INTERPRETACIONES DE FRACCIONES

UNIDAD DE APRENDIZAJE

UNIDADES PARA LA FORMACIÓN INICIAL DOCENTE EN MATEMÁTICA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE
CMMEdu
CONICYT Ministerio de Educación Gobierno de Chile
FONDEF Fondo de Fomento al Desarrollo Científico y Tecnológico
Ministerio de Educación Gobierno de Chile
CPEIP Ministerio de Educación Gobierno de Chile

Este material fue elaborado en el marco del Proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119 (2017-2019): Metodologías innovadoras para la formación inicial de profesores de Educación Básica: Modelo basado en prácticas efectivas de aula y tecnologías de la información.

Esta unidad de aprendizaje fue probada en cursos de carreras de Pedagogía en Educación Básica como parte del proceso de elaboración. Agradecemos a las profesoras Sandra Burgos de la Universidad Austral de Chile y Ximena Herrera de la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, y a sus respectivos estudiantes, por sus valiosas contribuciones al desarrollo de esta unidad.

Equipo de creación:

Eduardo Carrasco H. Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación.
Aldo Ramírez M. CMM, Universidad de Chile.
Daniela Rojas B. CMM, Universidad de Chile.
Ricardo Salinas P. CMM, Universidad de Chile.
Alicia Zamorano V. Universidad de Chile.

Equipo de edición:

Pablo Dartnell R. CIAE-CMM, Universidad de Chile.
Alejandro López C. Universidad Andrés Bello.
Salomé Martínez S. CMM, Universidad de Chile.
Ricardo Salinas P. CMM, Universidad de Chile.

ÍNDICE

MATERIAL PARA EL FORMADOR 5

VISIÓN GLOBAL DE LA UNIDAD 7

PLANIFICACIONES DE CLASES 15

PLANIFICACIÓN CLASE 1 17

PLANIFICACIÓN CLASE 2 41

PLANIFICACIÓN CLASE 3 63

MATERIAL PARA LOS ESTUDIANTES 89

MATERIAL

PARA EL FORMADOR

VISIÓN
GLOBAL

UNIDAD
SITUACIONES MULTIPLICATIVAS

UNIDAD

INTERPRETACIONES DE FRACCIONES

Esta unidad está enfocada en introducir a los/las futuros/as profesores/as en el estudio de las interpretaciones de las fracciones abordando la importancia de este tipo de conocimiento para la labor docente. La secuencia propuesta busca que los/las estudiantes de pedagogía reconozcan que los distintos contextos en que aparecen las fracciones determinan la forma en que estas se interpretan, ya sea como *parte-todo*, *reparto equitativo* y *medida*, y que los/las profesores/as en formación reconozcan, además, la importancia de plantear situaciones que enfrenten a niños y niñas a una variedad de interpretaciones de fracciones que permitan ampliar su comprensión y avanzar hacia la conceptualización de la fracción como número. Hacia el final de la unidad se aborda el trabajo de representar fracciones en la recta numérica conectándolo con las distintas interpretaciones.

1. Fundamentación del tema

Diversas investigaciones han evidenciado las dificultades que presentan los/las estudiantes con las fracciones (Behr et al., 1993; Bezuk & Bieck, 1993; Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007; Van Steenbrugge et al., 2010). Por lo general, el énfasis que se da en la escuela al dominio procedimental de las fracciones genera que los niños y niñas solo alcancen una comprensión superficial del concepto (Fazio & Siegler, 2010).

Muchas de esas dificultades también se manifiestan en profesores, tanto en formación como en ejercicio (Ball, 1990; Newton, 2008; Stoddart et al., 1993; Van Steenbrugge et al., 2014). Un estudio realizado por Vula et al. (2018) con futuros/as profesores/as muestra que su nivel de logro en ítems relacionados con conocimiento procedimental es de 79,3 %, mientras que en las preguntas relativas a conocimiento conceptual de las fracciones el logro solo alcanza el 11,7 %. En general, la mayoría de los/las profesores/as no tienen problemas en aplicar procedimientos para operar fracciones, pero sí para explicar racionalmente por qué estos funcionan. Procurar que los/las profesores/as desarrollen una comprensión conceptual de las fracciones desde la formación inicial resulta crucial para dar sentido a operaciones y procedimientos. Cabe destacar que uno de los aspectos significativos de dicha comprensión es el conocimiento sobre las distintas interpretaciones de las fracciones (Eisenhart et al., 1993).

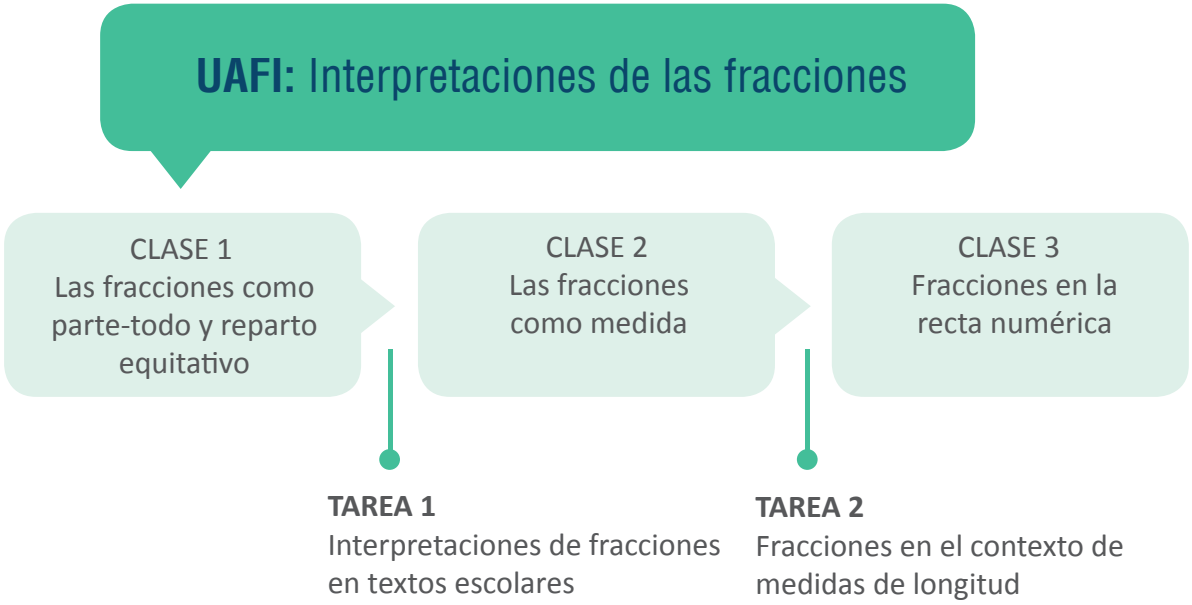
Respecto del lugar que ocupan las interpretaciones en la enseñanza de las fracciones, es importante destacar los efectos de la práctica habitual de asociar de manera casi unívoca la idea de fracción con la interpretación parte-todo. Aunque esta cumple un rol fundamental para sentar las bases de la noción de fracción -dado que resulta intuitiva para los niños/as más pequeños- es completamente insuficiente para transmitir la idea crucial de que las fracciones son números que expresan magnitud (Fazio & Siegler, 2010). Una comprensión de la fracciones limitada a la interpretación parte-todo genera una serie de dificultades en los/las estudiantes, tales como la

de entender que las fracciones impropias son números, dado que en su concepción no es posible considerar más partes que las que componen el todo, o el error común de sumar fracciones sumando por separado los numeradores y los denominadores entre sí, provocada por la idea de fracción como un objeto compuesto por dos números independientes.

Las interpretaciones permiten conectar el concepto de fracción a los contextos en que surge y le otorgan sentido, haciendo que sea percibido por los/las estudiantes de manera más concreta y clara. Numerosas investigaciones fundamentan la importancia de proporcionar a los niños/as experiencias con diversas interpretaciones de fracciones como una forma de propiciar una comprensión amplia y operativa del concepto de fracción (Llinares & Sánchez, 1997). En particular, presentar a los/as estudiantes situaciones en que las fracciones se interpretan como medida y cociente resulta especialmente útil para avanzar en la conceptualización de la fracción como número. Considerando estos antecedentes, para ayudar a que los escolares alcancen una comprensión amplia de las fracciones es fundamental comenzar por incorporar en las aulas de formación inicial el estudio sistemático de las interpretaciones de fracciones. Esta unidad pretende contribuir en ese sentido.

Del mismo modo, la representación de las fracciones en la recta numérica ayuda a superar algunas de las dificultades descritas y a entender el conjunto de las fracciones como una extensión de los números naturales (Llinares & Sánchez, 1997). La recta numérica es considerada un mecanismo clave para conectar la comprensión conceptual y procedimental de las fracciones (National Mathematics Advisory Panel, 2008), ya que permite visualizar, comprender y justificar relaciones, propiedades y procedimientos asociados a las fracciones. A pesar de su importancia, algunos estudios han detectado que los/las profesores/as en formación, en general, muestran un limitado conocimiento en este tipo de representaciones de fracciones (Vula et al*.,* 2018), lo que revela la importancia de abordar este tema en la formación inicial.

2. Estructura de la UAFI



Con la clase 1 se busca hacer emerger la conceptualización de la fracción como parte-todo que domina la comprensión inicial de los/las futuros/as docentes para caracterizar esta interpretación de las fracciones. A través del análisis de una serie de situaciones, los/las estudiantes reconocen que esta no aplica de manera directa en todos los casos, lo que les ayuda a entender que las fracciones admiten distintas interpretaciones según los usos que estas tengan en los contextos en que aparecen. Se caracteriza, entonces, la interpretación de reparto equitativo y se analizan respuestas de niños/as que denotan errores provocados por una comprensión parcial de la fracción como parte-todo.

En la clase 2 se avanza en el estudio de la interpretación de las fracciones como medida a través de un problema en que la unidad de medida dada no está contenida un número entero de veces en la cantidad que se quiere medir. Esta clase persigue que los/las estudiantes comprendan que en estos contextos la fracción $\frac{a}{b}$ expresa la medida de una magnitud que se obtiene al iterar a veces la fracción unitaria $\frac{1}{b}$ considerada como patrón de medida.

En la clase 3 se permite a los/las estudiantes explorar estrategias para representar fracciones en la recta numérica y señalar su relación con las distintas interpretaciones de fracciones abordadas en esta unidad. Además, se plantea el problema de situar una fracción en la recta numérica dada otra fracción y subdivisiones en ella, lo que lleva a los/las estudiantes a identificar el rol que cumplen los procesos de particionar y agrupar intervalos, ya sea para hallar la unidad o las fracciones unitarias requeridas para situar la fracción solicitada. Esta clase concluye con una reflexión pedagógica relativa a la necesidad de plantear en el aula escolar problemas de fracciones con diversidad de interpretaciones, lo que demuestra la relevancia de los temas abordados en esta unidad para los/las futuros/as docentes.

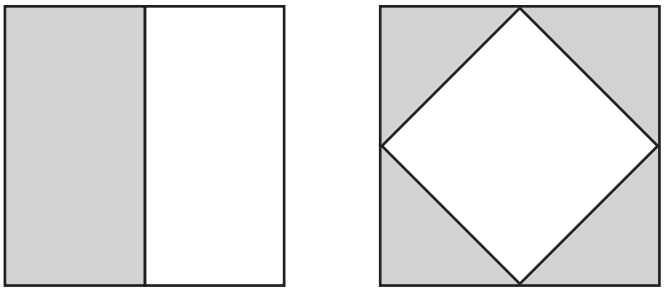
3. Profundización de los contenidos

En esta unidad consideramos que el único *significado* de la fracción es el de número (aquellos que se pueden escribir de la forma $\frac{a}{b}$, con a y b enteros y $b \neq 0$), pero si se pone en contexto, ella admite muchas *interpretaciones*.

En efecto, la idea de fracción se construye a partir de las distintas interpretaciones que se hacen de ellas según los contextos en que son usadas. Algunas juegan un rol relevante en el tránsito a la conceptualización de la fracción como número, en particular, las interpretaciones de medida y reparto equitativo vistas en esta unidad.

Existen diversas categorizaciones para las interpretaciones de fracciones en la literatura. Las más reconocidas y utilizadas son la interpretaciones de la fracción como *parte-todo*, *cociente* o *reparto equitativo*, *medida*, *razón* y *operador* (Behr et al., 1993; Kieren, 1988; Lamon, 1999).

- ***Fracción como parte - todo:***
  Esta interpretación se presenta en situaciones en que un "todo" (discreto o continuo) se divide en partes "iguales" y en las que la fracción indica la relación que existe entre un cierto número de partes (numerador) y el número total de partes que en que fue dividido o componen el todo (denominador). En ella, las partes "iguales" que forman el "todo" no necesariamente son idénticas en forma y tamaño, sino que son iguales en la medida del atributo que describe al "todo" (longitud, área, volumen, número de elementos). Por ejemplo, *en cada una de las figuras que se muestran a continuación la parte sombreada corresponde a* $\frac{1}{2}$ *del área del cuadrado que se considera como el "todo"*:



- ***Fracción como medida:***
  Esta interpretación tiene lugar en situaciones en las que se usa la fracción para expresar la cantidad de cierta magnitud en relación con el tamaño de la unidad de medida considerada. Para una fracción $\frac{a}{b}$, el denominador b indica el número de partes iguales en que se subdivide la unidad para encontrar un patrón (fracción unitaria $\frac{1}{b}$) que esté contenido de manera exacta en la cantidad que se quiere medir. El numerador a indica el número de veces en que el patrón está contenido en esa cantidad. De esta forma, la fracción $\frac{a}{b}$ se interpreta como a veces la fracción unitaria $\frac{1}{b}$.

- ***Fracción como cociente o reparto equitativo:***
  En ciertas situaciones la fracción puede ser interpretada como el cociente de dos números. En estos casos las fracción $\frac{a}{b}$ puede representar tanto la operación aritmética *a : b* como el resultado de dicha operación. Dado que algunas de las situaciones de división están asociadas a problemas de reparto equitativo, esta interpretación también recibe ese nombre. En estos casos la fracción $\frac{a}{b}$ representa el resultado de repartir equitativamente una cantidad *a* en *b* partes sin que sobre nada.

- ***Fracción como razón:***
  Las fracciones permiten expresar razones, esto es, comparaciones entre dos cantidades de la misma o de distinta magnitud. Por ejemplo, $\frac{2}{3}$ puede representar la razón entre el número de niños y de niñas en un curso, que son cantidades de la misma magnitud, así como también puede representar la razón entre la distancia recorrida (en metros) y el tiempo que demora (en segundos) en recorrerla, lo que corresponde a una razón entre cantidades de dos magnitudes distintas. En el último caso, algunos autores (Lewin et al., 2014) las denominan razones de cambio.

  Las fracciones como razón pueden ser comparaciones del tipo parte-parte o parte-todo, coincidiendo en el último caso con otra de las interpretaciones de fracciones. En esta interpretación es importante distinguir que todas las fracciones pueden expresar eventualmente una razón entre dos cantidades, pero no toda razón puede ser expresada como fracción. Considere, por ejemplo, la razón entre el perímetro de una circunferencia y su diámetro, que es un número irracional.

- ***Fracción como operador:***
  Esta interpretación ocurre en situaciones en que la fracción es usada como un número que actúa sobre otro número para transformarlo. En este caso la fracción en sí misma es el operador y la operación involucrada es la multiplicación. En esta interpretación la fracción puede ser pensada como una función o regla que transforma una cantidad, por ejemplo $\frac{3}{4}$ indica que la cantidad debe ser multiplicada por 3 y dividida por 4, o equivalentemente dividida por 4 y multiplicada luego por 3.

Aunque existen diversas propuestas para secuenciar la aparición de las distintas interpretaciones de las fracciones en la enseñanza, entre los/as investigadores existe relativo consenso en considerar que la interpretación parte-todo es un buen punto de partida para introducir las fracciones en los primeros años de escolaridad. Los/as investigadores sugieren que el resto de las interpretaciones deben ser trabajadas en profundidad en niveles superiores para asegurar que los/as niños/as puedan hacer las conexiones necesarias entre fracción y otros conceptos, tales como división, multiplicación o razón. Sin embargo, algunos aclaran que esto no significa privar a los/las estudiantes más pequeños de la experiencia con diversas interpretaciones (Chapin y Johnson, 2006).

Considerando estas sugerencias, en esta unidad hemos propuesto secuenciar el trabajo con las interpretaciones comenzando con parte-todo y avanzando a las de reparto equitativo y medida, ya que estas interpretaciones aluden a contextos que resultan naturales para los/las estudiantes de los primeros niveles y se apoyan en conceptos matemáticos que los/as niños/as a esa edad manejan.

Llinares y Sánchez (1997) advierten que desde la perspectiva de la enseñanza no es posible aislar las distintas interpretaciones, ya que hay conexiones entre algunas de ellas que no se pueden ignorar. Por ejemplo, al interpretar la fracción como medida se ponen en juego ideas de otras interpretaciones, tales como la comparación parte-todo y de cociente, al dividir la unidad de medida en partes iguales, o de operador al considerar que la medida de algo corresponde a $\frac{a}{b}$ la unidad de medida, respectivamente. Además, muchas de las situaciones que enfrenta el/la estudiante presentan resultados que pueden ser asociados a más de una interpretación. Por ejemplo, cuando se reparten 2 chocolates entre 3 amigos, la fracción $\frac{2}{3}$ puede ser interpretada como cociente de la división 2 : 3, que determina la cantidad de chocolate que toca cada amigo, y también como una comparación parte-todo si se piensa en cada chocolate como un todo que se divide en 3 partes iguales de las cuales cada niño/a recibe 2.

Respecto de la tarea de situar fracciones en la recta numérica, Lamon (2012) destaca que intervienen dos procesos importantes, *particionar* y *unificar*. Particionar es la acción de dividir un objeto en partes disjuntas de igual tamaño. Para situar una fracción en la recta numérica es necesario particionar, subdividir (introduciendo marcas de graduación) el segmento unidad y a veces también otros segmentos en partes iguales para determinar la fracción unitaria requerida. Unificar tiene relación con la posibilidad de juntar varias partes del mismo tamaño para formar un nuevo objeto. En el caso de la recta numérica, situar una fracción requiere muchas veces unificar las subunidades establecidas por las marcas de graduación para identificar el segmento unidad.

4. Referencias bibliográficas

Ball, D. L. (1990). The Mathematical Understandings That Prospective Teachers Bring to Teacher Education. The Elementary School Journal, 90(4), 449–466.

Behr, M., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1993). Rational Numbers: Toward a Semantic Analysis —Emphasis on the Operator Construct. In T. Carpenter, E. Fennema & T. Romberg (Eds.), Rational Numbers: An Integration of Research (pp. 13–47). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Bezuk, N. S., & M. Bieck. (1993). “Current Research in Rational Numbers and Common Fractions: Summary and Implications for Teachers.” In Research Ideas for the Classroom: Middle Grades Mathematics, edited by D. T. Owens, 118–36. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Chapin, S. & Johnson, A. (2006). Math Matters: Understanding the Math You Teach, Grades K-8. Sausalito, CA: Math Solutions Publications.

Charalambous, C. Y., & Pitta-Pantazi, D. (2007). Drawing on a theoretical model to study students' understandings of fractions. Educational Studies in Mathematics, 64(3), 293–316.

Eisenhart, M., Borko, H., Underhill, R., Brown, C., Jones, D., & Agard, P. (1993). Conceptual Knowledge Falls through the Cracks: Complexities of Learning to Teach Mathematics for Understanding. Journal for Research in Mathematics Education, 24(1), 8–40.

Fazio, L. y Siegler, R. (2010). Enseñanza de las fracciones. Suiza: Academia Internacional de la Educación y la Oficina Internacional de Educación (UNESCO).

Kieren, T. (1988). "Personal Knowledge of Rational Numbers: Its Intuitive and Formal Development." In Number Concepts and Operations in the Middle Grades, edited by J. Hiebert and M. Behr, 162–81. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Lamon, S. (1999). Teaching Fractions and Ratios for Understanding. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lamon, S. (2012). Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers (3rd edition). New York: Routledge.

Lewin, R., López, A., Martínez, S., Rojas, D., & Zanocco, P. (2014). REFIP Matemática: Números para futuros profesores de Educación Básica. Santiago: Ediciones SM.

Llinares, S., & Sánchez, M. (1997). Fracciones. Madrid: Editorial Síntesis.

Mineduc (2012), Bases Curriculares para la Educación Básica, Gobierno de Chile.

National Mathematics Advisory Panel. (2008). Foundations for success: The final report of the National Mathematics Advisory Panel. Washington, D.C.: U.S. Department of Education.

Newton, K. J. (2008). An extensive analysis of preservice elementary teachers' knowledge of fractions. American Educational Research Journal, 45(4), 1080–1110.

Stoddart, T., Connell, M., Stofflett, R., & Peck, D. (1993). Reconstructing elementary teacher candidates' understanding of mathematics and science content. Teaching and Teacher Education, 9(3), 229–241.

Van Steenbrugge, H., Valcke, M., & Desoete, A. (2010). Mathematics learning difficulties: Teachers' professional knowledge and the use of commercially available learning packages. Educational Studies, 36(1), 59–71.

Van Steenbrugge, H., Valcke, M., & Desoete, A. (2014). Preservice elementary school teachers' knowledge of fractions: a mirror of students' knowledge? Curriculum Studies, 46(1), 138–161.

