vikingo y un samurái. Si en total puede formar 12 duplas y el videojuego dispone de 4 samuráis, ¿cuántos vikingos tiene el videojuego? Procedimiento: $12 : 4 = 3$ 3. Ambos diagramas pueden representar la situación del videojuego. En el primero se asocia cada vikingo con cada uno de los samuráis para formar duplas diferentes. En el segundo se asocia cada samurái con cada uno de los vikingos para formar las duplas. En ambos diagramas se obtienen las 12 duplas posibles compuestas por 1 vikingo y 1 samurái.
<p>Actividad 2 Distinguiendo situaciones multiplicativas de combinación y de agrupación</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. La situación del videojuego no se ajusta al modelo definido para las situaciones multiplicativas de agrupación puesto que: <ul style="list-style-type: none"> ● En vez de varios grupos con igual cantidad del mismo tipo de elementos en cada uno, hay dos grupos con distintos tipos de elementos (vikingos y samuráis) y diferentes cantidades de ellos en cada uno (3 y 4, respectivamente). No hay elementos de un grupo que estén contenidos en el otro. ● En vez de que el producto sea la cantidad total de elementos existentes, él corresponde al total de duplas que sería posible formar al asociar cada uno de los elementos de un grupo con todos los elementos del otro.

Actividad	Respuesta experta
	<p>2. Los problemas B y C (helados y payasos) corresponden al mismo tipo de problemas que los del videojuego. En cada uno de ellos hay 2 grupos y cada grupo contiene elementos de distinto tipo (sabores y envases en uno, narices y sombreros en el otro). El número de elementos en cada grupo no necesita ser el mismo, como en los problemas de agrupación. En estos casos, puede ser igual (4 narices y 4 sombreros) o distinto (3 sabores y 2 envases). Al multiplicar entre sí estas cantidades se obtiene el total de duplas posibles formadas con un elemento de cada grupo, en vez del total de elementos de un mismo tipo, como en los problemas de agrupación.</p> <p>Los problemas A y D (damascos y cuadernos) corresponden a situaciones, o historias multiplicativas de agrupación. La cantidad de grupos es 6 platos en A y 5 cuadernos en D; la cantidad de elementos en cada grupo es 4 damascos en A y \$700 en D, y el total de elementos es 24 damascos en A y \$3.500 en D.</p>
<p>Actividad 3 Caracterizando las situaciones de combinación</p>	<p>1. Se designan como situaciones multiplicativas de combinación.</p> <p>2. En las situaciones del videojuego, de los helados y de los payasos el modelo que las caracteriza es:</p> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> $a \cdot b = c$ </div>
<p>Actividad 4 Representaciones rectangulares</p>	<p>1. El diagrama de conjuntos se presta con mayor facilidad para representar la situación de los damascos, mientras que el diagrama de árbol resulta muy apropiado para representar la de los helados. El diagrama rectangular, en cambio, se adapta con igual facilidad para representar ambas situaciones. E incluso permite invertir el rol de filas y columnas en la representación.</p> <p>2. Elegiría el diagrama rectangular porque permite representar datos más numerosos sin aumentar la complejidad de la representación. En general, se considera más práctico el diagrama rectangular porque es más simple y fácil de transformar al variar los datos.</p>

PLANIFICACIÓN

CLASE 3



CLASE 3: SITUACIONES MULTIPLICATIVAS DE COMPARACIÓN

RESUMEN DE LA CLASE

Meta de la clase	Al finalizar la clase se espera que los futuros profesores ¹ logren caracterizar las situaciones multiplicativas de comparación y diferenciarlas de las de agrupación y de combinación.
Descripción de la clase	<p>Los estudiantes elaboran un problema que se resuelva con una multiplicación y dos que se resuelvan con una división a partir de una situación multiplicativa que aún no han caracterizado como “de comparación”. Analizan la situación y designan sus tres componentes (act. 1).</p> <p>De un conjunto de cuatro problemas, identifican los dos que corresponden a situaciones de comparación. Luego caracterizan las situaciones de comparación multiplicativa, utilizando designaciones genéricas para sus componentes y relacionándolos con un modelo del tipo $a \cdot b = c$ (act. 2).</p>

¹ Respecto del uso de lenguaje inclusivo: Con el propósito de no provocar una saturación gráfica que dificulte la comprensión de la lectura, en este documento no se considera el uso de “los/las” u “o/a” para hacer referencia a ambos géneros de manera conjunta. En su lugar, se utilizan términos como “el futuro profesor”, “el estudiante” y “el profesor” y sus respectivos plurales para aludir de manera inclusiva a hombres y mujeres. Sin embargo, durante la gestión de la clase se sugiere la utilización de lenguaje inclusivo que invite a los y las estudiantes a involucrarse activamente en las actividades.

	<p>Después, analizan un caso que describe una experiencia de aula, el que les permite establecer diferencias entre las situaciones de comparación aditivas y multiplicativas (act. 3).</p> <p>Finalmente, establecen relaciones entre tres problemas elaborados a partir de situaciones multiplicativas, clasificándolos según el tipo de situación multiplicativa que los origina (de agrupación, de combinación o de comparación), y al lugar que ocupa la incógnita en el modelo ($a \cdot b = c$). Concluyen sobre la cantidad de problemas diferentes que es posible elaborar considerando las dos variables estudiadas: tipo de situación y posición de la incógnita (act. 4).</p> <p>Para la clase es muy importante que los alumnos desarrollen distinciones para poder clasificar las distintas situaciones multiplicativas, las que deben ser el resultado de reconocer diferencias y características y a partir de esto levantar categorías. Por esta razón <u>no se debe anticipar el nombre de las situaciones multiplicativas a estudiar al iniciar cada clase.</u></p>
Aprendizajes esperados	<p>Al terminar la clase se espera que el estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Distinga los tres componentes de una situación multiplicativa de comparación e identifique las relaciones entre ellos. • Clasifique situaciones multiplicativas: de agrupación, de combinación y de comparación y formalice estas últimas mediante un modelo del tipo: $a \cdot b = c$. • Distinga las situaciones de comparación multiplicativas de las aditivas. • Compare problemas multiplicativos de acuerdo con el tipo de situación (de agrupación, de combinación y de comparación) y con el lugar que ocupa la incógnita (a, b o c).
Conocimientos previos	<ul style="list-style-type: none"> • Manejar nociones básicas de multiplicación y división con números naturales. • Interpretar y representar simbólicamente las relaciones entre los datos de un contexto dado, expresadas verbalmente. • Reconocer situaciones multiplicativas de agrupación y de combinación.
Materiales	<p>Estudiantes</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cuadernillo para la Clase 3. <p>Profesor</p> <ul style="list-style-type: none"> • Computador. • Proyector.
Tiempo total estimado	90 minutos.

ESQUEMA DE LA CLASE

Tipo de Actividad	Actividades	Tiempo (T) Modalidad (M)
Exploración	Actividad 1: Elaborando problemas Con esta actividad se busca que los futuros profesores elaboren problemas multiplicativos de comparación a partir de una situación dada.	T: 20 min M: Grupal y de curso completo.
Construcción de conocimientos	Actividad 2: Caracterizando situaciones multiplicativas de comparación El objetivo que se persigue con esta actividad es que los futuros profesores expresen la relación entre los componentes de las situaciones de comparación multiplicativa a través de un modelo del tipo $a \cdot b = c$.	T: 20 min M: Grupal y de curso completo.
Construcción de conocimientos	Actividad 3: Situaciones de comparación multiplicativas y aditivas Esta actividad se centra en lograr que los futuros profesores distingan los problemas de comparación multiplicativa de los de comparación aditiva.	T: 20 min M: Grupal y de curso completo.
Sistematización	Actividad 4: Relacionando lo aprendido en la unidad El foco de esta actividad es lograr que los futuros profesores relacionen los conocimientos adquiridos en esta unidad comparando problemas según el tipo de situación multiplicativa que los originan y el componente que corresponde a la incógnita.	T: 25 min M: Grupal y de curso completo.
Cierre	Cierre de la clase: El foco de esta actividad es lograr que los futuros profesores evidencien sus aprendizajes sobre las situaciones multiplicativas de comparación.	T: 5 min M: Curso completo.



Elaborando problemas

Exploración

Tiempo: 20 min.
Modalidad: Grupal y de curso completo.
Materiales: Hoja de actividad 1.

PROPÓSITO

Con esta actividad se busca que los futuros profesores elaboren problemas multiplicativos de comparación a partir de una situación dada.

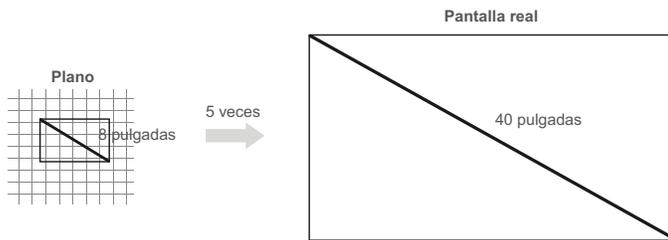
Fecha: _____
Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Situaciones Multiplicativas
Hojas de trabajo - Clase 3

Actividad 1

Trabajo grupal. A partir de la siguiente situación, elaboren dos problemas: uno que se resuelva con multiplicación y otro con división.

En un taller fabrican pantallas para distintos aparatos electrónicos. Disponen de un plano a escala en el que han dibujado una cuya diagonal mide 8 pulgadas. La que fabricarán será 5 veces mayor que la del plano, por lo que su diagonal medirá 40 pulgadas.



Problema que se resuelva con multiplicación:

Problema que se resuelva con división:

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.



Es clave sistematizar las características de los datos que distinguen a la situación de las vistas antes. Revise el cierre.

[VER MÁS +](#)



Puede usar una tabla como la de síntesis para analizar la naturaleza de los componentes de la situación.

[VER MÁS +](#)



PRESENTACIÓN Y MONITOREO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Pida que trabajen en grupos de 2 o 3 personas.
- Una vez que hayan leído las instrucciones para la actividad, pregunte:
 - ¿Cuál es la situación o historia, en este caso? ¿Es una historia completa o un problema? ¿Por qué no sería un problema?
 - ¿Es una situación multiplicativa? ¿Por qué?
- Cuando comiencen a trabajar, registre qué estudiantes elaboran problemas multiplicativos en los que intervienen los datos de la historia: “8 pulgadas”, “40 pulgadas” y “5 veces”, dos de ellos como datos y el tercero como incógnita.
- Verifique si en la elaboración de los problemas aparecen los dos tipos de división, uno en que la incógnita es “8 pulgadas” y el otro en que es “5 veces”.

