SITUACIONES ADITIVAS

UNIDAD DE APRENDIZAJE

UNIDADES PARA LA FORMACIÓN INICIAL DOCENTE EN MATEMÁTICA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE
CMMEdu
CONICYT Ministerio de Educación Gobierno de Chile
FONDEF Fondo de Fomento al Desarrollo Científico y Tecnológico
Ministerio de Educación Gobierno de Chile
CPEIP Ministerio de Educación Gobierno de Chile

Este material fue elaborado en el marco del Proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119 (2017-2019): Metodologías innovadoras para la formación inicial de profesores de Educación Básica: Modelo basado en prácticas efectivas de aula y tecnologías de la información.

Esta unidad de aprendizaje fue probada en cursos de carreras de Pedagogía en Educación Básica como parte del proceso de elaboración. Agradecemos a los profesores Francisco Rojas de la Pontificia Universidad Católica de Chile, Juana Pizarro y María Teresa Fajardo de la Universidad de Atacama, y a sus respectivos estudiantes por sus valiosas contribuciones al desarrollo de esta unidad.

Equipo de creación:

Camila Brito P. CMM, Universidad de Chile.
Flavio Guiñez A. CMM, Universidad de Chile.
Paula Olguín L. CMM, Universidad de Chile.
Rodrigo Ulloa S. Universidad Católica de la Santísima Concepción.

Equipo de edición:

Pablo Dartnell R. CIAE-CMM, Universidad de Chile.
Alejandro López C. Universidad Andrés Bello.
Salomé Martínez S. CMM, Universidad de Chile.
Ricardo Salinas P. CMM, Universidad de Chile.

ÍNDICE

MATERIAL PARA EL FORMADOR 5

VISIÓN GLOBAL DE LA UNIDAD 7

PLANIFICACIONES DE CLASES 15

PLANIFICACIÓN CLASE 1 17

PLANIFICACIÓN CLASE 2 45

PLANIFICACIÓN CLASE 3 71

MATERIAL PARA LOS ESTUDIANTES 95

MATERIAL

PARA EL FORMADOR

VISIÓN
GLOBAL

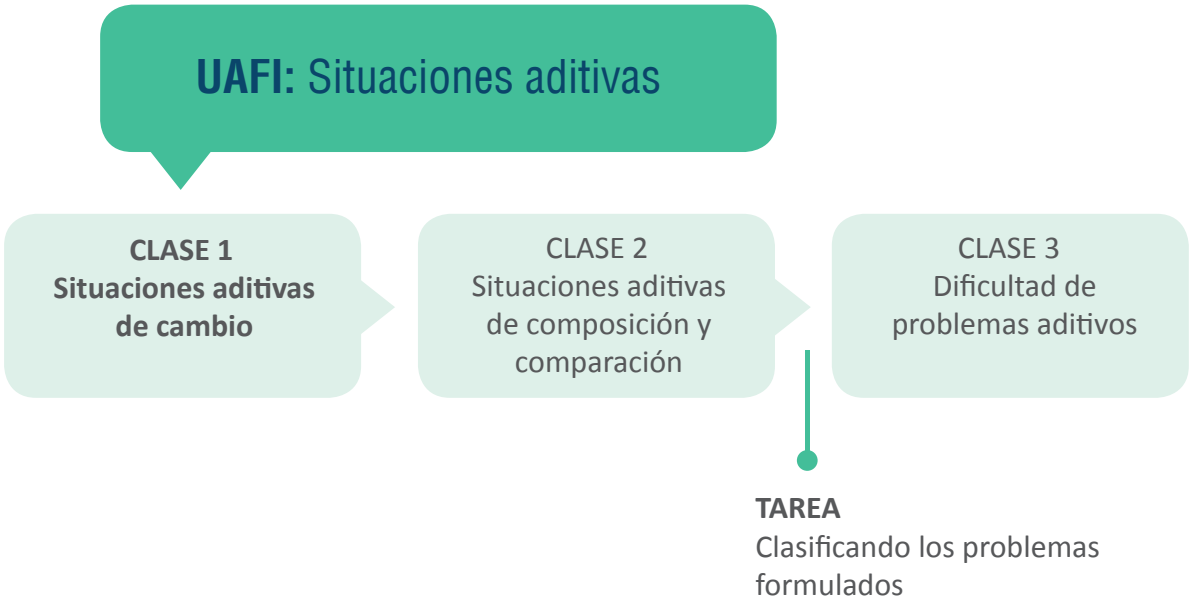
UNIDAD
SITUACIONES ADITIVAS

PLANIFICACIONES

UNIDAD

SITUACIONES ADITIVAS

PLANIFICACIÓN
CLASE 1



CLASE 1: PROBLEMAS ADITIVOS DE CAMBIO

DESCRIPCIÓN DE LA CLASE

Meta de la clase	Al finalizar la clase se espera que los futuros profesores[1] logren reconocer situaciones aditivas de cambio, y usar el modelo para analizar y formular problemas de este tipo.
Descripción de la clase	Para motivar el estudio de las situaciones aditivas, esta clase comienza presentando a los estudiantes un video en que un niño experimenta distintos grados de dificultad al enfrentarse a problemas que se resuelven con la misma resta y tienen contextos similares, de modo que al intentar explicar las diferencias entre los problemas, los estudiantes reconozcan la necesidad de comprender la estructura de estos. En las demás actividades de esta clase se caracterizan las situaciones aditivas de cambio de acuerdo con la relación y el significado de las cantidades involucradas en ellas, con la finalidad de establecer el modelo para este tipo de situaciones. Luego, este modelo se utiliza para representar y analizar problemas de este tipo y formular problemas de cambio dados el contexto, el tipo de cambio y el lugar que ocupa la incógnita.

[1]Respecto del uso de lenguaje inclusivo: Con el propósito de no provocar una saturación gráfica que dificulte la comprensión de la lectura, en este documento no se considera el uso de "los/las" u "o/a" para hacer referencia a ambos géneros de manera conjunta. En su lugar, se utilizan términos como "el futuro profesor", "el estudiante" y "el profesor" y sus respectivos plurales para aludir de manera inclusiva a hombres y mujeres. Sin embargo, durante la gestión de la clase se sugiere la utilización de lenguaje inclusivo que invite a los y las estudiantes a involucrarse activamente en las actividades.

Aprendizajes esperados	Al finalizar la clase se espera que el estudiante: ● Distinga entre situación aditiva y problema aditivo. ● Caracterice las situaciones aditivas de cambio de acuerdo con el significado y la relación de las cantidades involucradas en ellas, distinguiendo si el cambio es positivo o negativo. ● Plantee la expresión numérica que modela una situación aditiva de cambio dada. ● Reconozca que, según el lugar que ocupa la incógnita, es posible formular tres problemas distintos a partir de una situación aditiva de cambio. ● Formule problemas aditivos de cambio dados un contexto, la posición de la incógnita y el tipo de cambio.
Conocimientos previos	Nociones básicas de suma y resta de números naturales.
Materiales	Estudiantes ● Hojas de trabajo del estudiante. Profesor ● Computador. ● Proyector. ● “Clase 1 - Video”
Tiempo total estimado	90 minutos.

ESQUEMA DE LA CLASE

Tipo de Actividad	Actividades	Tiempo (T) Modalidad (M)
Introducción	**Introducción a la unidad y al modelo de trabajo** El formador presenta la unidad y describe la modalidad de trabajo.	T: 5 min.
Exploración	**Actividad 1: Problemas aditivos con distinta dificultad** Con esta actividad se busca que los futuros profesores reconozcan que problemas aditivos que tienen contextos y ámbitos numéricos similares pueden presentar distinto grado de dificultad para estudiantes escolares.	T: 25 min. M: Grupal y de curso completo.
Construcción y profundización	**Actividad 2: Identificando la estructura de un tipo de problema aditivo** El objetivo que se persigue con esta actividad es que los futuros profesores reconozcan la relación y el significado que tienen las cantidades involucradas en situaciones aditivas de cambio.	T: 25 min. M: En parejas y de curso completo.
Construcción y profundización	**Actividad 3: Situación aditiva y problemas aditivos de cambio** Esta actividad se centra en que los futuros profesores utilicen el modelo de las situaciones aditivas de cambio para reconocer que, dependiendo del lugar que ocupa la incógnita, se pueden formular tres problemas distintos.	T: 15 min. M: Individual y de curso completo.
Aplicación	**Actividad 4: Formulando problemas aditivos de cambio** El foco de esta actividad está orientado a lograr que los futuros profesores utilicen el modelo de las situaciones aditivas de cambio para formular problemas a partir de un contexto, de la posición de la incógnita y del tipo de cambio (positivo/negativo).	T: 15 min. M: En parejas y de curso completo.
Cierre	**Cierre de la clase** Con esta actividad se busca que los futuros profesores identifiquen sus aprendizajes sobre problemas aditivos de cambio.	T: 5 min. M: De curso completo.

INTRODUCCIÓN A LA UNIDAD

La unidad “Situaciones aditivas” está compuesta por 3 clases en las que estudiaremos los problemas de enunciado verbal que se resuelven con una suma o una resta. Para ello, trabajaremos clasificando los problemas aditivos, usando modelos para representarlos y analizando la dificultad de los distintos tipos de problemas.

Estas clases están diseñadas siguiendo un modelo basado en:

- La resolución de problemas.
- La construcción colaborativa de conocimientos.
- Actividades que promueven la reflexión y discusión respecto de los conocimientos matemáticos necesarios para enseñar.

Te invitamos a aprender de tus propios descubrimientos, así como de los de tus compañeros, por lo que te recomendamos:

- Participar activamente en la solución de los problemas propuestos.
- Compartir tus ideas, estrategias y resultados.
- Esforzarte por entender lo que expresan tus compañeros.

Actividad 1: Problemas aditivos con distinta dificultad

Exploración

Tiempo: 25 min.
Modalidad: Grupal y de curso completo.
Materiales: Hojas de la Actividad 1. Clase 1 - Video.

PROPÓSITO

Con esta actividad se busca que los futuros profesores reconozcan que problemas aditivos que tienen contextos y ámbitos numéricos similares pueden presentar distinto grado de dificultad para estudiantes escolares.

Fecha: _____

Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Situaciones Aditivas
Hojas de trabajo - Clase 1

Actividad 1

Trabajo grupal

1. Resuelvan y analicen los siguientes problemas, indicando sus similitudes y diferencias:

   Problema 1: Rocío tenía 15 muñecas y le regaló 4 a su amiga Carolina. ¿Cuántas muñecas tiene ahora Rocío?

   Problema 2: Rocío tenía varias muñecas y su amiga Carolina le regaló otras 4. Si Rocío ahora tiene 15 muñecas, ¿cuántas muñecas tenía antes?

2. ¿Hay alguno de ellos que consideren más difícil? ¿Por qué?

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Esta actividad requiere organizar a los estudiantes Revise la gestión propuesta.

VER MÁS +

Tenga en cuenta el primer punto de las anticipaciones cuando monitoree las respuestas.

VER MÁS +

Utilice las preguntas propuestas para conducir la puesta en común del ítem 2.

VER MÁS +

GESTIÓN SUGERIDA ACTIVIDAD 1
MOMENTO 1: (TRABAJO GRUPAL)

PRESENTACIÓN Y MONITOREO (5 min)

Para la gestión de esta parte se sugiere entregar la hoja de la actividad y solicitar que trabajen en grupos de 3 o 4. Monitoree las discusiones que se dan en los grupos, y ayúdelos a describir las características diferenciadoras que según ellos podrían hacer que un problema sea más difícil que el otro.

VOLVER

COMPARTIR RESULTADOS (5 min)

Para la puesta en común se aconseja:

- Solicitar a representantes de dos grupos que pasen a la pizarra y anoten las similitudes y diferencias que encontraron en ambos problemas. Luego puede pedir al resto de los equipos que complementen las respuestas dadas.

- Plantear la siguiente pregunta: *¿Hay un problema que consideren más difícil que el otro?* y solicitar a algunos equipos que compartan su análisis. Tenga en cuenta que no se espera que se llegue a consenso.

VOLVER

MOMENTO 2: (CURSO COMPLETO)

PRESENTACIÓN Y MONITOREO (5 min)

Para la gestión de este momento se sugiere señalar que se presentará un video de un estudiante de 2º básico resolviendo ambos problemas. Proyecte la diapositiva 3, comente las reglas para la observación de videos y luego exhiba el video. En caso de que lo considere necesario, puede mostrarlo una segunda vez.

VOLVER

COMPARTIR RESULTADOS (5 min)

Para la puesta en común se recomienda:

- Preguntar *¿en cuál de los problemas tuvo mayor dificultad el niño?*

- Una vez que haya acuerdo en que el problema 2 presenta mayor dificultad, puede plantear la siguiente pregunta: *¿Cuáles creen que podrían ser las razones que explican la diferencia de dificultad?* Indague sobre si aparecen razones distintas a las anticipadas en el ítem 2.

VOLVER

SÍNTESIS DE LOS RESULTADOS (5 min)

Es importante que se asocien las respuestas de los estudiantes a las siguientes ideas:

- Los problemas tienen el mismo contexto (niñas, muñecas), valores (15 y 4) y acción (regalar), y además se resuelven con la misma operación (15 – 4).
- Algunas diferencias que presentan estos problemas se relacionan con la redacción y extensión del enunciado.
- Un primer análisis de las diferencias entre los problemas podría llevar a suponer que la dificultad radica solo en la redacción o en la mayor extensión del problema 2.

VOLVER

CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad, comente los puntos que se indican a continuación (puede usar la diapositiva 4):

- En esta actividad pudimos observar que problemas que se resuelven con la misma operación y que además tienen contextos y ámbitos numéricos similares, pueden representar distinto grado de dificultad para un niño.
- Un primer análisis nos permitió reconocer algunas diferencias asociadas a la redacción de los enunciados, sin embargo, para comprender la dificultad se requiere conocer la estructura de este tipo de problemas.
- Estos problemas y los que seguiremos estudiando en esta unidad se conocen como **problemas aditivos simples**, pues corresponden a problemas de enunciado verbal que se pueden resolver a través de una suma o resta de dos números.

VOLVER

LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento puede señalar que: *en la siguiente actividad y en las que siguen vamos a trabajar en identificar la estructura de distintos tipos de problemas aditivos* (puede usar la diapositiva 5).

ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Algunas de las similitudes entre los problemas que pueden indicar los estudiantes son: el contexto, los valores, la operación que resuelve y la acción (regalar). Asegúrese de que estas sean mencionadas al compartir los resultados.

- Es probable que la mayoría de los grupos mencionen diferencias relacionadas solo con aspectos de la redacción del enunciado, tales como su extensión, el orden en que aparecen las variables del problema o la forma en que está redactada la pregunta. Tenga en cuenta que en esta actividad no se espera que los estudiantes relacionen las diferencias entre los problemas con el lugar que ocupa la incógnita.

- Se espera que los estudiantes relacionen la mayor dificultad del problema 2 con lo que implica comprender un enunciado cuya redacción es más compleja.

- Respecto del análisis del video, es posible que los estudiantes observen que el niño:

  - Reconoce que la situación que describe el problema 1 se asocia a una resta que se puede resolver de manera directa. Mientras que el problema 2 se relaciona con una suma, que le resulta más difícil de resolver.

  - No se plantea nunca la posibilidad de resolver el segundo problema a través de una resta.

  - No sabe cómo registrar la incógnita del problema 2, por lo que no logra escribir la expresión numérica que lo resuelve.

- En caso de que haya estudiantes que critiquen el contexto del problema debido a que asocian las muñecas con niñas, comente que es un cuestionamiento razonable, pero que para la actividad se privilegió mantener el mismo problema del video.

VOLVER

Actividad 2: Identificando la estructura de un tipo de problema aditivo

Construcción y profundización

Tiempo: 25 min.
Modalidad: En parejas y de curso completo.
Materiales: Hojas de la Actividad 2.