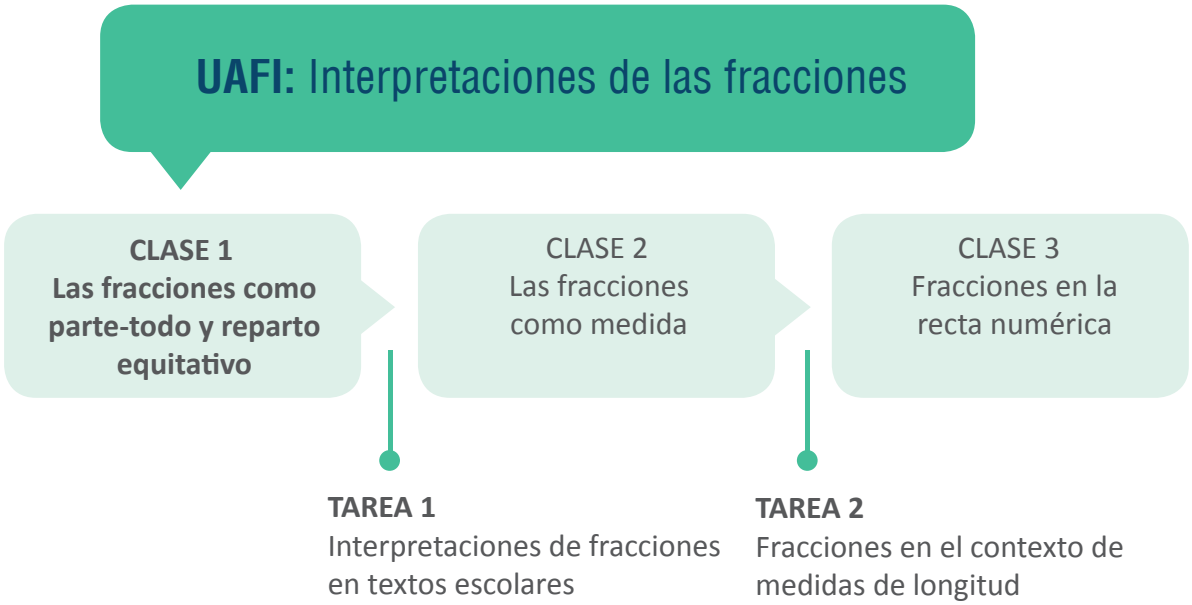
Vula, E., & Kastrati, J. K. (2018). Preservice teacher procedural and conceptual knowledge of fractions. In G. Stylianides & K. Hino, Research advances in the mathematical education of pre-service elementary teachers (pp. 111–123). Cham: Springer.

PLANIFICACIONES

UNIDAD

INTERPRETACIONES DE FRACCIONES

PLANIFICACIÓN
CLASE 1



CLASE 1: LAS FRACCIONES COMO PARTE-TODO Y REPARTO EQUITATIVO

DESCRIPCIÓN DE LA CLASE

Meta de la clase	Al finalizar la clase se espera que los futuros profesores[1] reconozcan que las fracciones tienen distintas interpretaciones según el uso que se les da en los contextos en que aparecen, y que comprendan la importancia de plantear problemas en el ámbito escolar que consideren esta diversidad de interpretaciones.
Descripción de la clase	Esta clase busca tensionar la comprensión parcial que pueden tener los futuros profesores sobre la fracción como partes de un todo a través del análisis de situaciones en que las fracciones admiten otras interpretaciones. Se comienza el estudio de las interpretaciones con las de parte-todo y reparto equitativo, estableciendo los usos de la fracción que las determinan y los significados que adoptan el numerador y el denominador en cada una de ellas. Finalmente, se plantea el análisis de errores que cometen los estudiantes escolares y su relación con la comprensión limitada de la fracción a la interpretación parte - todo.

[1]Respecto del uso de lenguaje inclusivo: Con el propósito de no provocar una saturación gráfica que dificulte la comprensión de la lectura, en este documento no se considera el uso de "los/las" u "o/a" para hacer referencia a ambos géneros de manera conjunta. En su lugar, se utilizan términos como "el futuro profesor", "el estudiante" y "el profesor" y sus respectivos plurales para aludir de manera inclusiva a hombres y mujeres. Sin embargo, durante la gestión de la clase se sugiere la utilización de lenguaje inclusivo que invite a los y las estudiantes a involucrarse activamente en las actividades.

Aprendizajes esperados	Al finalizar la clase se espera que los estudiantes: ● Dado un contexto, distingan si la fracción se interpreta como parte-todo o como reparto equitativo. ● Reconozcan que la forma en que se interpreta la fracción depende del uso de la fracción en el contexto dado. ● Describan el significado que adoptan el numerador y el denominador cuando la fracción se interpreta como parte-todo y cuando se interpreta como reparto equitativo. ● Reconozcan algunos errores y limitaciones que puede provocar en los estudiantes escolares contar con una comprensión de las fracciones acotada a la interpretación de la fracción como parte-todo.
Conocimientos previos	● Identificar numerador y denominador de las fracciones.
Materiales	Estudiantes ● Hojas de trabajo del estudiante. ● Un celular con conexión a Internet por pareja. ● Hojas con respuestas de estudiantes A, B y C (actividad 3). Profesor ● Computador. ● Proyector. ● Conexión a Internet.
Tiempo total estimado	90 minutos.

ESQUEMA DE LA CLASE

Tipo de Actividad	Actividades	Tiempo (T) Modalidad (M)
Introducción	**Introducción a la unidad y al modelo de trabajo** Se presenta la unidad y la modalidad de trabajo.	T: 5 min.
Construcción y profundización	**Actividad 1: ¿Qué es una fracción?** Con esta actividad se busca que los futuros profesores reconozcan que los usos que se dan a las fracciones en los contextos en que estas aparecen determinan formas distintas de interpretarlas, distinguiendo dos de las más comunes: parte-todo y reparto equitativo.	T: 30 min. M: Individual, en parejas y de curso completo.
Construcción y profundización	**Actividad 2: Significado del numerador y del denominador en cada interpretación** El objetivo de esta actividad es que los futuros profesores describan el significado del numerador y del denominador cuando la fracción se interpreta como parte-todo y como reparto equitativo.	T: 20 min. M: Grupal y de curso completo.
Reflexión pedagógica	**Actividad 3: Analizando respuestas de estudiantes** Esta actividad se centra en lograr que los futuros profesores analicen errores asociados a una comprensión parcial de las fracciones limitada a la interpretación parte-todo.	T: 25 min. M: Grupal y de curso completo.
Cierre	**Cierre de la clase** El propósito de esta actividad es lograr que los futuros profesores reconozcan sus aprendizajes de las interpretaciones de fracciones abordadas en la clase.	T: 10 min. M: De curso completo.

INTRODUCCIÓN A LA UNIDAD

La unidad “Interpretaciones de las Fracciones” está compuesta por tres clases en las que se estudiarán las interpretaciones más comunes de las fracciones y la manera en que ellas contribuyen a la conceptualización de la fracción como número.

Estas clases están diseñadas siguiendo un modelo basado en:

- la resolución de problemas.
- la construcción colaborativa de conocimientos.
- actividades que promueven la reflexión y discusión respecto de los conocimientos matemáticos necesarios para enseñar.

Te invitamos a aprender de tus propios descubrimientos, así como de los de tus compañeros. Para ello, te recomendamos que:

- participes activamente, exponiendo tus puntos de vista.
- compartas tus ideas, estrategias y resultados.
- te esfuerces por entender lo que expresan tus compañeros.
- aportes en la construcción colectiva de ideas y conocimientos.

¿Qué es una fracción?
Construcción y profundización

Tiempo: 30 min.
Modalidad: Individual, en parejas y de curso completo.
Materiales: Hoja de actividad 1.
Celular con acceso a Internet para los estudiantes.

PROPÓSITO

Con esta actividad se busca que los futuros profesores reconozcan que los usos que se dan a las fracciones en los contextos en que estas aparecen determinan formas distintas de interpretarlas, distinguiendo dos de las más comunes: parte-todo y reparto equitativo.

Fecha: _____

Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Interpretaciones de fracciones
Hojas de trabajo - Clase 1

Actividad 1

Trabajo en parejas. ¿En cuáles de los siguientes problemas la fracción $\frac{3}{5}$ expresa una relación **parte - todo**, esto es, en cuáles indica la relación entre un número de partes (3) y el número total de partes "iguales" en que fue dividido o componen el "todo" (5)? Justifica tu respuesta.

A. Ana compró una pizza, la dividió en 5 partes iguales y se comió 2 de ellas. ¿Qué fracción de la pizza sobró?

B. Juan tiene que repartir 3 pizzas entre 5 amigos. ¿Cuánta pizza le corresponde a cada amigo?

C. En una pecera hay 5 peces, 1 de color naranja, 3 grises y el resto azules. ¿Cuál es la fracción de peces grises en la pecera?

D. ¿Qué fracción del total del siguiente conjunto de estrellas son grises?

E. Roberto compró 3 L de bebida y los repartirá entre él y sus 4 hermanas. ¿Qué fracción representa la cantidad de bebida que le corresponden a cada uno de ellos?

F. Macarena dispone de 3 m de cinta para adornar 5 cajas de regalo similares, por lo que tendrá que cortar la cinta en partes iguales. ¿Qué fracción expresa el largo de la cinta que ocupará en cada caja?

Justifica tu respuesta.

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Esta actividad requiere de una encuesta. Revise la gestión sugerida.

VER MÁS +

Revise las anticipaciones para tenerlas en cuenta al momento de gestionar la discusión de curso completo.

VER MÁS +

La discusión debe estar centrada en distinguir usos de las fracciones en los problemas. Revise la gestión.

VER MÁS +

En el cierre es clave distinguir los usos que dan lugar a cada interpretación. Revise las ideas al cierre.

VER MÁS +

PRESENTACIÓN Y MONITOREO (20 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

Momento 1: (10 min)

- Plantee la pregunta **¿Qué es una fracción?** Dé 2 minutos para que piensen la respuesta y luego haga una puesta en común que les permita identificar las distintas concepciones que tienen sobre la idea de fracción.

Sugerencia

Para facilitar la obtención y análisis de las respuestas de los estudiantes puede ser útil aplicar una encuesta online. Para ello se propone usar la aplicación Mentimeter.

Pida a los estudiantes que ingresen desde su celular a la página www.menti.com, que anoten el código de 6 dígitos que usted les proveerá y registren su respuesta. A continuación, ingrese a www.mentimeter.com con los datos señalados más abajo y proyecte los resultados de la "Encuesta Actividad 1".

Los datos para acceder a www.mentimeter.com son:

E-mail: UAFIcmm@gmail.com
Password: pilotouafi

En "Your presentations" vaya a "Encuesta Actividad 1" y presione "Present". Anote el código que está en la parte superior de la dispositiva. Si esta contiene respuestas de alguna implementación anterior, use el botón "Reset results" para borrarlas.

- Pregunte: **¿Cuáles son las ideas sobre fracción que se repiten con mayor frecuencia en sus respuestas?** Asegúrese de que noten la frecuencia con la que se repitió la idea parte-todo.

Momento 2: (5 min)

- Entregue la hoja de la actividad 1 y dé 5 minutos para que discutan una respuesta en parejas. Monitoree la discusión identificando diversas respuestas.

VOLVER

DISCUSIÓN DE CURSO COMPLETO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar la discusión de curso completo:

- Pregunte al curso: **¿están de acuerdo en que en todos los problemas la fracción $\frac{3}{5}$ se interpreta como parte - todo?** Justifiquen.
- Pídale a un estudiante que manifieste estar en desacuerdo que explique qué elementos del problema lo hacen dudar.
- A partir de estos elementos enfoque la discusión en diferenciar las acciones en los problemas formulando preguntas como: **¿qué acciones o usos asociados a la fracción $\frac{3}{5}$ podemos reconocer en cada uno de los problemas?, ¿es la misma acción o uso en todos los problemas?** Asegúrese de que distingan que en algunos casos se hace una comparación entre "partes y el todo" y en otra se busca expresar el resultado de un "reparto equitativo".

VOLVER

CONCLUSIÓN DE LA DISCUSIÓN (5 min)

Se sugiere considerar las siguientes ideas al cierre de la discusión:

- Al preguntar ¿qué es una fracción?, muchas de las respuestas asociaban el concepto de fracción a una de sus interpretaciones: la fracción como parte - todo.
- Al analizar los problemas dados para corroborar si las fracciones que aparecían en ellos se ajustaban a esa interpretación, pudimos constatar que **las fracciones admiten otras interpretaciones** que dependen del contexto en el que se originan.
- Pudimos establecer que las interpretaciones dependen de las acciones involucradas o **usos** que se les da a las fracciones en los distintos **contextos** en que aparecen. En nuestro caso, vimos que:
  - Si la fracción se utiliza para **comparar** un cierto número de partes con el número total de partes "iguales" en que se dividió un "todo" (problemas A, C y D), se dice que la fracción se interpreta como **parte-todo**.
  - Si la fracción se utiliza para **expresar la cantidad** que se obtiene al **repartir** cierta cantidad en partes iguales (problemas B, E y F), entonces la interpretación de fracción es de **reparto equitativo**.

VOLVER

CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad comente los puntos que se indican a continuación (puede usar las diapositivas 3 y 4):

- Las interpretaciones de las fracciones abordadas en esta actividad se distinguen por las acciones de **comparar** y **repartir equitativamente** presentes en diversos contextos.
- Llamaremos **interpretaciones de las fracciones** al uso que se le da a la fracción según el contexto en que aparece. En los problemas abordados pudimos distinguir:
  - La **interpretación de las fracciones como parte - todo**: la fracción indica el resultado de una comparación (por cociente) entre un número de partes y el número total de partes "iguales" que componen un "todo".
  - La **interpretación de las fracciones como reparto equitativo**: la fracción indica el resultado que se obtiene al repartir equitativamente una cantidad en un determinado número de partes, sin que sobre nada de esa cantidad.

VOLVER

LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento puede señalar que: *En la siguiente actividad nos enfocaremos en describir el significado del numerador y del denominador cuando las fracciones se interpretan como parte-todo y como reparto equitativo.* (Puede usar la diapositiva 5)

ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- En esta actividad se espera que los alumnos tengan distintas respuestas para la pregunta ¿Qué es una fracción?, pero que entre ellas se repitan con cierta frecuencia referencias a la interpretación de la fracción como parte-todo.

- Algunos estudiantes pueden señalar que en todos los problemas la fracción se puede interpretar como parte-todo. Si bien esto es correcto cuando se interpreta la fracción como resultado, no lo es cuando se busca interpretar la fracción según la acción que le da origen en el contexto. Por ejemplo, en el problema B cada amigo recibe $\frac{3}{5}$ de una pizza (interpretación parte-todo), sin embargo, la fracción $\frac{3}{5}$ en ese problema se origina por la acción de repartir equitativamente.

- Es posible que algunos estudiantes se refieran al denominador de la relación parte-todo simplemente como el "todo". Haga notar que de manera más exacta el denominador es el número de partes iguales en que está dividido el objeto o que componen la colección considerada como el "todo".

- Es posible que algunos alumnos discutan que hay diferencias en la manera en que se llega a las fracciones en los problemas, ya que los usos, acciones o procedimientos que están involucrados en su obtención pueden ser distintos. Podrían llegar a señalar que en los problemas dados las acciones están asociadas a "comparar partes de un todo" y a "repartir equitativamente".

- Algunos estudiantes pueden afirmar que en los problemas B, E y F la fracción sí expresa una relación parte-todo, pero que en esos casos el numerador (3) indicaría el número de partes que componen el "todo" y el denominador (5) el número de partes iguales en que hay que dividir ese todo. Si eso ocurre, pregúnteles qué acción da origen a la fracción en los contextos de estos problemas, de modo de que identifiquen que la fracción se refiere directamente al resultado de un reparto equitativo, más que a una comparación entre un número de partes y el número total de partes que componen un "todo".

VOLVER

Significado del numerador y del denominador en cada interpretación

Construcción y profundización

Tiempo: 20 min.
Modalidad: Grupal y de curso completo.
Materiales: Hoja de actividad 2.

PROPÓSITO

El objetivo de esta actividad es que los futuros profesores describan el significado del numerador y del denominador cuando la fracción se interpreta como parte-todo y como reparto equitativo.

Fecha: _____

Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Interpretaciones de fracciones
Hojas de trabajo - Clase 1

Actividad 2

Trabajo grupal. En la actividad anterior reconocimos dos interpretaciones de las fracciones:

- Parte - todo (en los problemas A, C y D), y
- Reparto equitativo (en los problemas B, E y F).

1. En los problemas A y B anteriores, ¿cuál es el significado del numerador y del denominador de la fracción $\frac{3}{5}$?

Problema A: Interpretación parte - todo

$\frac{3}{5}$ ↗ _____
$\frac{3}{5}$ ↘ _____

Problema B: Interpretación reparto equitativo

$\frac{3}{5}$ ↗ _____
$\frac{3}{5}$ ↘ _____

2. Describe el significado que tiene el numerador y el denominador de una fracción $\frac{a}{b}$ cualquiera cuando esta se interpreta como:

Parte - todo:

$\frac{a}{b}$ ↗ _____
$\frac{a}{b}$ ↘ _____

Reparto equitativo:

$\frac{a}{b}$ ↗ _____
$\frac{a}{b}$ ↘ _____

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Identifique los grupos a los que solicitará exponer sus respuestas. Revise la gestión para el monitoreo.

VER MÁS +

Revise las sugerencias para abordar el uso del "todo" para el numerador o denominador en la interpretación de reparto equitativo.

VER MÁS +

Focalice la discusión en los diferentes significados del numerador y denominador para cada interpretación. Revise la gestión.

VER MÁS +

Asegúrese de que los estudiantes reconozcan los distintos significados del numerador y denominador en cada interpretación.

VER MÁS +

PRESENTACIÓN Y MONITOREO (5 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Durante el monitoreo identifique los grupos a los que solicitará escribir sus respuestas en la pizarra durante la discusión de curso completo. Seleccione alrededor de 3 grupos por cada interpretación, asegurándose de que algunas de esas respuestas tiendan a la respuesta esperada y otras difieran de ella. Puede guiarse por las "anticipaciones" que se proponen en este documento.

VOLVER

DISCUSIÓN DE CURSO COMPLETO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar la discusión de curso completo:

- Antes de comenzar la discusión, solicite a los representantes de los grupos seleccionados previamente que escriban sus respuestas en la pizarra.
- Para iniciar la discusión, plantee la siguiente pregunta: **el numerador y el denominador en una interpretación, ¿representan lo mismo que en la otra? ¿Por qué?** En caso de que los estudiantes presenten dificultades para argumentar en torno a estas preguntas, puede preguntar: **¿qué representan el 3 y el 5 en cada una de las situaciones?**
- Cuando los estudiantes utilicen el término "todo" para referirse al denominador en la interpretación parte-todo o al numerador en la interpretación de reparto equitativo, pídales que expliquen a qué se refieren con "todo". Luego, oriente la discusión hacia cuestionar la pertinencia de usar dicho término en la interpretación de reparto equitativo.

VOLVER

CONCLUSIÓN DE LA DISCUSIÓN (5 min)

Se sugiere considerar las siguientes ideas al cierre de la discusión:

- El significado del numerador y del denominador **cambia** al considerar las distintas interpretaciones de las fracciones.
- Para fracciones que se interpretan como **reparto equitativo, el uso del término "todo" no resulta pertinente**, ya que puede ser asociado tanto al numerador como al denominador. Por ejemplo, en el problema B, el numerador 3 podría representar "todas" las pizzas que se repartirán, mientras que el denominador 5 "todos" los amigos entre los que se repartirán las pizzas.
- En la interpretación parte-todo, el denominador indica el número total de partes en que componen un "todo", mientras que el numerador señala el número de esas partes que se desea comparar con el total de partes.
- En la interpretación de reparto equitativo, el numerador indica la cantidad que se desea repartir en partes iguales, mientras que el denominador señala el número de partes en que se dividirá.

VOLVER

CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad comente los puntos que se indican a continuación (puede usar la diapositiva 8):

- En esta actividad vimos que el numerador y denominador adoptan distintos significados según la interpretación que se hace de la fracción.

Uso	Interpretación	Significado del numerador y denominador
Una comparación entre un número de partes y el número total de partes "iguales" en que se dividió o componen el "todo".	Parte-todo	El **numerador** indica el número de partes o de elementos que se comparan con el "todo". El **denominador** señala el número de partes "iguales" en que se dividió el "todo" o el número de elementos que lo componen.
El resultado de un reparto equitativo.	Reparto equitativo	El **numerador** indica la cantidad a repartir equitativamente. El **denominador** señala el número de partes en que se quiere repartir esa cantidad.

VOLVER

LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento puede señalar que: *Es habitual que en el sistema escolar se trabaje casi exclusivamente la interpretación parte-todo de las fracciones. En la próxima actividad analizaremos qué efectos puede provocar esto en el aprendizaje de las fracciones, más precisamente analizaremos errores frecuentes asociados a este fenómeno didáctico.* (Puede usar la diapositiva 9)

ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Los estudiantes podrían usar el término "todo" para expresar el numerador o el denominador de las fracciones en problemas de reparto equitativo. En estos casos, haga las siguientes preguntas para resaltar la ambigüedad de ese término en dicha interpretación: ¿a qué se refiere cuando utiliza el término "todo"?, ¿podría usarse para señalar las 3 pizzas?, ¿podría emplearse para indicar la cantidad total de personas en que se repartirán las pizzas? Señale la inconveniencia de usarlo y pídales responder la misma pregunta utilizando otros términos.

- Se espera que algunos estudiantes puedan reconocer las diferencias entre los significados de numerador y denominador de ambas interpretaciones, que se mencionan en la tabla de cierre de esta actividad.

- Los estudiantes podrían afirmar que en cualquier problema la fracción $\frac{3}{5}$ se puede interpretar como parte-todo. En este caso, haga notar las diferencias en el uso que se les da a las fracciones en las situaciones en las que se encuentran.

VOLVER

Analizando respuestas de estudiantes

Reflexión pedagógica

Tiempo: 25 min.
Modalidad: Grupal y de curso completo.
Materiales: Hoja de actividad 3.
Hojas con respuestas de los alumnos A, B y C.

PROPÓSITO

Esta actividad se centra en lograr que los futuros profesores analicen errores asociados a una comprensión parcial de las fracciones limitada a la interpretación parte-todo.