[VOLVER ↻](#)

COMPARTIR RESULTADOS (5 min)

Para la puesta en común puede serle útil considerar las siguientes sugerencias de gestión:

- Pida a algunos estudiantes que expongan los problemas elaborados y pregúnteles con qué operación se resuelven.
- Elija a los estudiantes que expondrán para asegurar que se presenten los tres problemas posibles: uno que se resuelve con una multiplicación y dos con una división.
- Pregunte cuáles son los datos que intervienen en esta historia, es decir, los componentes de la situación multiplicativa. Refiérase a ellos como “medida de la pantalla en el plano”, “medida de la pantalla real” y “factor de ampliación”.
- Puede recordarles que la operación que resuelve el problema está asociada a la ubicación de la incógnita, tal como en las situaciones multiplicativas de agrupación y combinación.

[VOLVER ↻](#)



SÍNTESIS DE LOS RESULTADOS (5 min)

Se sugiere asociar las respuestas de los estudiantes a las siguientes ideas:

- La historia corresponde a una situación multiplicativa ya que describe tres números en los que resulta significativo multiplicar dos de ellos entre sí para obtener el tercero.

Factor de ampliación	Medida de la pantalla en el plano	Medida de la pantalla real
5 veces	8 pulgadas	40 pulgadas

- Observemos que en esta situación multiplicativa dos de los datos corresponden a longitudes medidas en pulgadas, mientras que el otro es un número sin dimensión que describe el número de veces que es mayor una longitud en relación con la otra.
- De la situación dada se pueden formular tres tipos de problemas distintos, según el lugar que ocupa la incógnita.

VOLVER ↻



CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad comente los puntos que se indican a continuación (puede usar la diapositiva 3):

- En esta situación dos de sus tres datos son longitudes expresadas en una misma unidad de medida (pulgadas) y el otro dato es un número sin dimensión (número de veces).
- A partir de esta situación se puede plantear un problema de multiplicación y dos de división:

Factor de ampliación	Medida de la diagonal de la pantalla en el plano	Medida de la diagonal de la pantalla real
5 veces	8 pulgadas	40 pulgadas
Incógnita: 5 veces. Datos: 8 pulgadas y 40 pulgadas. Op. que resuelve: división. $40 : 8 = 5$	Incógnita: 8 pulgadas. Datos: 5 veces y 40 pulgadas. Op. que resuelve: División. $40 : 5 = 8$	Incógnita: 40 pulgadas. Datos: 5 veces y 8 pulgadas. Op. que resuelve: multiplicación. $5 \cdot 8 = 40$

VOLVER ↻

LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento puede preguntar: *Esta situación multiplicativa, ¿será una situación de agrupación, de combinación, o ninguna de ellas? Abordaremos esta pregunta en la siguiente actividad.* (Puede usar la diapositiva 4).



ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Algunos estudiantes podrían darse cuenta de que la situación corresponde a la expresión: $5 \cdot 8 = 40$ sin interpretar en el contexto el significado de cada uno de estos números. En ese caso pregúnteles a qué se refiere cada número.
- Algunos estudiantes pueden interpretar el enunciado como que la medida de la pantalla en el plano es “5 veces menor” que la medida de la pantalla real. Valide esta interpretación como otra forma de contar la misma historia.
- En el caso de que solo surjan problemas asociados a un tipo de división, haga preguntas para que aparezca el otro.
- Es posible que en el momento de la síntesis, algunos estudiantes hablen de aumento y de ampliación.



Caracterizando situaciones multiplicativas de comparación

Construcción de conocimientos

Tiempo: 20 min.
Modalidad: Grupal y de curso completo.
Materiales: Hoja de actividad 2.

PROPÓSITO

El objetivo que se persigue con esta actividad es que los futuros profesores expresen la relación entre los componentes de las situaciones de comparación multiplicativa a través de un modelo del tipo $a \cdot b = c$.

Fecha: _____
Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Situaciones Multiplicativas
Hojas de trabajo - Clase 3

Actividad 2

- Trabajo grupal. ¿Cuál/es de los siguientes problemas multiplicativos corresponde/n a una situación del mismo tipo que la de la actividad anterior?
 - Un grupo de 60 personas contrató minibuses para una excursión. Cada uno llevó 12 pasajeros. ¿Cuántos minibuses ocuparon?
 - En el parque, Juan pagó \$700 por un paquete de cabritas. En el cine, Mariana canceló cuatro veces este valor por uno similar. ¿Cuánto pagó Mariana por sus cabritas?
 - En un restaurante ofrecen un menú por \$5.400. Los clientes pueden elegir entre 3 entradas y 4 platos de fondo. ¿Cuántos menús diferentes se pueden elegir?
 - Julia y Enrique tienen que preparar leche con chocolate. Julia utiliza una receta que contempla 15 cucharadas de chocolate para 5 L de leche. Enrique, en cambio, usa una que considera 18 cucharadas de chocolate para 3 L de leche. ¿Cuántas veces más chocolate que Julia ocupa Enrique por cada litro de leche?

- ¿Cuáles son los datos de la situación que corresponden al problema de las cabritas? Asignen un nombre a cada dato, o componente.

a	\cdot	b	$=$	c
↓		↓		↓
<div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; width: 100%; height: 40px;"></div>		<div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; width: 100%; height: 40px;"></div>		<div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; width: 100%; height: 40px;"></div>

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.



Revise las anticipaciones para disponer de posibles respuestas que pueda reconocer y utilizar.

[VER MÁS +](#)



Es clave sistematizar el modelo asociado a las situaciones multiplicativas de comparación y contrastarlo con el de los otros tipos de situaciones.

[VER MÁS +](#)



Puede pedirles a los estudiantes completar la tabla sugerida para comparar los problemas. Revise la gestión propuesta.

[VER MÁS +](#)



PRESENTACIÓN Y MONITOREO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Pida que continúen trabajando en grupos de 2 o 3 personas en los ítems 1 y 2.
- Observe qué aspectos consideran los estudiantes cuando comparan los problemas del ítem 1. Si es necesario, pregunte por los componentes de cada problema y su correspondencia con los de la situación anterior.
- En el ítem 2, vea los términos que utilizan para designar los componentes y el orden en que los escriben.

VOLVER ↻



COMPARTIR RESULTADOS (5 min)

Para la puesta en común puede serle útil considerar las siguientes sugerencias de gestión:

- Pregunte qué problemas del listado del ítem 1 son del mismo tipo que los de la pantalla, pida que los resuelvan y pregunte por qué consideran que son similares.
- A los estudiantes que estimen que B y D son de ese tipo, pídale que comparen sus datos con los identificados en la situación de la pantalla. Puede preguntar, por ejemplo: en el problema B, ¿qué dato corresponde a “la diagonal de la pantalla en el plano”? Si hay estudiantes que han incluido los problemas A y C puede adoptar esta misma estrategia para ayudarlos a que los descarten.
- Pregunte si los problemas A y C corresponden a situaciones multiplicativas estudiadas en las clases anteriores.
- Respecto al ítem 2, después de comentar las designaciones usadas para describir los componentes, pregunte cuál es la relación entre ellos. Señale que optó por escribir $4 \cdot 700$ (4 veces 700) para mantener la coherencia con la manera en que se tabuló la situación de la pantalla (5 veces ocho pulgadas).
- Con la participación de los estudiantes, organice la información en una tabla como la que se muestra en “Síntesis de los resultados”. Designe las columnas como “Factor de comparación”, “Cantidad referente” y “Cantidad comparada”.
- Comente sobre los posibles lugares que ocupa la incógnita y las operaciones que permitirían resolver cada problema. También puede apoyarse en los diagramas que se muestran en las diapositiva 7 y 8 para describir las relaciones entre los componentes de estas situaciones.

VOLVER ↻

SÍNTESIS DE LOS RESULTADOS (5 min)

Se sugiere asociar las respuestas de los estudiantes a las siguientes ideas:

- El análisis de los componentes de estos problemas permitió determinar que se trata de otro tipo de situaciones multiplicativas, en las que busca **comparar** dos cantidades indicando cuántas veces mayor es una de ellas respecto de la otra.

	Factor de comparación	Cantidad referente	Cantidad comparada
Situación de las cabritas	4 veces	\$ 700	\$ 2 800
Situación de la leche	2 veces	3 cucharadas de chocolate por litro de leche	6 cucharadas de chocolate por litro de leche
Situación de la pantalla	5 veces	8 pulgadas	40 pulgadas

VOLVER 

CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad comente los puntos que se indican a continuación (puede usar las diapositivas 9 a 11):

- En esta situación, denominada **situación multiplicativa de comparación**, dos de sus tres datos son cantidades de una misma especie (cantidad referente y cantidad comparada) y el tercero es un número sin dimensión (factor de comparación). La relación entre sus datos se expresa en el siguiente modelo:



- Tanto en las situaciones multiplicativas de agrupación como en las de comparación multiplicativa, los dos problemas de división son muy diferentes, ya que los componentes a y b son de tipos distintos, por ejemplo, canastas y manzanas, número de veces y pulgadas. Sin embargo, a diferencia de las anteriores, en las situaciones multiplicativas de combinación los dos problemas de división son muy similares, ya que los componentes a y b son del mismo tipo, puesto que corresponden a la cantidad de elementos de uno de los dos grupos.

Situación de...	a	b	c
Agrupación	Cantidad de grupos	Cantidad de elementos en cada grupo	Cantidad total de elementos
Comparación	Factor de comparación	Cantidad referente	Cantidad comparada
Combinación	Cantidad de elementos de un grupo	Cantidad de elementos del otro grupo	Cantidad total de combinaciones posibles

- Existen diversos tipos de situaciones multiplicativas y diferentes formas de clasificarlas. En esta unidad hemos estudiado los tres tipos de situaciones que corresponden a la clasificación más usual.

VOLVER ↻

LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento puede plantear lo siguiente: *En esta clase hemos estudiado las situaciones de comparación multiplicativa. ¿Existe otra manera de comparar dos cantidades? Abordaremos esta pregunta en la actividad siguiente. (Puede usar la diapositiva 12)*



ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Los estudiantes pueden argumentar que los problemas B y D son del mismo tipo porque las expresiones “cuatro veces” o “cuántas veces más” indican cómo una cantidad se compara con otra.
- Pueden designar la componente a como “cantidad de veces” o “factor de ampliación”.
- Pueden designar a la columna que contenga 700 como “precio que pagó Juan”, a la columna que contenga 4 como “número de veces que es más caro” y a la columna que contenga 2.800 como “precio que pagó Mariana”. También pueden referirse a estos datos como: cantidad ampliada, final, o comparada y al otro dato como cantidad original, no ampliada, inicial, elemento a ampliar.
- Pueden asignar en el modelo \$700 al factor a y “4 veces” al factor b . Explíqueles que en este caso es pertinente asignar “4 veces” al factor a y \$ 700 al factor b , para ser coherentes con la convención adoptada en la primera clase de esta unidad en la que $a \cdot b$ se interpreta como “ a veces b ”, es decir, 4 veces \$700.

VOLVER ↻



Situaciones de comparación multiplicativas y aditivas

Construcción de conocimientos

Tiempo: 20 min.
Modalidad: Grupal y de curso completo.
Materiales: Hoja de actividad 3.

PROPÓSITO

Esta actividad se centra en lograr que los futuros profesores distingan los problemas de comparación multiplicativa de los de comparación aditiva.