PROPÓSITO

El objetivo que se persigue con esta actividad es que los futuros profesores reconozcan la relación y el significado que tienen las cantidades involucradas en situaciones aditivas de cambio.

Fecha: _____

Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Situaciones Aditivas
Hojas de trabajo - Clase 1

Actividad 2

Trabajo en parejas

A continuación se presenta la expresión numérica que describe la relación entre las cantidades involucradas en el problema de la actividad anterior, y también se muestra el significado de cada una de ellas.

Problema 1. Rocío tenía 15 muñecas y le regaló 4 a su amiga Carolina. ¿Cuántas muñecas tiene ahora Rocío?	cant. 1 — cant. 2 = cant. 3 15 − 4 = ? cant. 1: Cantidad de muñecas que tenía Rocío cant. 2: Cantidad de muñecas que Rocío regaló cant. 3: Cantidad de muñecas que le quedan a Rocío

1. Completen la siguiente tabla y analicen la relación y el significado de las cantidades involucradas en cada uno de los problemas.

Problema	Expresión	Cant. 1	Cant. 2	Cant. 3
Claudia tenía 7 autitos y para su cumpleaños recibió 4 más. ¿Cuántos autitos tiene Claudia ahora?	cant. 1 □ cant. 2 = cant. 3			
Juan tenía 12 láminas y una amiga le prestó otras 15. ¿Cuántas láminas tiene ahora?	cant. 1 □ cant. 2 = cant. 3			
Daniel tenía 8 puntos, pero en la última jugada perdió 3. ¿Con cuántos puntos se quedó?	cant. 1 □ cant. 2 = cant. 3			

2. Con respecto a la relación y al significado de las cantidades, ¿creen que estos cuatro problemas tienen una estructura común? Justifiquen.

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Apóyese en las indicaciones propuestas en la gestión al presentar y monitorear la actividad.

VER MÁS +

Asegúrese de sistematizar las ideas descritas en el cierre de la actividad.

VER MÁS +

PRESENTACIÓN Y MONITOREO (10 min)

- Se sugiere comenzar la gestión proyectando la expresión que relaciona las tres cantidades del Problema 1 y explicando el significado de cada una de ellas.

- Señale que la primera parte de la actividad consiste en identificar estas cantidades para cada problema y luego escribir la expresión que las relaciona. Monitoree el trabajo de las parejas, y pongo especial atención en las expresiones incorrectas que aparezcan.

- Luego pídales que discutan y redacten una respuesta para el ítem 2. Monitoree las discusiones de las parejas observando sus respuestas y justificaciones.

VOLVER

DISCUSIÓN DE CURSO COMPLETO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar la discusión:

- Proyecte la tabla del ítem 1 (diapositiva 6) y pida a algunos estudiantes que la completen.

- Pregunte al resto del curso si están de acuerdo con las respuestas y propicie una discusión que permita consensuar las expresiones y significados que se considerarán en cada problema.

- Pídales comentar sus respuestas al ítem 2 respecto a si los cuatro problemas tienen o no una estructura común según la relación y significado de las cantidades.

- Solicíteles que describan cada una de las cantidades de manera general. Puede hacer preguntas como las siguientes: *¿qué representa la cant. 1 en todos estos problemas?, ¿a qué corresponde la cant. 2 en todos ellos?, ¿qué representa la cant. 3 en ellos?*

- Una vez que los estudiantes hayan identificado cada una de las cantidades, pregúnteles qué observan sobre el cambio y conduzca una discusión que les permita reconocer que hay dos tipos de cambios y que, según eso, la expresión aritmética que relaciona las cantidades en el orden propuesto contiene una suma o una resta.

VOLVER

CONCLUSIÓN DE LA DISCUSIÓN (5 min)

Se sugiere considerar las siguientes ideas para el cierre de la discusión:

- Al focalizarnos en la forma en que se relacionan las cantidades en cada problema y sus significados pudimos establecer que comparten una estructura común.

- Respecto de los significados de las cantidades involucradas en estos problemas, pudimos notar que en cada historia:
  - La cant. 1 representa la cantidad inicial que había antes.
  - La cant. 2 describe el cambio o transformación que experimentó la cant. 1.
  - La cant. 3 representa la cantidad final que quedó después del cambio.

- Podemos notar que el cambio puede ser positivo o negativo, dependiendo de si la cantidad inicial aumenta o disminuye, respectivamente. El tipo de cambio determina si la expresión numérica que modela el problema corresponde a una suma o a una resta.

VOLVER

CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad, comente los puntos que se indican a continuación (puede usar las diapositivas 7 y 8):

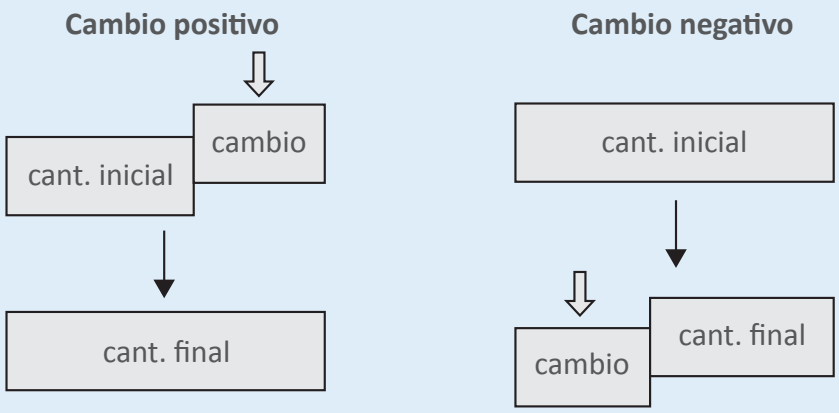
- Hemos visto que los problemas aditivos abordados hasta el momento se ajustan a un modelo común que describe y relaciona las cantidades involucradas de acuerdo con el significado que estas tienen en el problema.

- Los problemas vistos en esta actividad se conocen como problemas aditivos de cambio (o de transformación), ya que en ellos hay una cantidad inicial que experimenta un cambio, tras lo cual se obtiene una cantidad final.

- Se dice que el cambio es positivo cuando la cantidad inicial aumenta y negativo si es que esta disminuye. Así, tenemos dos versiones del modelo para problemas aditivos de cambio:

Modelo para cambio positivo	**Modelo para cambio negativo**
cant. inicial + cambio = cant. final	cant. inicial – cambio = cant. final

- Una forma usual de representar la estructura de un problema aditivo es través de diagramas de barras. En particular, para problemas aditivos de cambio, puede resultar útil agregar flechas a los diagramas para representar el carácter dinámico de la transformación:



VOLVER

LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento puede señalar que: *en la siguiente actividad usaremos el modelo para analizar distintos problemas aditivos de cambio* (puede usar la diapositiva 9).

ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Se espera que la mayoría de los estudiantes ubique correctamente la incógnita en la "cant. 3". Sin embargo, puede haber estudiantes que alteren el orden de las cantidades 1 y 2. En tal caso, se sugiere que en la puesta en común indique que si bien dicha alteración no es incorrecta, para el análisis de los problemas que hace un docente, es importante que todas las cantidades 1 se refieran al mismo significado, y análogamente con las otras cantidades. Puede pedirles que reformulen sus respuestas para que se cumpla esta condición.

- Respecto a reconocer la estructura común de los tres problemas, es posible que los estudiantes tengan dificultades para encontrar una manera general de expresar cada una de las cantidades. Para ello, puede guiarlos a través de preguntas: ¿qué representa la cant. 1 en todos estos problemas? ¿Cómo definirías esa cantidad de manera general?

- Dado que las representaciones mediante diagramas de barras pueden ayudar a comprender los modelos de situaciones aditivas, se sugiere que, al cierre de la actividad, la presentación del modelo para problemas de cambio se apoye en ellas.

VOLVER

Actividad 3: Situación aditiva y problemas aditivos de cambio

Construcción y profundización

Tiempo: 15 min.
Modalidad: Individual y de curso completo.
Materiales: Hojas de la Actividad 3.

PROPÓSITO

Esta actividad se centra en que los futuros profesores utilicen el modelo de las situaciones aditivas de cambio para reconocer que, dependiendo del lugar que ocupa la incógnita, se pueden formular tres problemas distintos.

Fecha: _____

Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Situaciones Aditivas
Hojas de trabajo - Clase 1

Actividad 3

Trabajo individual

Escribe la expresión numérica asociada al modelo de los siguientes problemas de cambio. Usa el signo **?** para representar la incógnita en cada caso.

Problema	Expresión que modela el problema
A. Carlos se comió 3 galletas de un paquete que traía 12 en total. ¿Cuántas galletas quedan en el paquete?	cant. inicial ☐ cambio ☐ = cant. final ☐
B. Carlos tenía un paquete con 12 galletas y se comió algunas. Si ahora le quedan 9, ¿cuántas galletas se comió?	cant. inicial ☐ cambio ☐ = cant. final ☐
C. Carlos se comió 3 galletas de un paquete. Si le quedaron 9, ¿cuántas galletas traía el paquete?	cant. inicial ☐ cambio ☐ = cant. final ☐

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Para esta actividad hay indicaciones de gestión que son esenciales para su funcionamiento. Revise la presentación y monitoreo.

VER MÁS +

Revise las preguntas sugeridas para gestionar la puesta en común del ítem 1.

VER MÁS +

PRESENTACIÓN Y MONITOREO (5 min)

- Se sugiere comenzar la gestión leyendo los tres problemas y explicando el propósito de la actividad. Recuérdeles que el modelo definido en la actividad anterior para los problemas de cambio es:

$$\text{cant. inicial} \pm \text{cambio} = \text{cant. final}$$

- Monitoree el trabajo de los estudiantes, y fíjese donde ubican la incógnita en cada caso. Identifique a los estudiantes que escribieron la expresión numérica que resuelve el problema en lugar de la que lo modela, para iniciar con ellos la puesta en común.

VOLVER

DISCUSIÓN DE CURSO COMPLETO (5 min)

- Para comenzar la discusión, pídales a los estudiantes que identificó durante el monitoreo que compartan sus respuestas. Invite al resto a opinar si las expresiones descritas por ellos se ajustan o no al modelo de los problemas de cambio. Esta discusión debe permitirles reconocer las expresiones correctas asociadas al modelo en cada uno de los problemas.

- A continuación, proyecte (diapositiva 10) o escriba en la pizarra las tres expresiones:

	cant. inicial		cambio		cant. final
Problema A	12	-	3	=	?
Problema B	12	-	?	=	9
Problema C	?	-	3	=	9

- Luego, se sugiere hacer la siguiente pregunta: *los 3 problemas son de cambio, tienen el mismo contexto y los mismo datos, ¿qué los diferencia?* Asegúrese de que noten que se diferencian en el lugar que ocupa la incógnita en la expresión numérica que los modela.

VOLVER

CONCLUSIÓN DE LA DISCUSIÓN (5 min)

Es importante cerrar la discusión con las siguientes ideas:

- Los tres problemas tratan de una misma situación, esto es, aquella en la que intervienen las mismas cantidades: Carlos tenía un paquete de 12 galletas, se comió 3 y se quedó con 9 en el paquete.

- Los tres son problemas aditivos de cambio negativo, que se diferencian solo en la posición de la incógnita.

VOLVER

CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad, comente los puntos que se indican a continuación (puede usar las diapositivas 11 y 12):

- Una situación aditiva corresponde a aquella en la que tres cantidades se relacionan a través de una adición o sustracción. Por ejemplo, *"Carlos tenía un paquete con 12 galletas y se comió 3, por lo que le quedaron 9 en el paquete"* corresponde a una situación aditiva de cambio negativo:

cant. inicial		cambio		cant. final
12	-	3	=	9

- Dada una situación aditiva de cambio, se pueden formular tres problemas, dependiendo de la posición de la incógnita:

Incógnita: cantidad inicial	**Incógnita: cambio**	**Incógnita: cantidad final**
Carlos se comió 3 galletas de un paquete. Si le quedaron 9, ¿cuántas galletas traía el paquete?	Carlos tenía un paquete con 12 galletas y se comió algunas. Si ahora le quedan 9, ¿cuántas galletas se comió?	Carlos se comió 3 galletas de un paquete que traía 12 en total. ¿Cuántas galletas quedan en el paquete?
cant. inicial: ? - cambio: 3 = cant. final: 9	cant. inicial: 12 - cambio: ? = cant. final: 9	cant. inicial: 12 - cambio: 3 = cant. final: ?

VOLVER

LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento puede señalar que: *en la siguiente actividad vamos a formular problemas aditivos de cambio dadas ciertas condiciones* (puede usar la diapositiva 13).

ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Se espera que la mayor dificultad en esta actividad se relacione con que los estudiantes escriban la expresión numérica que resuelve y no la que modela el problema. Por ejemplo, para el problema B, que escriban 12 – 9 = ? en lugar de 12 – ? = 9. Utilice estas respuestas como se sugiere en la gestión de la discusión de curso completo.

VOLVER

Actividad 4: Formulando problemas aditivos de cambio

Aplicación

Tiempo: 15 min.
Modalidad: En parejas y de curso completo.
Materiales: Hoja de la Actividad 4.

PROPÓSITO

El foco de esta actividad está orientado a lograr que los futuros profesores utilicen el modelo de las situaciones aditivas de cambio para formular problemas a partir de un contexto, de la posición de la incógnita y del tipo de cambio (positivo/negativo).

Fecha: _____

Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Situaciones Aditivas
Hojas de trabajo - Clase 1

Actividad 4

Trabajo en parejas

Formulen un problema de cambio que cumpla con las condiciones que se indican en cada caso, tal como se muestra en el ejemplo:

	Condiciones	Problema
Ej.	**Contexto:** Comer galletas de un paquete. **Tipo de cambio:** negativo **Incógnita:** cant. inicial **Expresión que resuelve:** 9 + 3	Carlos se comió 3 galletas de un paquete. Si le quedaron 9, ¿cuántas galletas traía el paquete? cant. inicial: ? − cambio: 3 = cant. final: 9
1	**Contexto:** Modificar el número de **invitados a una fiesta** **Tipo de cambio:** negativo **Expresión que resuelve:** 19 – 8	
2	**Contexto:** Variar la temperatura de un lugar **Tipo de cambio:** positivo **Expresión que resuelve:** 19 – 8	
3	**Contexto:** Moverse entre los pisos 5º y 11º de un edificio. **Tipo de cambio:** positivo **Incógnita:** cambio	
4	**Contexto:** Cambiar de posición en un juego tras una jugada. **Tipo de cambio:** negativo **Expresión que resuelve:** 24 + 7	

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Para esta actividad hay indicaciones de gestión que son esenciales para su funcionamiento. Revise la presentación y monitoreo.

VER MÁS +

Revise las preguntas sugeridas para gestionar la puesta en común del ítem 1.

VER MÁS +

PRESENTACIÓN Y MONITOREO (5 min)

- Se sugiere leer la actividad y comentar el ejemplo, asegurándose de que los estudiantes comprendan la tarea que se les solicita.
- A continuación, explicite la modalidad de trabajo: tendrán alrededor de 2 min para formular cada problema, seguidos de 1 min para la puesta en común de cada uno de ellos.
- Monitoree el trabajo de las parejas promoviendo el uso del modelo de cambio como herramienta para la formulación y análisis de los problemas.

VOLVER

COMPARTIR RESULTADOS (5 min)

- Para cada problema, pida a una pareja que escriba el enunciado y lo justifique a partir del modelo. Luego, socialice brevemente si el curso está de acuerdo con ellos.

