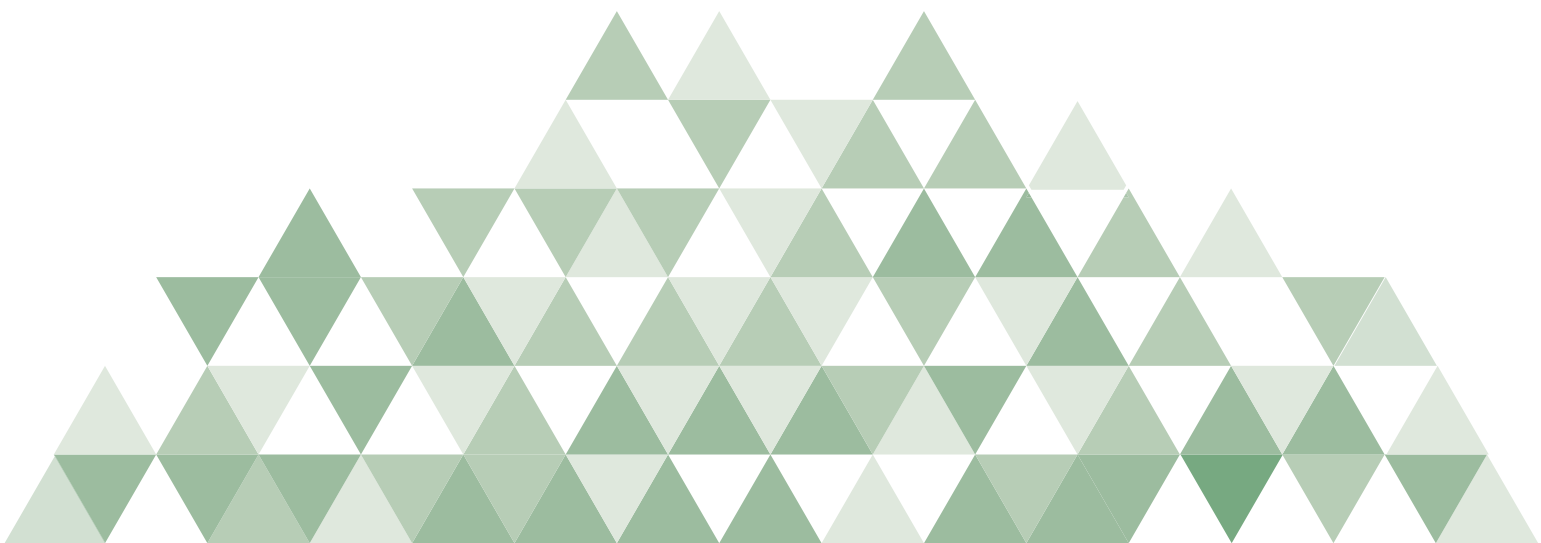


SUMA Y SIGUE MATEMÁTICA EN LÍNEA

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

FICHAS TALLER:
ESTIMACIÓN CON NÚMEROS DECIMALES

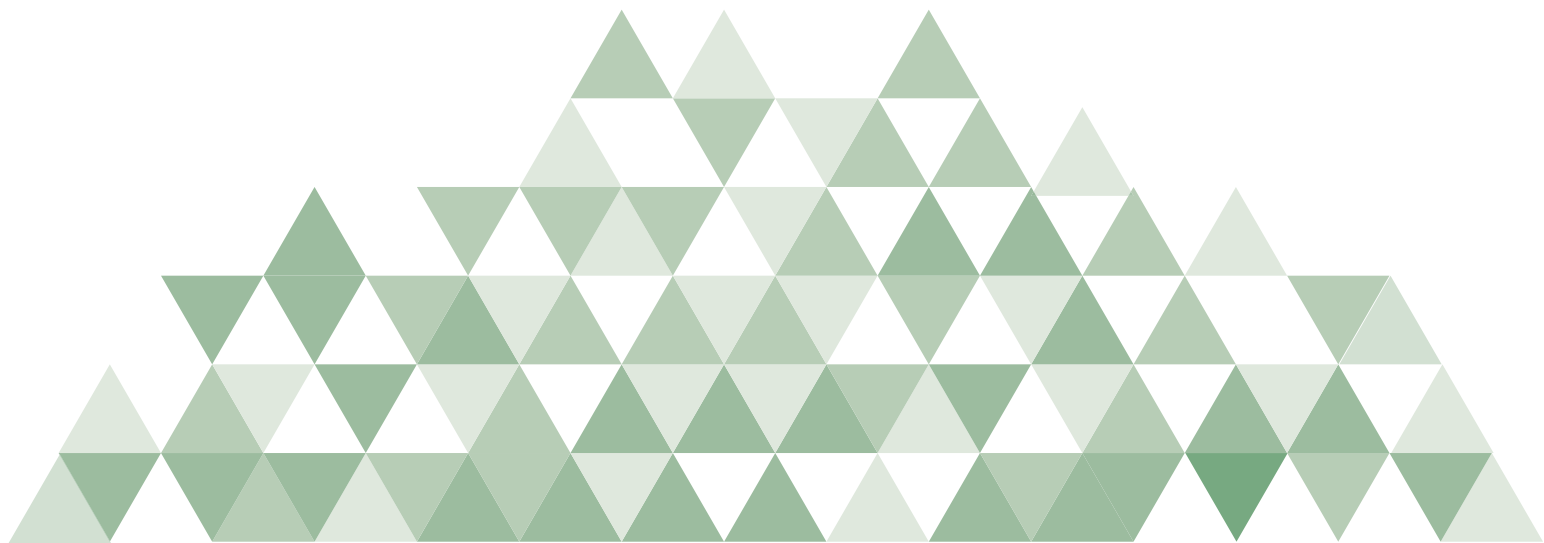


INTRODUCCIÓN

En este taller se abordó la estimación como un proceso mental en el que convergen la intuición, la lógica y la experiencia, y no como una mera *adivinación* de una cantidad. Se trabajaron aproximaciones numéricas que permitieron estimar sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de números expresados en su forma decimal. Además, para ciertas operaciones se cuantificaron los errores al aproximar, lo que nos permitió evaluar cuán precisa fue la estimación.

Las fichas que conforman este apartado contemplan los siguientes contenidos:

- Estimación y aproximación.
- Errores al estimar números y resultados de operaciones.
- Error absoluto y relativo.



TALLER 3: ESTIMACIÓN CON NÚMEROS DECIMALES



1. Estimación de cantidades o medidas

La **estimación** en matemática consiste en asignar un *valor cercano* al resultado de una operación numérica o a la medida de una cantidad desconocida, en función de las condiciones individuales de quien la realiza.

El valor cercano que se le asigna a un número o a una medida se denomina **aproximación**.



Comentarios

- La estimación permite dar respuestas a problemas en los cuales no es necesario determinar una solución exacta o es muy difícil o requiere mucho tiempo encontrarla.
- Estimar involucra un proceso mental en el que convergen la intuición, la lógica y la experiencia.
- Usualmente se utiliza el símbolo \approx para relacionar un número con su aproximación.



Ubicación

Taller: Estimación con números decimales
Actividad: Estimando marcas de natación.