Fecha: _____

Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Interpretaciones de fracciones
Hojas de trabajo - Clase 1

Actividad 3

Trabajo grupal. A cada grupo se le entregó una hoja que contiene la respuesta de un/una estudiante de 4º básico al siguiente problema:

Elena come $\frac{1}{8}$ de una pizza. Alonso come $\frac{1}{5}$ de una pizza del mismo tamaño. ¿Quién come menos pizza?

1. Indica qué interpretación de las fracciones (parte - todo o reparto equitativo) se le puede asociar a las fracciones $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{5}$ que aparecen en el problema.

2. ¿Cuál crees que fue el razonamiento usado por el/la estudiante que le condujo al error?

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Asegúrese de que los estudiantes entiendan las instrucciones para esta actividad. Revise la gestión propuesta.

VER MÁS +

Para dirigir la discusión es clave considerar las posibles respuestas de los estudiantes. Revise las anticipaciones y sugerencias.

VER MÁS +

Se espera que los estudiantes relacionen los errores con la comprensión parcial de fracciones. Revise las ideas que se desean concluir.

VER MÁS +

Asegúrese de que los estudiantes comprendan la importancia de trabajar distintas interpretaciones de fracciones. Revise ideas al cierre.

VER MÁS +

Fecha: _____

Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Interpretaciones de fracciones
Hojas de trabajo - Clase 1

Respuesta estudiante A

Problema:

Elena come $\frac{1}{8}$ de una pizza. Alonso come $\frac{1}{5}$ de una pizza del mismo tamaño.
¿Quién come menos pizza?

Respuesta:

Alonso comió lo mismo porque el numerador es el mismo y por eso que un pedaso cada uno.

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Fecha: _____

Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Interpretaciones de fracciones
Hojas de trabajo - Clase 1

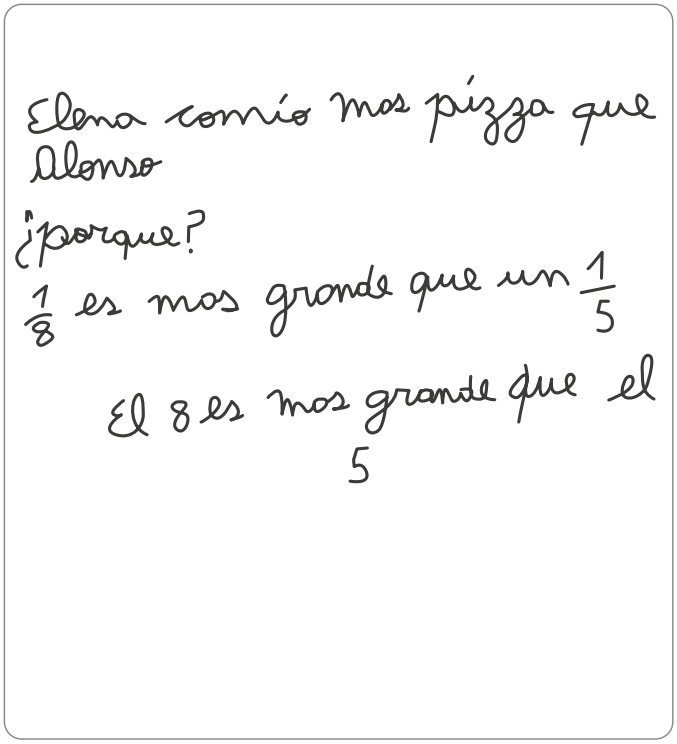
Respuesta estudiante B

Problema:

Elena come $\frac{1}{8}$ de una pizza. Alonso come $\frac{1}{5}$ de una pizza del mismo tamaño.

¿Quién come menos pizza?

Respuesta:



Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Fecha: _____

Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Interpretaciones de fracciones
Hojas de trabajo - Clase 1

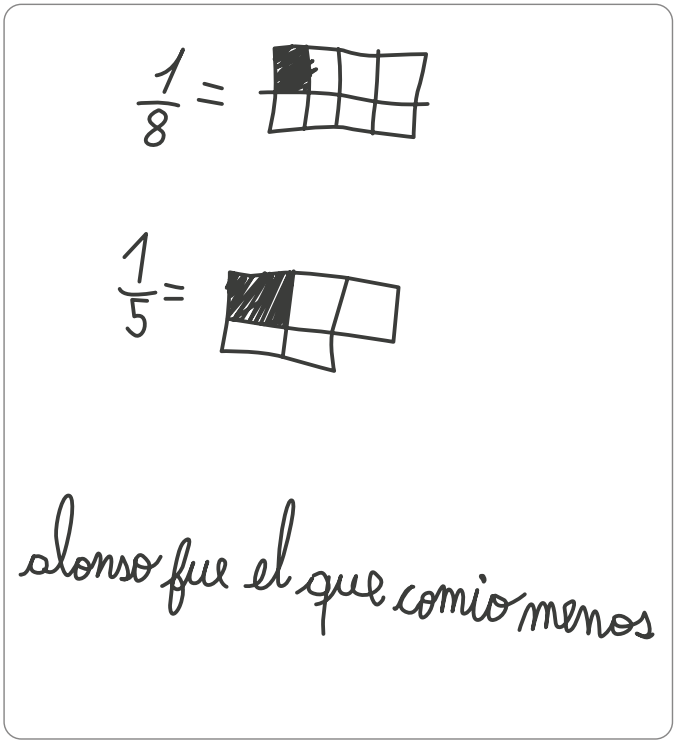
Respuesta estudiante C

Problema:

Elena come $\frac{1}{8}$ de una pizza. Alonso come $\frac{1}{5}$ de una pizza del mismo tamaño.

¿Quién come menos pizza?

Respuesta:



Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

PRESENTACIÓN Y MONITOREO (5 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Entregue la hoja de trabajo. Además, a cada grupo dele la respuesta de uno de los estudiantes *A*, *B* o *C*. Asegúrese de que las respuestas de los tres estudiantes sean analizadas por grupos distintos.
- Lea la actividad y pídales que discutan en grupo los errores que hay en la respuesta que les tocó analizar y respondan las preguntas planteadas.
- Monitoree el trabajo identificando distintos argumentos y respuestas que pueda utilizar en la discusión de curso completo.

VOLVER

DISCUSIÓN DE CURSO COMPLETO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar la discusión de curso completo:

- Para iniciar la discusión, plantee la pregunta ***"¿cuál es el error cometido en cada caso?"***. Proyecte la respuesta del estudiante *A* y léala. Pida a algunos que expongan el análisis de su grupo respecto de ese caso. Pregunte al resto del curso si están de acuerdo o difieren en algo con lo expuesto, incentivándolos a compartir sus ideas.
- Asegúrese de que en esta discusión intenten relacionar el error del estudiante con la interpretación de la fracción que estaría considerando. Puede hacer preguntas tales como la siguiente: **¿existe una relación entre el error cometido por el estudiante** *A* **y la interpretación de la fracción que podría estar considerando?**
- Repita el mismo análisis con las respuestas de los estudiantes *B* y *C*.

VOLVER

CONCLUSIÓN DE LA DISCUSIÓN (5 min)

Se sugiere considerar las siguientes ideas al cierre de la discusión:

- Para comenzar a concluir la discusión, plantee la pregunta ***"Según lo que hemos analizado, ¿qué relación pueden tener los errores de estos estudiantes con la interpretación que les dan a la fracción?"***. Relacione las respuestas con las siguientes ideas:

  - El error de los estudiantes es provocado por su **comprensión de la fracciones como dos números** (numerador y denominador), que aplicada a la comparación de fracciones los lleva a comparar los numeradores entre sí (estudiante *A*), o bien los denominadores entre sí (estudiantes *B* y *C*).

  - El argumento del estudiante *A* parece reflejar una interpretación de la fracción como parte-todo, ya que señala que ambos niños comen lo mismo porque cada uno come 1 pedazo (parte). La representación que hace el estudiante *C* también denota su interpretación de la fracción como parte-todo. En este caso, el razonamiento que usa para comparar las fracciones parece tener relación con comparar el número de "partes" en que es dividido el todo en cada fracción.

VOLVER

CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad comente los puntos que se indican a continuación (puede usar la diapositiva 14 y 15):

- Un **error** asociado al aprendizaje de las fracciones derivado de una **comprensión parcial de la fracción limitada a la interpretación como parte-todo**, es pensar que la fracción está compuesta por dos números independientes (numerador y denominador) en vez de considerarla como un solo número. Esta concepción errónea lleva, por ejemplo, a comparar fracciones a través solo de sus numeradores o solo de sus denominadores.
- Limitar el trabajo con fracciones a la interpretación parte-todo puede dificultar que los estudiantes avancen en su comprensión de la fracción como número. Por ello, es importante **enfrentar progresivamente a los alumnos con situaciones en que las fracciones se interpreten de distinto modo**.
- Conocer y analizar algunas concepciones erradas que tienen los estudiantes respecto de la noción de fracción constituye un conocimiento relevante para la futura labor docente. Para poder hacer esto, fue esencial analizar significados e interpretaciones que tienen las fracciones.

VOLVER

ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Algunos estudiantes podrían limitarse a indicar si las respuestas de los niños son correctas o incorrectas, o centrarse en describir lo que deberían haber hecho para responder correctamente el problema. En estos casos, hágales notar que el foco de la actividad es analizar y explicar las causas de los errores.

- Respecto de los errores, se espera que se refieran a:
  - La comparación por separado de numeradores (estudiante *A*) o denominadores (estudiantes *B* y *C*).
  - Que los estudiantes comparan números de partes sin considerar que las que se obtienen al dividir el todo en 5 partes iguales son más grandes que al dividir el mismo todo en 8 partes iguales.

- En relación con la interpretación de las fracciones, se espera que los estudiantes se refieran a que:
  - En el caso del estudiante *A* es posible relacionar su argumento con la interpretación de las fracciones como parte de un todo, ya que se refiere a que los niños comen 1 pedazo (parte) cada uno.
  - En el caso del estudiante *B* no hay indicios en su argumento que permitan establecer que está interpretando las fracciones como parte de un todo, ya que considera los números involucrados como naturales (8 es más grande que 5).
  - En el caso del estudiante *C* la representación que realiza permite suponer que su interpretación de las fracciones es de parte-todo; además, para responder compara el número de partes en que se dividió cada entero.

VOLVER

Cierre de la clase

Gestión sugerida

Tiempo: 10 min.

1º Para finalizar la clase, plantee al curso completo la siguiente pregunta: **¿En qué casos una fracción puede ser interpretada como parte-todo y en cuáles como reparto equitativo?** Dé un par de minutos para que piensen una respuesta y luego pida a dos estudiantes que las compartan.

2º Proyecte la dispositiva 17 que muestra las siguientes ideas, contrastándolas brevemente con las expuestas por los estudiantes:

- Si bien las fracciones se conceptualizan como **números**, estas pueden ser **interpretadas de distintas maneras** de acuerdo con los usos que se les da en los contextos en que aparecen.

- En esta clase distinguimos dos **interpretaciones** de las fracciones:

  - **Parte-todo**: surge cuando se quiere dividir un "todo" en partes "iguales" y comparar algunas de esas partes con el todo. En este caso, el numerador indica el número de partes que se desea comparar, y el denominador el número total de partes en que se dividió o que componen el "todo".

  - **Reparto equitativo**: la fracción expresa el resultado al repartir equitativamente una cantidad en un determinado número de partes sin que sobre nada. En este caso, el numerador indica la cantidad a repartir y el denominador el número de partes en que se reparte.

3º Entregue la ficha de sistematización y proponga a los alumnos usarla después de la clase para evaluar y repasar sus aprendizajes. Invítelos a que respondan las preguntas que ahí aparecen, a que revisen las ideas del "Recapitulemos" y si lo requieren a que consulten la bibliografía sugerida para profundizar.

4º Entregue la hoja de tarea 1 de la Clase y explíquela brevemente.

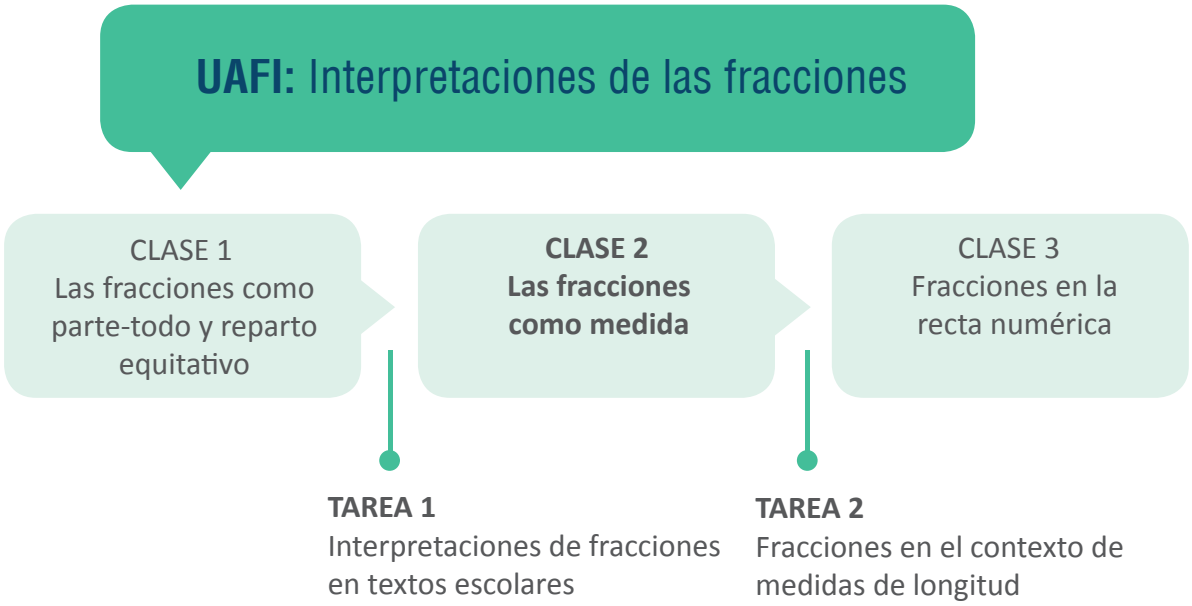
5º Comente que en la siguiente clase seguirán analizando interpretaciones de las fracciones abordando la noción de fracción como medida.

RESPUESTAS EXPERTAS

Actividad	Respuesta experta
Actividad 1 ¿Qué es una fracción?	Los problemas en los que la fracción $\frac{3}{5}$ expresa una relación parte todo son: A. Ana compró una pizza, la dividió en 5 partes iguales y se comió 2 de ellas. ¿Qué fracción de la pizza sobró? C. En una pecera hay 5 peces, 1 de color naranja, 3 grises y el resto azules. ¿Cuál es la fracción de peces grises en la pecera? D. ¿Qué fracción del total del siguiente conjunto de estrellas son grises?
Actividad 2 Significado del numerador y del denominador en cada interpretación	1. El significado de los numeradores y denominadores de la fracción $\frac{3}{5}$ en los problemas A y B son: Problema A: Interpretación parte-todo. $\frac{3}{5}$ → Número de partes iguales de la pizza que sobraron. $\frac{3}{5}$ → Número total de partes iguales en las que se dividió la pizza. Problema B: Interpretación reparto equitativo. $\frac{3}{5}$ → Cantidad que se de pizzas que se requieren repartir. $\frac{3}{5}$ → Cantidad de amigos en los que se repartirá la pizza.
	2. El significado de los numeradores y denominadores de la fracción $\frac{a}{b}$ en las interpretaciones parte-todo y reparto equitativo son: Problema A: Interpretación parte-todo. $\frac{a}{b}$ → Número de partes que se desean comparar con el total de partes. $\frac{a}{b}$ → Número total de partes que componen un “todo”. Problema B: Interpretación reparto equitativo. $\frac{a}{b}$ → Cantidad que se desea repartir en partes iguales. $\frac{a}{b}$ → Número de partes en las que se dividirá (la cantidad del numerador).

Actividad	Respuesta experta
Actividad 3 Analizando respuestas de estudiantes.	1. A las fracciones $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{5}$ se les puede asociar la interpretación parte-todo.
	2. Los razonamientos de los alumnos que posiblemente les llevaron a cometer el error son los siguientes: Estudiante A: para dar su respuesta este estudiante solo consideró el significado de los numeradores de las fracciones, que en ambos casos corresponde a la "cantidad de pedazos de pizza que comió", sin atribuir significado al denominador, ni establecer una relación entre ellos. Estudiante B: para dar su respuesta este estudiante extrajo los denominadores de las fracciones y los comparó como números naturales y no consideró los numeradores, por tanto, no atribuyó significado fraccionario. Estudiante C: para dar su respuesta este estudiante se basó en una representación de las fracciones en las que la unidad en la que representó $\frac{1}{5}$ es menor que la otra, por lo tanto, concluyó que Alonso comió menos.

PLANIFICACIÓN
CLASE 2



CLASE 2: LAS FRACCIONES COMO MEDIDA

DESCRIPCIÓN DE LA CLASE

Meta de la clase	Al finalizar la clase se espera que los futuros profesores[1] comprendan la interpretación de las fracciones como medida.
Descripción de la clase	En esta clase se introduce la interpretación de las fracciones como medida a partir de un problema en que se debe determinar la cantidad de baldosas requeridas para cubrir una superficie cuando la baldosa no está contenida un número entero de veces en ella. El contexto propuesto permite, por una parte, reconocer que las fracciones pueden ser usadas para expresar una medida y, por otra, ayuda a establecer el significado del numerador y del denominador de una fracción cuando esta se interpreta como medida.

[1] Respecto del uso de lenguaje inclusivo: Con el propósito de no provocar una saturación gráfica que dificulte la comprensión de la lectura, en este documento no se considera el uso de "los/las" u "o/a" para hacer referencia a ambos géneros de manera conjunta. En su lugar, se utilizan términos como "el futuro profesor", "el estudiante" y "el profesor" y sus respectivos plurales para aludir de manera inclusiva a hombres y mujeres. Sin embargo, durante la gestión de la clase se sugiere la utilización de lenguaje inclusivo que invite a los y las estudiantes a involucrarse activamente en las actividades.

Aprendizajes esperados	Al finalizar la clase se espera que los estudiantes: ● Identifiquen las etapas del proceso de medir. ● Reconozcan que las fracciones pueden ser usadas para expresar medidas. ● Describan el significado del numerador y del denominador cuando la fracción se interpreta como medida.
Conocimientos previos	● Fracciones como partes de un todo y reparto equitativo. ● Identificar numerador y denominador de las fracciones.
Materiales	Estudiantes ● Hojas de trabajo del estudiante. ● Baldosas de papel para repartir a los estudiantes. Profesor ● Computador. ● Proyector.
Tiempo total estimado	85 minutos.

ESQUEMA DE LA CLASE

Tipo de Actividad	Actividades	Tiempo (T) Modalidad (M)
Exploración	**Actividad 1: Embaldosando una terraza** Con esta actividad se busca que los futuros profesores identifiquen las etapas del proceso de medir y comprendan el número natural como expresión de la medida.	T: 20 min M: En parejas y de curso completo.
Construcción y profundización	**Actividad 2: Embaldosando otra terraza** El objetivo de esta actividad es que los futuros profesores reconozcan que las fracciones pueden ser usadas para expresar medida.	T: 25 min M: En parejas y de curso completo.
Construcción y profundización	**Actividad 3: Midiendo el jardín** Esta actividad se centra en lograr que los futuros profesores reconozcan el significado del numerador y el denominador cuando las fracciones se interpretan como medida.	T: 30 min M: En parejas y de curso completo.
Cierre	**Cierre de la clase** El propósito de esta actividad es lograr que los futuros profesores reflexionen acerca de lo aprendido respecto de la interpretación de las fracciones como medida.	T: 10 min M: De curso completo.

Embaldosando una terraza
Exploración

Tiempo: 20 min.
Modalidad: En parejas y de curso completo.
Materiales: Hoja de trabajo del estudiante. 1 baldosa de papel (imprimir y recortar del archivo "Clase 2 - Anexo plantilla baldosa.pdf". Asegúrese de que las piezas recortadas coincidan exactamente con el tamaño de la baldosa de la hoja del estudiante).

PROPÓSITO

Con esta actividad se busca que los futuros profesores identifiquen las etapas del proceso de medir y comprendan el número natural como expresión de la medida.

Fecha: _____

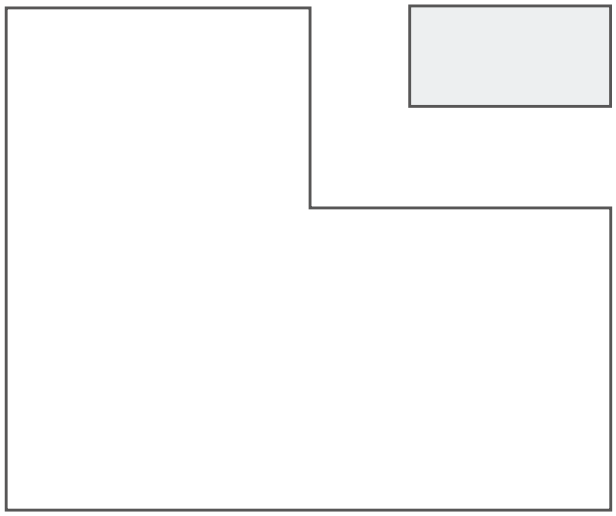
Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Interpretaciones de fracciones
Hojas de trabajo - Clase 2

Actividad 1

Trabajo en parejas. Eduardo tiene que embaldosar la terraza de una casa utilizando baldosas rectangulares. Él dibujó un plano de la terraza y recortó un rectángulo que representa una baldosa, ambos en la misma escala.

Plano de la terraza A



Baldosa

¿Cuál es la medida de esta terraza? Ocupa la baldosa para expresar esa medida y explica el procedimiento utilizado.

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Revise las posibles estrategias y dificultades de los estudiantes frente a esta actividad.

VER MÁS +

Los estudiantes deben relacionar sus estrategias con la iteración de una unidad de medida. Revise gestión sugerida.