Fecha: _____
Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Situaciones Multiplicativas
Hojas de trabajo - Clase 3

Actividad 3

Actividad grupal. Una profesora pidió a sus estudiantes de tercer año básico que resolvieran el siguiente problema:

Pablo y Sofía participaron en una maratón. Pablo abandonó la carrera a los 7 km mientras que Sofía lo hizo a los 21 km. ¿Cuánto más corrió Sofía que Pablo?

La profesora observó los cálculos de dos de sus alumnos:

Martín
 $21 : 7 = 3$

Carla
 $21 - 7 = 14$

1. ¿Cómo creen que entendió el problema cada uno de los estudiantes?

2. ¿Cuál sería la respuesta al problema que daría cada estudiante?

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.



Esta actividad busca que los estudiantes identifiquen los dos tipos de comparación: aditiva y multiplicativa. Revise el cierre.

[VER MÁS +](#)



Es importante llegar a un consenso sobre la validez de las dos interpretaciones. Revise la gestión propuesta.

[VER MÁS +](#)



PRESENTACIÓN Y MONITOREO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Pida que continúen trabajando en grupos de 2 o 3 personas.
- Si hay estudiantes que no saben cómo abordar esta actividad, sugiera que redacten las preguntas a las que podrían estar respondiendo los cálculos de Martín y de Carla.
- Pregunte cómo se interpretaría el número 3 en el caso de Martín y el número 14 en el caso de Carla.

[VOLVER ↻](#)

COMPARTIR RESULTADOS (5 min)

Para la puesta en común puede serle útil considerar las siguientes sugerencias de gestión:

- Inicie este momento preguntando: ¿cuál creen que fue la respuesta que dieron Martín y Carla al problema? A partir de sus respuestas, pregunte cómo creen que entendieron el problema los niños. ¿Alguno de los niños (Martín o Carla) dio una respuesta equivocada?
- Oriente la conversación hacia la distinción de situaciones multiplicativas y aditivas. Puede preguntar: ¿qué operación usó cada uno de los alumnos?, ¿ambos alumnos están comparando los datos?

[VOLVER ↻](#)

SÍNTESIS DE LOS RESULTADOS (5 min)

Se sugiere asociar las respuestas de los estudiantes a las siguientes ideas:

- Las dos comparaciones son igualmente válidas dada la formulación de la pregunta del problema, en la que se consulta “cuánto más” sin especificar si se trata de “cuántas **veces** más kilómetros” o de “cuántos **kilómetros** más”.
- Estas dos formas de comparar cantidades dan lugar a dos situaciones de comparación distintas: una aditiva y otra multiplicativa.

[VOLVER ↻](#)



CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad comente los puntos que se indican a continuación (puede usar la diapositiva 14):

- Cuando queremos comparar dos cantidades, podemos hacerlo aditiva o multiplicativamente. Esto depende del contexto y del problema que se esté resolviendo.
 - La comparación **aditiva** responde a la pregunta “cuántas unidades más” o “cuántas unidades menos” tiene una cantidad respecto de la otra.
 - La comparación **multiplicativa** responde a la pregunta “cuántas veces más” o “cuántas veces menos” es una cantidad respecto de la otra.
- Para los escolares no es fácil distinguir cuando se usa una u otra, y es común que ellos resuelvan aditivamente problemas que son de comparación multiplicativa, sobre todo cuando el factor de comparación no es un número natural. Por ejemplo, es más fácil responder “cuántas veces más que 4 es 12” que “cuántas veces más que 3 es 7”.

VOLVER ↻

LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento puede señalar que: *En la siguiente actividad compararemos problemas de acuerdo con el tipo de situación multiplicativa que los origina y a la posición de la incógnita.* (Puede usar la diapositiva 15)



ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

Los estudiantes podrían:

- Es posible que algunos estudiantes digan que Martín hizo un problema de división y Carla uno de sustracción. En dichos casos, pídeles que expliquen por qué hicieron esas operaciones.
- Algunos estudiantes podrían indicar, a partir del procedimiento de Carla, que Sofía corrió el doble de kilómetros que Pablo, ya que toman en cuenta solo los datos numéricos 7 y 14 y no su interpretación en el problema.

VOLVER ↻



Relacionando lo aprendido en la unidad Sistematización

Tiempo: 25 min.
Modalidad: Grupal y de curso completo.
Materiales: Hoja de actividad 4.

PROPÓSITO

El foco de esta actividad es lograr que los futuros profesores relacionen los conocimientos adquiridos en esta unidad comparando problemas según el tipo de situación multiplicativa que los originan y el componente que corresponde a la incógnita.

Fecha: _____
Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Situaciones Multiplicativas
Hojas de trabajo - Clase 3

Actividad 4

Trabajo grupal. Un profesor de un cuarto año básico planteó el siguiente problema a sus alumnos.

Miguel tiene dos recipientes, uno grande y otro pequeño. La capacidad del primero es de 18 L y la del otro es de 3 L. ¿Cuántas veces más capacidad que el pequeño tiene el grande?

1. Organicen la información acerca del problema en la siguiente tabla:

De qué trata el problema	Tipo de situación multiplicativa	Datos e incógnita			Operación que resuelve el problema
		a	b	c	
Recipientes					

El mismo profesor ha seleccionado dos problemas para la clase siguiente.

Problema del ahorro	Problema del menú
Juan contó el dinero que ha ahorrado. Ana tiene 4 veces más dinero que Juan. Si Ana juntó \$ 9 200, ¿cuánto dinero reunió Juan?	En el restaurante de don Mario el menú está compuesto por una entrada y un plato de fondo. Si tiene una variedad de 4 entradas y 5 platos de fondo, ¿de entre cuántos menús diferentes puede un cliente elegir su pedido?

2. Para cada uno de los problemas anteriores, organicen la información en la siguiente tabla:

De qué trata el problema	Tipo de situación multiplicativa	Datos e incógnita			Operación que resuelve el problema
		a	b	c	
Ahorro					
Menú					

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.



Es clave reconocer que dos de los aspectos que varían en los problemas son el tipo de situación y el lugar de la incógnita. Revise el cierre.

[VER MÁS +](#)



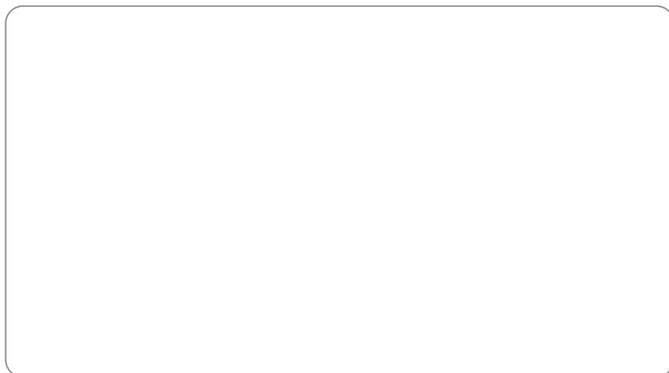
Pida a los estudiantes que utilicen los modelos de situaciones multiplicativas para fundamentar sus respuestas. Revise la gestión sugerida.

[VER MÁS +](#)

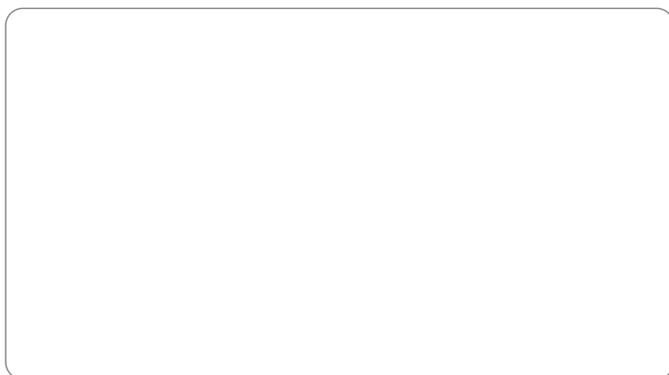
Unidad de Aprendizaje Situaciones Multiplicativas
Hojas de trabajo - Clase 3

Actividad 4

3. Si el profesor propone el problema del ahorro después del de los recipientes, además del contexto del problema, ¿qué más está cambiando?



4. Si el profesor propone el problema del menú después del de los recipientes, además del contexto del problema, ¿qué más está cambiando?



Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.



PRESENTACIÓN Y MONITOREO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Pida que continúen trabajando en grupos, esta vez en los ítems 1 y 2.
- Haga preguntas para verificar que han entendido cómo deben completar las tablas, en los ítems 1 y 2.
- Pida que continúen trabajando en grupos y observe sus respuestas a los ítems 3 y 4, sin hacer comentarios.

[VOLVER ↶](#)

COMPARTIR RESULTADOS (10 min)

Para la puesta en común puede serle útil considerar las siguientes sugerencias de gestión:

- Pida que compartan sus análisis de los tres problemas para completar las tablas: a qué tipo de situación multiplicativa corresponde, qué operación resuelve el problema y cuáles son los datos y la incógnita, en cada caso.
- A continuación, pida que compartan sus respuestas a los ítems 3 y 4. Invite a participar a los estudiantes cuyas respuestas le hayan llamado la atención durante el monitoreo.
- Pida que opinen sobre la importancia de analizar el tipo de situación multiplicativa y el lugar de la incógnita al seleccionar problemas para los estudiantes de Educación Básica.
- Para promover la reflexión sobre las situaciones multiplicativas estudiadas y los problemas que es posible plantear en base a ellas, plantee la siguiente pregunta:
Este profesor está considerando 3 problemas basados en situaciones multiplicativas. Considerando los tipos de situación que hemos estudiado y los lugares que puede ocupar la incógnita, ¿cuántos tipos de problemas, diferentes en cuanto a su estructura, es posible elaborar? ¿Cuántos de ellos se resuelven con una multiplicación y cuántos con una división?
- Promueva la discusión entre los estudiantes si sus respuestas a estas preguntas son diferentes.

[VOLVER ↶](#)



SÍNTESIS DE LOS RESULTADOS (5 min)

Se sugiere asociar las respuestas de los estudiantes a las siguientes ideas:

- Para concluir acerca de la comparación de los tres problemas puede proyectar la diapositiva 19.
- Aunque los contextos de los tres problemas son muy diferentes, al analizarlos desde el punto de vista de su estructura el primero se parece bastante más al segundo que al tercero.
- Con respecto a la cantidad de problemas posibles, se puede concluir que son 9, ya que se trata de 3 situaciones y para cada situación hay 3 problemas posibles, uno de multiplicación y dos de división. Pero también podrían concluir que son 8, ya que se puede considerar que para las situaciones de combinación los 2 problemas de división son prácticamente iguales.