TALLER 3: ESTIMACIÓN CON NÚMEROS DECIMALES



2. Aproximación por truncamiento

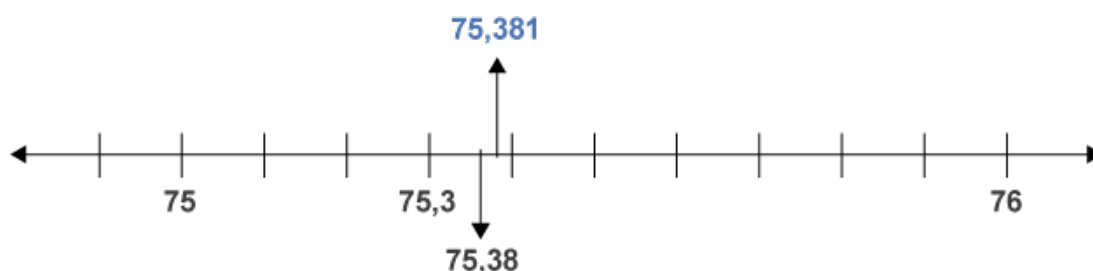
El **truncamiento** es un procedimiento que se utiliza para aproximar números, tanto naturales como decimales, en el cual no se considera la información que proporcionan algunas de sus cifras.

Este procedimiento consiste en que, una vez que se ha elegido el valor posicional al que se quiere aproximar, todas las cifras que quedan a la derecha de esa posición se sustituyen por ceros.

Por ejemplo, el número 75,381

- truncado a la decena es $70,000 = 70$
- truncado a la unidad es: $75,000 = 75$
- truncado a la décima es: $75,300 = 75,3$
- truncado a la centésima es: $75,380 = 75,38$

Notar que si el valor posicional al que se quiere truncar es una cifra decimal, entonces este procedimiento corresponde a eliminar todas las cifras decimales que están a la derecha del valor posicional elegido.



Por ejemplo, si truncamos 75,381 a la decena, podemos escribir: $75,381 \approx 70$.



Comentarios

- Si se trunca 75,381 a la decena, podemos escribir: $75,381 \approx 70$. Notar que 75,381 y su aproximación son cercanos en el sentido que su diferencia es menor que una decena. Si truncamos 75,381 a la centésima, escribimos $75,381 \approx 75,38$. En este caso, la diferencia entre el número y su aproximación es menor que una centésima.
- Si se trunca un número a cierta posición decimal, la diferencia entre el número y su aproximación es menor que la unidad de esa posición.
- Recordemos que toda fracción decimal admite una expresión decimal finita y otra infinita. Por ejemplo, la fracción $\frac{1}{4}$ se puede expresar como 0,25 o $0,24\bar{9}$.
- En estos casos, para efectos de truncamiento, se adoptará la convención de usar la expresión decimal finita. Así, el número $0,24\bar{9}$, truncado a la centésima, es 0,25.