VER MÁS +

Asegúrese de conectar lo realizado en la actividad con las ideas descritas al cierre. Revise la propuesta.

VER MÁS +

PRESENTACIÓN Y MONITOREO (5 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Entregue la hoja de trabajo y la baldosa de papel. Recuérdeles que las baldosas se colocan en cualquier orientación, una al lado de la otra, cuidando de que no queden separadas ni superpuestas.
- Registre qué estudiantes resolvieron el problema con distintas estrategias, para que luego las compartan.

VOLVER

COMPARTIR RESULTADOS (10 min)

Para la puesta en común puede pedir a los estudiantes que compartan el procedimiento que usaron para encontrar la medida de la terraza de Eduardo. Asegúrese de que aquellos equipos que utilizaron cubrimientos diferentes los expliquen, aun cuando no tengan la respuesta correcta.

VOLVER

SÍNTESIS DE LOS RESULTADOS (5 min)

Se sugiere asociar las respuestas de los estudiantes a las siguientes ideas:

- Detrás de todas las estrategias planteadas está la idea de **iterar la unidad de medida dada** (baldosa). Esto ocurre incluso cuando se realiza un cálculo de área, en que lo que se está haciendo es anticipar el resultado de dicha iteración.
- Para resolver el problema se necesitó iterar la baldosa (unidad de medida), sin superponerla, un número entero de veces hasta cubrir completamente la terraza (superficie que se debía medir). La medida queda expresada por el número natural (12), correspondiente a la cantidad de iteraciones, acompañado por la unidad de medida (baldosa).

12	baldosas
Número natural	Unidad de medida

VOLVER

CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad comente los puntos que se indican a continuación (puede usar las diapositivas 3 y 4):

- En esta actividad utilizamos un contexto de área para ejemplificar el proceso de medir, el cual consta de tres etapas:

  1. **Identificar la magnitud** que se quiere medir: superficie de la terraza.
  2. **Elegir o adoptar la unidad de medida** con la que se llevará a cabo la medición: baldosa.
  3. **Iterar la unidad medida** para saber cuántas veces cabe en la magnitud que se quiere medir: 12 veces.

- La medida de una magnitud es siempre la misma, pero la forma en que se expresa depende de la unidad de medida elegida. En este caso, la unidad de medida correspondió a la superficie de una baldosa, con lo cual la medida de la terraza quedó expresada por:

12 baldosas

Número natural correspondiente a la cantidad de iteraciones de la unidad de medida

Unidad de medida

VOLVER

LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento puede señalar que: *¿De qué manera podríamos expresar la medida de la superficie de otra terraza cuando la baldosa no cabe un número exacto de veces en ella? La siguiente actividad abordará esta pregunta.* (Puede usar la diapositiva 5)

ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Se espera que la estrategia que aparezca con más frecuencia sea la de iterar la baldosa de papel marcando sus bordes hasta rellenar el plano y luego contarlas.
- Otra estrategia posible consiste en dividir la terraza en dos rectángulos, iterar la baldosa en cada uno de ellos, de forma separada, y sumar los resultados.
- También es probable que algunos estudiantes iteren la baldosa a lo largo y a lo ancho y que multipliquen los valores conseguidos para obtener el área de los rectángulos correspondientes.
- Algunos estudiantes podrían indicar que al no tener las dimensiones de la baldosa (en m^2), no se puede calcular la medida de la terraza. Haga notar a estos alumnos que la baldosa es en sí misma la unidad de medida usada para medir la terraza.
- Es posible que algunos estudiantes midan la longitud de cada uno de los lados de la figura de la terraza usando la regla y luego realicen el cálculo del área para obtener una medida expresada en cm^2. Recuérdeles que deben usar la baldosa para expresar la medida de la terraza.

VOLVER

Embaldosando otra terraza

Construcción y profundización

Tiempo: 25 min.
Modalidad: En parejas y de curso completo.
Materiales: Hoja de trabajo del estudiante.
La baldosa de papel entregada en la actividad anterior.
Asegúrese de que esta baldosa también coincida exactamente con el tamaño de la baldosa de la hoja del estudiante.

PROPÓSITO

El objetivo de esta actividad es que los futuros profesores reconozcan que las fracciones pueden ser usadas para expresar medida.

Fecha: _____

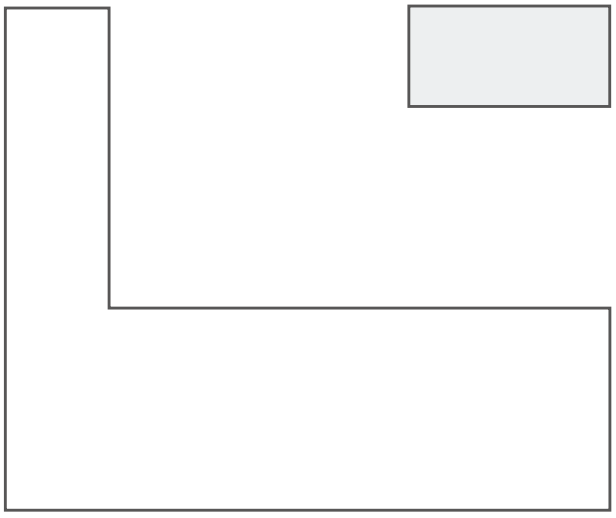
Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Interpretaciones de fracciones
Hojas de trabajo - Clase 2

Actividad 2

Trabajo en parejas. Eduardo quiere embaldosar otra terraza usando el mismo tipo de baldosas.

Plano de la terraza B



Baldosa

¿Cuál es la medida de esta terraza? Emplea la misma baldosa de la actividad anterior. Explica el procedimiento que usaste.

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Identifique a los estudiantes que usan las distintas estrategias señaladas en la gestión.

VER MÁS +

Revise las anticipaciones para tener en cuenta las posibles estrategias y dificultades de los estudiantes.

VER MÁS +

Use los esquemas presentados en el cierre para resumir las distintas estrategias y las expresiones numéricas a las que dan lugar.

VER MÁS +

PRESENTACIÓN Y MONITOREO (5 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Entregue la hoja de trabajo y la baldosa de papel. Presente la situación indicando que, al igual que en la actividad anterior, utilicen como unidad de medida la baldosa entregada, que se puede colocar en cualquier orientación, pero sin separación entre una y otra, ni sobrepuestas.
- Identifique qué estudiantes realizan las siguientes estrategias:
  - Estrategia A: cuentan la cantidad de baldosas enteras (7) y dividen la última por la mitad ($\frac{1}{2}$).
  - Estrategia B: fraccionan la baldosa en 2 partes iguales y utilizan una de esas partes para cubrir la terraza, por lo que cuentan 15 iteraciones de $\frac{1}{2}$ baldosa.

VOLVER

DISCUSIÓN DE CURSO COMPLETO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar la discusión de curso completo:

- Para comenzar la discusión, solicite a cada pareja que en 2 minutos redacten en sus cuadernos una respuesta a la siguiente pregunta: **¿qué procedimiento usaron?** Luego, pida que compartan la respuesta redactada comenzando por aquellos que usaron la estrategia A.
- Solicite a quienes usaron la estrategia B que la presenten a sus compañeros. Si ninguno la utilizó, pida a los estudiantes que determinen la medida de la terraza iterando $\frac{1}{2}$ baldosa.

VOLVER

CONCLUSIÓN DE LA DISCUSIÓN (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes ideas al cierre de la discusión. Puede utilizar las diapositivas 7 y 8:

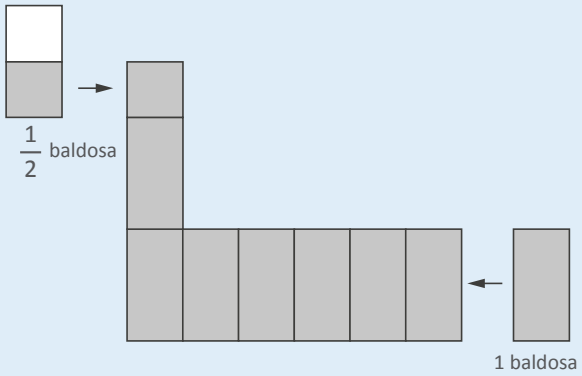
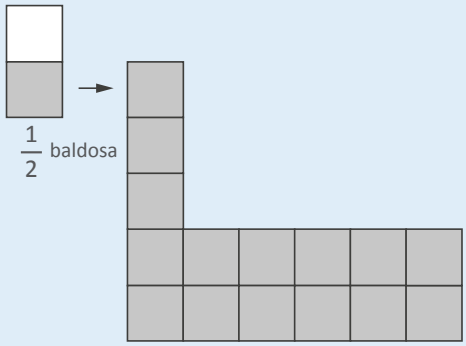
- Una de las estrategias empleadas para medir la superficie de la terraza fue iterar la unidad de medida el mayor número entero de veces posibles (7 veces) y luego medir la parte de la superficie que faltaba dividiendo la unidad en 2 partes iguales y contando cuántas de esas parte estaban contenidas exactamente en la parte de la superficie que faltaba medir (1 de 2 partes). Este procedimiento condujo a la expresión $7 + \frac{1}{2}$ o en notación de **número mixto** $7\ \frac{1}{2}$, para expresar la medida.
- Otra estrategia es dividir la unidad de medida en partes iguales, de modo que estas estuvieran contenidas de manera exacta en la superficie. Para ello bastó dividirla en 2 partes iguales y verificar que una de ellas estaba contenida 15 veces en la superficie. Esto permite expresar la medida como 15 veces $\frac{1}{2}$ de la unidad o equivalentemente como la **fracción** $\frac{15}{2}$ de la unidad.
- En este caso, la baldosa completa no estaba contenida un número entero de veces en la superficie que se debía medir, por tanto, fue necesario dividirla en partes iguales, lo que hace aparecer la **fracción como expresión para representar una medida**.

VOLVER

CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad comente los puntos que se indican a continuación (puede usar la diapositiva 9):

- En los distintos procedimientos que hicieron posible determinar la medida de la terraza fue necesario subdividir la unidad de medida (baldosa) en partes iguales, lo que permitió expresar la medida de la terraza de las siguientes maneras:

Número mixto: 7 $\frac{1}{2}$ baldosas.	**Fracción: $\frac{15}{2}$ baldosas.**
	 **15** veces $\frac{1}{2}$ baldosa $15 \cdot \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$ baldosas

- En esta actividad se planteó el problema de medir una superficie cuya medida no puede ser expresada con un número natural pero sí con una fracción. En estos casos se dice que la fracción se interpreta como **medida**.

VOLVER

LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento puede señalar que: *En la próxima actividad analizaremos el significado que adoptan el numerador y denominador de una fracción cuando esta se interpreta como medida.* (Puede usar la diapositiva 10)

ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Se espera que la estrategia que aparezca con mayor frecuencia sea la de marcar la mayor cantidad de baldosas completas y cubrir la superficie que falte con subdivisiones de la baldosa. Esta estrategia conduciría a expresar la medida de la superficie a través de la notación de número mixto.

- Es posible que algunos estudiantes subdividan la baldosa e iteren las subdivisiones, por ejemplo $\frac{1}{4}$ de baldosa o $\frac{1}{2}$ de baldosa. Esta estrategia propicia expresar la medida de la superficie a través de una fracción.

- Algunos estudiantes podrían tener dificultades para interpretar el número mixto $7\ \frac{1}{2}$, que representa la medida de la terraza, señalando, por ejemplo, que corresponde a $7 \cdot \frac{1}{2}$ (7 veces $\frac{1}{2}$) y no a $7 + \frac{1}{2}$. Si esto ocurre, solicíteles que calculen $7 \cdot \frac{1}{2}$ y analicen la validez de ese resultado en el contexto.

- Frente al procedimiento de iterar $\frac{1}{2}$ baldosa, los estudiantes podrían expresar la fracción equivocadamente como $15\ \frac{1}{2}$ (notación de número mixto). En estos casos pídales que calculen este valor e interpreten el resultado en el contexto del problema planteado.

- Solo si es necesario, aclare que expresiones como “número entero de veces” hace referencia a un “número natural” de veces.

VOLVER

Midiendo el jardín

Construcción y profundización

Tiempo: 30 min.
Modalidad: En parejas y de curso completo.
Materiales: Hoja de actividades.
1 baldosa de papel. Asegúrese de que esta baldosa también coincida exactamente con el tamaño de la baldosa de la hoja del estudiante.

PROPÓSITO

Esta actividad se centra en lograr que los futuros profesores reconozcan el significado del numerador y del denominador cuando las fracciones se interpretan como medida.

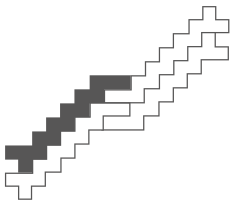
Fecha: _____

Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Interpretaciones de fracciones
Hojas de trabajo - Clase 2

Actividad 3

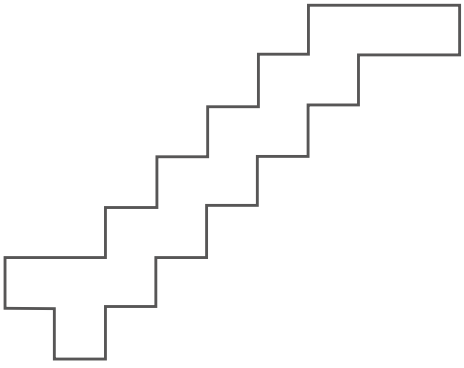
Trabajo en parejas. Eduardo ahora necesita embaldosar el camino de entrada al jardín usando la misma baldosa que utilizó anteriormente. El siguiente es el plano del camino:



Eduardo comenzará con la parte del camino marcada de color rojo, que es la que se muestra en el siguiente plano junto a la baldosa, ambas en la misma escala.

Baldosa

Parte del camino



Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Siga la indicaciones para la presentación y monitoreo de esta actividad.

VER MÁS +

Actividad 3

1. ¿Qué fracción de la baldosa se puede iterar para cubrir de manera exacta esa parte del camino?

2. Señala el número de veces que se debió iterar esa fracción de la baldosa.

3. De acuerdo con lo anterior, ¿cuál es la medida de esa parte del camino?

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Para esta actividad es clave revisar y tener en cuenta las anticipaciones y sugerencias.

VER MÁS +

La discusión debe estar enfocada en las estrategias utilizadas y el significado del numerador y denominador. Revise la gestión.

VER MÁS +

Asegúrese de que los estudiantes comprendan la interpretación de la fracción como medida. Revise el cierre propuesto.

VER MÁS +

PRESENTACIÓN Y MONITOREO (5 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Entregue la hoja de trabajo y otra baldosa de papel (en caso de que la anterior la hayan cortado o rayado) y presente la situación indicando que, al igual que en las actividades anteriores, la unidad de medida que se utilizará es la baldosa y que en la terraza las baldosas se pueden colocar en cualquier orientación.

- Registre qué estudiantes llegaron a la medida de $\frac{15}{8}$ iterando $\frac{1}{8}$ de baldosa 15 veces. También identifique uno o más estudiantes que hayan llegado a expresar la medida de otras formas.

VOLVER

DISCUSIÓN DE CURSO COMPLETO (15 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar la discusión de curso completo:

- Para comenzar la discusión, solicítele a un estudiante que haya usado cuartos y octavos de baldosa de manera combinada para expresar la medida de la superficie que identifique el número de iteraciones, y el modo en que llegó a expresar la medida, y que además represente su procedimiento en una de las imágenes del camino que se proyecta en la diapositiva 13.

- Comente que esta no es la única forma en que se puede expresar la medida de esa parte del camino. Luego pídale a un estudiante que haya cubierto el camino usando solo octavos de baldosa que muestre su estrategia utilizando la otra imagen del camino que se proyecta en la diapositiva 13.

- Finalmente, genere una discusión en torno a la siguiente pregunta: **considerando que la medida de esta parte del camino es $\frac{15}{8}$ de baldosa, ¿qué indica el denominador de esta fracción?, ¿qué señala el numerador?** Haga que los estudiantes compartan su interpretación del numerador y del denominador de esta fracción. (Es importante que no omita esta pregunta ya que tiene relación directa con el propósito de la actividad).

VOLVER

CONCLUSIÓN DE LA DISCUSIÓN (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes ideas al cierre de la discusión:

- Es posible usar diferentes fracciones de la baldosa (unidad de medida) para cubrir la superficie.

- Aunque se pueden combinar dos fracciones de baldosa para cubrir una superficie, esto obliga a sumar fracciones de distinto denominador para obtener la medida final. Por ejemplo, $\frac{7}{4}+\frac{1}{8}$. En contraste, emplear solo una fracción de la baldosa, como por ejemplo $\frac{1}{8}$ de baldosa, permite expresar la medida del camino sin necesidad de recurrir a otras operaciones. Además, en el primer caso se está haciendo un cálculo de la medida, que es distinto a la acción de medir (iterar la unidad de medida).

- El **denominador** de la fracción $\frac{15}{8}$ de baldosa, indica el número de partes iguales (8) en que fue necesario subdividir la baldosa (unidad) para encontrar una fracción de ella que cubriera exactamente la superficie que se debe medir. El **numerador**, en cambio, señala el número de veces (15) que se debió iterar esa fracción de baldosa para cubrir la parte del camino que se quería medir.

VOLVER

CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad comente los puntos que se indican a continuación (puede usar las diapositivas 15 y 16):

- Para medir la superficie y expresarla como fracción fue necesario subdividir la unidad (baldosa) en partes iguales de modo que, al iterar una de esas partes sobre la superficie, esta estuviera contenida de manera exacta en ella.

- En general, para una fracción $\frac{a}{b}$ que tiene asociado el significado de medida se tiene que:

  - El **denominador *b*** indica el número partes iguales en que se subdividió la unidad para obtener una parte (***fracción unitaria*** $\frac{1}{b}$) que al iterarla cubra la magnitud por medir.

  - El **numerador *a*** indica el número de veces que se debió iterar la parte correspondiente a la fracción unitaria $\frac{1}{b}$ para cubrir dicha magnitud.

  En este contexto, la medida expresada por la fracción $\frac{a}{b}$ corresponde ***a* veces** $\frac{1}{b}$, es decir

$$\frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$$

VOLVER

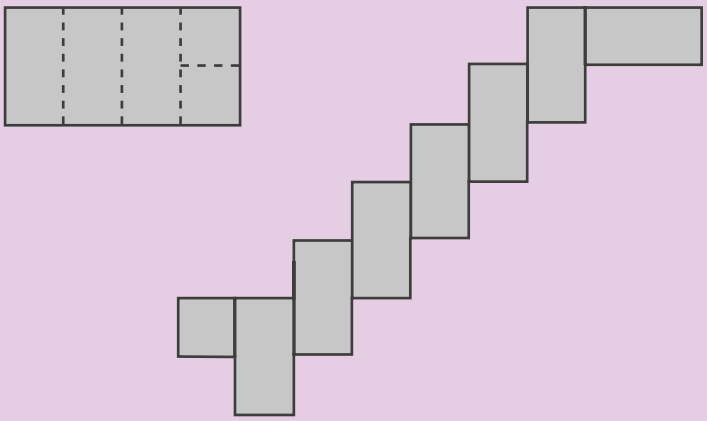
ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Para medir la superficie pueden surgir las siguientes estrategias:

  A. Utilizar $\frac{1}{8}$ de baldosa y registrar la medida del camino como $\frac{15}{8}$ baldosa.

  B. Utilizar combinadamente $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{8}$ de baldosa y expresar la medida de la superficie como una suma de fracciones que luego resuelven:

  $$\frac{7}{4} + \frac{1}{8} = \frac{15}{8} \text{ baldosa}$$



- Es posible que algunos estudiantes expresen la medida de la parte del camino descomponiendo en suma o resta de enteros y fracción propia, como por ejemplo: $1 + \frac{7}{8}$, $1\frac{7}{8}$, $2 - \frac{1}{8}$, $1 + \frac{3}{4} + \frac{1}{8}$. También pueden expresarlo con palabras, por ejemplo, 1 baldosa y $\frac{7}{8}$ de baldosa.

VOLVER

Cierre de la clase

Gestión sugerida

Tiempo: 10 min.

1º Plantee la pregunta: ***¿cuándo una medida puede ser expresada por medio de una fracción?*** Recoja las respuestas de algunos estudiantes.

2º Proyecte la diapositiva 18 que muestra la siguiente idea:

- Una medida puede ser expresada a través de una fracción si es posible subdividir la unidad de medida en partes iguales, de manera que al iterar una de esas partes, ella esté contenida de manera exacta en la magnitud que se quiere medir.

- En particular, que la fracción $\frac{a}{b}$ represente una medida significa que la unidad de medida se dividió en b partes iguales para determinar una parte correspondiente a la fracción unitaria $\frac{1}{b}$ que al iterarla a veces cubre de manera exacta la magnitud que se desea medir.

3º Contraste brevemente estas ideas con las respuestas de sus estudiantes.

4º Entregue la ficha de sistematización y proponga a los estudiantes usarla después de la clase para evaluar y repasar sus aprendizajes. Invítelos a responder las preguntas planteadas, revisar las ideas del Recapitulemos y, si es que lo requieren, consultar la bibliografía sugerida para profundizar.