VOLVER

SÍNTESIS DE LOS RESULTADOS (5 min)

Se sugiere centrar la síntesis de los resultados en los siguientes aspectos:

- Es importante hacer notar que en los casos 3 y 4 se está frente a contextos que involucran posiciones (ubicación en un edificio o posición en un juego) en lugar de cantidades. Sin embargo, siguen siendo problemas de cambio con un modelo análogo:

pos. inicial ± cambio = pos. final

- Considerando las condiciones dadas en cada uno de los casos, los problemas que se pueden formular se deben ajustar a los siguientes modelos:

	Modelos de los problemas
1	cant. inicial cambio cant. final 19 - 8 = ? 19 - ? = 8

	Modelos de los problemas
2	cant. inicial cambio cant. final ? + 8 = 19 8 + ? = 19
3	cant. inicial cambio cant. final 5 + ? = 11
4	cant. inicial cambio cant. final ? - 24 = ? ? - 7 = 24

VOLVER

CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad, comente los puntos que se indican a continuación (puede usar la diapositiva 14):

- Es esencial proponer una diversidad de problemas aditivos a los estudiantes escolares para potenciar su habilidad de resolución y su comprensión de estas operaciones. Sin embargo, formular problemas que cumplan determinadas condiciones puede ser una tarea difícil para el docente si no dispone de los modelos de problemas aditivos.

- En un problema aditivo de cambio los números involucrados pueden corresponder tanto a cantidades (cardinales) como a posiciones (ordinales). En algunas ocasiones los problemas de cambio que involucran posiciones se suelen presentar como problemas de avanzar (cambio positivo) o de retroceder (cambio negativo).

VOLVER

ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Es posible que los estudiantes tengan algunas dificultades para formular problemas que cumplan las condiciones propuestas, dado que esta no es una tarea trivial. Para ayudarles, sugiérales que escriban el modelo e identifiquen cuál de las cantidades puede corresponder a la incógnita.

- Es probable que los estudiantes no noten que para algunos de los casos se pueden formular problemas en que la incógnita ocupa distintos lugares. Para que se den cuenta de este hecho, durante la puesta en común puede seleccionar y analizar dos problemas en que, dadas las mismas condiciones, la ubicación de la incógnita difiera.

VOLVER

Cierre de la clase

Gestión sugerida

Tiempo: 5 min

1º - Para el cierre de la clase, se sugiere proyectar la diapositiva 15 y 16 y comentar la siguiente idea:

Para reconocer el tipo de cambio de un problema aditivo es usual fijarse en las palabras "claves" presentes en su enunciado. Palabras que denotan acciones como agregar o avanzar se suelen asociar a problemas de cambio positivo, mientras que palabras que describen acciones tales como quitar o retroceder se relacionan con problemas de cambio negativo.

Sin embargo, hay que tener cuidado con asociar de manera directa ciertas palabras del enunciado con el tipo de cambio, ya que una misma palabra puede ser usada para referirse a un cambio positivo como a uno negativo. Por ejemplo, en los siguientes problemas la palabra "regaló" describe acciones diferentes que conducen a tipos de cambio distintos:

Problema 1. Rocío tenía 15 muñecas y le **regaló** 4 a su amiga Carolina. ¿Cuántas muñecas tiene ahora Rocío?	**Problema 2:** Rocío tenía varias muñecas y su amiga Carolina le **regaló** otras 4. Si Rocío ahora tiene 15 muñecas, ¿cuántas muñecas tenía antes?
cant. inicial cambio cant. final 15 - 4 = ? Acción: dar el regalo → cambio negativo	cant. inicial cambio cant. final ? + 4 = 15 Acción: recibir el regalo → cambio positivo

2º Entregue la ficha de sistematización y sugiera a los estudiantes autoevaluar su aprendizaje a través de las preguntas que se plantean, y luego revisar con detalle cada una de las ideas del Recapitulemos.

3º Para lanzar la próxima clase puede dejar instalada la siguiente pregunta: *En esta clase hemos visto los problemas aditivos de cambio, ¿qué otros tipos de problemas aditivos existen?*

RESPUESTAS EXPERTAS

<table>
<tr><th>Actividad</th><th>Respuesta experta</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Actividad 1
Problemas aditivos con distinta dificultad</td><td>1. Problema 1: 15 – 4 = 11
Problema 2: 15 – 4 = 11
Similitudes: contexto, ámbito numérico, operación que resuelve.
Diferencias: extensión del enunciado, forma en que está redactado el enunciado, orden en que aparecen los valores en el enunciado, lugar que ocupa la incógnita (no se espera que esta última diferencia sea mencionada en esta actividad).</td></tr>
<tr><td>2. El problema 2 puede resultar más difícil que el 1, principalmente porque la expresión numérica que modela el problema no es la misma que la que lo resuelve (no se espera que en esta actividad los estudiantes den esta respuesta).</td></tr>
<tr><td>Actividad 2
Identificando la estructura de un tipo de problema aditivo</td><td>1.
<table>
<tr><th>Problema</th><th>Expresión</th></tr>
<tr><td>Claudia tenía 7 autitos y para su cumpleaños recibió 4 más. ¿Cuántos autitos tiene Claudia ahora?</td><td>cant. 1 | cant. 2 | cant. 3
7 + 4 = ?
cant. 1: cantidad de autitos que tenía Claudia.
cant. 2: cantidad de autitos que recibió Claudia.
cant. 2: cantidad de autitos que tiene ahora Claudia.</td></tr>
<tr><td>Juan tenía 12 láminas y una amiga le prestó otras 15. ¿Cuántas láminas tiene ahora?</td><td>cant. 1 | cant. 2 | cant. 3
12 + 15 = ?
cant. 1: cantidad de láminas que tenía Juan.
cant. 2: cantidad de láminas que le prestaron a Juan.
cant. 2: cantidad de láminas que tiene ahora Juan.</td></tr>
<tr><td>Daniel tenía 8 puntos, pero en la última jugada perdió 3. ¿Con cuántos puntos se quedó?</td><td>cant. 1 | cant. 2 | cant. 3
8 - 3 = ?
cant. 1: cantidad de puntos que tenía Daniel.
cant. 2: cantidad de puntos que perdió Daniel.
cant. 2: cantidad de puntos que tiene ahora Daniel.</td></tr>
</table>
2. En todos los problemas se tiene que existe una cantidad inicial de objetos (autitos, láminas o puntos) que aumentó o disminuyó producto de una acción, lo que dio como resultado una cantidad final de objetos.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Actividad</th><th>Respuesta experta</th></tr>
<tr><td>Actividad 3
Situación aditiva y problemas aditivos de cambio</td><td>

1.

<table>
<tr><th>Problema</th><th>Expresión que modela el problema</th></tr>
<tr><td>Carlos se comió 3 galletas de un paquete que traía 12 en total. ¿Cuántas galletas quedan en el paquete?</td><td>cant. inicial | cambio | cant. final
12 [-] 3 = ?</td></tr>
<tr><td>Carlos tenía un paquete con 12 galletas y se comió algunas. Si ahora le quedan 9, ¿cuántas galletas se comió?</td><td>cant. inicial | cambio | cant. final
12 [-] ? = 9</td></tr>
<tr><td>Carlos se comió 3 galletas de un paquete. Si le quedaron 9, ¿cuántas galletas traía el paquete?</td><td>cant. inicial | cambio | cant. final
? [-] 3 = 9</td></tr>
</table>

</td></tr>
<tr><td>Actividad 4
[Nombre de la actividad]</td><td>

Algunos ejemplos de problemas que podrían formular son:

1. Isabel había invitado a 19 compañeros a su fiesta cumpleaños, pero 8 de ellos le avisaron que no asistirían. ¿Cuántos compañeros irán a la fiesta de Isabel?

cant. inicial | cambio | cant. final
19 [-] 8 = ?

Isabel tenía 19 invitados a su fiesta, pero por problemas de espacio tuvo que reducir el número a 8. ¿En cuánto tuvo que disminuir el número de invitados?

cant. inicial | cambio | cant. final
19 [-] ? = 8

2. La temperatura de una sala aumentó en 8 grados, llegando a los 19ºC. ¿Qué temperatura tenía originalmente la sala?

cant. inicial | cambio | cant. final
? [+] 8 = 19

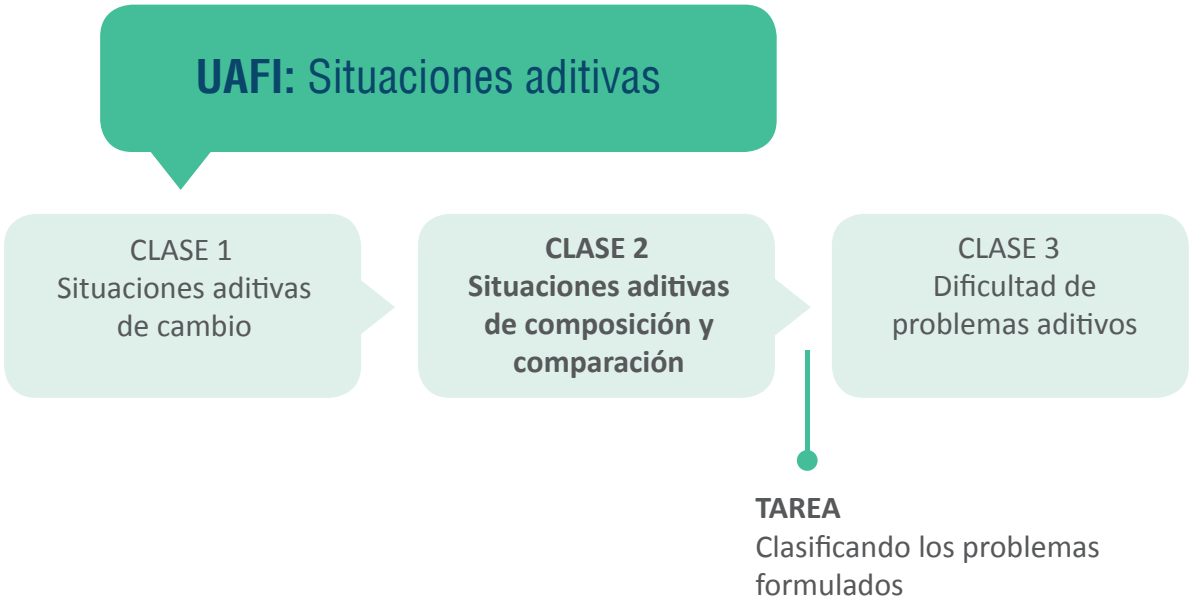
La temperatura mínima registrada durante el día fue de 8 ºC y la máxima fue de 19 ºC. ¿En cuántos grados varió la temperatura durante el día?

cant. inicial | cambio | cant. final
8 [+] ? = 19

</td></tr>
</table>

Actividad	Respuesta experta
	3. Natalia vive en el 5º piso y Sara en el 11º piso del mismo edificio. ¿Cuántos pisos debe subir Natalia para visitar a su amiga Sara? pos. inicial: 5 + cambio: ? = pos. final: 11
	4. En la última jugada Esteban retrocedió 7 casillas, llegando a la casilla nº 24. ¿En qué casilla se encontraba antes de la jugada? pos. inicial: ? - cambio: 7 = pos. final: 24

PLANIFICACIÓN
CLASE 2



CLASE 2: PROBLEMAS ADITIVOS DE COMPOSICIÓN Y COMPARACIÓN

DESCRIPCIÓN DE LA CLASE

Meta de la clase	Al finalizar la clase se espera que los futuros profesores[1] logren reconocer situaciones aditivas de composición y comparación, y usar modelos para analizar problemas de estos tipos.
Descripción de la clase	Esta clase comienza con una actividad en que los estudiantes deben formular dos problemas aditivos que no sean de cambio para una situación aditiva dada, lo que busca que reconozcan la dificultad de plantear problemas que se diferencien más allá del contexto. Las siguientes dos actividades tienen como propósito que los estudiantes reconozcan el significado común de las cantidades involucradas en problemas de composición y de comparación, con la finalidad de establecer la relación entre ellas y construir el modelo para cada tipo de problema. La clase termina con una actividad en la que los estudiantes deben reconocer y escribir la expresión numérica que modela problemas de los tres tipos de situaciones aditivas abordadas. Esta clase además considera una tarea en la que los estudiantes deben clasificar los problemas que formularon en la primera actividad.

[1]Respecto del uso de lenguaje inclusivo: Con el propósito de no provocar una saturación gráfica que dificulte la comprensión de la lectura, en este documento no se considera el uso de "los/las" u "o/a" para hacer referencia a ambos géneros de manera conjunta. En su lugar, se utilizan términos como "el futuro profesor", "el estudiante" y "el profesor" y sus respectivos plurales para aludir de manera inclusiva a hombres y mujeres. Sin embargo, durante la gestión de la clase se sugiere la utilización de lenguaje inclusivo que invite a los y las estudiantes a involucrarse activamente en las actividades.

Aprendizajes esperados	Al finalizar la clase se espera que el estudiante: • Caracterice las situaciones aditivas de composición y comparación de acuerdo con el significado y la relación de las cantidades involucradas en ellas. • Plantee la expresión numérica que modela una situación aditiva de composición o de comparación. • Reconozca que, según el lugar que ocupa la incógnita, es posible formular dos o tres problemas distintos a partir de una situación aditiva de composición o de comparación, respectivamente. • Identifique a qué tipo de situación aditiva corresponde un problema dado.
Conocimientos previos	• Nociones básicas de suma y resta de números naturales. • Situaciones y problemas aditivos de cambio.
Materiales	Estudiantes • Hojas de trabajo del estudiante. Profesor • Computador. • Proyector.
Tiempo total estimado	90 minutos.

ESQUEMA DE LA CLASE

Tipo de Actividad	Actividades	Tiempo (T) Modalidad (M)
Exploración	**Actividad 1: Formulando problemas para un mismo contexto** Con esta actividad se busca que los futuros profesores se enfrenten a la dificultad de crear problemas aditivos que no sean de cambio a partir de un mismo contexto, e indaguen en características que los diferencian.	T: 15 min M: En parejas y de curso completo.
Construcción y profundización	**Actividad 2: Clasificando problemas aditivos** El foco de esta actividad está orientado a que los futuros profesores clasifiquen problemas aditivos que no son de cambio respecto al significado de las cantidades involucradas y su relación.	T: 20 min M: Grupal y de curso completo.
Construcción y profundización	**Actividad 3: Descubriendo el modelo de situaciones aditivas** El objetivo de esta actividad es que los futuros profesores participen en la construcción de los modelos para situaciones aditivas de composición y de comparación.	T: 30 min M: Grupal y de curso completo.
Aplicación de conocimientos	**Actividad 4: Reconociendo situaciones aditivas** Con esta actividad se persigue que los futuros profesores identifiquen a qué tipo de situación aditiva corresponde un problema dado.	T: 20 min M: Individual y de curso completo.
Cierre	**Cierre de la clase** El propósito de esta actividad es que los futuros profesores reflexionen sobre la utilidad de conocer los distintos tipos de situaciones aditivas para su futura labor docente.	T: 5 min M: De curso completo.

Formulando problemas para un mismo contexto

Exploración

Tiempo: 15 min.
Modalidad: En parejas y de curso completo.
Materiales: Hojas de la Actividad 1.

PROPÓSITO

Con esta actividad se busca que los futuros profesores se enfrenten a la dificultad de crear problemas aditivos que no sean de cambio a partir de un mismo contexto, e indaguen en características que los diferencian.

Fecha: _____

Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Situaciones Aditivas
Hojas de trabajo - Clase 2

Actividad 1

Trabajo en parejas

Consideren el siguiente contexto y problema aditivo de cambio:

Contexto: Matías y Laura son amigos fanáticos de los juegos en línea, y hoy se conectaron para conocer el último juego de moda.

Problema: En el primer turno, Matías obtuvo 850 puntos, y en el siguiente movimiento ganó 500. ¿Con cuántos puntos finalizó?

Formulen dos problemas aditivos, distintos entre sí, que tengan este mismo contexto, pero **que no sean de cambio**.

Problema 1:

Problema 2:

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Revisar las posibles estrategias que se podrían observar en el ítem 1.

VER MÁS +

Debe quedar claro que se trata de una situación multiplicativa distinta a las de agrupación. Revise las ideas al cierre.