VOLVER ↻



CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad comente los puntos que se indican a continuación (puede usar las diapositivas 20 a 22):

- Durante el estudio de las situaciones multiplicativas hemos analizado dos aspectos que pueden variar en la elaboración de problemas multiplicativos:
 - **El tipo de situación multiplicativa.** Del total de situaciones multiplicativas posibles se han estudiado los tres tipos más usuales: de agrupación, de combinación y de comparación.
 - **El lugar que ocupa la incógnita** en problemas multiplicativos de un paso.
- En la siguiente tabla se resumen los tipos de problemas que hemos identificado:

	a	b	c
Agrupación	Cantidad de grupos.	Cantidad de elementos por grupo.	Total de elementos.
Combinación	Cantidad de elementos de un grupo.	Cantidad de elementos del otro grupo.	Total de combinaciones posibles.
Comparación	Factor de comparación.	Cantidad referente.	Cantidad comparada.
	Incógnita: a Datos: b y c Operación que resuelve: división, $c : b = a$	Incógnita: b Datos: a y c Operación que resuelve: división, $c : a = b$	Incógnita: c Datos: a y b Operación que resuelve: multiplicación, $a \cdot b = c$

- El estudio de las situaciones multiplicativas en la formación inicial docente contribuye a destacar el significado de la multiplicación y de su relación con la división. Además, proporciona criterios para elaborar problemas escolares en los casos en que los datos corresponden a un trío multiplicativo de números naturales.

[VOLVER ↻](#)

ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Es posible que los estudiantes tengan dudas de cómo llenar las tablas. Ayúdelos a comprender lo que se pide.
- Es probable que algunos estudiantes planteen que, al considerar las tres situaciones multiplicativas estudiadas, se podrían formular 8 tipos de problemas, ya que en las situaciones de combinación los dos problemas de división son del mismo tipo.

[VOLVER ↻](#)



Cierre de la clase

Gestión sugerida

Tiempo: 5 min.

1º Entregue la ficha de sistematización a los estudiantes.

2º Revise con los estudiantes la meta de la clase y explore de qué manera creen ellos que ese propósito se cumplió.

Meta de la clase:

Al finalizar la clase se espera que hayas logrado caracterizar las situaciones multiplicativas de comparación y diferenciarlas de las de agrupación y de combinación.

3º Solicite a los estudiantes que respondan las preguntas que aparecen en la ficha de sistematización.

Preguntas que ahora puedes responder:

- Además de la comparación multiplicativa, ¿qué otro tipo de comparación existe?

4º Revise junto con sus estudiantes las ideas que están en el recapitulemos de la ficha de sistematización.

Recapitulemos:

- Cuando queremos comparar dos cantidades, podemos hacerlo aditiva o multiplicativamente. Esto depende del contexto y del problema que se esté resolviendo.
 - La comparación **aditiva** responde a la pregunta “cuántas unidades más” o “cuántas unidades menos” tiene una cantidad respecto de la otra.
 - La comparación **multiplicativa** responde a la pregunta “cuántas veces más” o “cuántas veces menos” es una cantidad con respecto de la otra.

RESPUESTAS EXPERTAS

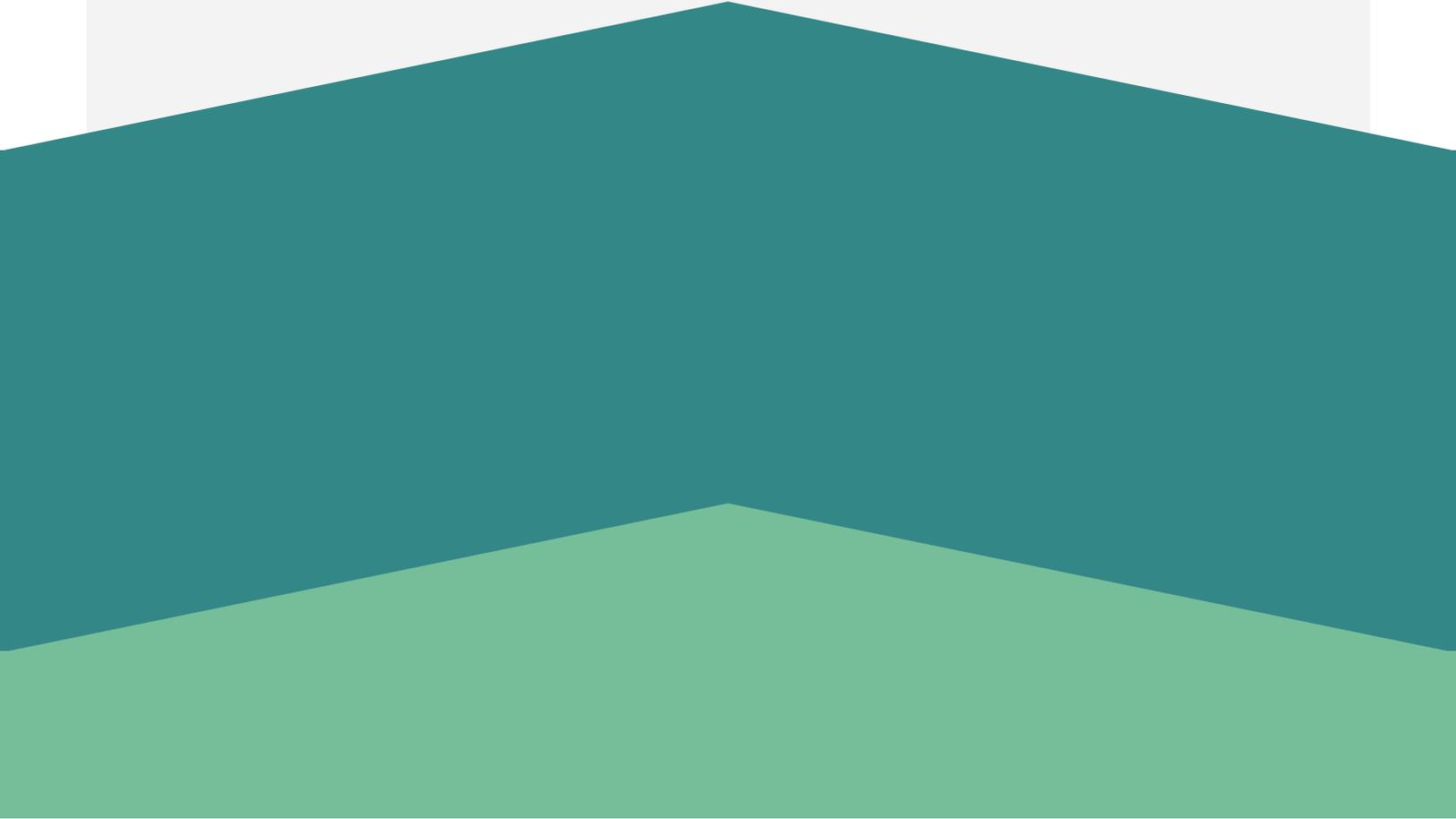
Actividad	Respuesta experta
<p>Actividad 1 Elaborando problemas</p>	<p>Los enunciados pueden tener variaciones de redacción, pero deben permitir identificar claramente los datos y la incógnita. Pueden ser:</p> <ul style="list-style-type: none"> • En un taller fabrican pantallas para distintos aparatos electrónicos. Disponen de un plano a escala, en el que han dibujado una pantalla cuya diagonal mide 8 pulgadas. ¿Cuánto medirá la diagonal de la pantalla que fabricarán si debe ser 5 veces mayor que la del plano? • En un taller fabrican pantallas para distintos aparatos electrónicos. Disponen de un plano a escala, en el que han dibujado una pantalla cuya diagonal mide 8 pulgadas. Si la diagonal de la pantalla que fabricarán medirá 40 pulgadas, ¿cuántas veces mayor que la del plano será? • En un taller fabrican pantallas para distintos aparatos electrónicos. Disponen de un plano a escala, en el que han dibujado una pantalla. La pantalla que fabricarán será 5 veces más grande que la del plano y su diagonal medirá 40 pulgadas. ¿Cuánto mide la diagonal de la pantalla dibujada en el plano?
<p>Actividad 2 Caracterizando las situaciones de comparación multiplicativa</p>	<p>1. Los problemas B y D (cabritas y leche con chocolate) corresponden al mismo tipo que los de la pantalla. En cada uno de estos hay 2 medidas (o cantidades) de una misma especie y un factor que corresponde a cuántas veces mayor es una medida que la otra. Al multiplicar el factor por la medida menor se obtiene la medida mayor. Por otra parte, el problema A (minibuses) corresponde a una situación multiplicativa de agrupación, y el problema C (menú) a una de combinación.</p> <p>2.</p> $4 \cdot 700 = 2.800$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>↓</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; width: 150px;"> <p>Factor que indica cuántas veces más caro es el precio en el parque.</p> </div> </div> <div style="text-align: center;"> <p>↓</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; width: 150px;"> <p>Precio en el parque.</p> </div> </div> <div style="text-align: center;"> <p>↓</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; width: 150px;"> <p>Precio en el cine.</p> </div> </div> </div>

Actividad	Respuesta experta					
<p>Actividad 3 Las situaciones de comparación pueden ser multiplicativas o aditivas</p>	<p>1. Martín entendió el problema como “cuántas veces más que Pablo corrió Sofía”, es decir, como una comparación multiplicativa. Carla entendió el problema como “cuántos kilómetros más que Pablo corrió Sofía”, es decir, como una comparación aditiva.</p>					
	<p>2. La respuesta que daría Martín es: “Sofía corrió 3 veces más que Pablo”. La respuesta que daría Carla es: “Sofía corrió 7 km más que Pablo”.</p>					
<p>Actividad 4 Relacionando los tipos de problemas y de situaciones multiplicativas estudiadas</p>	<p>1.</p>					
	De qué trata el problema	Tipo de situación multiplicativa	Datos e incógnita			Operación que resuelve el problema
			<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	
	Recipientes	Comparación	<i>X</i> veces	3 L	18 L	División
<p>2.</p>						
De qué trata el problema	Tipo de situación multiplicativa	Datos e incógnita			Operación que resuelve el problema	
		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>		
Ahorro	Comparación	4 veces	<i>X</i> pesos	\$ 9.200	División	
Menú	Combinación	4 entradas	5 platos de fondo	<i>X</i> menús	Multiplicación	
<p>3. Cambia el lugar de la incógnita: del factor de comparación <i>a</i> a la cantidad referente <i>b</i>.</p>						
<p>4. Cambia:</p> <ul style="list-style-type: none"> • el tipo de situación multiplicativa: de comparación a combinación. • el lugar de la incógnita: de “<i>a</i>” a “<i>c</i>”. • la operación que resuelve el problema: de división a multiplicación. 						





MATERIAL PARA LOS ESTUDIANTES





MATERIAL CLASE 1

Actividad 1

1. Trabajo individual. Después de recibir las instrucciones cada integrante del grupo debe de escoger dos tarjetas con distinta letra de las 6 que les entregó el/la profesor/a y redactar una pregunta a partir de los datos que están escritos al reverso de esas dos tarjetas.

- Cuando los 3 integrantes del grupo terminen de escribir sus preguntas, pueden continuar con el siguiente ítem.