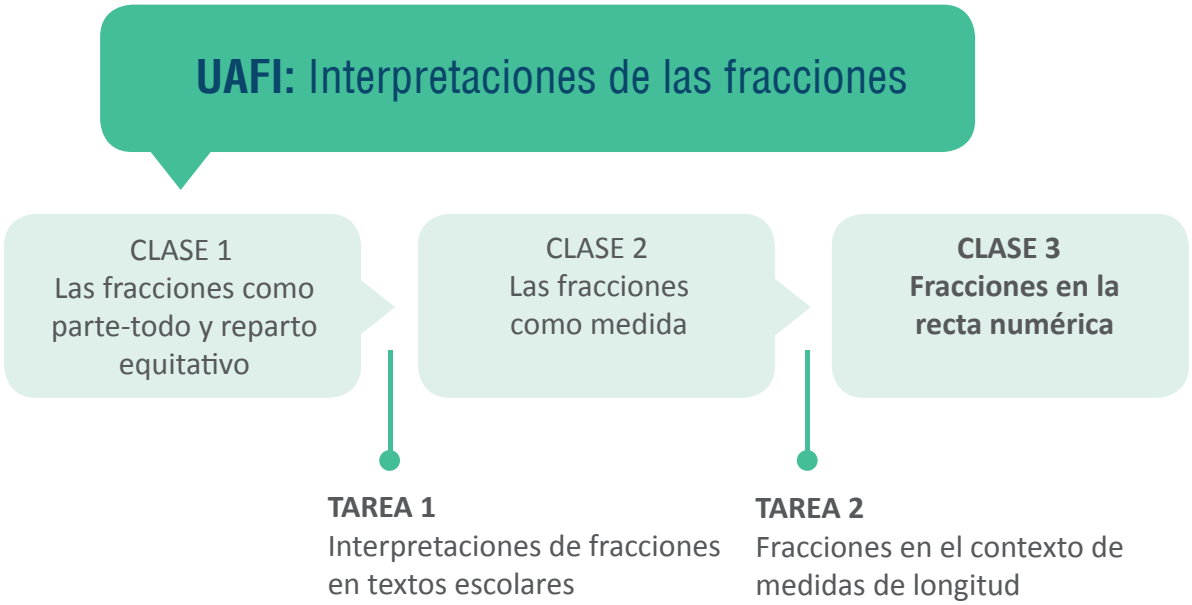
5º Entregue la hoja de la Tarea 2 y coméntela brevemente.

6º Comente que en la siguiente clase abordarán la representación de fracciones en la recta numérica y justificarán los distintos procedimientos a partir de interpretaciones de fracciones.

RESPUESTAS EXPERTAS

Actividad	Respuesta experta
Actividad 1 Embaldosando una terraza	La medida de la terraza es 12 baldosas.
Actividad 2 Embaldosando otra terraza	La medida de la terraza, usando como unidad de medida 1 baldosa es $7\frac{1}{2}$ baldosas o $\frac{15}{2}$ baldosas.
Actividad 3 Midiendo el jardín	1. $\frac{1}{8}$ baldosa
	2. 15 veces.
	3. La medida de esa parte del camino es $\frac{15}{8}$ o $1\frac{7}{8}$ baldosa.

PLANIFICACIÓN
CLASE 3



CLASE 3: FRACCIONES EN LA RECTA NUMÉRICA

DESCRIPCIÓN DE LA CLASE

Meta de la clase	Al finalizar la clase se espera que los futuros profesores[1] logren representar fracciones en la recta numérica a través de distintos procedimientos y los justifiquen a partir de las interpretaciones de fracciones, además, valoren la importancia de usar una diversidad de interpretaciones en el trabajo escolar con fracciones.
Descripción de la clase	Esta clase comienza con una actividad en que se les pide a los futuros profesores representar en la recta numérica una fracción que se asocia a una situación dada. En la puesta en común se analiza la relación de los procedimientos que emergieron con las interpretaciones de fracciones utilizadas en ellos. Luego, se les plantea la tarea de situar una fracción de acuerdo con la posición de otra en una recta numérica que posee marcas de subdivisiones. Se analiza una estrategia en particular para analizar los procesos de particionar y unificar involucrados en el trabajo de situar fracciones en la recta numérica. Finalmente, se plantea un caso en el que se discute la pertinencia de trabajar con distintas interpretaciones de fracciones en 5º básico.

[1] Respecto del uso de lenguaje inclusivo: Con el propósito de no provocar una saturación gráfica que dificulte la comprensión de la lectura, en este documento no se considera el uso de "los/las" u "o/a" para hacer referencia a ambos géneros de manera conjunta. En su lugar, se utilizan términos como "el futuro profesor", "el estudiante" y "el profesor" y sus respectivos plurales para aludir de manera inclusiva a hombres y mujeres. Sin embargo, durante la gestión de la clase se sugiere la utilización de lenguaje inclusivo que invite a los y las estudiantes a involucrarse activamente en las actividades.

Aprendizajes esperados	Al finalizar la clase se espera que el estudiante: ● Compare distintos procedimientos para representar fracciones en la recta numérica, justificándolos a partir de las interpretaciones de fracciones. ● Sitúe fracciones en una recta numérica dada otra fracción y marcas de subdivisiones en ella. ● Reconozca el rol de los procesos de particionar y unificar en el trabajo de situar fracciones en la recta numérica. ● Reconozca motivos por los cuales es importante trabajar con diversas interpretaciones de las fracciones en la enseñanza escolar.
Conocimientos previos	● Fracciones como parte todo, reparto equitativo y medida.
Materiales	Estudiantes ● Hojas de trabajo del estudiante. Profesor ● Computador con conexión a Internet. ● Proyector. ● Archivo de GeoGebra https://ggbm.at/shpadgpn
Tiempo total estimado	90 minutos.

ESQUEMA DE LA CLASE

Tipo de Actividad	Actividades	Tiempo (T) Modalidad (M)
Exploración	**Actividad 1: Representando fracciones en la recta numérica** Con esta actividad se busca que los futuros profesores comparen distintos procedimientos para representar fracciones en la recta numérica y los justifiquen a partir de las interpretaciones de fracciones.	T: 25 min. M: En parejas y de curso completo.
Exploración	**Actividad 2: Ubicando fracciones en la recta numérica** El objetivo de esta actividad es que los futuros profesores exploren estrategias para situar una fracción en la recta numérica a partir de la posición de otra y de subdivisiones en ella.	T: 15 min. M: En parejas y de curso completo.
Sistematización	**Actividad 3: Analizando una estrategia** Esta actividad se centra en lograr que los futuros profesores sistematicen los procesos involucrados en la tarea de situar una fracción en la recta numérica a partir de otra, analizando una estrategia particular.	T: 25 min. M: Grupal y de curso completo.
Reflexión pedagógica	**Actividad 4: ¿Por qué es importante contar con distintas interpretaciones de las fracciones?** Con esta actividad se busca que los futuros profesores identifiquen motivos por los cuales es importante abordar diversas interpretaciones de las fracciones en la enseñanza.	T: 25 min. M: Grupal y de curso completo.

Representando fracciones en la recta numérica
Exploración

Tiempo: 25 min.
Modalidad: En parejas y de curso completo.
Materiales: Hoja de trabajo del estudiante. Animación de GeoGebra https://ggbm.at/shpadgpn. Asegúrese de que el recurso se carga en su navegador; si no, ábralo en otro navegador o descargue el archivo para abrirlo directamente de la aplicación de GeoGebra desde su computador.

PROPÓSITO

Con esta actividad se busca que los futuros profesores comparen distintos procedimientos para representar fracciones en la recta numérica y los justifiquen a partir de las interpretaciones de fracciones.

Fecha: _____

Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Interpretaciones de fracciones
Hojas de trabajo - Clase 3

Actividad 1

Trabajo en parejas. Considera el siguiente problema:

José tiene una cuerda de 9 m de largo y quiere cortarla en 4 trozos del mismo tamaño.

1. ¿Cuál es la fracción que expresa la longitud de cada uno de los trozos?

2. Representa la solución del problema en la siguiente recta numérica:

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Durante el monitoreo se debe identificar a quienes siguieron los procedimientos propuestos en la gestión.
VER MÁS +

Para monitorear y gestionar la discusión revise y tenga en cuenta las anticipaciones y sugerencias señaladas.
VER MÁS +

Centre la discusión en las interpretaciones que se ponen en juego al representar las fracciones. Revise la gestión sugerida.
VER MÁS +

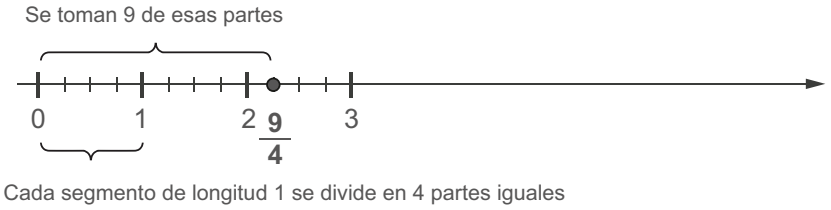
Utilice el recurso de GeoGebra que se indica para sistematizar las ideas al cierre. Revise la gestión sugerida.
VER MÁS +

PRESENTACIÓN Y MONITOREO (10 min)

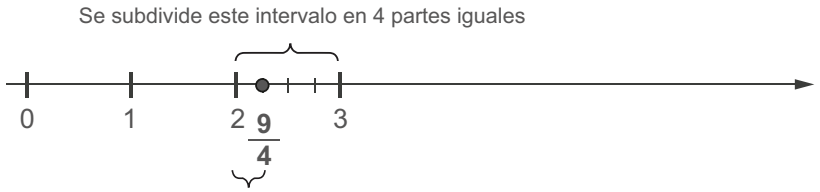
Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Presente la actividad y monitoree el trabajo de las parejas observando los procedimientos que utilizan para representar la fracción $\frac{9}{4}$ en la recta numérica. Registre qué alumnos realizaron los siguientes procedimientos:

Procedimiento A: Subdividir cada segmento de longitud 1 en 4 partes iguales y situar la fracción en la novena subdivisión.

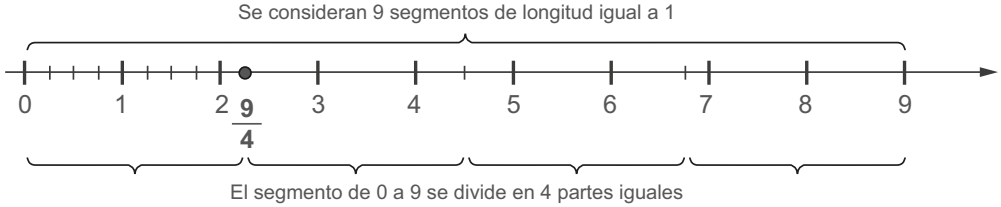


Procedimiento B: Subdividir el intervalo que va del 2 al 3 en cuatro partes iguales y situar la fracción $\frac{9}{4}$ en la primera de esas subdivisiones (considerando que $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$).



- Para la siguiente estrategia, si ningún grupo llegó a ella, pregunte a uno de ellos si en su recta numérica se pueden observar los 9 m de la cuerda y los 4 trozos en que se dividió. Pídales que piensen una manera de representar tanto los datos del problema como su solución. Asegúrese de que al menos este grupo llegue al siguiente procedimiento:

Procedimiento C: Subdividir el segmento de 9 unidades en 4 partes iguales.



VOLVER

DISCUSIÓN DE CURSO COMPLETO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar la discusión de curso completo:

- Antes de iniciar la discusión, pida a un alumno que haya usado el procedimiento C que lo desarrolle en la pizarra.

- Para iniciar la discusión, pregunte al curso: **¿qué interpretación tiene la fracción $\frac{9}{4}$ en este problema?** Anímelos a debatir y concluir que en el problema dado la fracción se interpreta como reparto equitativo.

- Pregunte **¿cuál es la cantidad que se debe repartir?, ¿en cuántas partes se reparte?, ¿están representadas dichas cantidades en la recta numérica que dibujó su compañero?, el procedimiento utilizado por su compañero para representar $\frac{9}{4}$ en la recta numérica, ¿refleja la misma interpretación de reparto equitativo?**

- Seleccione luego a un alumno que haya usado el procedimiento A o B para que lo comparta en la pizarra.

- Pregunte al curso: **¿se ocupó en este caso la interpretación de reparto equitativo para representar la fracción en la recta numérica? Si no es así, ¿qué interpretación de fracciones se pone en juego en el procedimiento que nos mostró su compañero?** Asegúrese de que la discusión converja a identificar que en este procedimiento no se utiliza la misma interpretación de fracción que en el contexto del problema, y que en su lugar se usó la interpretación parte-todo (unidades que se dividen en 4 partes iguales, de las cuales se toman 9 o 1 según se esté analizando el procedimiento A o B, respectivamente).

- Luego, pregunte: **¿es correcto usar este procedimiento para representar la fracción $\frac{9}{4}$ aunque no se ajuste a la interpretación que tiene la fracción en el problema?** Asegúrese de que en la discusión se plantee qué uso se le quiere dar a la recta numérica: si es solo para representar la fracción o si también se busca representar la situación.

VOLVER

CONCLUSIÓN DE LA DISCUSIÓN (5 min)

Se sugiere considerar las siguientes ideas al cierre de la discusión:

- En esta actividad surgieron tres procedimientos para ubicar la fracción $\frac{9}{4}$ en la recta numérica:

Procedimiento A: Subdividir cada segmento de longitud 1 en 4 partes iguales y situar la fracción en la novena subdivisión.

Procedimiento B: Subdividir el intervalo que va del 2 al 3 en cuatro partes iguales y ubicar la fracción $\frac{9}{4}$ en la primera de estas subdivisiones (considerando que $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$).

Procedimiento C: Subdividir el segmento de 9 unidades en 4 partes iguales.

- Al analizar la manera de representar la fracción en la recta numérica, vimos que uno de esos procedimientos (C) utilizaba la misma interpretación que tiene la fracción en el contexto del problema (reparto equitativo), mientras que en las otras (A y B) usaban otra interpretación de la fracción (parte-todo).

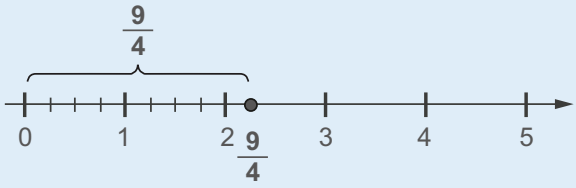
- Concluimos que, sin importar si la interpretación que se usa para representar una fracción en la recta numérica coincide o no con la interpretación de la fracción en su contexto, todos los procedimientos que surgieron son válidos, si lo que se desea es representar la fracción y no el problema.

VOLVER

CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad comente los puntos que se indican a continuación (puede usar las diapositivas 7 a 9):

- Una fracción se representa en la recta numérica a través de un **punto** y también como la **longitud** desde 0 hasta dicho punto.



- Las fracciones pueden ser representadas en la recta numérica siguiendo distintos procedimientos, sustentados en diversas interpretaciones de las fracciones. La siguiente animación https://ggbm.at/beprwbk9 muestra procedimientos basados en las tres interpretaciones vistas en esta unidad: parte-todo, reparto equitativo y medida.

- Al representar fracciones en la recta numérica, las abstraemos de su contexto, lo que permite destacar su carácter numérico. Ellas, al igual que los números naturales, expresan cantidad.

- En esta actividad identificamos procedimientos para representar fracciones en la recta numérica y los justificamos a partir de las interpretaciones de fracciones. Este es un conocimiento que le permite al profesor contar con una diversidad de procedimientos y sus justificaciones.

VOLVER

LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento puede señalar que: *En la siguiente actividad exploraremos distintas maneras de situar una fracción en la recta numérica cuando se entrega la posición de otra fracción.* (Puede usar la diapositiva 10)

ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- En general, se espera que los estudiantes no utilicen la interpretación de fracción dada en el contexto del problema para representar $\frac{9}{4}$ en la recta numérica, sino que ocupen procedimientos que se fundamentan en la interpretación parte-todo.

- Es posible que algún grupo opte por representar la fracción en la recta numérica siguiendo un procedimiento asociado a la misma interpretación de fracción del problema (reparto equitativo). Tenga en cuenta este grupo para la puesta en común.

- Es probable que muchos estudiantes no sean conscientes de la interpretación de fracciones que están utilizando para representar $\frac{9}{4}$ en la recta numérica. Asegúrese de que en la puesta en común reconozcan la interpretación que usaron.

- También se puede dar que algunos estudiantes expresen la fracción $\frac{9}{4}$ en notación decimal (2,25) y que al representar este número en la recta marquen el 2 y usen parte-todo para situar el cuarto restante.

- Algunos estudiantes pueden dudar de que la interpretación de la fracción del problema sea reparto equitativo, argumentando que en este caso no hay objetos que se deban repartir, o que hay uno solo (la cuerda), o que no está explícita la acción de reparto. Recuérdeles que la noción de fracción como reparto equitativo trabajada en la Clase 1 consideraba una cantidad, ya sea discreta o continua, que se busca dividir en partes iguales. En este caso, se tiene una cantidad continua (9 m de cuerda) que se quiere dividir en 4 trozos de igual longitud.

VOLVER

Ubicando fracciones en la recta numérica

Exploración

Tiempo: 15 min.
Modalidad: En parejas y de curso completo.
Materiales: Hoja de trabajo del estudiante.

PROPÓSITO

El objetivo de esta actividad es que los futuros profesores exploren estrategias para situar una fracción en la recta numérica a partir de la posición de otra y de subdivisiones en ella.

Fecha: _____

Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Interpretaciones de fracciones
Hojas de trabajo - Clase 3

Actividad 2

Trabajo en parejas. Sitúa la fracción $\frac{7}{3}$ en la siguiente recta numérica:

Explica el procedimiento que utilizaste.

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Revise las estrategias y dificultades descritas en las anticipaciones para el monitoreo y puesta en común.

VER MÁS +

En esta actividad no se busca que aparezca una estrategia en particular. Revise la gestión propuesta.

VER MÁS +

El cierre debe abordar aspectos generales de la tarea de ubicar una fracción en la recta numérica. Revise las ideas al cierre.

VER MÁS +

PRESENTACIÓN Y MONITOREO (5 min)

Se sugiere que durante el monitoreo registre qué estudiantes plantean procedimientos distintos.

VOLVER

COMPARTIR RESULTADOS (5 min)

Para la puesta en común puede serle útil considerar la siguiente sugerencia de gestión:

- Solicite a los estudiantes identificados en el monitoreo que muestren en la pizarra la forma en que situaron la fracción $\frac{7}{3}$ en la recta numérica y que expliquen sus estrategias. Si surge el procedimiento descrito en la actividad siguiente, haga que este sea el que se comparta en este momento. No entre en detalles de la justificación de los procedimientos, ya que aquello se abordará en la actividad siguiente.

VOLVER

SÍNTESIS DE LOS RESULTADOS (5 min)

Haga un resumen de las distintas estrategias propuestas por los estudiantes.

En caso de que no aparezca ningún procedimiento correcto, comente que en la próxima actividad analizarán una posible estrategia que permite situar $\frac{7}{3}$.

VOLVER

CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad comente los puntos que se indican a continuación (puede usar la diapositiva 12):

- Para llevar a cabo la tarea de situar la fracción $\frac{7}{3}$ en la recta numérica, sin disponer a priori de una marca que permita identificar la unidad, fue necesario interpretar la información que proveen las marcas de las subdivisiones dispuestas en la recta numérica.

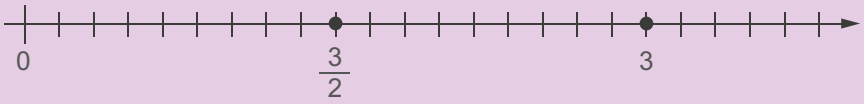
VOLVER

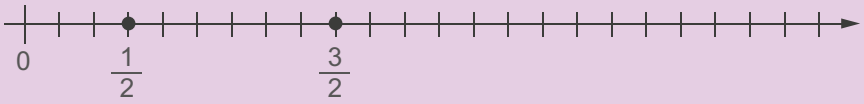
LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento puede señalar que: *En la siguiente actividad analizaremos una de las posibles estrategias para situar el* $\frac{7}{3}$ *en la recta numérica a partir de la posición de* $\frac{3}{2}$. (Puede usar la diapositiva 12)

ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

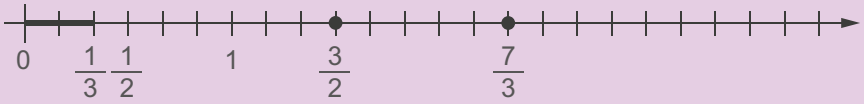
- Es posible que los estudiantes realicen algunas acciones sobre la recta numérica dada posicionando determinados números, pero que tengan dificultades para situar la fracción $\frac{7}{3}$ a partir de ellos. Por ejemplo, conocido el lugar de $\frac{3}{2}$, podrían situar el 3 o $\frac{1}{2}$, pero no saber cómo determinar el lugar de $\frac{7}{3}$ a partir de esa información:



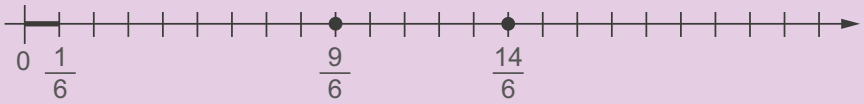


- Algunas de las estrategias correctas que podrían emplear los estudiantes son:

  Estrategia A: Utilizar $\frac{3}{2}$ para situar 3 o $\frac{1}{2}$ y a partir de esos números encontrar el 1. Luego identificar la fracción $\frac{1}{3}$ e iterarla 7 veces para ubicar $\frac{7}{3}$.



  Estrategia B: Amplificar $\frac{3}{2}$ y $\frac{7}{3}$ para igualar denominadores; por ejemplo, amplificando por 3 y por 2, respectivamente, se obtiene $\frac{3}{2} = \frac{9}{6}$ y $\frac{7}{3} = \frac{14}{6}$. Luego, ubicar $\frac{1}{6}$ e iterarlo 14 veces.



- Es probable que los estudiantes expresen la fracción $\frac{7}{3}$ usando notación decimal y que eso se transforme en una dificultad para situar la fracción en la recta numérica. Si observa esto, pídales que usen fracciones.

VOLVER

Analizando una estrategia

Sistematización

Tiempo: 25 min.
Modalidad: Grupal y de curso completo.
Materiales: Hoja de trabajo del estudiante.

PROPÓSITO

Esta actividad se centra en lograr que los futuros profesores sistematicen los procesos involucrados en la tarea de situar una fracción en la recta numérica a partir de otra, analizando una estrategia particular.