VER MÁS +

PRESENTACIÓN Y MONITOREO (5 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Indique que los problemas deben ser simples, esto es, que se deben resolver a través de la adición o sustracción de dos números.
- Durante el monitoreo intente reconocer los tipos de problemas que surgen y si estos se ajustan a lo solicitado. En caso de que aparezcan problemas de cambio, ayude a las parejas a identificar esto y recuérdeles que no deben ser de este tipo.

VOLVER

COMPARTIR RESULTADOS (5 min)

- Cuando la mayoría haya terminado, solicite a un par de parejas que escriban en la pizarra los dos problemas que formularon.
- Pídales que expliquen por qué no son problemas aditivos de cambio. Dígales que indiquen las características que los diferencian. Puede escribirlas en la pizarra, de tal forma de llevar registro de ellas. Luego socialice las respuestas con el resto de la clase.

VOLVER

SÍNTESIS DE LOS RESULTADOS (5 min)

Para el cierre, dirija la discusión, de modo que los estudiantes reconozcan la dificultad de crear problemas aditivos que se diferencien más allá del contexto. Además, haga un resumen de las características diferenciadoras que pudieron identificar.

VOLVER

CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad, comente los puntos que se indican a continuación (puede usar la diapositiva 4):

- Esta actividad nos permitió explorar la dificultad de crear problemas aditivos que se diferencien más allá del contexto y reconocer algunas características que los diferencian.
- Algunos criterios diferenciadores de los problemas aditivos son: el contexto, la operación que resuelve, el rango de los valores conocidos, la incógnita, etc.

VOLVER

LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento puede señalar que: *en la siguiente actividad clasificarán problemas aditivos que no son de cambio* (puede usar la diapositiva 4).

ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Se espera que la mayoría de los problemas que formulen sean de composición, aunque es posible que haya algunos de comparación. No es necesario entrar a clasificarlos, pues esto se abordará en la tarea de esta clase.
- En caso de que algunos estudiantes propongan problemas complejos (de más de un paso), insista en que el problema sea simple y se resuelva con la operación que se plantea en el enunciado.
- Es importante tener en cuenta que no se espera que en esta actividad necesariamente surja la acción como una de las características diferenciadoras; si no ocurre, no fuerce la respuesta, ya que esto se trabajará en la Actividad 2.
- Es posible que algunas parejas formulen problemas de cambio, sin darse cuenta de esto. Ayúdelos a reconocerlo a través del uso del modelo que ya conocen.

Clasificando problemas aditivos
Construcción y profundización

Tiempo: 20 min.
Modalidad: Grupal y de curso completo.
Materiales: Hojas de la Actividad 2.

PROPÓSITO

El foco de esta actividad está orientado a que los futuros profesores clasifiquen problemas aditivos que no son de cambio respecto al significado de las cantidades involucradas y su relación.

Fecha: _____

Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Situaciones Aditivas
Hojas de trabajo - Clase 2

Actividad 2

Trabajo grupal

Los siguientes corresponden a dos tipos de problemas aditivos distintos formulados a partir del mismo contexto:

Problema tipo A	**Problema tipo B**
En el primer turno, Matías obtuvo 850 puntos y Laura 500. ¿Cuántos puntos consiguieron en total?	En el primer turno, Matías obtuvo 850 puntos y Laura 500. ¿Cuántos puntos más que Laura logró Matías?

Clasifiquen los problemas que se presentan a continuación como de tipo A o tipo B, considerando el significado de las cantidades involucradas y la relación entre ellas.

P1. Raúl tiene 24 lápices, mientras que Camila tiene 17. ¿Cuántos lápices menos que Raúl tiene Camila?

P2. En una frutera hay 8 manzanas y 7 naranjas. ¿Cuántas frutas hay en total?

P3. En una sala de clases hay 43 estudiantes, de los cuales 19 son niños. ¿Cuántas niñas hay en la sala?

P4. La diferencia de edad entre la hermana menor de Isabel y ella es de 3 años. Si Isabel tiene 10 años, ¿cuántos tiene su hermana menor?

Clasificación:

	Problemas
Tipo A	
Tipo B	

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Es importante observar en qué se fijan los estudiantes cuando comparan los problemas del ítem 2. Revise sugerencias.

VER MÁS +

Destacar las características del nuevo tipo de situación multiplicativa. Revise las ideas al cierre.

VER MÁS +

Centre la discusión en identificar que los problemas no son situaciones de agrupación. Consulte la gestión propuesta.

VER MÁS +

PRESENTACIÓN Y MONITOREO (10 min)

- Se sugiere comentar que en esta y en la próxima actividad trabajarán en construir los modelos para dos tipos de problemas aditivos, de manera similar a lo que se hizo en la clase anterior para problemas aditivos de cambio.

- Durante el monitoreo se sugiere observar las distintas clasificaciones que aparecen y los criterios utilizados en cada grupo. Ponga especial atención a los problemas que no hayan sido clasificados según lo esperado (P2 y P3 como tipo A, y P1 y P4 como tipo B).

VOLVER

DISCUSIÓN DE CURSO COMPLETO (5 min)

Se sugiere ir discutiendo la clasificación de los problemas, de a uno a la vez:

- Para el P1, enfoque la discusión en reconocer que hay una comparación entre dos cantidades, tal como en el problema de tipo B.

- Para el P2, conduzca la discusión para concluir que, tal como en el problema de tipo A, se pregunta por el total de elementos que se obtienen al juntar los provenientes de dos conjuntos.

- Para el P3, centre la discusión en que reconozcan que también hay presentes dos conjuntos (niños y niñas) que forman un todo, por lo que se asemeja al tipo A.

- Para el P4, dirija la discusión de manera de descartar que se trata de un problema de tipo A y buscar argumentos que justifiquen que se trata de un problema tipo B.

VOLVER

CONCLUSIÓN DE LA DISCUSIÓN (5 min)

Se sugiere cerrar la discusión señalando que el trabajo realizado permitió clasificar estos problemas en dos categorías, considerando como criterio el significado de las cantidades involucradas y su relación.

VOLVER

CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad, comente el siguiente punto (puede usar la diapositiva 5):

- Aunque pueden existir distintas maneras de clasificar los problemas aditivos, una forma útil de agruparlos es en categorías en las que los problemas tengan una estructura común respecto del significado de las cantidades y cómo estas se relacionan. Por ejemplo, en la clase anterior vimos que la estructura común de los problemas aditivos está dada por el modelo:

$$\text{cant. inicial} \pm \text{cambio} = \text{cant. final}$$

- En esta actividad logramos distinguir dos tipos de problemas aditivos:
  - A los de tipo A les llamaremos de “Composición”.
  - A los de tipo B les llamaremos de “Comparación”.

VOLVER

LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento puede señalar que: *en la siguiente actividad estableceremos el significado de las cantidades en estos nuevos tipos de problemas aditivos y construiremos sus modelos* (puede usar la diapositiva 6).

ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Es posible que algunos estudiantes clasifiquen los problemas de acuerdo con la operación que los resuelve en vez de hacerlo según el significado de las cantidades involucradas en ellos. Esto es, que clasifiquen P1 como un problema tipo A (los que se resuelven con una suma) y P2, P3 y P4 como problemas tipo B (los que se resuelven con una resta). En estos casos, aclare el criterio que deben usar para clasificar los problemas.

- Se espera que los estudiantes no tengan mayor dificultad en clasificar P1 y P2 como tipo B y A, respectivamente. Pero sí es esperable que presenten mayores dudas al intentar clasificar P3 y P4. Ponga atención a las dificultades que muestran los estudiantes en estos casos para abordarlas en la discusión de curso completo.

VOLVER

Descubriendo el modelo de situaciones aditivas

Construcción y profundización

Tiempo: 30 min.
Modalidad: Grupal y de curso completo.
Materiales: Hojas de la Actividad 3.

PROPÓSITO

El objetivo de esta actividad es que los futuros profesores participen en la construcción de los modelos para situaciones aditivas de composición y de comparación.

Fecha: _____

Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Situaciones Aditivas
Hojas de trabajo - Clase 2

Actividad 3

Trabajo grupal

Todos los problemas aditivos simples tienen la siguiente estructura:

cant. 1 ± cant. 2 = cant. 3

1. Para describir el modelo de las situaciones aditivas de composición, realicen lo siguiente:

   a) Completen la tabla con la operación, los datos conocidos e incógnita en la expresión numérica que modela cada problema, de tal forma que las cant. 1 se correspondan entre sí, y lo mismo con las cant. 2 y cant. 3.

Problemas aditivos de composición (tipo A)	
	cant. 1 ☐ cant. 2 = cant. 3
En el primer turno, Matías obtuvo 850 puntos y Laura 500. ¿Cuántos puntos consiguieron en total?	☐ ☐ ☐ = ☐
En una frutera hay 8 manzanas y 7 naranjas. ¿Cuántas frutas hay en total?	☐ ☐ ☐ = ☐
En una sala de clases hay 43 estudiantes, de los cuales 19 son niños. ¿Cuántas niñas hay en la sala?	☐ ☐ ☐ = ☐

   b) ¿De qué manera llamarías a cada una de las cantidades involucradas en un problema de composición?

cant. 1 ☐ cant. 2 = cant. 3
↓ ↓ ↓
..... ☐ ..... = ...

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Destacar que los dos problemas de división asociados tienen la misma estructura. Revise ideas al cierre.

VER MÁS +

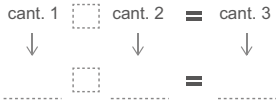
El nombre y modelo de las situaciones multiplicativas de combinación debe surgir de la puesta en común. Revise la gestión.

VER MÁS +

Actividad 3

2. Para las situaciones aditivas de comparación, señalen el significado común de la cant. 1 en cada uno de los problemas, y lo mismo con las otras dos cantidades. Además, y tal como antes, completen la tabla con los valores correspondientes.

Problemas aditivos de comparación (tipo B)	
	cant. 1 ⬚ cant. 2 = cant. 3
En el primer turno, Matías obtuvo 850 puntos y Laura 500. ¿Cuántos puntos más que Laura logró Matías?	☐ ⬚ ☐ = ☐
Raúl tiene 24 lápices, mientras que Camila tiene 17. ¿Cuántos lápices menos que Raúl tiene Camila?	☐ ⬚ ☐ = ☐
La diferencia de edad entre la hermana menor de Isabel y ella es de 3 años. Si Isabel tiene 10 años, ¿cuántos tiene su hermana menor?	☐ ⬚ ☐ = ☐



Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

PRESENTACIÓN Y MONITOREO (15 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Comente que los problemas aditivos simples, al ser aquellos que se pueden resolver con una adición o sustracción, se ajustan a una estructura común que relaciona las tres cantidades involucradas:

  cant. 1 ± cant. 2 = cant. 3

  Luego explique que en todos los problemas de un mismo tipo, estas cantidades comparten un significado específico, que ellos tendrán que reconocer.

- Sugiera a los estudiantes que primero identifiquen cada una de las cantidades de los problemas de composición. Adviértales que la incógnita puede no siempre corresponder a la misma cantidad.

- Pídales que se enfoquen en tratar de establecer el significado común de cada una de las cantidades, y que les asignen un nombre a ellas.

- Una vez terminado lo anterior, solicite que procedan de igual forma para los problemas de comparación.

- Durante el monitoreo observe los distintos significados que los estudiantes atribuyen a las cantidades en cada tipo de problema.

VOLVER

DISCUSIÓN DE CURSO COMPLETO (10 min)

Se sugiere dirigir la discusión comenzado con los problemas de composición:

- Pídale a uno de los grupos que pase a la pizarra y que escriban la expresión numérica que modela los dos primeros problemas de este tipo. Verifique que haya consenso en que las expresiones sean 850 + 500 = ? y 8 + 7 = ?, respectivamente.

- A continuación, plantee usted mismo en la pizarra una respuesta: 43 – 19 = ? para la expresión numérica del tercer problema. Luego pregunte: *Considerando que todas las cantidades 1 deben tener un significado común, ¿les parece que esta expresión permite aquello?*

- Dirija la discusión de modo que los estudiantes reconozcan que para que las cantidades 1 tengan el mismo significado, la expresión numérica debe ser ? + 19 = 43, o bien 19 + ? = 43.

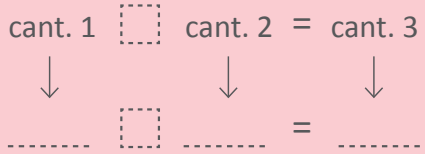
- Continúe con una discusión sobre los significados de cada una de las cantidades de este tipo de problema, asegurándose de que los estudiantes de alguna manera se refieran a que la cant. 1 y la cant. 2 se asocian a los dos tipos de elementos (p. ej. manzanas y naranjas) que componen un conjunto (frutas), mientras que la cant. 3 corresponde al número total de objetos que hay en ese conjunto.

- Finalmente, plantee una discusión sobre la manera en que nos podemos referir a estas cantidades.

- Para la discusión acerca de los problemas de comparación, se sugiere partir discutiendo el significado de las cantidades y su relación:

  - Pídale a un grupo que señale el significado que les asignaron a las tres cantidades y que escriban en la pizarra las expresiones numéricas que modelan cada uno de los problemas. Asegúrese de que estos significados hagan referencia a una cantidad mayor, a una cantidad menor, y a la diferencia que hay entre estas dos cantidades.

  - Luego formule la pregunta: *¿Cómo podemos relacionar estas tres cantidades?* y pídale a un grupo que complete el esquema:



  - Pregunte al resto de la clase si completaron el esquema de la misma manera. Tenga en cuenta de que hay tres formas equivalentes de expresar la relación entre las cantidades. Dirija la discusión de manera que los estudiantes se enfoquen en la equivalencia de estas tres formas de expresarla.

VOLVER

CONCLUSIÓN DE LA DISCUSIÓN (5 min)

Se sugiere concluir la discusión con las siguientes ideas:

- Para las situaciones aditivas de composición se tiene un conjunto compuesto por elementos de dos tipos. Las cant. 1 y cant. 2 corresponden al número de elementos de cada tipo, mientras que la cant. 3 corresponde al total de elementos en el conjunto.
- Discutimos varias maneras de referirse a las cantidades de un problema de composición, coincidiendo en que la cant. 3 corresponde a un total.
- Para las situaciones aditivas de comparación se distinguen una cantidad mayor, una cantidad menor y la diferencia entre ellas.
- Hay varias maneras equivalentes de expresar la relación entre estas cantidades:
  - cant. mayor — cant. menor = diferencia
  - cant. mayor — diferencia = cant. menor
  - cant. menor + diferencia = cant. mayor
  - diferencia + cant. menor = cant. mayor

VOLVER

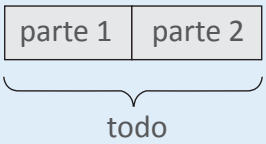
CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad, comente que en ella han estudiado dos tipos de situaciones aditivas (puede usar las diapositivas 7 y 8):

- En las situaciones aditivas de composición o de combinación se tiene un conjunto compuesto de elementos de dos tipos. Las cantidades de elementos de cada tipo las denominaremos como “parte 1” y “parte 2”, mientras que a la cantidad total de elementos del conjunto la llamaremos “todo”.

Modelo para composición

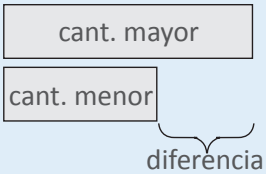
parte 1 + parte 2 = todo



- En las situaciones aditivas de comparación, se tienen dos cantidades, una cantidad mayor y una cantidad menor, las que se comparan mediante la diferencia entre ellas.

Modelo para comparación

cant. mayor - cant. menor = diferencia



VOLVER

LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento puede señalar que: *en la siguiente actividad, tendrán que identificar a qué tipo de problema corresponde cada uno de una serie de problemas aditivos dados, y escribir la expresión numérica que los modela* (puede usar la diapositiva 9).

ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Es posible que algunos grupos respondan 43 – 19 = ? para la expresión numérica que modela el tercer problema de composición. Hágales notar que si bien la expresión es correcta, no es consistente con la estructura obtenida para los otros dos problemas.