2. Trabajo grupal. Coloquen sobre la mesa tres tarjetas con diferentes letras (A, B y C) y respondan las siguientes preguntas:

Preguntas	Respuestas
<p>¿Cuál es la respuesta a la pregunta que fue formulada a partir de las tarjetas A y B?</p> <p>Con los datos de las tarjetas A y B, ¿es posible plantear una pregunta cuya respuesta sea el dato de la tarjeta C? ¿Cuál sería esa pregunta?</p>	
<p>¿Cuál es la respuesta a la pregunta que fue formulada a partir de las tarjetas B y C?</p> <p>Con los datos de las tarjetas B y C, ¿es posible plantear una pregunta cuya respuesta sea el dato de la tarjeta A?</p>	
<p>¿Cuál es la respuesta a la pregunta que fue formulada a partir de las tarjetas A y C?</p> <p>Con los datos de las tarjetas A y C, ¿es posible plantear una pregunta cuya respuesta sea el dato de la tarjeta B? ¿Cuál sería esa pregunta?</p>	

Actividad 1

3. Trabajo grupal. ¿Qué operación es necesaria para contestar cada pregunta formulada en el ítem anterior?

	Tarjetas A y B	Tarjetas B y C	Tarjetas A y C
Operación			

4. Trabajo grupal. ¿Cuál de los siguientes diagramas elegirían para ayudar a un niño a comprender la historia contada a través de las 3 tarjetas? Justifiquen su elección.

Diagrama A

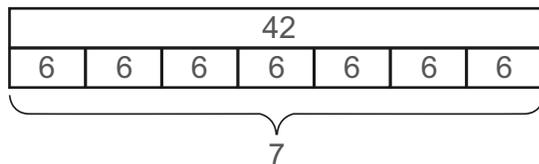


Diagrama B

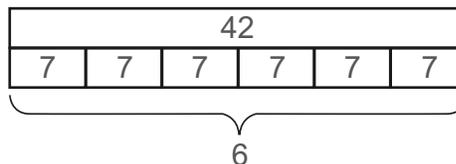


Diagrama C

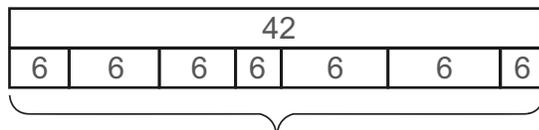
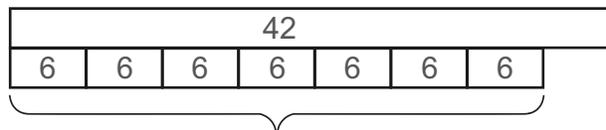


Diagrama D

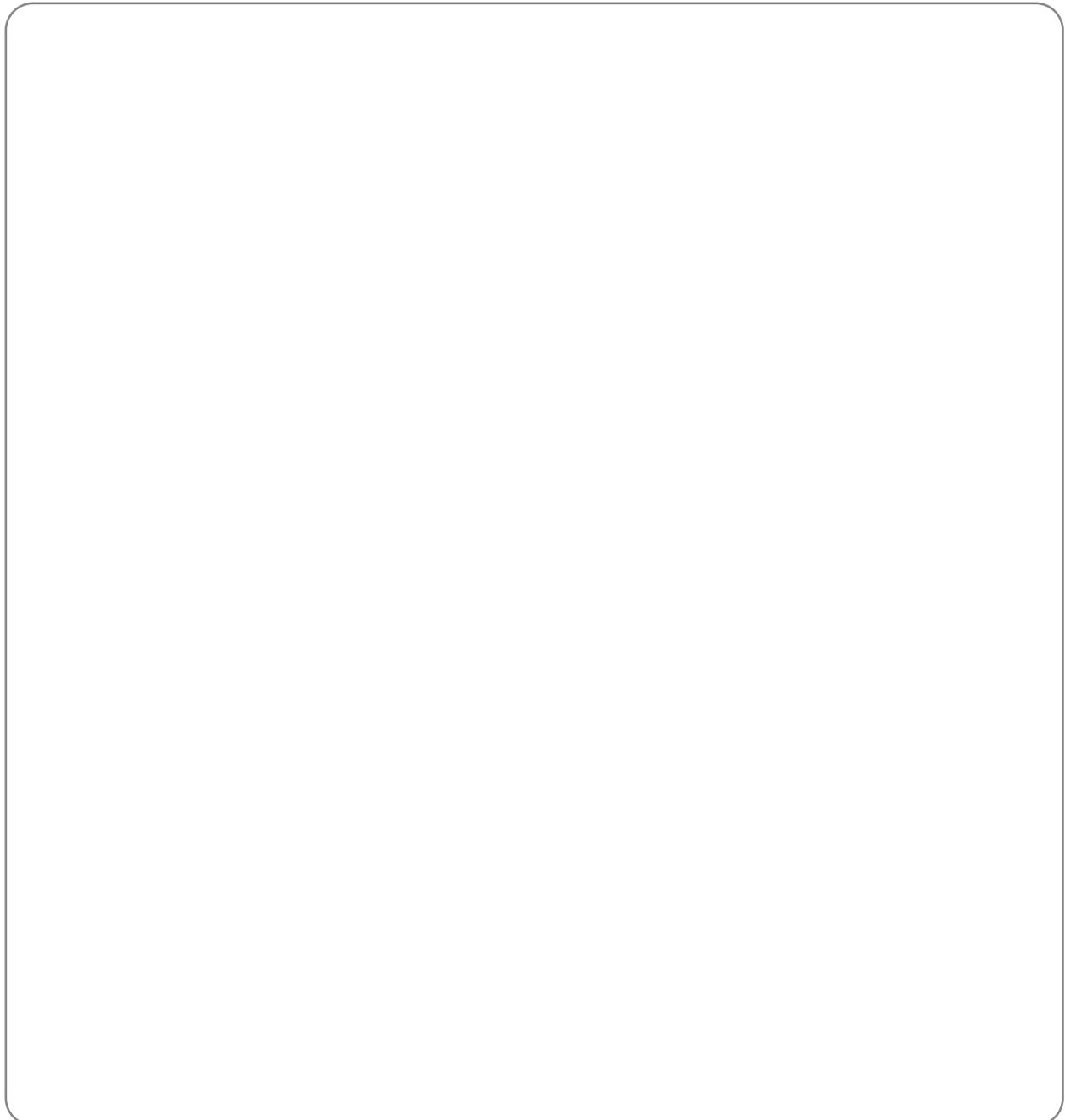


Justifica tu respuesta.

Actividad 2

Trabajo grupal. Para cada uno de los diagramas que están al reverso de esta página sigan los pasos que se indican a continuación:

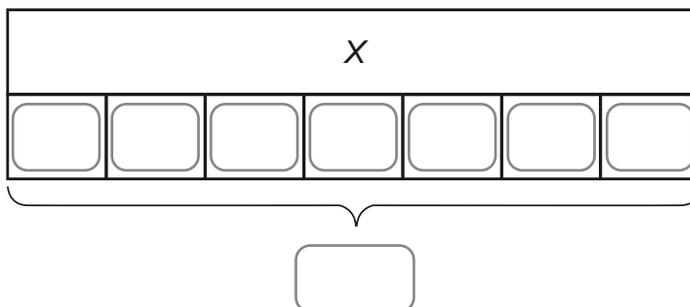
1. A partir de la posición de la incógnita (denotada por x) identifiquen el problema que fue representado y completen el diagrama con los datos que correspondan.
2. Registren las letras del par de tarjetas con que cada problema fue elaborado.
3. Escriban el cálculo que permite resolver el problema.



Actividad 2

Problema con
datos de las
tarjetas:

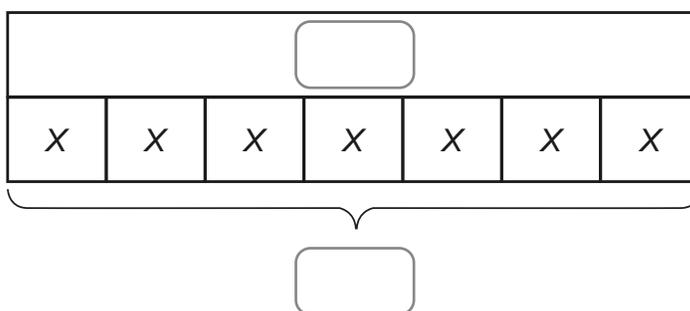
y



Cálculo realizado:

Problema con
datos de las
tarjetas:

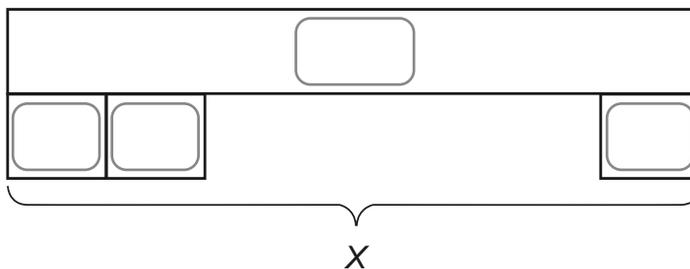
y



Cálculo realizado:

Problema con
datos de las
tarjetas:

y



Cálculo realizado:

Problemas

Con las tarjetas A y B

Juan pintó 7 piezas de igual tamaño y en cada una utilizó 6 L de pintura.
¿Cuántos litros de pintura ocupó Juan para pintar las 7 piezas?

Con las tarjetas B y C

Juan empleó 42 L de pintura para pintar 7 piezas de igual tamaño.
¿Cuántos litros usó para pintar cada pieza?

Con las tarjetas A y C

Para pintar una pieza, Juan ocupó 6 L de pintura.
Si en total utilizó 42 L, ¿cuántas piezas de igual tamaño pintó?

Actividad 3

Situación de las manzanas

Luis tiene 4 canastas con 5 manzanas en cada una. En total son 20 manzanas.

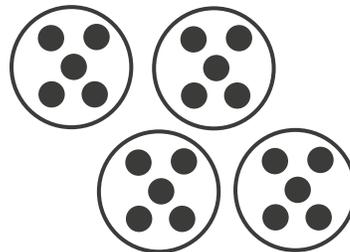
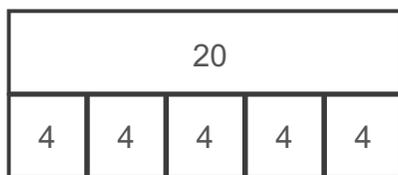
Situación del medicamento

Ana debe tomar una píldora de cierto medicamento 4 veces al día, durante 5 días. En total, tomará 20 pastillas.

1. A partir de la situación multiplicativa que se les asignó, formulen dos problemas: uno que se resuelva con una multiplicación y el otro con una división. Registren los enunciados de los problemas y el cálculo que efectuaron para resolverlos en la siguiente tabla:

	Enunciado del problema	Cálculo realizado
Problema 1 (multiplicación)		
Problema 2 (división)		

2. ¿Cuál de los siguientes diagramas utilizarían para comunicar de manera más fácil la situación que les fue asignada? ¿Por qué?