Fecha: _____

Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Interpretaciones de fracciones
Hojas de trabajo - Clase 3

Actividad 3

Trabajo en grupal. A continuación, analizaremos un procedimiento para ubicar $\frac{7}{3}$ en la recta numérica a partir de la posición de $\frac{3}{2}$.

Procedimiento

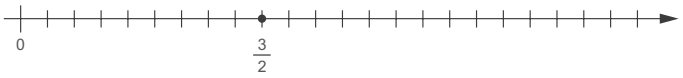
Paso 1: Ubica $\frac{1}{2}$ a partir de la posición de $\frac{3}{2}$.

Paso 2: A partir de lo anterior, encuentra el 1.

Paso 3: Ubica $\frac{1}{3}$.

Paso 4: Usa la fracción $\frac{1}{3}$ para hallar $\frac{7}{3}$.

1. En la recta numérica dada, sigue la secuencia propuesta.



2. Responde las siguientes preguntas:

i. ¿Cómo ubicaste $\frac{1}{2}$ en el paso 1? ¿Cuál es el propósito de ubicar $\frac{1}{2}$?

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Además de situar la fracción siguiendo el procedimiento, los estudiantes deben responder las preguntas. Revise la gestión.

VER MÁS +

Revise las sugerencias para gestionar la discusión siguiendo la secuencia propuesta.

VER MÁS +

Relacione los procesos descritos en el cierre con el trabajo realizado por los estudiantes. Revise ideas al cierre.

VER MÁS +

Actividad 3

ii. ¿Cómo encontraste el 1 en el paso 2? ¿Por qué es importante ubicar el 1?

iii. ¿Cómo ubicaste $\frac{1}{3}$ en el paso 3? ¿Por qué se necesita encontrar $\frac{1}{3}$?

iv. ¿Cómo hallaste $\frac{7}{3}$ en el paso 4?

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

PRESENTACIÓN Y MONITOREO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Entregue la hoja de actividades y forme grupos de 3 o 4 estudiantes cada uno. Si el procedimiento propuesto coincide con el que compartió un estudiante en la pizarra en la actividad anterior, haga notar que se analizará dicho procedimiento.

- Monitoree el trabajo de los grupos asegurándose de que no solo ubiquen $\frac{7}{3}$ en la recta numérica siguiendo el procedimiento propuesto, sino también discutan las preguntas formuladas en el ítem 2. Identifique estudiantes con distintos argumentos.

VOLVER

DISCUSIÓN DE CURSO COMPLETO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar la discusión de curso completo:

- Solicite a un estudiante que pase a la pizarra y sitúe $\frac{7}{3}$ de acuerdo con el procedimiento propuesto.

- Para iniciar la discusión, plantee la pregunta i) y recoja distintas respuestas si las hubiera. Asegúrese de que los estudiantes reconozcan que:

  - Para situar $\frac{1}{2}$ fue necesario dividir el intervalo de 0 a $\frac{3}{2}$ en 3 partes iguales y considerar 1 de ellas.

  - El propósito de determinar $\frac{1}{2}$ es disponer de una fracción unitaria que al iterarla permita identificar el 1. Puede preguntar: ¿qué tipo de fracción es $\frac{1}{2}$?, ¿para qué sirve este tipo de fracciones?

- Continúe con la pregunta ii) procurando que la discusión se centre en la necesidad de disponer del 1 para determinar la fracción unitaria $\frac{1}{3}$.

- Plantee la pregunta iii) y asegúrese de que los estudiantes noten que $\frac{1}{3}$ se obtuvo dividiendo el intervalo de 0 a 1 en 3 partes iguales.

- En la pregunta iv) asegúrese de que de las respuestas de los estudiantes quede claro que $\frac{7}{3}$ se situó en la recta numérica contando intervalos de tamaño $\frac{1}{3}$.
- Para finalizar, formule la siguiente pregunta: **En general, ¿qué procesos estuvieron involucrados en la tarea de situar $\frac{7}{3}$ en la recta numérica dada?**

VOLVER

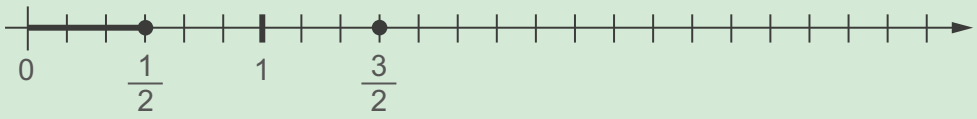
CONCLUSIÓN DE LA DISCUSIÓN (5 min)

Se sugiere considerar las siguientes ideas al cierre de la discusión. Puede utilizar las diapositivas 16 a 19:

- Para situar $\frac{7}{3}$ en la recta numérica dada, siguiendo la secuencia propuesta, se realizaron las siguientes acciones:

Paso 1: Ubica $\frac{1}{2}$ a partir de la posición dada de $\frac{3}{2}$.

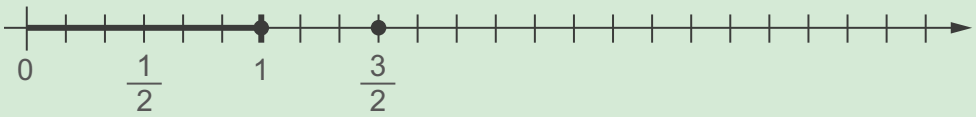
Para ubicar $\frac{1}{2}$ se subdividió el intervalo de 0 a $\frac{3}{2}$ en 3 partes iguales y se consideró la primera de ellas. Dado que dicho intervalo contaba con marcas que determinan 9 partes iguales, $\frac{1}{2}$ quedó situado en la tercera marca después del 0:



El propósito de ubicar $\frac{1}{2}$ es contar con una fracción unitaria que se pueda iterar para hallar el 1.

Paso 2: A partir de lo anterior, encuentra el 1.

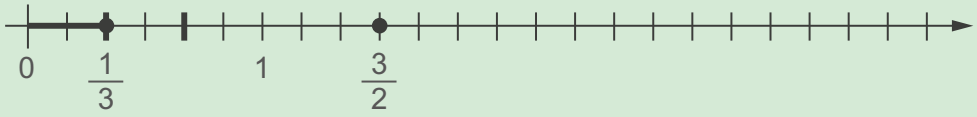
Para encontrar el 1 basta contar 2 intervalos de tamaño $\frac{1}{2}$:



El propósito de encontrar el 1 es disponer de él para hallar la fracción unitaria $\frac{1}{3}$.

Paso 3: Ubica $\frac{1}{3}$.

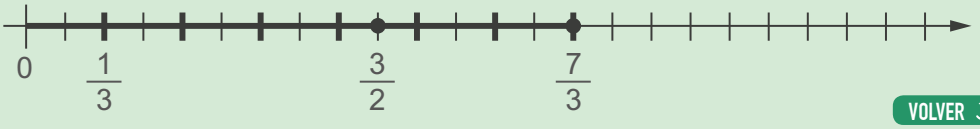
Para ubicar $\frac{1}{3}$ se subdividió el intervalo de 0 a 1 en 3 partes iguales y se consideró la primera de ellas. Dado que este intervalo contaba con marcas que lo dividían en 6 partes iguales, $\frac{1}{3}$ quedó situado en la segunda marca después del 0:



El propósito de ubicar $\frac{1}{3}$ es contar con una fracción unitaria que al iterarla 7 veces permita ubicar $\frac{7}{3}$.

Paso 4: Usa la fracción $\frac{1}{3}$ para hallar $\frac{7}{3}$.

Para hallar la fracción $\frac{7}{3}$ basta contar 7 intervalos de tamaño $\frac{1}{3}$:



VOLVER

CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad comente los puntos que se indican a continuación (puede usar la diapositiva 20):

- Situar una fracción en la recta numérica requiere interpretar la información que proveen las marcas de las subdivisiones y la relación que estas tienen con los números ubicados en ella.
- En el trabajo de situar fracciones en la recta numérica se aplican de manera sucesiva dos procesos:
  - **Particionar**: Subdividir un intervalo en partes iguales.
  - **Unificar**: Agrupar las subunidades para formar intervalos de mayor tamaño.

Subdividir y agrupar los intervalos dados en la recta numérica permiten analizar la forma de ubicar una fracción $\frac{a}{b}$ contando intervalos de tamaño $\frac{1}{b}$.

LANZAMIENTO DE LA PRÓXIMA ACTIVIDAD

Para el lanzamiento puede preguntar: *¿Se deben trabajar problemas de fracciones que involucren distintas interpretaciones en 5º básico? Esto es lo que discuten dos profesoras del caso que te proponemos como una reflexión pedagógica, respecto del trabajo en el aula escolar de este tema, para analizar la siguiente actividad.* (Puede usar la diapositiva 21)

ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

- Es posible que algunos estudiantes se enfoquen solo en seguir el procedimiento propuesto y situar $\frac{7}{3}$ en la recta numérica dada. En estos casos, intervenga en el trabajo de los grupos para fomentar una discusión respecto de las razones por las cuales se plantearon cada uno de esos pasos.

- Es probable que algunos estudiantes no piensen en términos de los procesos involucrados en cada paso en cuanto a subdividir o unificar intervalos. En estos casos, plantee preguntas como las siguientes: ¿qué debiste hacer con el intervalo de 0 a $\frac{3}{2}$ para ubicar $\frac{1}{2}$?, ¿qué tuviste que hacer con el intervalo $\frac{1}{2}$ para hallar el 1?, etc.

VOLVER

¿Por qué es importante contar con distintas interpretaciones de las fracciones?

Reflexión pedagógica

PROPÓSITO

Con esta actividad se busca que los futuros profesores identifiquen motivos por los cuales es importante abordar diversas interpretaciones de las fracciones en la enseñanza.

Fecha: _____

Nombre: _____

Unidad de Aprendizaje Interpretaciones de fracciones
Hojas de trabajo - Clase 3

Actividad 4

Trabajo en grupal. Considera el caso que se describe a continuación y responde las preguntas que se plantean:

Caso:
Las profesoras Amankay y Ailin se juntan para planificar la unidad de fracciones para sus respectivos cursos de 5º básico. Amankay plantea la idea de aprovechar que en la unidad anterior trabajaron temas de medida para profundizar en la comprensión de la fracción introduciendo problemas de fracciones que se interpretan como medida. Ailin no está de acuerdo, ya que hasta 4º básico el currículum dice que deben trabajarse problemas en los que la fracción se interprete como parte-todo, y en 5º no se propone agregar ninguna otra interpretación. Además, Ailin argumenta que lo central en 5° básico es ver distintas representaciones de fracciones, incluida la recta numérica. Amankay insiste en que es necesario trabajar con otras interpretaciones, aunque el currículum no lo diga explícitamente.

1. ¿Estás de acuerdo con Amankay? Justifica.

2. ¿Qué argumentos podría dar Amankay para convencer a Ailin? Considera las ideas abordadas en esta Unidad.

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Revise la gestión para presentar el caso y monitorear la discusión de los grupos.

VER MÁS +

Asegúrese de que aparezcan distintas posiciones. Consulte la gestión.

VER MÁS +

Revise las ideas con las que se sugiere cerrar la actividad.

VER MÁS +

PRESENTACIÓN Y MONITOREO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar el trabajo de los estudiantes:

- Lea la actividad junto con sus estudiantes y plantee algunas preguntas para evaluar si comprendieron la situación que se plantea en el caso: ¿cuál es la diferencia en las opiniones de las profesoras?
- Pídales que formen grupos y discutan qué argumentos se pueden entregar para este caso. Incentive a que utilicen en sus argumentos lo aprendido en las clases de la unidad.
- Recorra la sala identificando elementos clave de la discusión que puedan ser interesantes de usar en la puesta en común: uso de errores frecuentes, avanzar hacia la comprensión de la fracción como número, interpretar las fracciones en la recta numérica, etc.

VOLVER

DISCUSIÓN DE CURSO COMPLETO (10 min)

Se sugiere considerar las siguientes indicaciones para gestionar la discusión de curso completo:

- Para iniciar la discusión, formule las siguientes preguntas:
  - **¿En todos los problemas con fracciones que se les presentan a los escolares estas se interpretan como partes de un todo?**
  - **¿Por qué crees que es importante contar con más de una interpretación de las fracciones?**
  - **¿Se deben enseñar las interpretaciones de las fracciones a los alumnos o es un conocimiento propio del profesor?**
- Para comenzar a analizar el caso, pregunte quiénes están de acuerdo con Amankay y por qué. Asegúrese de que se expresen las distintas posiciones.
- Pida a distintos grupos que compartan los argumentos que pueden ayudar a convencer a Ailin a favor de introducir otras interpretaciones en el trabajo escolar de las fracciones. En esta parte se espera que los alumnos den argumentos más bien generales.

VOLVER

CONCLUSIÓN DE LA DISCUSIÓN (5 min)

Se sugiere considerar las siguientes ideas al cierre de la discusión:

- Las fracciones que están involucradas en los problemas que se les plantean a niños y niñas en la escuela pueden tener asociadas distintas interpretaciones. Reconocer la manera en que se interpreta la fracción en su contexto es fundamental para que los alumnos den sentido a la manera en que se están usando dichas fracciones.
- Introducir otras interpretaciones contribuye a avanzar en la comprensión de la fracción como un solo número y no como dos números separados por una línea, que es lo que suele ocurrir cuando el estudiante tiene una interpretación de la fracción limitada a parte-todo y que pudimos observar en las respuestas erróneas de niños presentados en la Clase 1.

VOLVER

CIERRE DE LA ACTIVIDAD

Para finalizar la actividad comente los puntos que se indican a continuación (puede usar las diapositivas 24 a 26):

- Las siguientes son algunos de los motivos que sustentan la importancia de trabajar las tres interpretaciones de fracciones estudiadas en esta unidad:
  - Un uso restringido a la interpretación parte-todo puede provocar en los estudiantes una imagen incorrecta de la fracción como un objeto matemático compuesto por dos números y no como un solo número.
  - Trabajar problemas en los que las fracciones tienen otras interpretaciones, como el de reparto equitativo o el de medida, contribuyen a avanzar en la comprensión de los estudiantes de la fracción como número.
  - Las interpretaciones de las fracciones permiten situar fracciones en la recta numérica.

- En general, la literatura hace referencia a 5 principales interpretaciones de las fracciones (Behr et al., 1993; Kieren, 1988; Lamon, 1999): *parte-todo*, *cociente* (reparto equitativo), *medida*, *razón* y *operador*. En esta unidad abordamos las tres primeras, asociadas a los usos comunes de las fracciones en los primeros niveles escolares. Las otras dos requieren que el niño adquiera nociones matemáticas que se estudian en los siguientes niveles.

- Para que niños y niñas comprendan el concepto de fracción, se requiere introducir de manera gradual durante su escolaridad situaciones en las que aparezcan las diversas interpretaciones.

- Conocer distintas interpretaciones de las fracciones es un conocimiento que le permite al profesor ampliar el ámbito de los problemas a los que debe enfrentar a los estudiantes con el fin de enriquecer su comprensión de las fracciones.

VOLVER

ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

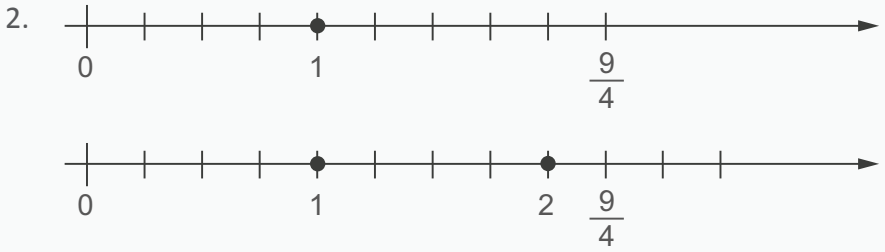
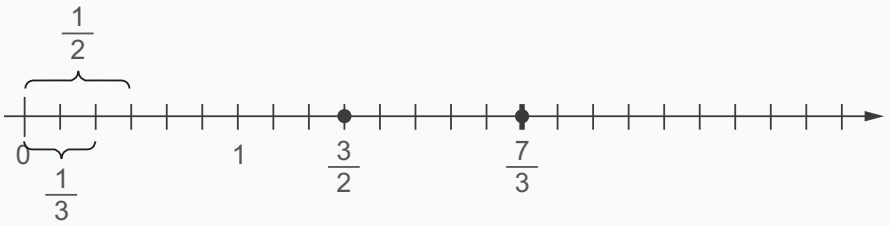
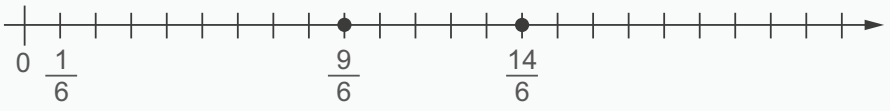
- Es posible que algunos estudiantes centren parte de la discusión en debatir sobre la posibilidad de ir más allá de lo que establece el currículum de manera explícita respecto de las interpretaciones de las fracciones. En este caso, pregúnteles si creen que los problemas a los que se deben enfrentar los estudiantes en este nivel son solo de parte-todo y si el profesor debe ignorar intencionalmente cualquier problema que haga referencia a otras interpretaciones.

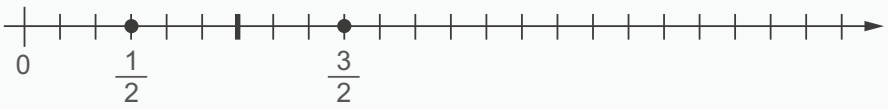
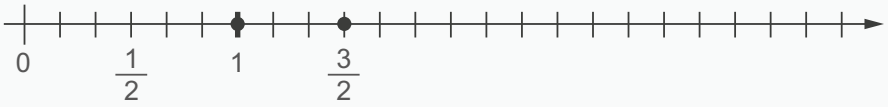
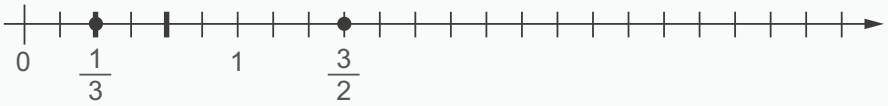
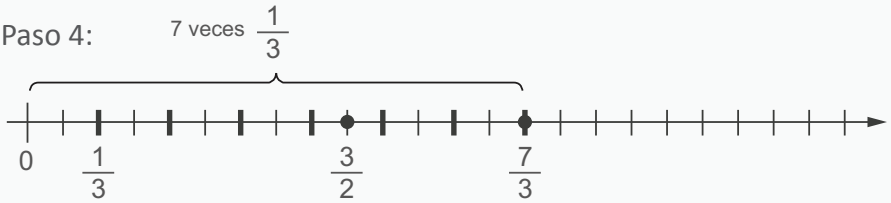
- Se espera que entre las razones que den los estudiantes a favor de trabajar otras interpretaciones de fracciones, estén los errores provocados por la comprensión acotada de las fracciones a la interpretación parte-todo, lo que los lleva a pensar en las fracciones como dos números. Si esto no sucede, recuérdeles la situación vista en la Clase 1 y pídales analizar la relación que tiene con este caso.

- Es probable que los estudiantes no consideren de manera espontánea en sus argumentos la contribución que hacen interpretaciones como la de medida y reparto equitativo a la comprensión de la fracciones como número.

VOLVER

RESPUESTAS EXPERTAS

Actividad	Respuesta experta
Actividad 1: Representando fracciones en la recta numérica	1. La fracción que expresa la longitud de cada uno de los trozos de cuerda es $\frac{9}{4}$.
	2. 
Actividad 2: Ubicando fracciones en la recta numérica	Algunas de las estrategias posibles son: ● Utilizar $\frac{3}{2}$ para ubicar la fracción $\frac{1}{2}$ y a partir de este número ubicar el 1. Luego identificar la fracción $\frac{1}{3}$ e iterarla 7 veces hasta ubicar $\frac{7}{3}$.  ● Amplificar las fracciones $\frac{3}{2}$ y $\frac{7}{3}$, obteniendo $\frac{9}{6}$ y $\frac{14}{6}$, respectivamente. Luego, ubicar la fracción $\frac{1}{6}$ e iterarlo 14 veces. 

Actividad	Respuesta experta
Actividad 3: Analizando una estrategia	1. Paso 1:  Paso 2:  Paso 3:  Paso 4: 
	2. i. Para situar $\frac{1}{2}$ fue necesario dividir el intervalo de 0 a $\frac{3}{2}$ en 3 partes iguales y considerar 1 de ellas. El propósito de determinar $\frac{1}{2}$ es disponer de una fracción unitaria que al iterarla permita identificar el 1. ii. Para hallar el 1 basta iterar la fracción $\frac{1}{2}$ una vez. El 1 se requiere para hallar la fracción unitaria $\frac{1}{3}$. iii. La posición de $\frac{1}{3}$ se determinó dividiendo el intervalo de 0 a 1 en 3 partes iguales. Se necesita de $\frac{1}{3}$ para ubicar $\frac{7}{3}$. iv. Para situar $\frac{7}{3}$ se contó intervalos de tamaño $\frac{1}{3}$.

Actividad	Respuesta experta
Actividad 4: ¿Por qué es importante contar con distintas interpretaciones de las fracciones?	1. Dos respuestas y justificaciones posibles son las siguientes: ● Estoy de acuerdo con Amankay, pues de esta manera se establecen relaciones entre distintos ejes del currículum y se profundiza en la noción de fracción. Además, aunque un contenido no esté explícito en el currículum, se debe considerar que este plantea conocimientos mínimos. ● Estoy de acuerdo con Ailin, pues primero hay que hacer el esfuerzo de cumplir con todos los objetivos de aprendizaje que se proponen en el currículum y si queda tiempo avanzar con otros temas.
	2. Para convencer a Ailin, Amankay podría dar los siguientes argumentos: ● La noción de fracción asociada únicamente a la interpretación parte-todo puede provocar diversos errores o dificultades en la comprensión del concepto fracción. ● Los errores o dificultades se pueden evidencian cuando los niños/as: ○ consideran el numerador como un número independiente del denominador, es decir, sin relación entre ellos. ○ extraen el numerador o el denominador de una fracción y le atribuyen propiedades de los números naturales. ○ representan dos fracciones considerando unidades distintas. ● Trabajar problemas en los que las fracciones tienen otras interpretaciones, como el de reparto equitativo o el de medida, contribuyen a avanzar en la comprensión de los estudiantes de la fracción como número.