- Algunos estudiantes pueden tener dificultades para asignar nombres a las cantidades. En estos casos, plantéeles preguntas que los ayuden a pensar en el significado común de cada cantidad. Por ejemplo, puede pedir que describan una palabra que represente a todas las cant. 3 de los problemas de composición.

- En los problemas aditivos de comparación los grupos pueden relacionar las cantidades 1, 2 y 3 de varias maneras distintas:

cant. 1	±	cant. 2	=	cant.3
↓		↓		↓
cant. mayor	—	cant. menor	=	diferencia
cant. mayor	—	diferencia	=	cant. menor
cant. menor	+	diferencia	=	cant. mayor
diferencia	+	cant. menor	=	cant. mayor

  Se recomienda anotar todas las que surjan en la pizarra, pero enfatizar que son todas equivalentes, y que por tanto de ahora en adelante se trabajará solo con la primera.

- Durante el desarrollo de la actividad, promueva el uso de lenguaje técnico, por ejemplo: problemas aditivos, expresión numérica que modela, u otras.

VOLVER

Reconociendo situaciones aditivas

Actividad de aplicación

Tiempo: 20 min.
Modalidad: Individual y de curso completo.
Materiales: Hoja de la Actividad 4.

PROPÓSITO

Con esta actividad se persigue que los futuros profesores identifiquen a qué tipo de situación aditiva corresponde un problema dado.

Fecha: _____

Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Situaciones Aditivas
Hojas de trabajo - Clase 2

Actividad 4

Trabajo individual

A continuación se muestran los modelos de las tres situaciones aditivas:

Situación	Modelo
Cambio	cant. menor ± cambio = cant.menor
Composición	parte 1 + parte 2 = todo
Comparación	cant. mayor – cant. menor = diferencia

Para cada uno de los siguientes problemas, identifica a qué tipo de situación aditiva corresponde, y escribe la expresión numérica que lo modela.

	Condiciones	Tipo de situación aditiva	Expresión numérica que lo modela
A	Antonio terminó la carrera en 12 minutos, 3 más que Kimberly. ¿En cuánto tiempo finalizó ella la carrera?		
B	Macarena tiene 13 años. ¿En cuántos años más cumplirá 18?		
C	En una sala de cine hay en total 240 butacas. Si 125 de ellas están ocupadas, ¿cuántos asientos hay disponibles?		
D	Un kilo de pan vale $1200 en el supermercado y $1050 en el almacén. ¿Cuánto más barato es el kilo de pan en el almacén que en el supermercado?		
E	Mauricio tiene dos discos duros con capacidades de 16 y 32 Gb. ¿Cuántos Gb de almacenaje tiene en total?		
F	La mamá de Rosa tiene 34 años más que ella. Si Rosa cumplió 12 años, ¿cuántos tiene su mamá?		

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Revise la pregunta propuesta para comenzar la discusión en torno al ítem 1.

VER MÁS +

Analice ventajas del diagrama rectangular para representar situaciones multiplicativas. Revise la conclusión.

VER MÁS +

PRESENTACIÓN Y MONITOREO (5 min)

- Se sugiere comenzar la gestión presentando los modelos de la tres situaciones aditivas. Comente que la actividad debe realizarse de forma individual, pero que una vez que terminen tendrán que comparar las respuestas con otro compañero o compañera.

- Durante el monitoreo preste atención a las parejas que no estuvieron de acuerdo en el tipo de situación o expresión.

VOLVER

COMPARTIR RESULTADOS (10 min)

- Para la puesta en común se sugiere ir abordando de un problema a la vez. Puede pedir a alguna pareja que no esté de acuerdo para ese problema que expliquen su diferencia. Luego, solicite al resto que opine hasta llegar a consenso.

VOLVER

SÍNTESIS DE LOS RESULTADOS (5 min)

- El problema B se considera de cambio, ya que en él se tiene una cant. inicial (la edad actual de Macarena), una cant. final (la edad futura de ella) y un cambio positivo (años adicionales cumplidos).

- Los problemas A, D y F son de comparación y muestran los tres casos que se pueden dar en una situación de este tipo al variar la posición de la incógnita.

Problema A	cant. mayor – ? = diferencia
Problema D	cant. mayor – cant. menor = ?
Problema F	? – cant. menor = diferencia

- Los problemas C y E son de composición. Podemos notar que el problema C se puede expresar de dos maneras: ? + 125 = 240 o 125 + ? = 240.

VOLVER

CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad comente los puntos que se indican a continuación (puede usar las diapositivas 10 y 11):

- Dada una situación aditiva de comparación, hay tres tipos de problemas que se pueden plantear variando el lugar de la incógnita. Por ejemplo, para la situación "Antonio terminó la carrera en 12 minutos, Kimberly en 9, y la diferencia entre sus tiempos es de 3 minutos" se tienen los siguientes problemas:

Incógnita: cantidad mayor	**Incógnita: cantidad menor**	**Incógnita: diferencia**
Antonio se demoró 3 minutos más que Kimberly en finalizar la carrera, la que tardó 9. ¿En cuánto tiempo finalizó la carrera Antonio? cant. mayor cant. menor diferencia ? [-] 9 = 3	Antonio terminó la carrera en 12 minutos, 3 más que Kimberly. ¿En cuánto tiempo finalizó ella la carrera? cant. mayor cant. menor diferencia 12 [-] ? = 3	Antonio terminó la carrera en 12 minutos y Kimberly en 9. ¿Cuántos minutos más que Kimberly hizo Antonio en la carrera? cant. mayor cant. menor diferencia 12 [-] 9 = ?

- En las situaciones aditivas de composición, dado que la parte 1 y la parte 2 son indistinguibles al escribir la expresión numérica que las modela, se pueden formular dos problemas según el lugar de la incógnita. Por ejemplo, para la situación "En una sala de cine hay 240 butacas, 150 están ocupadas y 90 desocupadas".

Incógnita: una de las partes	**Incógnita: todo**
En una sala de cine hay en total 240 butacas. Si 150 de ellas están ocupadas, ¿cuántos asientos hay disponibles? parte 1 parte 2 todo 150 [+] ? = 240 parte 1 parte 2 todo ? [+] 150 = 240	En una sala de cine hay 150 butacas ocupadas y 90 desocupadas, ¿cuántos asientos tiene el cine? parte 1 parte 2 todo 150 [+] 90 = ? parte 1 parte 2 todo 90 [+] 150 = ?

VOLVER

ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Respecto de los tipos de problemas, se espera que:
  - Los estudiantes no tengan dificultad para reconocer que los problemas C y E son de composición.
  - Algunos estudiantes tengan más dificultad en reconocer que A, D y F son problemas de comparación.
  - Algunos estudiantes pueden no estar de acuerdo en que el problema B sea de cambio, considerándolo como un problema de comparación.

- Si en la puesta en común no existe consenso sobre si el problema B debe ser considerado como problema de cambio o de comparación, aborde la controversia comentando que en algunos casos, según la interpretación que se da a la relación entre las cantidades, los problemas pueden ser considerados de un tipo o del otro. Aproveche de mencionar que la clasificación de situaciones aditivas utilizada no intenta ser excluyente ni exhaustiva.

- Es probable que algunos estudiantes escriban expresiones numéricas que no se ajusten a los modelos dados. Recuérdeles cuáles son los modelos usados para cada tipo de problema.

- Es posible que algunos estudiantes escriban la expresión numérica que resuelve el problema sin fijarse si esta se corresponde o no con el modelo.

VOLVER

Cierre de la clase

Gestión sugerida

Tiempo: 10 min.

1º Para el cierre de la clase se sugiere plantear la siguiente pregunta a los estudiantes: *¿De qué manera creen que la clasificación de problemas aditivos puede ser útil para un profesor?* Dé un minuto para que cada uno piense en un par de formas en que este conocimiento puede ayudar al profesor.

2º Después de que algunos estudiantes compartan sus ideas, comente lo siguiente (puede proyectar la diapositiva 12):

- Contar una tipología permite al profesor reconocer que para los problemas de suma y resta hay diferencias que van más allá del contexto y el ámbito numérico. El criterio utilizado en estas clasificaciones es distinguir los problemas por el tipo de relaciones y significados de las cantidades involucradas en los problemas.

- Distinguir tipos de problemas aditivos le permite al profesor plantear a sus estudiantes una diversidad de situaciones que contribuyan a enriquecer la comprensión y capacidad para resolver problemas de sumas y restas.

- Disponer de modelos le permite al profesor analizar la estructura de los problemas que plantea a sus estudiantes, y a la vez ayuda en la tarea de formular problemas con características específicas: tipo de situación, lugar de la incógnita, etc.

3º Entregue la ficha de sistematización y proponga a los alumnos usarla después de la clase para evaluar y repasar sus aprendizajes. Invítelos a que respondan las preguntas que ahí aparecen, a que revisen las ideas del “Recapitulemos” y si lo requieren a que consulten la bibliografía sugerida para profundizar.

4º Entregue la hoja de la tarea 2 y explíquela brevemente.

5º Para el lanzamiento de la siguiente clase, puede indicar que abordarán las diferencias en la dificultad de los distintos tipos de problemas aditivos.

RESPUESTAS EXPERTAS

<table>
<tr><th>Actividad</th><th>Respuesta experta</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Actividad 1
Formulando problemas para un mismo contexto</td><td>1. En el primer turno, Matías obtuvo 850 puntos y Laura 500. ¿Cuántos puntos consiguieron en total?</td></tr>
<tr><td>2. En el primer turno, Matías obtuvo 850 puntos y Laura 500. ¿Cuántos puntos más que Laura logró Matías?</td></tr>
<tr><td>Actividad 2
Clasificando problemas aditivos</td><td>1.
<table>
<tr><th></th><th>Problemas</th></tr>
<tr><td>Tipo A</td><td>P2 y P3</td></tr>
<tr><td>Tipo B</td><td>P1 y P4</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>Actividad 3
Descubriendo el modelo de situaciones aditivas</td><td>1. a
<table>
<tr><th colspan="2">Problemas aditivos de composición (tipo A)</th></tr>
<tr><td></td><td>cant. 1 [ ] cant. 2 = cant. 3</td></tr>
<tr><td>En el primer turno, Matías obtuvo 850 puntos y Laura 500. ¿Cuántos puntos consiguieron en total?</td><td>850 [+] 500 = ?</td></tr>
<tr><td>En una frutera hay 8 manzanas y 7 naranjas. ¿Cuántas frutas hay en total?</td><td>8 [+] 7 = ?</td></tr>
<tr><td>En una sala de clases hay 43 estudiantes, de los cuales 19 son niños. ¿Cuántas niñas hay en la sala?</td><td>19 [+] ? = 43
? [+] 19 = 43</td></tr>
</table>
1. b
cant. 1 [ ] cant. 2 = cant. 3
↓ ↓ ↓
parte 1 [+] parte 2 = todo
● Para las partes, también se podrían utilizar palabras como: subconjuntos, grupos, colecciones, etc.
● Para el todo, también se podrían utilizar palabras como: total, conjunto, unión, combinación, etc.</td></tr>
</table>

Actividad	Respuesta experta
	2.

Problemas aditivos de comparación (tipo B)	
	cant. 1 [ ] cant. 2 = cant. 3
En el primer turno, Matías obtuvo 850 puntos y Laura 500. ¿Cuántos puntos más que Laura logró Matías?	850 [-] 500 = ?
Raúl tiene 24 lápices, mientras que Camila tiene 17. ¿Cuántos lápices menos que Raúl tiene Camila?	24 [-] 17 = ?
La diferencia de edad entre la hermana menor de Isabel y ella es de 3 años. Si Isabel tiene 10 años, ¿cuántos tiene su hermana menor?	10 [-] ? = 3

cant. 1 [ ] cant. 2 = cant. 3
↓ ↓ ↓
cant. mayor [+] cant. menor = diferencia

Actividad 4
Reconociendo situaciones aditivas

1.

Problema	Tipo de situación aditiva	Expresión numérica que lo modela
A. Antonio terminó la carrera en 12 minutos, 3 más que Kimberly. ¿En cuánto tiempo finalizó ella la carrera?	Comparación	12 – ? = 3
B. Macarena tiene 13 años. ¿En cuántos años más cumplirá 18?	Cambio	13 + ? = 18

Actividad	Respuesta experta

Problema	Tipo de situación aditiva	Expresión numérica que lo modela
C. En una sala de cine hay en total 240 butacas. Si 125 de ellas están ocupadas, ¿cuántos asientos hay disponibles?	Composición	? + 150 = 240
D. Un kilo de pan vale $1200 en el supermercado y $1050 en el almacén. ¿Cuánto más barato es el kilo de pan en el almacén que en el supermercado?	Comparación	1.200 – 1.050 = ?
E. Mauricio tiene dos discos duros con capacidades de 16 y 32 Gb. ¿Cuántos Gb de almacenaje tiene en total?	Composición	16 + 32 = ?
F. La mamá de Rosa tiene 34 años más que ella. Si Rosa cumplió 12 años, ¿cuántos tiene su mamá?	Comparación	? – 12 = 34

PLANIFICACIÓN
CLASE 3

CLASE 3: DIFICULTAD DE PROBLEMAS ADITIVOS

RESUMEN DE LA CLASE

Meta de la clase	Al finalizar la clase se espera que los futuros profesores[1] logren comprender que tanto el tipo de situación aditiva de un problema, como el saber si es directo o no, constituyen criterios para evaluar su dificultad.
Descripción de la clase	Esta clase comienza con una actividad de exploración en la que se busca que los estudiantes reconozcan que para niños y niñas hay tipos de situaciones aditivas que son más difíciles de resolver que otros. En la segunda actividad, se amplía el análisis de la dificultad de los problemas al lugar que ocupa la incógnita en la expresión numérica que los modela, introduciendo la noción de problemas directos. Finalmente, en la última actividad se aplican estas distinciones para ordenar una serie de problemas de acuerdo con su dificultad.

[1] Respecto del uso de lenguaje inclusivo: Con el propósito de no provocar una saturación gráfica que dificulte la comprensión de la lectura, en este documento no se considera el uso de "los/las" u "o/a" para hacer referencia a ambos géneros de manera conjunta. En su lugar, se utilizan términos como "el futuro profesor", "el estudiante" y "el profesor" y sus respectivos plurales para aludir de manera inclusiva a hombres y mujeres. Sin embargo, durante la gestión de la clase se sugiere la utilización de lenguaje inclusivo que invite a los y las estudiantes a involucrarse activamente en las actividades.

Aprendizajes esperados	Al finalizar la clase se espera que el estudiante: • Reconozca qué tipos de problemas aditivos pueden resultar más difíciles de resolver. • Distinga la expresión numérica que modela un problema aditivo de la expresión que lo resuelve. • Identifique cuando un problema aditivo es directo y cuando no. • Utilice la distinción entre problema directo y no directo para evaluar la dificultad de un problema aditivo. • Ordene una secuencia de problemas según su dificultad, usando los criterios de tipo de problema y la distinción entre problema directo y no directo.
Conocimientos previos	Problemas aditivos, situaciones aditivas, tipos de problemas aditivos, expresión numérica que modela.
Materiales	Estudiantes • Hojas de trabajo del estudiante. Profesor • Computador. • Proyector. • Videos de la Actividad 1 y de la 2.
Tiempo total estimado	85 minutos.

ESQUEMA DE LA CLASE

Tipo de Actividad	Actividades	Tiempo (T) Modalidad (M)
Exploración	**Actividad 1: Evaluando la dificultad de los problemas aditivos** Con esta actividad se busca que los futuros profesores reconozcan que hay tipos de problemas aditivos que para los escolares resultan más difíciles de resolver que otros.	T: 20 min M: En parejas y de curso completo.
Construcción y profundización	**Actividad 2: Identificando la dificultad de problemas aditivos** Esta actividad está centrada en que los futuros profesores puedan relacionar la dificultad de un problema aditivo con el lugar que ocupa la incógnita en la expresión numérica que lo modela.	T: 30 min M: En parejas y de curso completo.
Aplicación	**Actividad 3: Ordenando problemas aditivos según su dificultad** El foco de esta actividad está orientado a que los futuros profesores ordenen una serie de problemas aditivos según su dificultad, usando como criterios el tipo de problema y si es directo o no.	T: 25 min M: En parejas y de curso completo.
Cierre	**Cierre de la clase:** Con esta actividad se persigue que los futuros profesores repasen las principales ideas abordadas en esta unidad.	T: 10 min M: De curso completo.