Justifica tu respuesta.

Actividad 3

3. Modifiquen el diagrama que descartaron, de manera que pueda representar la historia que se les asignó.

Justifica tu respuesta.

4. Registren en la siguiente tabla los datos de la situación multiplicativa que se les asignó y los de la situación de la pintura estudiada anteriormente en las actividades 1 y 2.

	Cantidad de grupos	Cantidad de elementos en cada grupo	Total de elementos
Situación multiplicativa de			
Situación multiplicativa de la pintura (Actividades 1 y 2)			

Anexo

- Este documento debe ser impreso en una hoja a doble cara con la opción “Imprimir por el borde largo” o “Voltear páginas por el borde largo”.

Tarjeta A

Tarjeta A

Tarjeta B

Tarjeta B

Tarjeta C

Tarjeta C

Anexo

A

Juan ocupó 6 L de pintura para
pintar una pieza.

A

Juan ocupó 6 L de pintura para
pintar una pieza.

B

Juan pintó 7 piezas del mismo
tamaño.

B

Juan pintó 7 piezas del mismo
tamaño.

C

En total, Juan usó 42 L de pintura.

C

En total, Juan usó 42 L de pintura.

FICHA DE SISTEMATIZACIÓN

Unidad de aprendizaje

Situaciones multiplicativas

Clase 1

Situaciones multiplicativas de agrupación

Meta de la clase

Al finalizar la clase se espera que hayas logrado caracterizar las situaciones multiplicativas de agrupación y generar problemas de multiplicación y de división a partir de ellas.

Palabras clave

Situación multiplicativa, multiplicación, división, agrupación.

Preguntas que ahora puedes responder

- ¿Cuáles son los componentes de una situación multiplicativa de agrupación?
- ¿Qué modelo permite formalizar las relaciones entre los componentes básicos de una situación multiplicativa de agrupación?
- En una situación multiplicativa de agrupación en la que “ a ” corresponde a 3 paquetes de galletas y “ b ” a 12 galletas en cada paquete, ¿tienen el mismo significado las expresiones “ a veces b ” y “ b veces a ”? ¿Por qué?
- Dada una situación multiplicativa de agrupación, de acuerdo con el lugar ocupado por la incógnita, ¿cuántos problemas simples se pueden plantear?, ¿qué operaciones permiten resolverlos?
- ¿Se diferencian los dos problemas de división en las situaciones multiplicativas de agrupación?
- ¿Qué diagramas permiten representar situaciones multiplicativas de agrupación?

Recapitulemos

- Una **situación multiplicativa** describe una historia en la que intervienen tres números, estructurados de manera que resulta significativo, en esa historia, multiplicar dos de ellos entre sí para obtener el tercero. En las situaciones multiplicativas de agrupación estudiadas en esta clase y en las que veremos en las próximas clases, los tres números involucrados corresponden a números naturales.
- Las **situaciones multiplicativas de agrupación** pueden ser caracterizadas por el modelo $a \cdot b = c$. El significado de estos símbolos se muestra a continuación:

$$\begin{array}{ccc}
 a & \cdot & b & = & c \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 \text{Cantidad de} & & \text{Cantidad de} & & \text{Cantidad total} \\
 \text{grupos} & & \text{elementos en} & & \text{de elementos} \\
 & & \text{cada grupo} & &
 \end{array}$$

- A partir de esta relación multiplicativa, es posible elaborar tres problemas. En uno de ellos se pregunta por el total de elementos (c); en otro, por la cantidad de elementos en cada grupo (b), y en el último, por la cantidad de grupos (a).
- Los problemas de división que se pueden formular a partir de una situación multiplicativa de agrupación son de distinto tipo:
 - Problemas de reparto equitativo: aquellos en que la incógnita es la cantidad de elementos por grupo.
 - Problemas de agrupamiento basado en una medida: aquellos en que la incógnita es la cantidad de grupos.
- Este tipo de situaciones multiplicativas pueden ser representadas mediante diagramas de barras y de conjuntos.

Para profundizar

Te sugerimos revisar las siguientes referencias:

Lewin, R., López, A., Martínez, S., Rojas, D., y Zanocco, P. (2014). REFIP Matemática: Números para futuros profesores de Educación Básica. Santiago: Ediciones SM.

Unidades Didácticas Asesoría a la escuela para la implementación curricular en lenguaje y matemática, LEM. Unidad 3, Cuarto Básico. Estudiando problemas multiplicativos y técnicas para dividir: fundamentos centrales (Págs. 9-11) y Orientaciones para el docente: estrategia didáctica (Págs.18-25) http://lem.uct.cl/?page_id=9

Tarea 1: Diseñando problemas de agrupación

1. Escoge tres números naturales, de modo que al multiplicar dos de ellos entre sí se obtenga el tercero.
2. Inventa una historia o situación multiplicativa de agrupación que incorpore los tres números que elegiste y que, en tu opinión, sea interesante para estudiantes de tercero o cuarto año básico.
3. Usa un diagrama de barras y uno de conjuntos para graficar la situación que inventaste en el problema anterior.
4. Diseña tres problemas, de modo que la incógnita, en cada uno de ellos sea:
 - la cantidad de grupos;
 - la cantidad total de elementos;
 - la cantidad de elementos en cada grupo.
5. Cambia los tríos numéricos en dos de los tres problemas que diseñaste en el problema anterior, tal como lo harías para proponerlos a un grupo de escolares.



MATERIAL CLASE 2

Actividad 1

1. Trabajo individual. Resuelve el siguiente problema y anota tu procedimiento.

Problema del videojuego

En su videojuego favorito, Andrea tiene que formar duplas para competir online con otros jugadores. Para formar cada dupla, debe elegir dos personajes: un vikingo y un samurái. Si el videojuego dispone de 3 vikingos diferentes y de 4 samuráis, también diferentes, ¿cuántas duplas distintas es posible formar?

Anota tu procedimiento

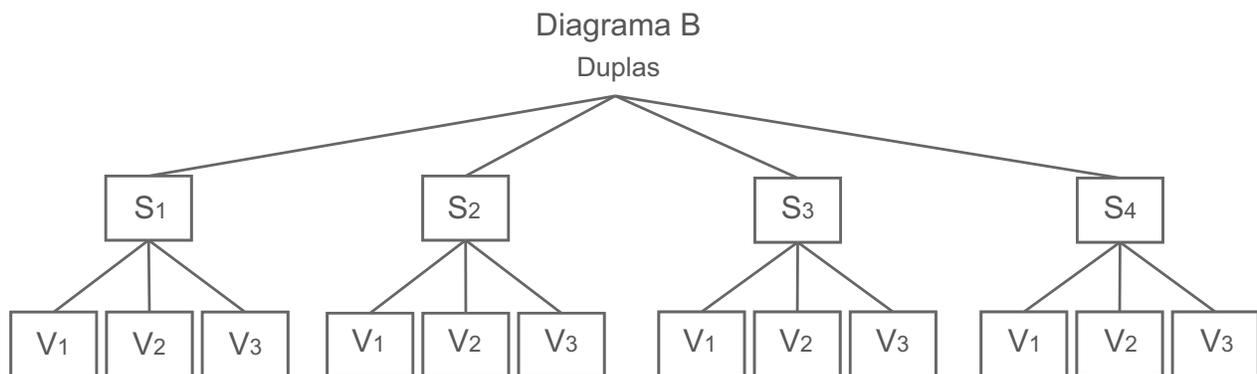
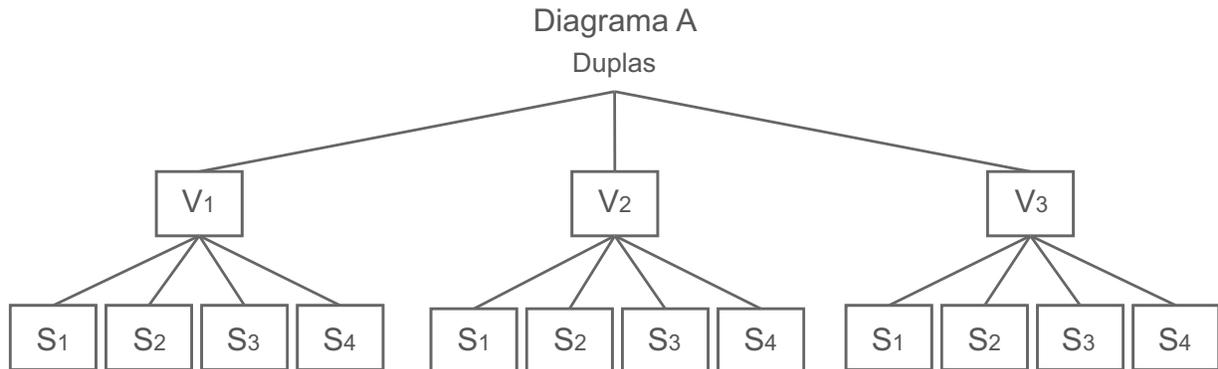
2. Usando los datos del problema anterior y el mismo contexto, redacta otro problema cambiando el lugar de la incógnita, y luego resuélvelo.

Problema del videojuego modificado

Anota tu procedimiento

Actividad 1

3. Trabajo grupal. ¿Cuál de los siguientes diagramas puede representar la situación del videojuego? ¿Cada uno por sí solo o ambos a la vez? Justifiquen su respuesta.



Actividad 2

1. Trabajo grupal. En la clase anterior estudiamos las situaciones multiplicativas de agrupación, que caracterizamos con el siguiente modelo:

$$\begin{array}{ccc} a & \cdot & b & = & c \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \text{Cantidad de} & & \text{Cantidad de} & & \text{Cantidad total} \\ \text{grupos} & & \text{elementos en} & & \text{de elementos} \\ & & \text{cada grupo} & & \end{array}$$

La situación del videojuego, ¿se ajusta o no a este modelo? Justifiquen su respuesta.

2. Trabajo grupal. Resuelvan los siguientes problemas e identifiquen cuál/es corresponde/n al mismo tipo que los del videojuego. Fundamenten su respuesta.

- A. Diego tiene 2 docenas de damascos para servir de postre. Si pone 4 damascos en cada plato, ¿para cuántos postres le alcanzan?
- B. Lucía va a comprar un helado simple (1 sabor). Hay de plátano, frutilla y vainilla y se lo pueden dar en un cono o en un vaso. ¿De cuántas maneras diferentes puede elegir su helado?
- C. René armó 16 caras distintas de payasos con 4 tipos de narices y varios tipos de sombreros. ¿Cuántos tipos de sombreros tenía?
- D. María compró 5 cuadernos iguales y pagó \$3.500 por ellos. ¿Cuál era el precio de cada uno?

Actividad 3

Trabajo individual. Hemos visto que problemas como los del videojuego, de los helados y de los payasos corresponden a un tipo diferente de situaciones multiplicativas.

1. ¿Cómo podría designarse este nuevo tipo de situaciones?