MATERIAL PARA LOS ESTUDIANTES

MATERIAL

CLASE 1

Actividad 1

Trabajo en parejas. ¿En cuáles de los siguientes problemas la fracción $\frac{3}{5}$ expresa una relación **parte - todo**, esto es, en cuáles indica la relación entre un número de partes (3) y el número total de partes "iguales" en que fue dividido o componen el "todo" (5)? Justifica tu respuesta.

A. Ana compró una pizza, la dividió en 5 partes iguales y se comió 2 de ellas. ¿Qué fracción de la pizza sobró?

B. Juan tiene que repartir 3 pizzas entre 5 amigos. ¿Cuánta pizza le corresponde a cada amigo?

C. En una pecera hay 5 peces, 1 de color naranja, 3 grises y el resto azules. ¿Cuál es la fracción de peces grises en la pecera?

D. ¿Qué fracción del total del siguiente conjunto de estrellas son grises?

E. Roberto compró 3 L de bebida y los repartirá entre él y sus 4 hermanas. ¿Qué fracción representa la cantidad de bebida que le corresponden a cada uno de ellos?

F. Macarena dispone de 3 m de cinta para adornar 5 cajas de regalo similares, por lo que tendrá que cortar la cinta en partes iguales. ¿Qué fracción expresa el largo de la cinta que ocupará en cada caja?

Justifica tu respuesta.

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

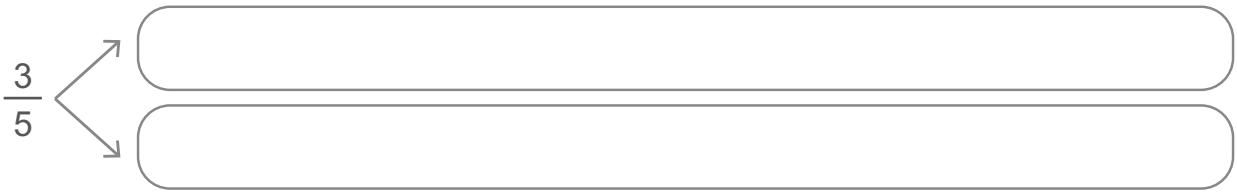
Actividad 2

Trabajo grupal. En la actividad anterior reconocimos dos interpretaciones de las fracciones:

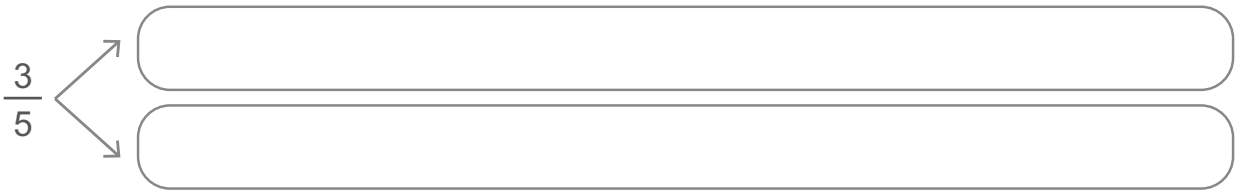
- Parte - todo (en los problemas A, C y D), y
- Reparto equitativo (en los problemas B, E y F).

1. En los problemas A y B anteriores, ¿cuál es el significado del numerador y del denominador de la fracción $\frac{3}{5}$?

   Problema A: Interpretación parte - todo

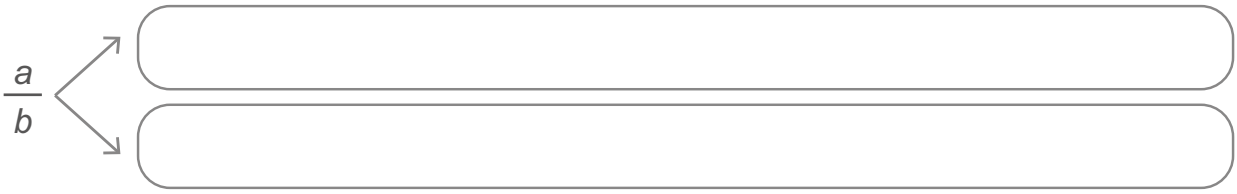
   $\frac{3}{5}$ 

   Problema B: Interpretación reparto equitativo

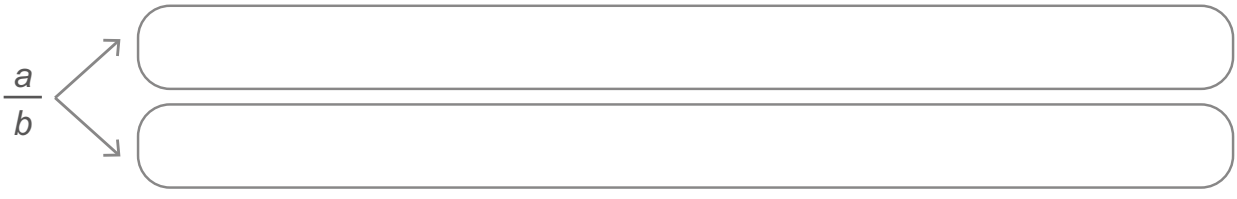
   $\frac{3}{5}$ 

2. Describe el significado que tiene el numerador y el denominador de una fracción $\frac{a}{b}$ cualquiera cuando esta se interpreta como:

   Parte - todo:

   $\frac{a}{b}$ 

   Reparto equitativo:

   $\frac{a}{b}$ 

Actividad 3

Trabajo grupal. A cada grupo se le entregó una hoja que contiene la respuesta de un/una estudiante de 4º básico al siguiente problema:

Elena come $\frac{1}{8}$ de una pizza. Alonso come $\frac{1}{5}$ de una pizza del mismo tamaño. ¿Quién come menos pizza?

1. Indica qué interpretación de las fracciones (parte - todo o reparto equitativo) se le puede asociar a las fracciones $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{5}$ que aparecen en el problema.

2. ¿Cuál crees que fue el razonamiento usado por el/la estudiante que le condujo al error?

Respuesta estudiante A

Problema:

Elena come $\frac{1}{8}$ de una pizza. Alonso come $\frac{1}{5}$ de una pizza del mismo tamaño.

¿Quién come menos pizza?

Respuesta:

Alonso comió lo mismo porque el numerador es el mismo y por eso que un pedaso cada uno.

Respuesta estudiante B

Problema:

Elena come $\frac{1}{8}$ de una pizza. Alonso come $\frac{1}{5}$ de una pizza del mismo tamaño. ¿Quién come menos pizza?

Respuesta:

Elena comío mas pizza que Alonso

¿porque?

$\frac{1}{8}$ es mas grande que un $\frac{1}{5}$

El 8 es mas grande que el 5

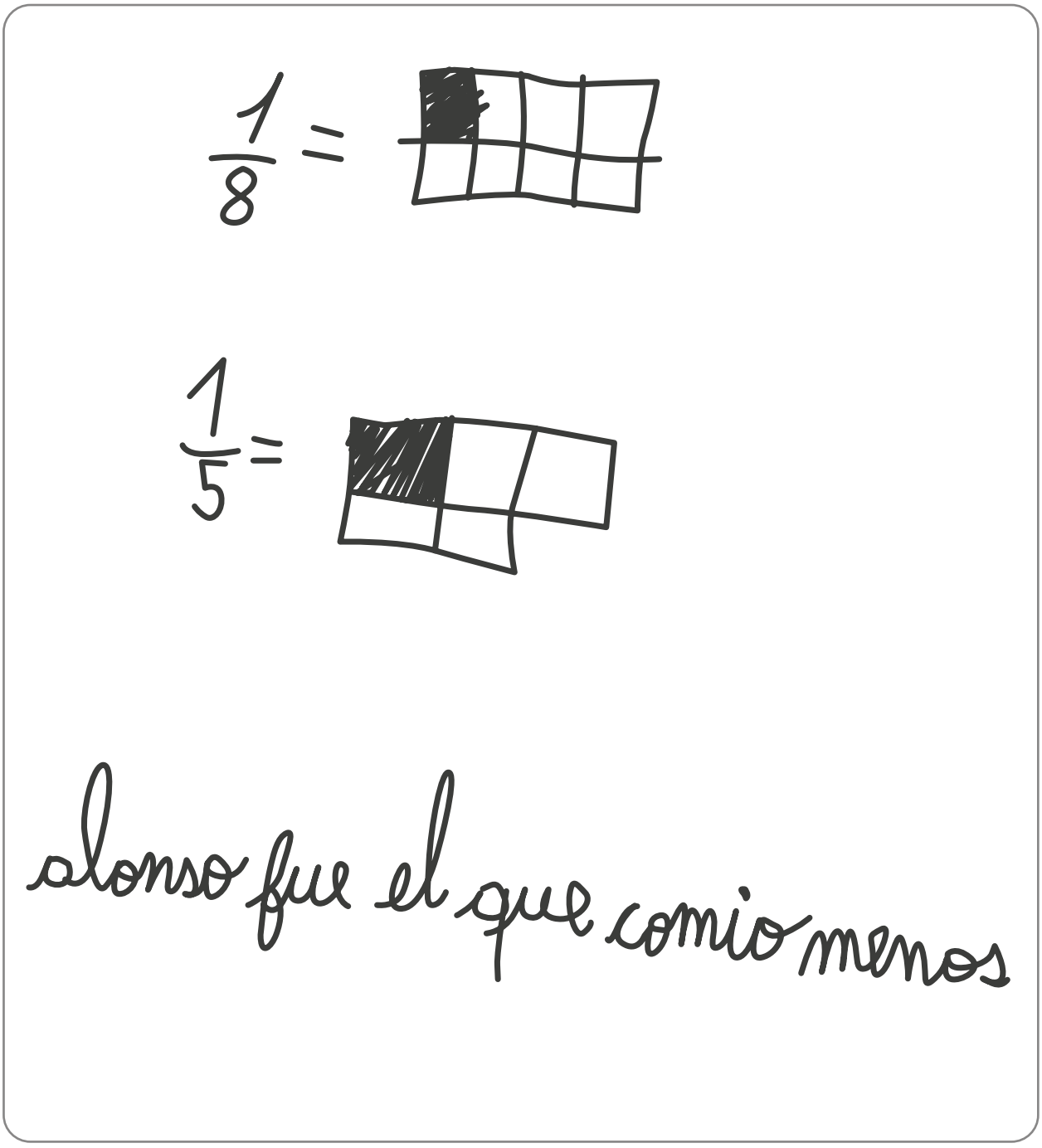
Respuesta estudiante C

Problema:

Elena come $\frac{1}{8}$ de una pizza. Alonso come $\frac{1}{5}$ de una pizza del mismo tamaño.

¿Quién come menos pizza?

Respuesta:



FICHA DE SISTEMATIZACIÓN

Unidad de aprendizaje
Interpretaciones de las fracciones.

Clase 1
Las fracciones como parte-todo y como reparto equitativo.

Meta de la clase
Al finalizar la clase se espera que hayas logrado reconocer que las fracciones tienen distintas interpretaciones según el uso que se les da en los contextos en que aparecen, y comprender la importancia de plantear problemas en el ámbito escolar que consideren esta diversidad de interpretaciones.

Palabras clave
Fracción, interpretaciones de fracciones, fracción como parte-todo, fracción como reparto equitativo.

Preguntas que ahora puedes responder

- ¿De qué depende que las fracciones adopten distintas interpretaciones?
- ¿En qué casos una fracción se interpreta como parte-todo?
- ¿En qué casos una fracción se interpreta como reparto equitativo?
- ¿Por qué es importante no restringir la enseñanza de las fracciones a una sola interpretación?

Recapitulemos

- Si bien las fracciones se conceptualizan como **números**, estas pueden ser **interpretadas de distintas maneras** de acuerdo con los usos que se les puede dar en los contextos en que ellas aparecen.
- Llamamos interpretaciones de las fracciones a los diferentes usos que se les da a las fracciones. En esta clase distinguimos dos interpretaciones de fracciones:
  - **Parte-todo:** surge cuando se quiere dividir un "todo" en partes "iguales" y comparar algunas ellas con el número total de partes "iguales" que componen el "todo". En este caso, el numerador indica el número de partes que se desea comparar, y el denominador el número total de partes "iguales" en que se dividió o que componen el "todo".
  - **Reparto equitativo:** la fracción expresa el resultado que se obtiene al repartir equitativamente una cantidad en un determinado número de partes, sin que sobre nada. En este caso, el numerador indica la cantidad a repartir y el denominador el número de partes en que se reparte.

- Un **error** asociado al aprendizaje de las fracciones derivado de una c**omprensión parcial de la fracción limitada a la interpretación como parte-todo**, es pensar que la fracción está compuesta por dos números independientes (numerador y denominador) en vez de considerarla como un solo número. Esta concepción errónea lleva, por ejemplo, a comparar fracciones a través solo de sus numeradores o solo de sus denominadores

- Limitar el trabajo a la interpretación parte-todo en la enseñanza de fracciones puede dificultar que los estudiantes avancen en su comprensión de la fracción como número. Por ello, es importante **enfrentar progresivamente a niños y niñas con situaciones en que las fracciones se interpreten de distinto modo**.

Para profundizar

Te sugerimos revisar las siguientes referencias:

- Fazio, L., Siegler, R. (2010). Enseñanza de las fracciones. Suiza: Academia Internacional de la Educación y la Oficina Internacional de Educación (UNESCO).

- Lewin, R., López, A., Martínez, S., Rojas, D., y Zanocco, P. (2014). REFIP Matemática: Números para futuros profesores de Educación Básica. Santiago: Ediciones SM.

- Llinares, S., Sánchez, M. (1998). *Fracciones*. Capítulo 3 (Págs. 51-77). España: Editorial Síntesis.

Tarea 1

Trabajo en parejas. Seleccionen un texto escolar de 4° básico e identifiquen los problemas de fracciones que allí aparecen. Completen una tabla como la siguiente para clasificar los problemas encontrados según la interpretación de fracción que se indica en cada caso:

	Problemas
Interpretación parte - todo	
Interpretación reparto equitativo	
Otras interpretaciones	

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

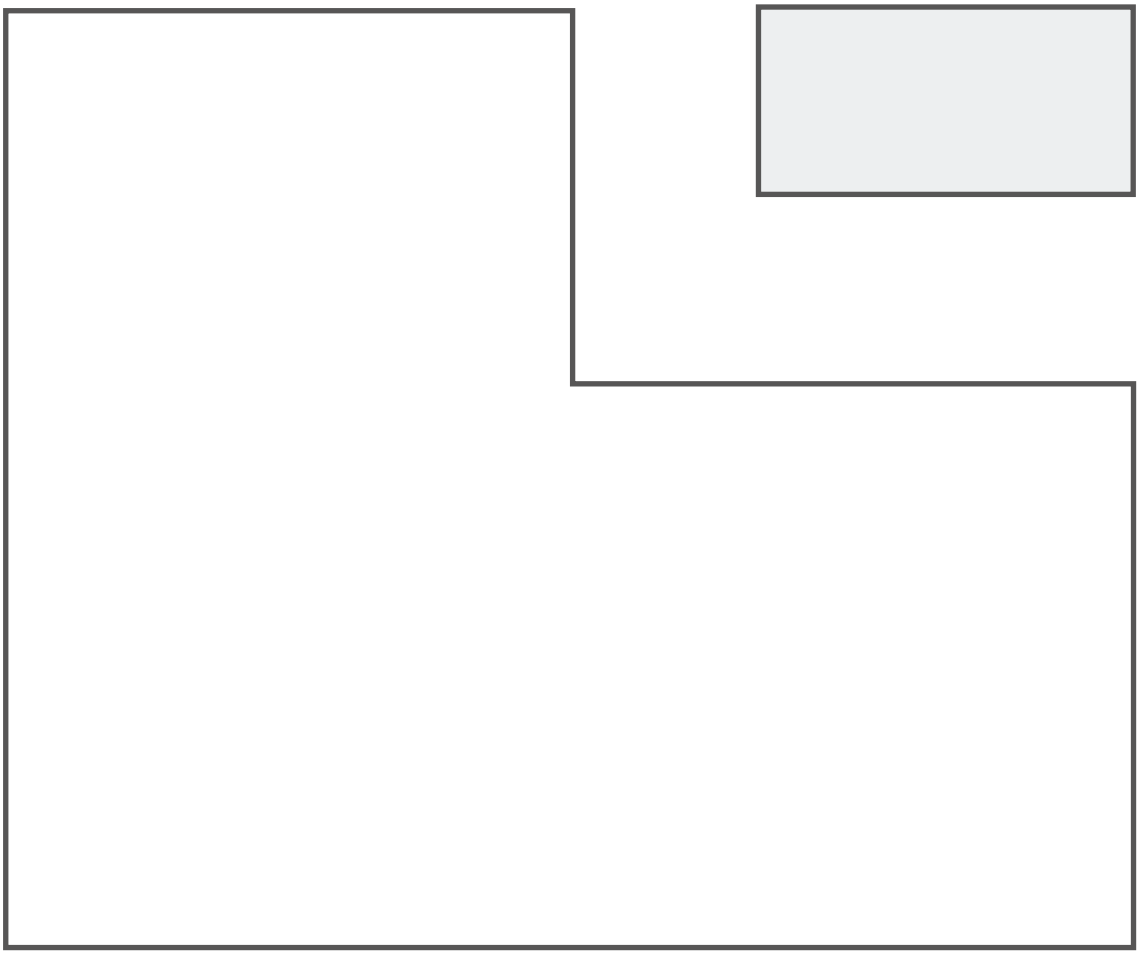
MATERIAL

CLASE 2

Actividad 1

Trabajo en parejas. Eduardo tiene que embaldosar la terraza de una casa utilizando baldosas rectangulares. Él dibujó un plano de la terraza y recortó un rectángulo que representa una baldosa, ambos en la misma escala.

Plano de la terraza A



Baldosa

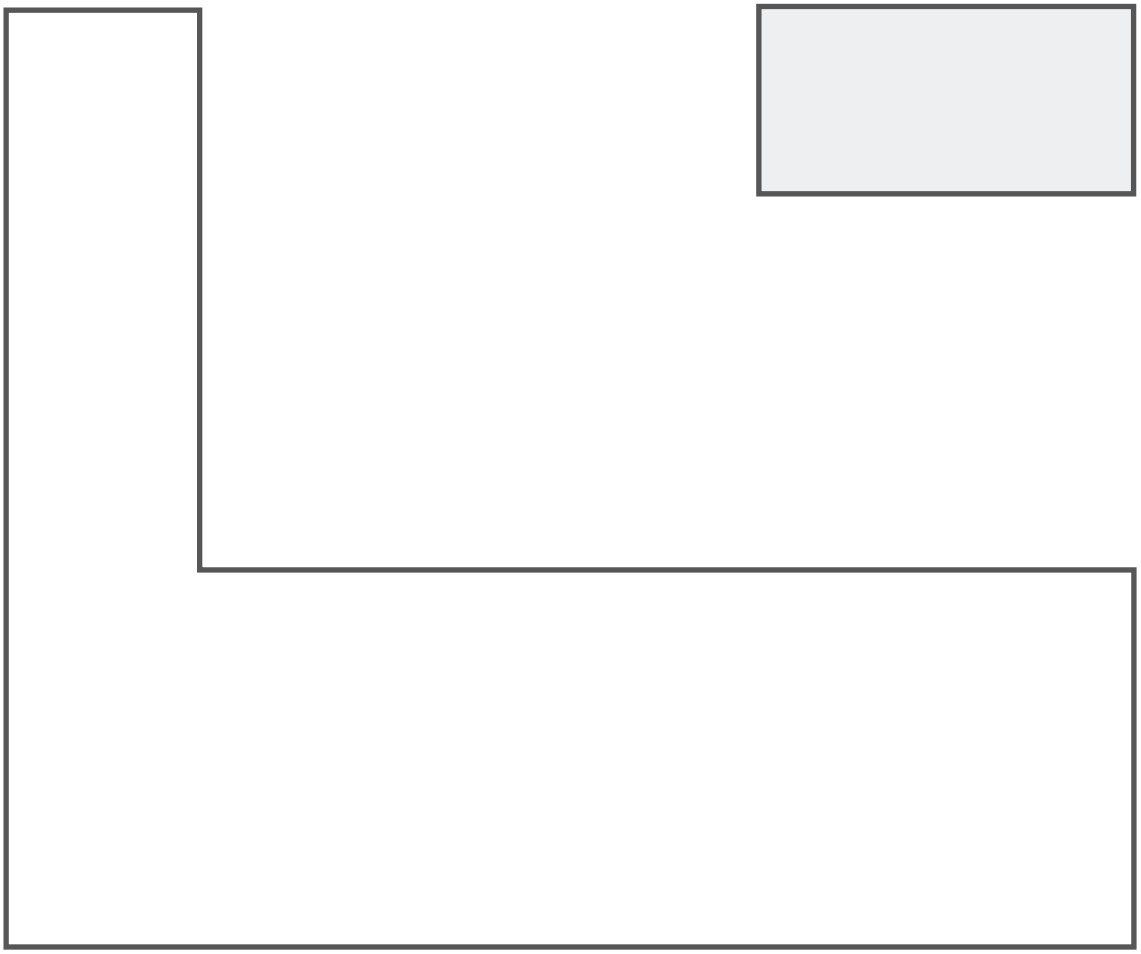
¿Cuál es la medida de esta terraza? Ocupa la baldosa para expresar esa medida y explica el procedimiento utilizado.

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Actividad 2

Trabajo en parejas. Eduardo quiere embaldosar otra terraza usando el mismo tipo de baldosas.