Evaluando la dificultad de los problemas aditivos

Exploración

Tiempo: 20 min.
Modalidad: En parejas y de curso completo.
Materiales: Hojas de la Actividad 1
Videos: Clase 3 - Actividad 1 - Video 1
Clase 3 - Actividad 1 - Video 2

PROPÓSITO

Con esta actividad se busca que los futuros profesores reconozcan que hay tipos de problemas aditivos que para los escolares resultan más difíciles de resolver que otros.

Fecha: _____

Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Situaciones Aditivas
Hojas de trabajo - Clase 3

Actividad 1

Trabajo en parejas

Observación de video

El video que observaremos a continuación, muestra a un estudiante de 2º básico resolviendo dos problemas aditivos. En general, ante un problema aditivo, él es bastante efectivo registrando la operación y realizando el cálculo.

Estos son los problemas que el niño resolverá:

Problema 1: Carlitos tiene 18 canicas y le regaló 6 a un amigo. ¿Con cuántas canicas se quedó Carlitos?

Problema 2: Carlitos tiene 18 canicas y Nicolás 6. ¿Cuántas canicas más que Nicolás tiene Carlitos?

Respondan las siguientes preguntas:

1. ¿A qué tipo de situación aditiva corresponden estos problemas? Escribe la expresión numérica que modela cada uno de ellos.

	Tipo de situación aditiva	Expresión numérica que lo modela
Problema 1		
Problema 2		

2. ¿Qué características de los problemas hacen que el Problema 2 sea más difícil de resolver que el Problema 1? Justifica.

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Es clave sistematizar las características de los datos que distinguen a la situación de las vistas antes. Revise el cierre.

VER MÁS +

Puede usar una tabla como la de síntesis para analizar la naturaleza de los componentes de la situación.

VER MÁS +

PRESENTACIÓN Y MONITOREO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Indique que el video contempla a un niño real, por lo que se debe procurar mantener una posición de respeto, atenerse al contenido que presenta y suponer siempre lo mejor.
- Durante el monitoreo cerciórese de que las parejas identifican correctamente el tipo de problema y escriben la expresión que los modela.
- Ponga atención a las razones que esgrimen para explicar la diferencia de dificultad.

VOLVER

COMPARTIR RESULTADOS (5 min)

Para la puesta en común, puede serle útil considerar las siguientes sugerencias de gestión:

- Comience la puesta en común mencionando que, tal como se observa en el video, la mayor dificultad que presenta el niño es con el Problema 2.
- Luego, pídale a un par de parejas que expliquen las razones que consideraron. Para ayudarlos, puede solicitarles que listen las semejanzas (contexto, expresión numérica que modela) y diferencias (tipo de problema aditivo) que tienen ambos problemas. Registre las respuestas en una tabla como la que se muestra a continuación:

Semejanzas	Diferencias	
	Problema 1	Problema 2

VOLVER

SÍNTESIS DE LOS RESULTADOS (5 min)

Se sugiere asociar las respuestas de los estudiantes a las siguientes ideas:

- El video muestra a un niño que resuelve dos problemas que tienen el mismo contexto, que se modelan con la misma expresión numérica, pero que son de distinto tipo:
  - Problema 1 es de cambio.
  - Problema 2 es de comparación.

- El niño tiene mayor dificultad para reconocer la operación que resuelve el problema de comparación que el de cambio. Una posible explicación de esto es que las palabras del enunciado "más que" inducen al niño a pensar que el Problema 2 se resuelve con una suma.

- Dado que ambos problemas tienen el mismo contexto, que se modelan con la misma expresión numérica y se resuelven con la misma resta, lo que explicaría la diferencia de dificultad es el tipo de problema.

VOLVER

CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad, comente los puntos que se indican a continuación (puede usar la diapositiva 5):

- En esta actividad pudimos reconocer que para niños y niñas hay problemas aditivos que resultan más difíciles de resolver que otros, y que uno de los criterios que permiten evaluar su dificultad corresponde a qué tipo de problema aditivo es.

- El hecho de que los problemas aditivos de comparación resulten más difíciles podría deberse a dos razones:

  - Expresiones del enunciado como "menos qué" o "más que" pueden inducir a los niños a identificar erróneamente la operación que los resuelve.

  - Los estudiantes pueden no están familiarizados con estos problemas, ya que los profesores tienden a proponer mayormente problemas de composición o de cambio.

VOLVER

LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento, puede señalar que: *en la próxima actividad explorarán otros criterios que determinan la dificultad de los problemas aditivos* (puede usar la diapositiva 6).

ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Se espera que los estudiantes reconozcan que el Problema 1 resultó más fácil de resolver que el Problema 2, y que corresponden a problemas de cambio y comparación, respectivamente.

- Uno de los argumentos que podrían utilizar para explicar por qué la acción de comparar por diferencia puede resultar más difícil para los niños es que ciertas palabras del enunciado, como “más qué” o “menos que”, pueden inducirlos a asociar la operación equivocada.

- Promueva en los estudiantes el uso de los conceptos y el lenguaje previamente formalizado: tipo de problema aditivo (cambio, composición o comparación), modelo, expresión numérica que modela.

VOLVER

Identificando la dificultad de problemas aditivos

Construcción y profundización

Tiempo: 30 min.
Modalidad: En parejas y de curso completo.
Materiales: Hojas de la Actividad 2
Videos (opcionales):
Clase 3 - Actividad 2 - Video 1
Clase 3 - Actividad 2 - Video 2

PROPÓSITO

Esta actividad está centrada en que los futuros profesores puedan relacionar la dificultad de un problema aditivo con el lugar que ocupa la incógnita en la expresión numérica que lo modela.

Fecha: _____

Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Situaciones Aditivas
Hojas de trabajo - Clase 3

Actividad 2

Trabajo en parejas

Volvamos a los dos problemas que vimos en la Actividad 1 de la primera clase de esta unidad:

Problema 1: Rocío tenía 15 muñecas y le regaló 4 a su amiga Carolina. ¿Cuántas muñecas tiene ahora Rocío?

Problema 2: Rocío tenía varias muñecas y su amiga Carolina le regaló otras 4. Si Rocío ahora tiene 15 muñecas, ¿cuántas muñecas tenía antes?

Recordemos que en esa actividad analizamos un video en que el mismo niño de segundo básico resolvió fácilmente el Problema 1, pero presentó dificultades para el Problema 2, no pudiendo establecer la operación que lo resuelve.

1. Analicen los problemas, e indiquen a qué tipo de situación aditiva corresponden y escriban la expresión numérica que modela y resuelve cada uno de ellos.

	Tipo de situación aditiva	Expresión numérica que lo modela	Expresión numérica que lo resuelve
Problema 1			
Problema 2			

2. Según el análisis que realizaron, ¿qué podría explicar la diferencia de dificultad entre ambos problemas?

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Revise las anticipaciones para disponer de posibles respuestas que pueda reconocer y utilizar.

VER MÁS +

Es clave sistematizar el modelo asociado a las situaciones multiplicativas de comparación y contrastarlo con el de los otros tipos de situaciones.

VER MÁS +

Puede pedirles a los estudiantes completar la tabla sugerida para comparar los problemas. Revise la gestión propuesta.

VER MÁS +

PRESENTACIÓN Y MONITOREO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Recuerde que en la primera clase de esta unidad observaron el video de un niño que al enfrentarse a dos problemas aditivos, pudo resolver solo uno de ellos. Comente que ahora analizarán ambos problemas para tratar de entender la diferencia de dificultad observada. En caso de que lo considere adecuado, puede volver a proyectar los videos con la resoluciones del niño.
- Previo al ítem 1, comente que la **expresión numérica que resuelve** un problema corresponde al cálculo que se debe realizar para obtener la solución. Haga notar que en estas expresiones la incógnita se ubica siempre al lado derecho de la igualdad.
- En caso de que lo requieran, ayúdelos a distinguir entre la expresión numérica que modela y la que resuelve, recordando la estructura de los modelos vista en las clases anteriores.
- Durante el monitoreo del ítem 2, preste atención a las explicaciones que dan las parejas. Puede apoyarlos pidiéndoles que listen las similitudes y diferencias observadas entre ambos problemas.

VOLVER

DISCUSIÓN DE CURSO COMPLETO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar la discusión:

- Una vez que todas las parejas hayan terminado, puede pedirles a algunos estudiantes que completen la tabla en la pizarra. Socialice las respuestas con el resto de la clase hasta que haya consenso.
- Luego, plantee las siguientes preguntas:
  - *¿Cómo es la expresión numérica que modela, comparada con la expresión que resuelve, en cada uno de los problemas?*
  - *La relación entre estas dos expresiones, ¿puede explicar la mayor dificultad que tuvo el niño al tratar de resolver el problema 2? Justifica.*
- Asegúrese de que a partir de la discusión los estudiantes:
  - Observen que las expresiones numéricas que resuelven estos problemas son iguales, y que, por tanto, no es posible discriminar la dificultad de los problemas a través de ellas.
  - Reconozcan que en el Problema 2 la expresión que lo modela y la que lo resuelve no coinciden.
  - Relacionen la dificultad del problema con el lugar que ocupa la incógnita en la expresión que lo modela.

VOLVER

CONCLUSIÓN DE LA DISCUSIÓN (10 min)

- Para cerrar la discusión se sugiere plantear la siguiente pregunta a la clase: *¿En cuál de las expresiones numérica (la que modela o la que resuelve) está pensando el niño cuando resuelve el problema 2?*

- Concluya que es posible que el niño esté pensando en la expresión numérica que modela, pero que reconoce que no es la misma que le permite llegar al resultado. Comente que esta dificultad se puede deber a que los niños, en general, están acostumbrados a enfrentarse a problemas en que las expresiones numéricas que los modelan son las mismas que las expresiones que los resuelven.

VOLVER

CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad, comente los puntos que se indican a continuación (puede usar las diapositivas 9 y 10):

- En esta actividad pudimos ver que la dificultad de los problemas aditivos no se relaciona solo con el contexto, el ámbito numérico o el tipo de problema. Logramos establecer que el lugar que ocupa la incógnita en la expresión numérica que modela también incide en su dificultad.
- Dependiendo de si la incógnita está en el resultado o en uno de los términos, la expresión numérica que modela puede ser igual o distinta a la expresión que resuelve, respectivamente.
- Vamos a denominar **directos** a aquellos problemas cuyas expresiones numéricas que los modelan coincide con las expresiones que los resuelven. Por ejemplo:

Rocío tenía 15 muñecas y le regaló 4 a su amiga Carolina. ¿Cuántas muñecas tiene ahora Rocío?	
Expresión numérica que modela el problema	Expresión numérica que resuelve el problema
15 – 4 = ?	15 – 4 = ?

- En los problemas aditivos directos la incógnita se ubica siempre al lado derecho de la igualdad en las expresiones que los modelan. En cambio, para los problemas que no son directos, la incógnita corresponde a algunos de los términos del lado izquierdo de la igualdad. Por ejemplo:

Rocío tenía varias muñecas y su amiga Carolina le regaló otras 4. Si Rocío ahora tiene 15 muñecas, ¿cuántas muñecas tenía antes?	
Expresión numérica que modela el problema	Expresión numérica que resuelve el problema
? + 4 = 15	15 - 4 = ?

- Es usual que los estudiantes presenten mayores dificultades frente a problemas que no son directos. Una razón que podría explicar esto es que los niños piensan en la expresión numérica que modela el problema y no en la que lo resuelve.

- Es importante enfrentar a los estudiantes a una diversidad de problemas, tanto directos como no directos.

VOLVER

LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento puede señalar que: *en la próxima actividad definirán una secuencia de problemas a partir de la dificultad, según el tipo de problema y el lugar que ocupa la incógnita en la expresión numérica que lo modela* (puede usar la diapositiva 11).

ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Para el ítem 1, es probable que algunos estudiantes confundan la expresión numérica que modela el problema con la expresión que lo resuelve. En tal caso, puede darles un ejemplo.

- Una vez que logren establecer correctamente la expresión que modela, se espera que los estudiantes no tengan inconvenientes en relacionar la dificultad de cada uno con el lugar que ocupa la incógnita.

- Es posible que algunos estudiantes propongan que el segundo problema es más difícil porque la acción es “regalar”, pero se resuelve con una resta. En tal caso, evite que se alargue la discusión sobre esto señalando que “regaló” puede a veces corresponder a “agregar” (recibir el regalo) o bien a “quitar” (dar el regalo).

VOLVER

Ordenando problemas aditivos según su dificultad
Aplicación

Tiempo: 25 min.
Modalidad: En parejas y de curso completo.
Materiales: Hojas de la Actividad 3.

PROPÓSITO

El foco de esta actividad está orientado a que los futuros profesores ordenen una serie de problemas aditivos según su dificultad, usando como criterios el tipo de problema y si es directo o no.

Fecha: _____

Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Situaciones Aditivas
Hojas de trabajo - Clase 3

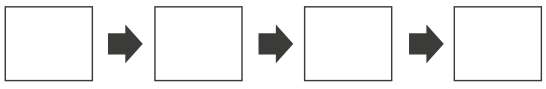
Actividad 3

Trabajo en parejas

1. Determinen a qué tipo de problema aditivo corresponde cada uno de los siguientes problemas, y si son o no directos.

	Condiciones	Tipo de situación aditiva	¿Es directo?
A	Ricardo tiene 13 láminas y su amiga Cecilia 7. ¿Cuántas láminas más que Cecilia tiene Ricardo?		
B	Ricardo tenía 13 láminas y le regaló 7 a su amiga Cecilia. ¿Cuántas láminas tiene ahora Ricardo?		
C	Ricardo tenía varias láminas y su amiga Cecilia le regaló otras 7. Si Ricardo tiene ahora 13 láminas, ¿cuántas tenía antes?		
D	Ricardo tiene 13 láminas, 7 menos que su amiga Cecilia. ¿Cuántas láminas tiene Cecilia?		

2. Ordenen los problemas del más fácil al más difícil, justificando su elección. Anoten su secuencia aquí:



Justificación:

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Esta actividad busca que los estudiantes identifiquen los dos tipos de comparación: aditiva y multiplicativa. Revise el cierre.

VER MÁS +

Es importante llegar a un consenso sobre la validez de las dos interpretaciones. Revise la gestión propuesta.

VER MÁS +

PRESENTACIÓN Y MONITOREO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Comente la actividad para asegurarse de que sus estudiantes identifiquen el tipo de problema y la posición de la incógnita en el modelo, y utilicen esta información para ordenar los problemas según su dificultad.

- Monitoree las respuestas de las parejas asegurándose de que respondan correctamente el ítem 1, y observando las distintas secuencias que proponen en el ítem 2.

VOLVER

DISCUSIÓN DE CURSO COMPLETO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar la discusión:

- A partir de las respuestas de los estudiantes, complete la siguiente tabla en la pizarra:

Problema	Tipo de problema	¿Es directo?
A		
B		
C		
D		

- Pida a algunas parejas que anoten sus secuencias en la pizarra y justifiquen sus elecciones.

- Pregunte a los estudiantes qué criterios ocuparon para diferenciar la dificultad de los problemas según su tipo y el lugar de la incógnita. Además, puede consultarles lo siguiente: *¿Qué tipo de problemas consideraron más fácil y cuál más difícil? Según el lugar de la incógnita, ¿qué problemas son más fáciles y cuáles más difíciles?*

- Conduzca la discusión para que los estudiantes lleguen a un consenso respecto del orden de dificultad de los problemas dados considerando los criterios que se señalaron.