2. ¿Qué representa cada letra en el modelo que caracteriza este tipo de situaciones?

Escríbelo en los recuadros.

a
↓

•

b
↓

=

c
↓

Actividad 4

Trabajo individual. Considera los siguientes dos problemas:

Diego tiene media docena de damascos para servir de postre. Si pone 2 damascos en cada plato, ¿para cuántos postres le alcanzan?

Lucía va a comprar un helado simple (1 sabor). Hay de plátano, frutilla y vainilla y se lo pueden dar en un cono o en un vaso. ¿De cuántas maneras diferentes puede elegir su helado?

1. ¿Cuál es la representación que consideras más adecuada para cada situación?

Diagrama de conjuntos

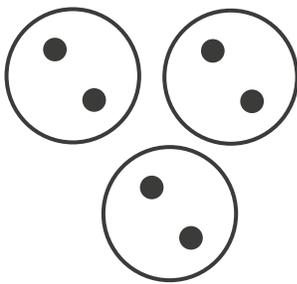


Diagrama de árbol

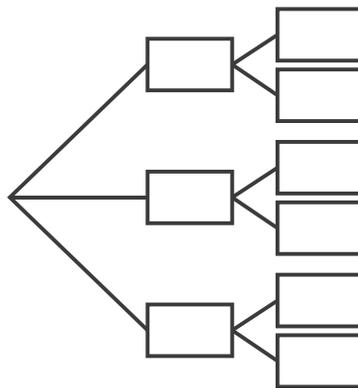
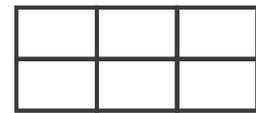


Diagrama rectangular



Justifica tu respuesta.

Actividad 4

2. Representa los datos de las siguientes situaciones en el diagrama rectangular que puedes encontrar en el link que se muestra más abajo, y luego responde la pregunta.

Situaciones	Diego tiene 15 platos y 7 damascos en cada plato.
	Lucía tiene que elegir entre 13 sabores y 4 tipos de envase.

Link: <https://www.geogebra.org/m/hhs9s59h>

¿Cuál de las tres representaciones elegirías si Diego tuviera 24 platos y 16 damascos en cada plato? ¿Por qué?

FIGHA DE SISTEMATIZACIÓN

Unidad de aprendizaje

Situaciones multiplicativas

Clase 2

Situaciones multiplicativas de combinación

Meta de la clase

Al finalizar la clase se espera que hayas logrado caracterizar las situaciones multiplicativas de combinación y distinguirlas de las de agrupación.

Palabras clave

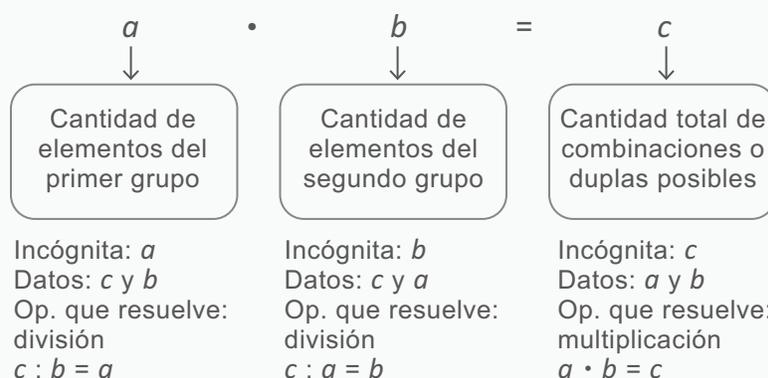
Situación multiplicativa, multiplicación, división, agrupación, combinación.

Preguntas que ahora puedes responder

- ¿Cuáles son los componentes de una situación multiplicativa de combinación?
- ¿Qué modelo permite formalizar las relaciones entre los datos o componentes de una situación multiplicativa de combinación?
- ¿Qué diagramas permiten representar situaciones de agrupación y/o de combinación?
- Dada una situación multiplicativa de agrupación o de combinación, de acuerdo con el lugar ocupado por la incógnita, ¿cuántos problemas se pueden plantear?, ¿qué operaciones permiten resolverlos?
- ¿Se diferencian los dos problemas de división en cada uno de los dos tipos de situaciones multiplicativas estudiadas?

Recapitulemos

- En esta actividad hemos caracterizado las **situaciones multiplicativas de combinación** por medio de un modelo integrado por dos factores y su producto. En este tipo de situación, los dos problemas de división son estructuralmente similares.



- En las situaciones multiplicativas de combinación se dice que el producto “ c ” es el total de **combinaciones posibles**. En efecto, el producto “ c ” se refiere a las “posibilidades de asociación” de los elementos de ambos grupos.
- Este tipo de situaciones pueden ser representadas mediante un diagrama de árbol, en el que la primera ramificación puede asociarse a los elementos de cualquiera de los dos grupos, ya que en la formación de duplas no se requiere un orden.
- Para representar las situaciones de agrupación como para las de combinación también se puede usar un diagrama **rectangular o arreglo**.

Para profundizar

Te sugerimos revisar las siguientes referencias:

Lewin, R., López, A., Martínez, S., Rojas, D., y Zanocco, P. (2014). REFIP Matemática: Números para futuros profesores de Educación Básica. Santiago: Ediciones SM.

Unidades Didácticas Asesoría a la escuela para la implementación curricular en lenguaje y matemática, LEM. Unidad 3, Cuarto Básico. Estudiando problemas multiplicativos y técnicas para dividir: fundamentos centrales (Págs. 9-11) y Orientaciones para el docente: estrategia didáctica (Págs.18-25) http://lem.uct.cl/?page_id=9

Tarea 2: Buscando problemas multiplicativos

1. Revisa un libro de texto de Matemática para 3° o 4° año de Educación Básica, actualmente en uso. Busca al menos 6 problemas de división y de multiplicación que aparezcan, ya sea como contenido de una lección o como ejercicios.

2. De los problemas encontrados, identifica los que:
 - corresponden a una situación multiplicativa de **agrupación** y sepáralos en tres clases, según la posición de la incógnita: los que preguntan por cantidad de grupos, por cantidad de elementos en cada grupo o por cantidad total de elementos.

 - corresponden a una situación multiplicativa de **combinación**, separándolos en dos clases según la posición de la incógnita: los que preguntan por cantidad de combinaciones posibles y los que preguntan por cantidad de elementos de alguno de los dos grupos.

 - no corresponden ni a situaciones multiplicativas de agrupación ni a situaciones multiplicativas de combinación. Sepáralos en dos clases según se resuelvan con una multiplicación o con una división.

3. Elabora una tabla con la información recopilada en esta revisión de libros de textos escolares especificando la cantidad de problemas de cada tipo encontrados.

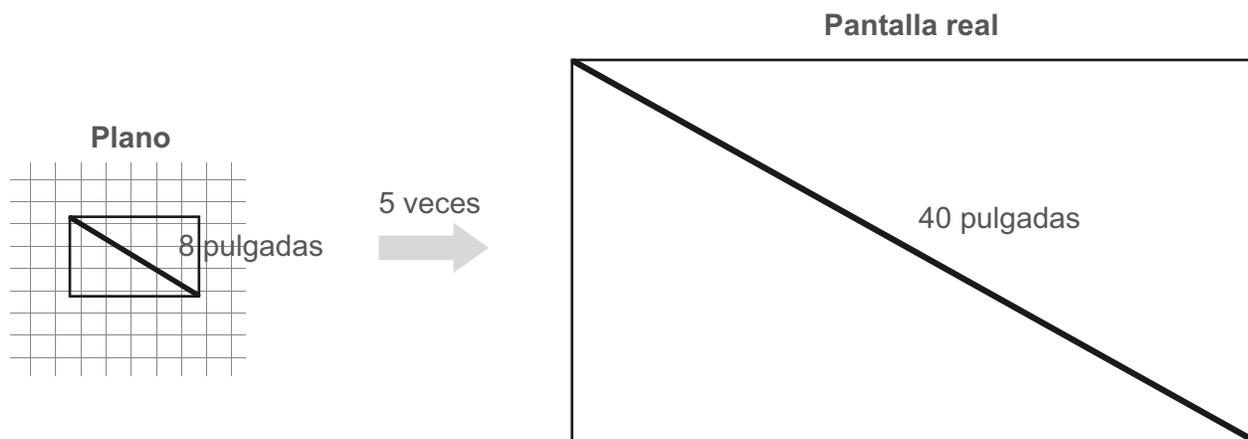


MATERIAL
CLASE 3

Actividad 1

Trabajo grupal. A partir de la siguiente situación, elaboren dos problemas: uno que se resuelva con multiplicación y otro con división.

En un taller fabrican pantallas para distintos aparatos electrónicos. Disponen de un plano a escala en el que han dibujado una cuya diagonal mide 8 pulgadas. La que fabricarán será 5 veces mayor que la del plano, por lo que su diagonal medirá 40 pulgadas.



Problema que se resuelva con multiplicación:

Problema que se resuelva con división:

Actividad 2

1. Trabajo grupal. ¿Cuál/es de los siguientes problemas multiplicativos corresponde/n a una situación del mismo tipo que la de la actividad anterior?
- A. Un grupo de 60 personas contrató minibuses para una excursión. Cada uno llevó 12 pasajeros. ¿Cuántos minibuses ocuparon?
- B. En el parque, Juan pagó \$700 por un paquete de cabritas. En el cine, Mariana canceló cuatro veces este valor por uno similar. ¿Cuánto pagó Mariana por sus cabritas?
- C. En un restaurante ofrecen un menú por \$5.400. Los clientes pueden elegir entre 3 entradas y 4 platos de fondo. ¿Cuántos menús diferentes se pueden elegir?
- D. Julia y Enrique tienen que preparar leche con chocolate. Julia utiliza una receta que contempla 15 cucharadas de chocolate para 5 L de leche. Enrique, en cambio, usa una que considera 18 cucharadas de chocolate para 3 L de leche. ¿Cuántas veces más chocolate que Julia ocupa Enrique por cada litro de leche?

2. ¿Cuáles son los datos de la situación que corresponden al problema de las cabritas? Asignen un nombre a cada dato, o componente.

$$\begin{array}{ccccccc} a & & \cdot & & b & & = & & c \\ \downarrow & & & & \downarrow & & & & \downarrow \\ \boxed{} & & & & \boxed{} & & & & \boxed{} \end{array}$$

Actividad 3

Actividad grupal. Una profesora pidió a sus estudiantes de tercer año básico que resolvieran el siguiente problema:

Pablo y Sofía participaron en una maratón. Pablo abandonó la carrera a los 7 km mientras que Sofía lo hizo a los 21 km. ¿Cuánto más corrió Sofía que Pablo?

La profesora observó los cálculos de dos de sus alumnos:

$$\begin{array}{c} \text{Martín} \\ 21 : 7 = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{Carla} \\ 21 - 7 = 14 \end{array}$$

1. ¿Cómo creen que entendió el problema cada uno de los estudiantes?