Plano de la terraza B



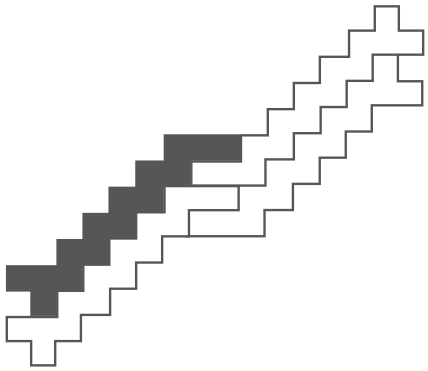
Baldosa

¿Cuál es la medida de esta terraza? Emplea la misma baldosa de la actividad anterior. Explica el procedimiento que usaste.

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Actividad 3

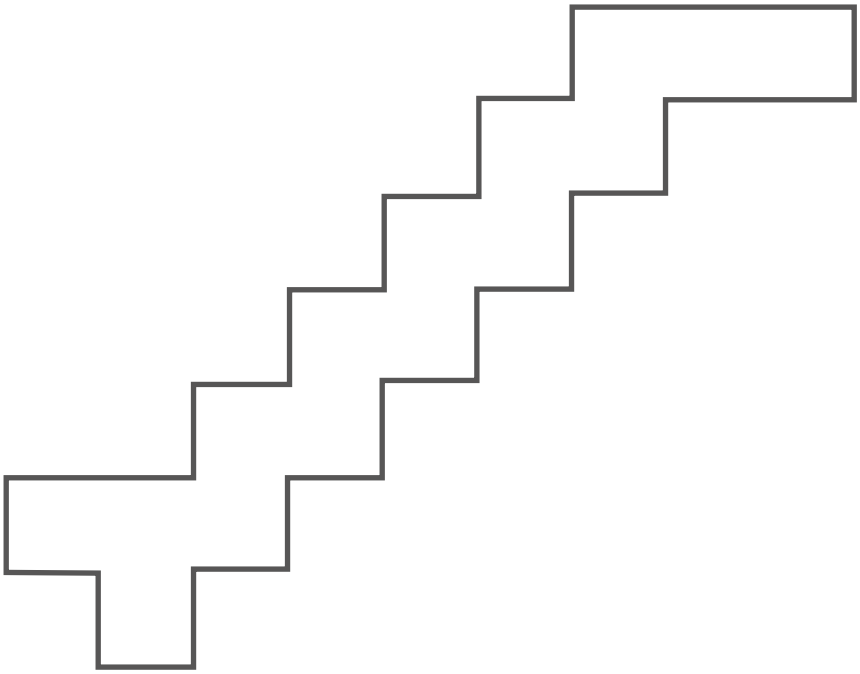
Trabajo en parejas. Eduardo ahora necesita embaldosar el camino de entrada al jardín usando la misma baldosa que utilizó anteriormente. El siguiente es el plano del camino:



Eduardo comenzará con la parte del camino marcada de color rojo, que es la que se muestra en el siguiente plano junto a la baldosa, ambas en la misma escala.

Baldosa

Parte del camino



Actividad 3

1. ¿Qué fracción de la baldosa se puede iterar para cubrir de manera exacta esa parte del camino?

2. Señala el número de veces que se debió iterar esa fracción de la baldosa.

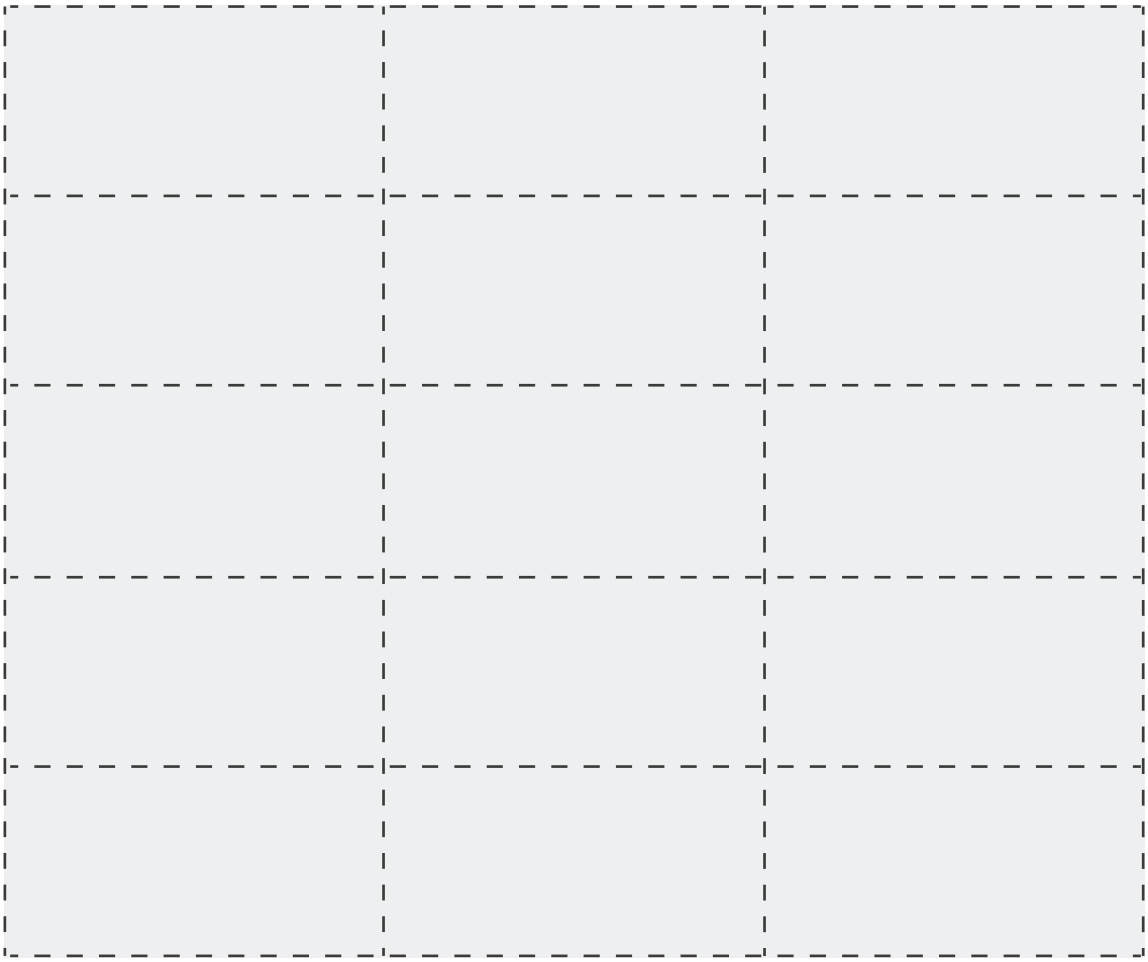
3. De acuerdo con lo anterior, ¿cuál es la medida de esa parte del camino?

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Anexo: Plantilla para imprimir y recortar las baldosas

Verifique que el tamaño de la baldosa impresa coincide con el tamaño de la baldosa que aparece en las hojas de actividades de los estudiantes.

Entregue máximo dos baldosas a cada grupo.



Observación: Asegúrese de que los bordes de la baldosa cortada no contengan líneas punteadas.

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

FICHA DE SISTEMATIZACIÓN

Unidad de aprendizaje
Interpretaciones de las fracciones.

Clase 2
Las fracciones como medida.

Meta de la clase
Al finalizar la clase se espera que hayas logrado comprender la interpretación de las fracciones como medida.

Palabras clave
Fracción, unidad de medida, proceso de medir, fracción unitaria, interpretación de medida de las fracciones.

Preguntas que ahora puedes responder

- ¿Cuándo una medida puede ser expresada por medio de una fracción? ¿Cuándo puede ser expresada en notación de número mixto?
- ¿Cuál es el significado del numerador y del denominador de una fracción que tiene asociada la interpretación de medida?

Recapitulemos

- En el **proceso de medir** distinguimos tres etapas:
  1. Identificar la magnitud que se quiere medir.
  2. Elegir o adoptar la unidad de medida con la que se llevará a cabo la medición.
  3. Iterar la unidad de medida para saber cuántas veces cabe en la magnitud que se quiere medir.
- Cuando la unidad está contenida un número entero de veces en la magnitud, su medida queda expresada por un número natural. Si esto no ocurre, en algunos casos es posible expresar la medida a través de fracciones. Cuando en un contexto la fracción se utiliza con el fin de expresar una medida, decimos que la fracción se **interpreta como medida**.
- Una medida puede ser expresada a través de una fracción si es posible subdividir la unidad de medida en partes iguales, de manera que al iterar una de esas partes, ella esté contenida de manera exacta en la magnitud que se quiere medir. En particular, que la fracción $\frac{a}{b}$ represente una medida significa que la unidad de medida se subdividió en b partes iguales para determinar una parte correspondiente a la **fracción unitaria** $\frac{1}{b}$ que al iterarla a veces cubre de manera exacta la magnitud que se desea medir. De este modo, la fracción se interpreta como $\frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$.

- Si para medir una magnitud se utiliza tanto la unidad como una parte de ella, su medida puede quedar expresada en notación de número mixto.
- La siguiente tabla caracteriza las tres interpretaciones de las fracciones abordadas en esta unidad:

Uso	Interpretación	Significado del numerador y denominador
La fracción describe una comparación entre un número de partes y el número total de partes "iguales" en que se divide o que componen el "todo".	Parte-todo	El **numerador** indica el número de partes o elementos que se compara con el todo. El **denominador** señala el número de partes iguales en que se dividió el todo o el número de elementos que lo componen.
La fracción expresa el resultado de un reparto equitativo.	Reparto equitativo	El **numerador** indica la cantidad a que se repartirá equitativamente. El **denominador** señala el número de partes en que se quiere repartir esa cantidad.
La fracción expresa una medida.	Medida	El **denominador** indica el número de partes iguales en que se subdividió la unidad para hallar una parte (fracción unitaria) que al iterarla cubra la magnitud que se medirá. En **numerador** indica el número de veces que se debe iterar esa parte para cubrir dicha magnitud.

Para profundizar

Te sugerimos revisar las siguientes referencias:

- Fazio, L., Siegler, R. (2010). Enseñanza de las fracciones. Suiza: Academia Internacional de la Educación y la Oficina Internacional de Educación (UNESCO).
- Lewin, R., López, A., Martínez, S., Rojas, D., y Zanocco, P. (2014). REFIP Matemática: Números para futuros profesores de Educación Básica. Santiago: Ediciones SM.
- Llinares, S., Sánchez, M. (1998). *Fracciones*. Capítulo 3 (Págs. 51-77). España: Editorial Síntesis.

Tarea 2

1. Identifica cuál de las interpretaciones de fracciones vistas en clase es la que más se ajusta al contexto de cada una de las siguientes situaciones:

   a) Antonia repartió equitativamente 2 chocolates entre sus 5 amigos. ¿Qué fracción de chocolate recibe cada uno de ellos?

   b) $\frac{5}{6}$ de los estudiantes del curso asistieron al último día de clases.

   c) Para llenar un recipiente es necesario vaciar en él $\frac{7}{4}$ vasos de agua.

   d) Un granjero ocupa $\frac{3}{7}$ de su terreno para sembrar tomates.

   e) El bus demoró $\frac{1}{4}$ de hora en llegar al siguiente paradero.

   f) En una carretera las luminarias se colocan entre sí a $\frac{1}{6}$ de kilómetro. Si en la carretera hay 72 luminarias, ¿cuántos kilómetros tiene la carretera?

   g) En una clase se dispone de 40 min en total para que 3 grupos expongan. ¿Cuánto tiempo tiene cada grupo para exponer?

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Tarea 2

2. Considera el siguiente enunciado en que la fracción se interpreta como medida:

> "Para pintar una pared se necesitan $\frac{17}{8}$ tarros de pintura".

a) ¿Cuál es la unidad de medida?

b) ¿Cuál es la fracción unitaria utilizada para expresar la medida de pintura requerida para pintar la pared?

c) ¿Cuántas veces se debe iterar la fracción unitaria para encontrar esa medida?

3. Se desea medir el largo de las tablas A y B, que se observan en la siguiente figura, usando la longitud de la varilla U como unidad de medida. Utiliza el recurso disponible en https://ggbm.at/d5faaak9 para hallar fracciones que expresen dichas medidas.

U

A

B

MATERIAL

CLASE 3

Actividad 1

Trabajo en parejas. Considera el siguiente problema:

José tiene una cuerda de 9 m de largo y quiere cortarla en 4 trozos del mismo tamaño.

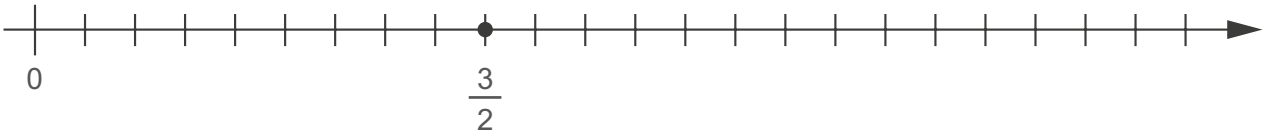
1. ¿Cuál es la fracción que expresa la longitud de cada uno de los trozos?

2. Representa la solución del problema en la siguiente recta numérica:

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Actividad 2

Trabajo en parejas. Sitúa la fracción $\frac{7}{3}$ en la siguiente recta numérica:



Explica el procedimiento que utilizaste.

Actividad 3

Trabajo en grupal. A continuación, analizaremos un procedimiento para ubicar $\frac{7}{3}$ en la recta numérica a partir de la posición de $\frac{3}{2}$.

Procedimiento

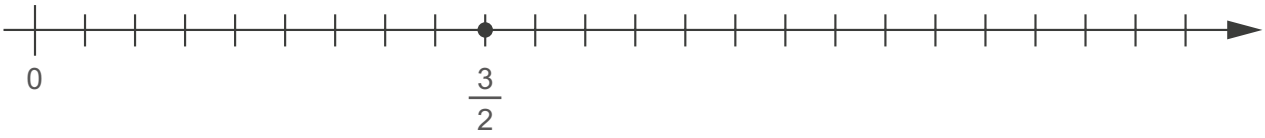
Paso 1: Ubica $\frac{1}{2}$ a partir de la posición de $\frac{3}{2}$.

Paso 2: A partir de lo anterior, encuentra el 1.

Paso 3: Ubica $\frac{1}{3}$.

Paso 4: Usa la fracción $\frac{1}{3}$ para hallar $\frac{7}{3}$.

1. En la recta numérica dada, sigue la secuencia propuesta.



2. Responde las siguientes preguntas:

i. ¿Cómo ubicaste $\frac{1}{2}$ en el paso 1? ¿Cuál es el propósito de ubicar $\frac{1}{2}$?

Actividad 3

ii. ¿Cómo encontraste el 1 en el paso 2? ¿Por qué es importante ubicar el 1?

iii. ¿Cómo ubicaste $\frac{1}{3}$ en el paso 3? ¿Por qué se necesita encontrar $\frac{1}{3}$?

iv. ¿Cómo hallaste $\frac{7}{3}$ en el paso 4?

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

Actividad 4

Trabajo en grupal. Considera el caso que se describe a continuación y responde las preguntas que se plantean:

Caso:
Las profesoras Amankay y Ailin se juntan para planificar la unidad de fracciones para sus respectivos cursos de 5º básico. Amankay plantea la idea de aprovechar que en la unidad anterior trabajaron temas de medida para profundizar en la comprensión de la fracción introduciendo problemas de fracciones que se interpretan como medida. Ailin no está de acuerdo, ya que hasta 4º básico el currículum dice que deben trabajarse problemas en los que la fracción se interprete como parte-todo, y en 5º no se propone agregar ninguna otra interpretación. Además, Ailin argumenta que lo central en 5° básico es ver distintas representaciones de fracciones, incluida la recta numérica. Amankay insiste en que es necesario trabajar con otras interpretaciones, aunque el currículum no lo diga explícitamente.

1. ¿Estás de acuerdo con Amankay? Justifica.

2. ¿Qué argumentos podría dar Amankay para convencer a Ailin? Considera las ideas abordadas en esta Unidad.

Material elaborado en el marco del proyecto FONDEF - CONICYT ID16I10119.

FICHA DE SISTEMATIZACIÓN

Unidad de aprendizaje
Interpretaciones de las fracciones.

Clase 3
Fracciones en la recta numérica.

Meta de la clase
Al finalizar la clase se espera que hayas logrado representar fracciones en la recta numérica a través de distintos procedimientos y los justifiques a partir de las interpretaciones de fracciones. Además, se espera que a través del trabajo realizado comprendas la importancia de usar una diversidad de interpretaciones para las fracciones en el trabajo escolar.

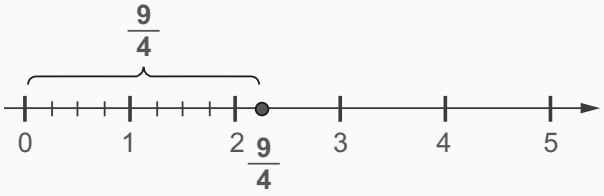
Palabras clave
Fracciones, recta numérica, interpretaciones parte-todo, reparto equitativo y medida de las fracciones, particionar, unificar.

Preguntas que ahora puedes responder

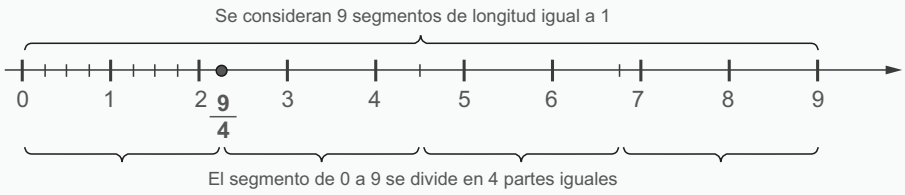
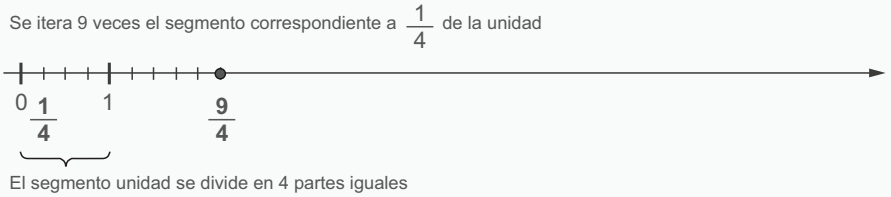
- ¿De qué maneras se puede representar una fracción en la recta numérica?
- ¿Qué interpretación de la fracción se aplica en cada uno de los procedimientos para representar fracciones en la recta numérica?
- ¿De qué formas se puede situar una fracción en la recta numérica dados otra fracción y cierto número de subdivisiones en ella?
- ¿Qué procesos se ponen en juego al situar una fracción en la recta numérica?
- ¿Por qué es importante trabajar distintas interpretaciones de las fracciones en la escuela?

Recapitulemos

- Una fracción se representa en la recta numérica a través de un punto y también como la longitud desde 0 hasta dicho punto.



- Las fracciones pueden ser representadas en la recta numérica siguiendo diversos procedimientos, los que se fundamentan en distintas interpretaciones de fracciones. En la siguiente tabla se presentan procedimientos basados en las 3 interpretaciones vistas en esta unidad:

Interpretación	**Procedimiento para representar la fracción $\frac{9}{4}$**
Parte - todo	
Reparto equitativo	
Medida	

- Al representar fracciones en la recta numérica, las abstraemos de su contexto, lo que permite destacar su carácter numérico. Ellas, al igual que los números naturales, expresan cantidad.

- Situar una fracción en la recta numérica requiere interpretar la información que proveen las marcas de las subdivisiones dadas y la relación que estas tienen con los números ubicados en ella. En el trabajo de situar fracciones en la recta numérica se aplican de manera sucesiva dos procesos:

  - **Particionar**: subdividir un intervalo en partes iguales.

  - **Unificar**: agrupar las subunidades para formar intervalos de mayor tamaño.

  Subdividir y agrupar los intervalos dados en la recta numérica permiten situar una fracción $\frac{a}{b}$ contando intervalos de tamaño $\frac{1}{b}$.

- Las siguientes son algunos de los motivos que sustentan la importancia de trabajar las tres interpretaciones de fracciones estudiadas en esta unidad:
  - Un uso restringido a la interpretación parte-todo puede provocar en los niños y niñas una imagen incorrecta de la fracción como un objeto matemático compuesto por dos números y no como un solo número.
  - Trabajar problemas en los que las fracciones tienen otras interpretaciones, como el de reparto equitativo o el de medida, contribuyen a avanzar en la comprensión de los/las estudiantes de la fracción como número.
  - Las interpretaciones de las fracciones permiten situar fracciones en la recta numérica.

- En general, la literatura hace referencia a 5 principales interpretaciones de las fracciones (Behr et al., 1983; Kieren, 1988; Lamon, 1999): **parte-todo**, **cociente** (**reparto equitativo**), **medida**, **razón** y **operador**. En esta unidad abordamos las tres primeras, asociadas a los usos comunes de las fracciones en los primeros niveles escolares. Las otras dos requieren que el niño o niña adquiera nociones matemáticas que se estudian en los siguientes niveles.

- Para que niños y niñas alcancen una comprensión global del concepto de fracción, se requiere introducir, de manera gradual durante la escolaridad, situaciones en las que aparezcan las diversas interpretaciones.

- Conocer distintas interpretaciones de las fracciones es un conocimiento clave para el profesor o profesora, que le permite ampliar el ámbito de los problemas a los que debe enfrentar a niños y niñas con el fin de enriquecer su comprensión.

Para profundizar

Te sugerimos revisar las siguientes referencias:

- Fazio, L., Siegler, R. (2010). Enseñanza de las fracciones. Capítulo 2: Las fracciones son números (pp. 10-11).

- Lewin, R., López, A., Martínez, S., Rojas, D., y Zanocco, P. (2014). REFIP Matemática: Números para futuros profesores de Educación Básica. Santiago: Ediciones SM.

- Llinares, S., Sánchez, M. (1998). *Fracciones*. Capítulo 4 (pp. 114-115). España: Editorial Síntesis.