VOLVER

CONCLUSIÓN DE LA DISCUSIÓN (5 min)

Se sugiere considerar las siguientes ideas al cierre de la discusión:

- Al caracterizar los problemas tenemos que:

Problema	Tipo de problema	¿Es directo?
A	Comparación	Directo
B	Cambio	Directo
C	Cambio	No directo
D	Comparación	No directo

- Los criterios utilizados para establecer la dificultad de los problemas son:
  - Los problemas de comparación pueden ser más difíciles que los de cambio.
  - Los problemas que no son directos pueden ser más difíciles que los que lo son.

- De acuerdo con estos criterios, secuencias de orden creciente de dificultad para estos problemas pueden ser:

$$B \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow D$$
$$B \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow D$$

VOLVER

CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad, comente los puntos que se indican a continuación (puede usar la diapositiva 14):

- Identificar el tipo de problema y establecer si estos son o no directos, pueden ser usados como criterios para evaluar la dificultad de los problemas que se plantean a los estudiantes.

- Existen diversos estudios que han tratado de establecer un orden de complejidad para los distintos tipos de problemas aditivos. Aunque difieren en su clasificación, estos estudios comparten que, en general:
  - Los problemas aditivos de comparación suelen ser más difíciles que los de cambio o composición.
  - Los problemas que no son directos pueden presentar un mayor grado de dificultad que los directos.

- Contar con estas distinciones le permite al profesor ordenar los problemas de suma y resta que propone a sus estudiantes en secuencias de complejidad creciente.

VOLVER

ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Se espera que los estudiantes estimen los problemas directos como los más sencillos (A y B), y los que no lo son, como los más complejos (C y D).

- Se espera que los estudiantes estimen como criterio que los problemas de comparación son más difíciles que los de cambio según lo analizado en la actividad anterior. Esto los llevaría a evaluar los problemas A y D como más difíciles que B y C, respectivamente.

- Considerando ambos criterios, es probable que las secuencias que aparezcan con mayor frecuencia sean B→A→C→D y la B→C→A→D.

VOLVER

Cierre de la clase

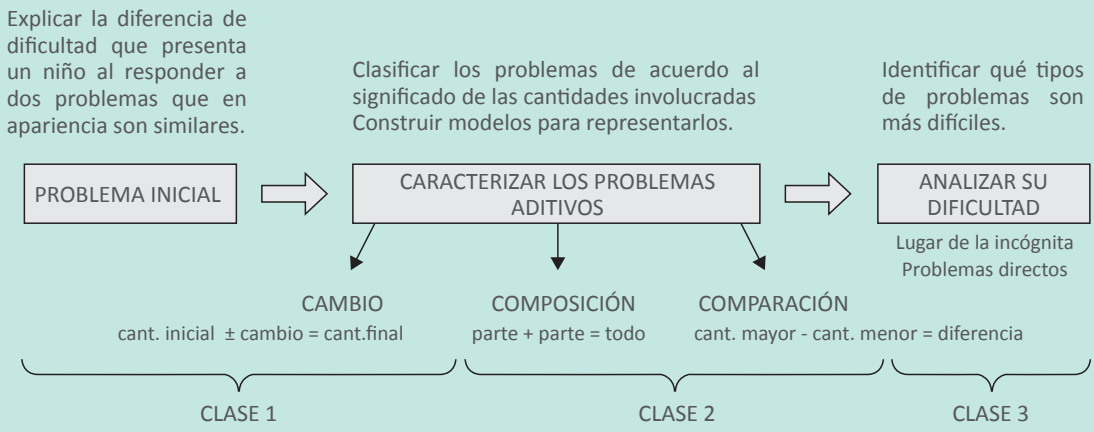
Gestión sugerida

Tiempo: 10 min.

1º Para hacer un cierre de la unidad puede pedir a los estudiantes que hagan un breve resumen de lo realizado en las tres clases. Dé 5 min para que comenten en grupo.

2º Pida a los estudiantes que comenten lo realizado durante la primera clase y señalen cuál piensan que era el propósito de ella. Repita lo mismo para las otras dos clases.

3º Presente el siguiente esquema, que resume la secuencia didáctica de esta unidad, y comente lo abordado en cada clase (puede usar diapositiva 16):



4º Entregue la ficha de sistematización y proponga a los estudiantes usarla después de la clase para evaluar y repasar sus aprendizajes.

RESPUESTAS EXPERTAS

<table>
<tr><th>Actividad</th><th>Respuesta experta</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Actividad 1
Evaluando la dificultad de los problemas aditivos</td><td>

1.

	Tipo de situación aditiva	**Expresión numérica que lo modela**
Problema 1	Cambio (negativo)	18 – 6 = ?
Problema 2	Comparación	18 – 6 = ?

</td></tr>
<tr><td>

2. La siguiente tabla resume las semejanzas y diferencias:

Semejanzas	**Diferencias**	
Contexto: niños con canicas	P1: problema de cambio	P2: problema de comparación
Expresión numérica que modela: 18 – 6 = ?		

De lo anterior se desprende que la diferencia de dificultad seguramente está asociada al tipo de situación.

</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Actividad 2
Identificando la dificultad de problemas aditivos</td><td>

1.

	Tipo de situación aditiva	**Expresión numérica que lo modela**	**Expresión numérica que resuelve**
Problema 1	Cambio (negativo)	15 – 4 = ?	15 – 4 = ?
Problema 2	Cambio (positivo)	? – 4 = 15	15 – 4 = ?

</td></tr>
<tr><td>

2. La siguiente tabla resume las semejanzas y diferencias:

Semejanzas	**Diferencias**	
Contexto: niñas con muñecas	P1. Expresión numérica que modela: 15 – 4 = ?	P2. Expresión numérica que modela: ? – 4 = 15
Tipo de situación: de cambio		
Expresión numérica que resuelve: 15 – 4 = ?		

</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Actividad</th><th>Respuesta experta</th></tr>
<tr><td>Actividad 3
Ordenando problemas aditivos según su dificultad</td><td>

1.

Problema	Tipo de situación aditiva	¿Es directo?
A. Ricardo tiene 13 láminas y su amiga Cecilia 7. ¿Cuántas láminas más que Cecilia tiene Ricardo?	Comparación	Directo
B. Ricardo tenía 13 láminas y le regaló 7 a su amiga Cecilia. ¿Cuántas láminas tiene ahora Ricardo?	Cambio	Directo
C. Ricardo tenía varias láminas y su amiga Cecilia le regaló otras 7. Si Ricardo tiene ahora 13 láminas, ¿cuántas tenía antes?	Cambio	No directo
D. Ricardo tiene 13 láminas, 7 menos que su amiga Cecilia. ¿Cuántas láminas tiene Cecilia?	Comparación	No directo

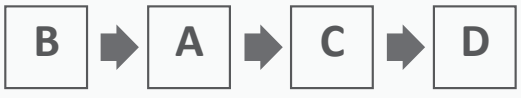
2. Se puede argumentar que:

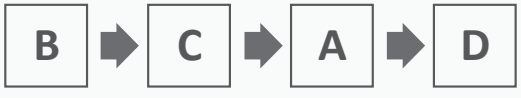
a) Los problemas de comparación (A y D) son más difíciles que los de cambio (B y C).

b) Los problemas directos (A y B) suelen ser más fáciles que los que no lo son (C y D).

Esto nos indica que el problema B es el más fácil, y el D el más difícil. Sin embargo, los criterios anteriores no permiten establecer si un problema de cambio no directo (C) es más fácil o difícil que uno de comparación directo (A).

Debido a esto, se pueden proponer las siguientes dos secuencias:





</td></tr>
</table>

MATERIAL PARA LOS ESTUDIANTES

MATERIAL

CLASE 1

Actividad 1

Trabajo grupal

1. Resuelvan y analicen los siguientes problemas, indicando sus similitudes y diferencias:

   Problema 1: Rocío tenía 15 muñecas y le regaló 4 a su amiga Carolina. ¿Cuántas muñecas tiene ahora Rocío?

   Problema 2: Rocío tenía varias muñecas y su amiga Carolina le regaló otras 4. Si Rocío ahora tiene 15 muñecas, ¿cuántas muñecas tenía antes?

2. ¿Hay alguno de ellos que consideren más difícil? ¿Por qué?

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Actividad 2

Trabajo en parejas

A continuación se presenta la expresión numérica que describe la relación entre las cantidades involucradas en el problema de la actividad anterior, y también se muestra el significado de cada una de ellas.

Problema 1. Rocío tenía 15 muñecas y le regaló 4 a su amiga Carolina. ¿Cuántas muñecas tiene ahora Rocío?	cant. 1 cant. 2 cant. 3 15 − 4 = ? cant. 1: Cantidad de muñecas que tenía Rocío cant. 2: Cantidad de muñecas que Rocío regaló cant. 3: Cantidad de muñecas que le quedan a Rocío

1. Completen la siguiente tabla y analicen la relación y el significado de las cantidades involucradas en cada uno de los problemas.

Problema	Expresión	Cant. 1	Cant. 2	Cant. 3
Claudia tenía 7 autitos y para su cumpleaños recibió 4 más. ¿Cuántos autitos tiene Claudia ahora?	cant. 1 cant. 2 cant. 3 □ □ □ =			
Juan tenía 12 láminas y una amiga le prestó otras 15. ¿Cuántas láminas tiene ahora?	cant. 1 cant. 2 cant. 3 □ □ □ =			
Daniel tenía 8 puntos, pero en la última jugada perdió 3. ¿Con cuántos puntos se quedó?	cant. 1 cant. 2 cant. 3 □ □ □ =			

2. Con respecto a la relación y al significado de las cantidades, ¿creen que estos cuatro problemas tienen una estructura común? Justifiquen.

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Actividad 3

Trabajo individual

Escribe la expresión numérica asociada al modelo de los siguientes problemas de cambio. Usa el signo **?** para representar la incógnita en cada caso.

Problema	Expresión que modela el problema
A. Carlos se comió 3 galletas de un paquete que traía 12 en total. ¿Cuántas galletas quedan en el paquete?	cant. inicial ☐ cambio ☐ = cant. final ☐
B. Carlos tenía un paquete con 12 galletas y se comió algunas. Si ahora le quedan 9, ¿cuántas galletas se comió?	cant. inicial ☐ cambio ☐ = cant. final ☐
C. Carlos se comió 3 galletas de un paquete. Si le quedaron 9, ¿cuántas galletas traía el paquete?	cant. inicial ☐ cambio ☐ = cant. final ☐

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Actividad 4

Trabajo en parejas

Formulen un problema de cambio que cumpla con las condiciones que se indican en cada caso, tal como se muestra en el ejemplo:

	Condiciones	Problema
Ej.	**Contexto:** Comer galletas de un paquete. **Tipo de cambio:** negativo **Incógnita:** cant. inicial **Expresión que resuelve:** 9 + 3	Carlos se comió 3 galletas de un paquete. Si le quedaron 9, ¿cuántas galletas traía el paquete? cant. inicial: **?** − cambio: **3** = cant. final: **9**
1	**Contexto:** Modificar el número de **invitados a una fiesta** **Tipo de cambio:** negativo **Expresión que resuelve:** 19 – 8	
2	**Contexto:** Variar la temperatura de un lugar **Tipo de cambio:** positivo **Expresión que resuelve:** 19 – 8	
3	**Contexto:** Moverse entre los pisos 5º y 11º de un edificio. **Tipo de cambio:** positivo **Incógnita:** cambio	
4	**Contexto:** Cambiar de posición en un juego tras una jugada. **Tipo de cambio:** negativo **Expresión que resuelve:** 24 + 7	

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

FICHA DE SISTEMATIZACIÓN

Unidad de aprendizaje
Situaciones aditivas

Clase 1
Situaciones aditivas de cambio

Meta de la clase
Al finalizar la clase se espera que hayas logrado reconocer y modelar situaciones aditivas de cambio, y usar el modelo para analizar y formular problemas de este tipo.

Palabras clave
Situación aditiva, problemas aditivos de cambio, tipo de cambio (positivo o negativo), modelo.

Preguntas que ahora puedes responder

- ¿Qué es una situación aditiva?
- ¿Qué es una situación aditiva de cambio?
- ¿Cómo se denotan las cantidades involucradas en las situaciones aditivas de cambio?
- ¿En qué se diferencian las situaciones aditivas de cambio positivo respecto a las de cambio negativo?
- ¿Cuántos problemas se pueden definir a partir de una misma situación aditiva de cambio al variar la ubicación de la incógnita?

Recapitulemos

- Una situación aditiva es aquella en que dos cantidades se relacionan a través de una adición o sustracción para obtener una tercera.

- Se denominan situaciones aditivas de cambio a aquellas en las que las cantidades involucradas describen una cantidad (o posición) inicial, un cambio y una cantidad (o posición) final.

- Dependiendo de si el cambio es positivo o negativo, esto es, si la cantidad inicial aumenta o disminuye, respectivamente, las situaciones aditivas de cambio siguen alguno de los siguientes modelos:

Modelo para cambio positivo	**Modelo para cambio negativo**
cant. inicial + cambio = cant. final	cant. inicial – cambio = cant. final

- Variando el lugar de la incógnita en el modelo de una situación aditiva de cambio se pueden formular tres problemas aditivos, como se observa en el siguiente ejemplo:

Situación	Problemas
Carlos tenía un paquete con 12 galletas y se comió 3, por lo que le quedaron 9.	Carlos se comió 3 galletas de un paquete. Si le quedaron 9, ¿cuántas galletas traía el paquete? cant. inicial: ? - cambio: 3 = cant. final: 9
	Carlos tenía un paquete con 12 galletas y se comió algunas. Si ahora le quedan 9, ¿cuántas galletas se comió? cant. inicial: 12 - cambio: ? = cant. final: 9
	Carlos se comió 3 galletas de un paquete que traía 12 en total. ¿Cuántas galletas quedan en el paquete? cant. inicial: 12 - cambio: 3 = cant. final: ?

- Proponer una diversidad de problemas aditivos a los estudiantes escolares es esencial para potenciar su habilidad de resolución y su comprensión de estas operaciones. Sin embargo, formular problemas que cumplan determinadas condiciones puede ser una tarea difícil para el docente, por lo que el conocimiento de los modelos de los problemas aditivos es una herramienta de análisis que puede resultar útil en esta tarea.

Para profundizar

Te sugerimos revisar las siguientes referencias:

Bruno, A. (1999). *Estructuras aditivas*. Conferencia realizada en la Universidad de la laguna, Tenerife, España. (pp. 7-11).

Lewin, R., López, A., Martínez, S., Rojas, D., & Zanocco, P. (2014). *REFIP Matemática*: *Números para futuros profesores de Educación Básica*. Santiago: Ediciones SM. (pp. 102-116)

Maza, C. (1999). *Enseñanza de la suma y la resta*. Madrid: Síntesis. (pp. 21-26).

MATERIAL

CLASE 2

Actividad 1

Trabajo en parejas

Consideren el siguiente contexto y problema aditivo de cambio:

Contexto: Matías y Laura son amigos fanáticos de los juegos en línea, y hoy se conectaron para conocer el último juego de moda.

Problema: En el primer turno, Matías obtuvo 850 puntos, y en el siguiente movimiento ganó 500. ¿Con cuántos puntos finalizó?

Formulen dos problemas aditivos, distintos entre sí, que tengan este mismo contexto, pero **que no sean de cambio**.

Problema 1:

Problema 2:

Actividad 2

Trabajo grupal

Los siguientes corresponden a dos tipos de problemas aditivos distintos formulados a partir del mismo contexto:

Problema tipo A	**Problema tipo B**
En el primer turno, Matías obtuvo 850 puntos y Laura 500. ¿Cuántos puntos consiguieron en total?	En el primer turno, Matías obtuvo 850 puntos y Laura 500. ¿Cuántos puntos más que Laura logró Matías?