2. ¿Cuál sería la respuesta al problema que daría cada estudiante?

Actividad 4

Trabajo grupal. Un profesor de un cuarto año básico planteó el siguiente problema a sus alumnos.

Miguel tiene dos recipientes, uno grande y otro pequeño. La capacidad del primero es de 18 L y la del otro es de 3 L. ¿Cuántas veces más capacidad que el pequeño tiene el grande?

1. Organicen la información acerca del problema en la siguiente tabla:

De qué trata el problema	Tipo de situación multiplicativa	Datos e incógnita			Operación que resuelve el problema
		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	
Recipientes					

El mismo profesor ha seleccionado dos problemas para la clase siguiente.

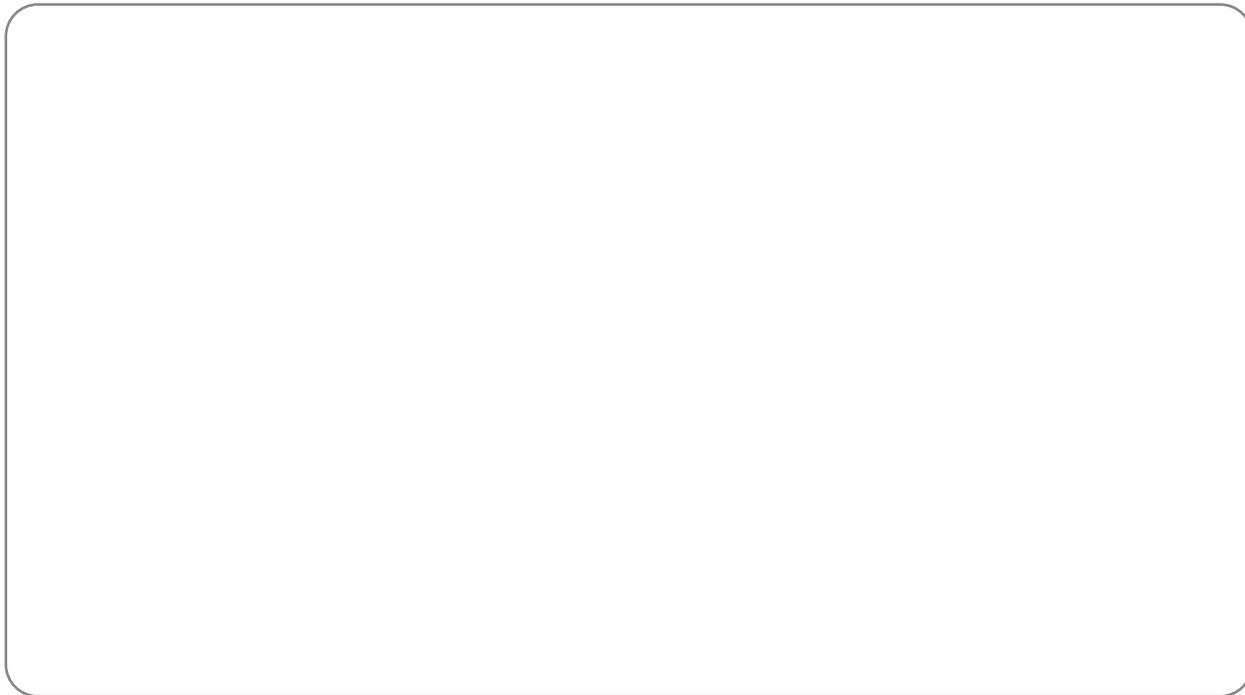
Problema del ahorro	Problema del menú
Juan contó el dinero que ha ahorrado. Ana tiene 4 veces más dinero que Juan. Si Ana juntó \$ 9 200, ¿cuánto dinero reunió Juan?	En el restaurante de don Mario el menú está compuesto por una entrada y un plato de fondo. Si tiene una variedad de 4 entradas y 5 platos de fondo, ¿de entre cuántos menús diferentes puede un cliente elegir su pedido?

2. Para cada uno de los problemas anteriores, organicen la información en la siguiente tabla:

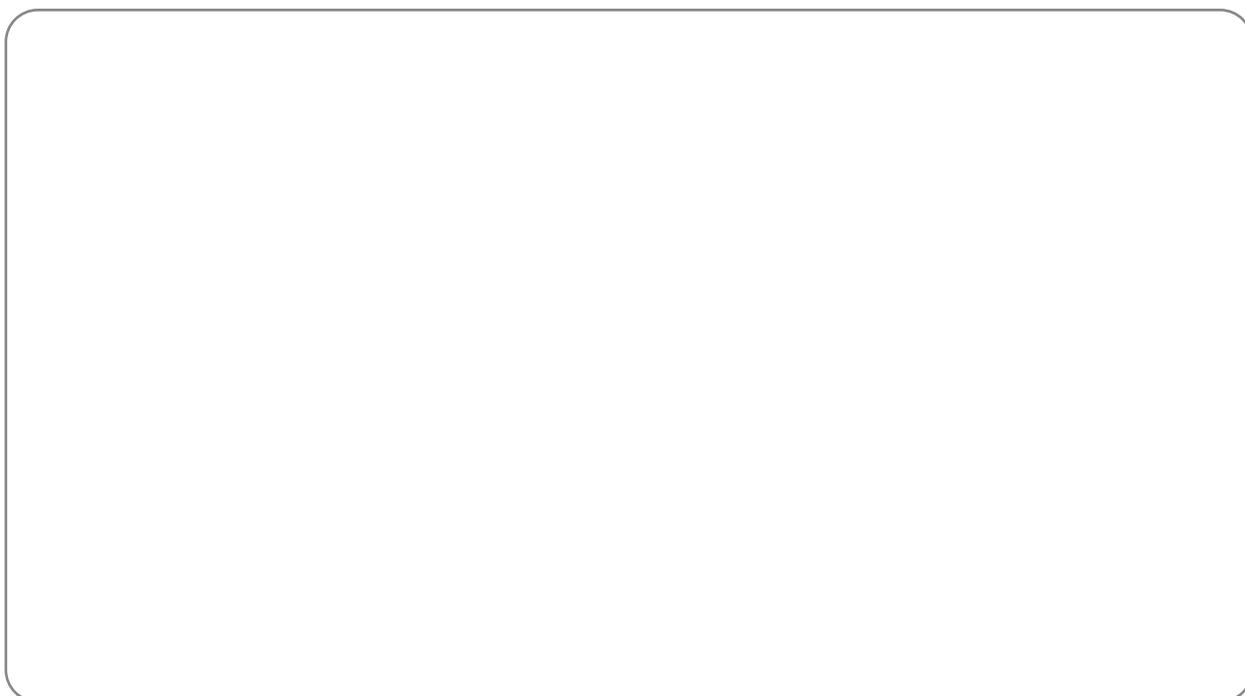
De qué trata el problema	Tipo de situación multiplicativa	Datos e incógnita			Operación que resuelve el problema
		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	
Ahorro					
Menú					

Actividad 4

3. Si el profesor propone el problema del ahorro después del de los recipientes, además del contexto del problema, ¿qué más está cambiando?



4. Si el profesor propone el problema del menú después del de los recipientes, además del contexto del problema, ¿qué más está cambiando?



FICHA DE SISTEMATIZACIÓN

Unidad de aprendizaje

Situaciones multiplicativas

Clase 3

Situaciones multiplicativas de comparación

Meta de la clase

Al finalizar la clase se espera que hayas logrado caracterizar las situaciones multiplicativas de comparación y diferenciarlas de las de agrupación y de combinación.

Palabras clave

Situación multiplicativa, multiplicación, división, agrupación, combinación, comparación.

Preguntas que ahora puedes responder

- ¿Cuáles son los datos o componentes de una situación multiplicativa de comparación?
- Además de la comparación multiplicativa, ¿qué otro tipo de comparación existe?
- ¿Qué modelo permite formalizar las relaciones entre los datos o componentes de una situación multiplicativa de comparación?
- Dada una situación multiplicativa de comparación, de acuerdo con el lugar ocupado por la incógnita, ¿cuántos problemas se pueden plantear?, ¿qué operaciones permiten resolverlos?
- ¿Se diferencian los dos problemas de división en las situaciones multiplicativas de comparación?
- ¿Cuáles son los dos aspectos que pueden variar en la elaboración de problemas multiplicativos de un paso?

Recapitulemos

- En esta situación, denominada **situación multiplicativa de comparación**, dos de sus tres datos son cantidades de una misma especie (cantidad referente y cantidad comparada) y el tercero es un número sin dimensión (factor de comparación). La relación entre sus datos se expresa en el siguiente modelo:



- Existen diversos tipos de situaciones multiplicativas y diversas formas de clasificarlas. En esta unidad hemos estudiado los tres tipos de situaciones que corresponden a la clasificación más usual.
- Cuando queremos comparar dos cantidades, podemos hacerlo aditiva o multiplicativamente. Esto depende del contexto y del problema que se esté resolviendo.
 - La comparación **aditiva** responde a la pregunta “cuántas unidades más” o “cuántas unidades menos” tiene una cantidad respecto de la otra.
 - La comparación **multiplicativa** responde a la pregunta “cuántas veces más” o “cuántas veces menos” es una cantidad respecto de la otra.
- Durante el estudio de las situaciones multiplicativas hemos analizado dos aspectos que pueden variar en la elaboración de problemas multiplicativos:
 - **El tipo de situación multiplicativa.** Del total de situaciones multiplicativas posibles se han estudiado los tres tipos más usuales: de agrupación, de combinación y de comparación.
 - **El lugar que ocupa la incógnita** en problemas multiplicativos de un paso.
- En la siguiente tabla se resumen los tipos de problemas que hemos identificado:

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
Agrupación	Cantidad de grupos.	Cantidad de elementos por grupo.	Total de elementos.
Combinación	Cantidad de elementos de un grupo.	Cantidad de elementos del otro grupo.	Total de combinaciones posibles.
Comparación	Factor de comparación.	Cantidad referente.	Cantidad comparada.
	Incógnita: <i>a</i> Datos: <i>b</i> y <i>c</i> Operación que resuelve: división, $c : b = a$	Incógnita: <i>b</i> Datos: <i>a</i> y <i>c</i> Operación que resuelve: división, $c : a = b$	Incógnita: <i>c</i> Datos: <i>a</i> y <i>b</i> Operación que resuelve: multiplicación, $a \cdot b = c$

Para profundizar

Te sugerimos revisar las siguientes referencias:

Lewin, R., López, A., Martínez, S., Rojas, D., y Zanocco, P. (2014). REFIP Matemática: Números para futuros profesores de Educación Básica. Santiago: Ediciones SM.

Unidades Didácticas Asesoría a la escuela para la implementación curricular en lenguaje y matemática, LEM. Unidad 3, Cuarto Básico. Estudiando problemas multiplicativos y técnicas para dividir: fundamentos centrales (Págs. 9-11) y Orientaciones para el docente: estrategia didáctica (Págs.18-25) http://lem.uct.cl/?page_id=9