Clasifiquen los problemas que se presentan a continuación como de tipo A o tipo B, considerando el significado de las cantidades involucradas y la relación entre ellas.

P1. Raúl tiene 24 lápices, mientras que Camila tiene 17. ¿Cuántos lápices menos que Raúl tiene Camila?

P2. En una frutera hay 8 manzanas y 7 naranjas. ¿Cuántas frutas hay en total?

P3. En una sala de clases hay 43 estudiantes, de los cuales 19 son niños. ¿Cuántas niñas hay en la sala?

P4. La diferencia de edad entre la hermana menor de Isabel y ella es de 3 años. Si Isabel tiene 10 años, ¿cuántos tiene su hermana menor?

Clasificación:

	Problemas
Tipo A	
Tipo B	

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Actividad 3

Trabajo grupal

Todos los problemas aditivos simples tienen la siguiente estructura:

cant. 1 ± cant. 2 = cant. 3

1. Para describir el modelo de las situaciones aditivas de composición, realicen lo siguiente:

   a) Completen la tabla con la operación, los datos conocidos e incógnita en la expresión numérica que modela cada problema, de tal forma que las cant. 1 se correspondan entre sí, y lo mismo con las cant. 2 y cant. 3.

Problemas aditivos de composición (tipo A)	
	cant. 1 ☐ cant. 2 = cant. 3
En el primer turno, Matías obtuvo 850 puntos y Laura 500. ¿Cuántos puntos consiguieron en total?	☐ ☐ ☐ = ☐
En una frutera hay 8 manzanas y 7 naranjas. ¿Cuántas frutas hay en total?	☐ ☐ ☐ = ☐
En una sala de clases hay 43 estudiantes, de los cuales 19 son niños. ¿Cuántas niñas hay en la sala?	☐ ☐ ☐ = ☐

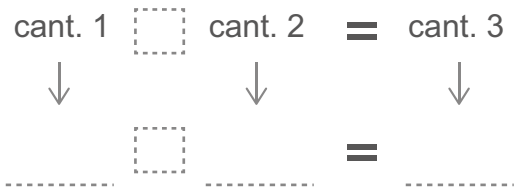
   b) ¿De qué manera llamarías a cada una de las cantidades involucradas en un problema de composición?

cant. 1 ☐ cant. 2 = cant. 3
↓ ↓ ↓
..... ☐ ..... = ...

Actividad 3

2. Para las situaciones aditivas de comparación, señalen el significado común de la cant. 1 en cada uno de los problemas, y lo mismo con las otras dos cantidades. Además, y tal como antes, completen la tabla con los valores correspondientes.

Problemas aditivos de comparación (tipo B)	
	cant. 1 ⬚ cant. 2 = cant. 3
En el primer turno, Matías obtuvo 850 puntos y Laura 500. ¿Cuántos puntos más que Laura logró Matías?	☐ ⬚ ☐ = ☐
Raúl tiene 24 lápices, mientras que Camila tiene 17. ¿Cuántos lápices menos que Raúl tiene Camila?	☐ ⬚ ☐ = ☐
La diferencia de edad entre la hermana menor de Isabel y ella es de 3 años. Si Isabel tiene 10 años, ¿cuántos tiene su hermana menor?	☐ ⬚ ☐ = ☐



Actividad 4

Trabajo individual

A continuación se muestran los modelos de las tres situaciones aditivas:

Situación	Modelo
Cambio	cant. menor ± cambio = cant.menor
Composición	parte 1 + parte 2 = todo
Comparación	cant. mayor – cant. menor = diferencia

Para cada uno de los siguientes problemas, identifica a qué tipo de situación aditiva corresponde, y escribe la expresión numérica que lo modela.

	Condiciones	Tipo de situación aditiva	Expresión numérica que lo modela
A	Antonio terminó la carrera en 12 minutos, 3 más que Kimberly. ¿En cuánto tiempo finalizó ella la carrera?		
B	Macarena tiene 13 años. ¿En cuántos años más cumplirá 18?		
C	En una sala de cine hay en total 240 butacas. Si 125 de ellas están ocupadas, ¿cuántos asientos hay disponibles?		
D	Un kilo de pan vale $1200 en el supermercado y $1050 en el almacén. ¿Cuánto más barato es el kilo de pan en el almacén que en el supermercado?		
E	Mauricio tiene dos discos duros con capacidades de 16 y 32 Gb. ¿Cuántos Gb de almacenaje tiene en total?		
F	La mamá de Rosa tiene 34 años más que ella. Si Rosa cumplió 12 años, ¿cuántos tiene su mamá?		

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

FICHA DE SISTEMATIZACIÓN

Unidad de aprendizaje
Situaciones aditivas

Clase 2
Situaciones aditivas de composición y de comparación

Meta de la clase
Al finalizar la clase se espera que hayas logrado reconocer situaciones aditivas de composición y comparación, y usar modelos para analizar problemas de estos tipos.

Palabras clave
Situación aditiva, problemas aditivos de composición, problemas aditivos de comparación, modelo.

Preguntas que ahora puedes responder

- ¿Qué es una situación aditiva de composición? ¿Y una de comparación?
- ¿Cómo se pueden denotar las cantidades involucradas en las situaciones aditivas de composición? ¿Y en las de comparación?
- ¿Cuántos problemas se pueden definir a partir de una situación aditiva de composición?
- ¿Cuántos problemas se pueden definir a partir de una situación aditiva de comparación?
- ¿De qué maneras puede ser útil para el profesor conocer la clasificación de situaciones aditivas?

Recapitulemos

- En las situaciones aditivas de composición o de combinación se tiene un conjunto compuesto de elementos de dos tipos. Las cantidades de cada tipo las denominaremos como “parte 1” y “parte 2”, mientras que al total de elementos del conjunto lo llamaremos “todo”.

Modelo para composición

parte 1 + parte 2 = todo

- En las situaciones aditivas de comparación, se tienen dos cantidades, una mayor y una menor, las que se comparan mediante la diferencia entre ellas.

Modelo para comparación

cant. mayor — cant. menor = diferencia

- A partir de una situación aditiva de composición se pueden formular dos problemas aditivos, dependiendo si la incógnita corresponde a una de las partes o al todo, como se observa en el siguiente ejemplo:

Situación	Problemas
En una sala de cine hay 240 butacas, 150 están ocupadas y 90 desocupadas. parte1 parte 2 todo 150 + 90 = 240 parte1 parte 2 todo 90 + 150 = 240	En una sala de cine hay en total 240 butacas. Si 150 de ellas están ocupadas, ¿cuántos asientos hay disponibles? parte1 parte 2 todo 150 + ? = 240 parte1 parte 2 todo ? + 150 = 240
	En una sala de cine hay 150 butacas ocupadas y 90 desocupadas, ¿cuántos asientos tiene el cine? parte1 parte 2 todo 150 + 90 = ? parte1 parte 2 todo 90 + 150 = ?

- A partir de una situación aditiva de comparación se pueden formular tres problemas aditivos, dependiendo si la incógnita corresponde a la cantidad mayor, a la cantidad menor o a la diferencia, como se observa en el siguiente ejemplo:

Situación	Problemas
Antonio terminó la carrera en 12 minutos, Kimberly en 9 minutos, y la diferencia entre sus tiempos es de 3 minutos. cant. mayor cant. menor diferencia 12 - 9 = 3	Antonio se demoró 3 minutos más que Kimberly en finalizar la carrera, la que tardó 9. ¿En cuánto tiempo finalizó la carrera Antonio? cant. mayor cant. menor diferencia ? - 9 = 3
	Antonio terminó la carrera en 12 minutos, 3 más que Kimberly. ¿En cuánto tiempo finalizó ella la carrera? cant. mayor cant. menor diferencia 12 - ? = 3

	Antonio terminó la carrera en 12 minutos y Kimberly en 9. ¿Cuántos minutos más que Kimberly hizo Antonio en la carrera? cant. mayor cant. menor diferencia 12 - 9 = ?

- Contar una tipología para los problemas de suma y resta permite al profesor reconocer que hay diferencias que van más allá del contexto y el ámbito numérico. El criterio utilizado en estas clasificaciones es distinguir los problemas por el tipo de relaciones y significados de las cantidades involucradas en ellos.

- Además, distinguir los tipos de situaciones aditivas y disponer de sus modelos le permite al profesor:

  - Plantear una diversidad de problemas que contribuyan a enriquecer la comprensión y capacidad para resolver problemas de sumas y restas.

  - Analizar la estructura de los problemas que plantea a sus estudiantes, y a la vez formular problemas con características específicas: tipo de situación, lugar de la incógnita, etc.

Para profundizar

Te sugerimos revisar las siguientes referencias:

Bruno, A. (1999). *Estructuras aditivas*. Conferencia realizada en la Universidad de la laguna, Tenerife, España. (pp. 7-11).

Lewin, R., López, A., Martínez, S., Rojas, D., & Zanocco, P. (2014). *REFIP Matemática*: *Números para futuros profesores de Educación Básica*. Santiago: Ediciones SM. (pp. 102-116)

Maza, C. (1999). *Enseñanza de la suma y la resta*. Madrid: Síntesis. (pp. 21-26).

Tarea 1: Clasificando los problemas formulados

Para los problemas aditivos que formularon en la Actividad 1, indica a qué tipo de situación aditiva corresponde cada uno y escribe la expresión numérica que lo modela.

	Problema	**Tipo de situación aditiva**	**Expresión numérica que lo modela**

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

MATERIAL

CLASE 3

Actividad 1

Trabajo en parejas

Observación de video

El video que observaremos a continuación, muestra a un estudiante de 2º básico resolviendo dos problemas aditivos. En general, ante un problema aditivo, él es bastante efectivo registrando la operación y realizando el cálculo.

Estos son los problemas que el niño resolverá:

> **Problema 1:** Carlitos tiene 18 canicas y le regaló 6 a un amigo. ¿Con cuántas canicas se quedó Carlitos?
>
> **Problema 2:** Carlitos tiene 18 canicas y Nicolás 6. ¿Cuántas canicas más que Nicolás tiene Carlitos?

Respondan las siguientes preguntas:

1. ¿A qué tipo de situación aditiva corresponden estos problemas? Escribe la expresión numérica que modela cada uno de ellos.

	Tipo de situación aditiva	Expresión numérica que lo modela
Problema 1		
Problema 2		

2. ¿Qué características de los problemas hacen que el Problema 2 sea más difícil de resolver que el Problema 1? Justifica.

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Actividad 2

Trabajo en parejas

Volvamos a los dos problemas que vimos en la Actividad 1 de la primera clase de esta unidad:

> **Problema 1:** Rocío tenía 15 muñecas y le regaló 4 a su amiga Carolina. ¿Cuántas muñecas tiene ahora Rocío?
>
> **Problema 2:** Rocío tenía varias muñecas y su amiga Carolina le regaló otras 4. Si Rocío ahora tiene 15 muñecas, ¿cuántas muñecas tenía antes?

Recordemos que en esa actividad analizamos un video en que el mismo niño de segundo básico resolvió fácilmente el Problema 1, pero presentó dificultades para el Problema 2, no pudiendo establecer la operación que lo resuelve.

1. Analicen los problemas, e indiquen a qué tipo de situación aditiva corresponden y escriban la expresión numérica que modela y resuelve cada uno de ellos.

	Tipo de situación aditiva	**Expresión numérica que lo modela**	**Expresión numérica que lo resuelve**
Problema 1			
Problema 2			

2. Según el análisis que realizaron, ¿qué podría explicar la diferencia de dificultad entre ambos problemas?

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

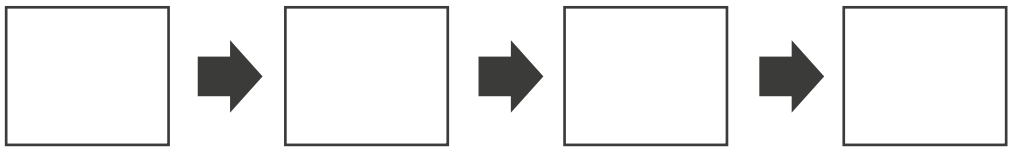
Actividad 3

Trabajo en parejas

1. Determinen a qué tipo de problema aditivo corresponde cada uno de los siguientes problemas, y si son o no directos.

	Condiciones	Tipo de situación aditiva	¿Es directo?
A	Ricardo tiene 13 láminas y su amiga Cecilia 7. ¿Cuántas láminas más que Cecilia tiene Ricardo?		
B	Ricardo tenía 13 láminas y le regaló 7 a su amiga Cecilia. ¿Cuántas láminas tiene ahora Ricardo?		
C	Ricardo tenía varias láminas y su amiga Cecilia le regaló otras 7. Si Ricardo tiene ahora 13 láminas, ¿cuántas tenía antes?		
D	Ricardo tiene 13 láminas, 7 menos que su amiga Cecilia. ¿Cuántas láminas tiene Cecilia?		

2. Ordenen los problemas del más fácil al más difícil, justificando su elección. Anoten su secuencia aquí:



Justificación:

FICHA DE SISTEMATIZACIÓN

Unidad de aprendizaje
Situaciones aditivas

Clase 3
Dificultad de problemas aditivos

Meta de la clase
Al finalizar la clase se espera que los futuros profesores logren comprender que tanto el tipo de situación aditiva de un problema, como el saber si es directo o no, constituyen criterios para evaluar su dificultad.

Palabras clave
Situación aditiva, tipos de problemas aditivos, problemas directos, dificultad de un problema.

Preguntas que ahora puedes responder

- ¿Qué tipos de problemas aditivos pueden resultar más difíciles de resolver para los estudiantes?
- ¿Cómo se puede identificar si un problema es directo o no?
- ¿Qué criterios se pueden usar para diseñar una secuencia de problemas aditivos, ordenados por dificultad?

Recapitulemos

- Muchas veces se considera que el contexto, la operación o los números involucrados determinan la complejidad de un problema aditivo. Sin embargo, el tipo de situación aditiva y la posición de la incógnita en la expresión numérica que modela el problema son variables que también inciden en su dificultad.
- Las situaciones aditivas de cambio y composición, al ser más concretas, se consideran más fáciles de abordar por los estudiantes. Por el contrario, los problemas de comparación suelen ser más difíciles, dado que requieren un mayor nivel de abstracción.
- Un problema aditivo simple es directo si la expresión numérica que lo modela coincide con la expresión numérica que lo resuelve. Un criterio general para establecer si un problema es directo es observar si la incógnita queda al lado derecho de la igualdad en la expresión numérica que lo modela.

- Los problemas que no son directos suelen ser más complejos que los que lo son, ya que requieren un mayor entendimiento de la relación entre las cantidades involucradas. Así, cuando los otros criterios de dificultad de un problema están controlados (por ejemplo, el ámbito numérico, contexto y tipo de situación), un problema directo resulta más fácil para los estudiantes que uno que no lo es.

- Como en los primeros años de enseñanza se trabajan solo problemas aditivos directos, es natural que los estudiantes relacionen palabras clave en el enunciado con la operación que lo resuelve. Sin embargo, esta asociación no es aplicable cuando se trabaja con problemas que no son directos.

- En el trabajo con problemas que no son directos, el promover que los niños se pregunten cuál es la cantidad o posición que varía, si esta aumenta o disminuye, constituye una estrategia importante no solo para resolver el problema, sino también para evaluar y validar si la respuesta es razonable según los datos y la acción que opera sobre ellos.

Para profundizar

Te sugerimos revisar las siguientes referencias:

Bruno, A. (1999). *Estructuras aditivas*. Conferencia realizada en la Universidad de la laguna, Tenerife, España. (pp. 7-11).

Lewin, R., López, A., Martínez, S., Rojas, D., & Zanocco, P. (2014). *REFIP Matemática*: *Números para futuros profesores de Educación Básica*. Santiago: Ediciones SM. (pp. 102-116)

Maza, C. (1999). *Enseñanza de la suma y la resta*. Madrid: Síntesis. (pp. 21-26).