Ubicación

Taller: Estimación con números decimales
Actividad: Estimando marcas de natación

TALLER 3: ESTIMACIÓN CON NÚMEROS DECIMALES

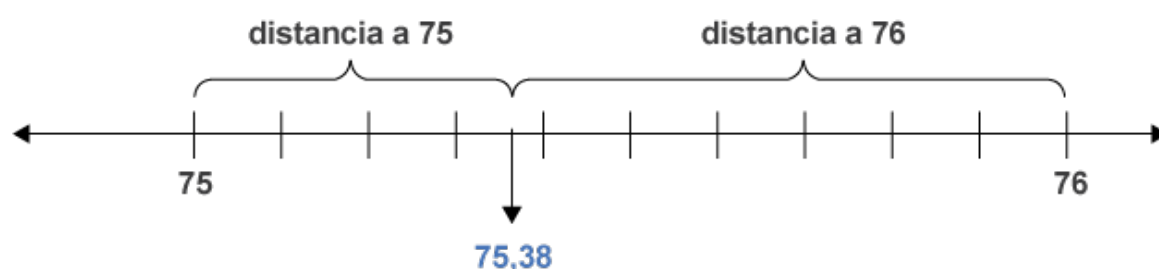


3. Aproximación por redondeo

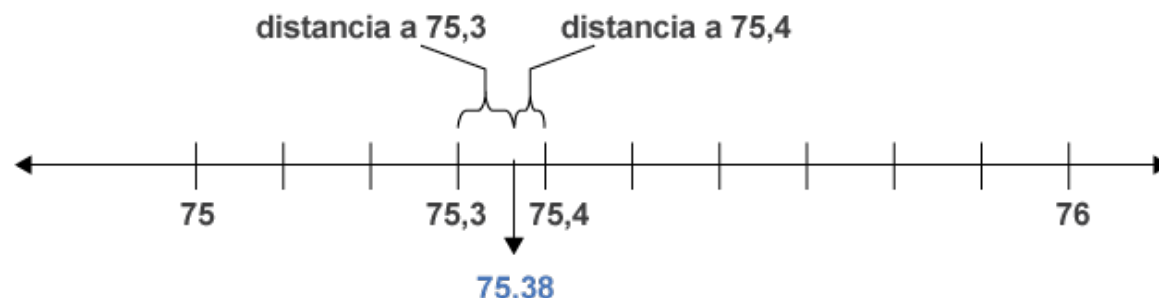
El **redondeo** es un procedimiento que se utiliza para aproximar números. Consiste en que, una vez que se ha elegido el valor posicional al que se quiere aproximar un número, se determina qué número, entre los que tienen la misma cantidad de cifras hasta ese valor posicional, es el más cercano.

Por ejemplo, el número 75,38:

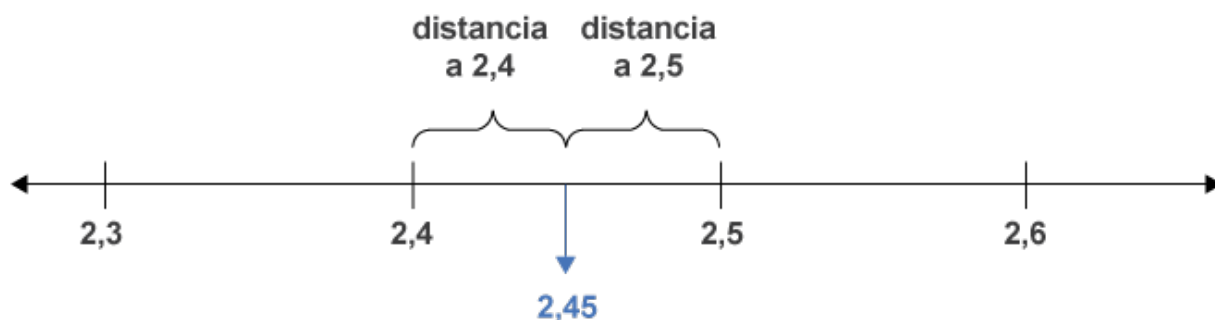
- redondeado a la unidad es 75, porque este número es el que está más cerca de 75,38 entre los que tienen la misma cantidad de cifras hasta la unidad.



- redondeado a la décima es 75,4 porque este número es el que está más cerca de 75,38 entre los que tienen la misma cantidad de cifras hasta la décima.



- En el caso que la menor distancia se alcance en dos de estos números, se debe optar por uno de ellos. La convención en este caso es que se aproxima al mayor de ellos. Por ejemplo, el número 2,45 está a igual distancia de 2,4 y de 2,5, por lo que redondeado a la décima es 2,5.





Comentarios

- De manera similar al caso del truncamiento, si se redondea un número a cierta posición decimal, la diferencia entre el número y su aproximación es menor que una unidad de esa posición. Más aun, esta diferencia es menor o igual a la mitad de una de estas unidades. Ejemplos:
 - la distancia entre 75,38 y su redondeo a la décima (75,4) es 0,02 menor que 0,05 (media décima).
 - la distancia entre 2,45 y su redondeo a la décima (2,5) es 0,05 que es igual a media décima.
- Al enseñar los tipos de aproximaciones, hay que tener en cuenta que lo importante es el sentido que tienen los procedimientos, más que las reglas que permiten obtener estas aproximaciones.
- La elección del valor posicional al cual se trunca o redondea un número depende del contexto en el que se esté trabajando y de las variables involucradas en él.



Ubicación

Taller: Estimación con números decimales
 Actividad: Estimando marcas de natación

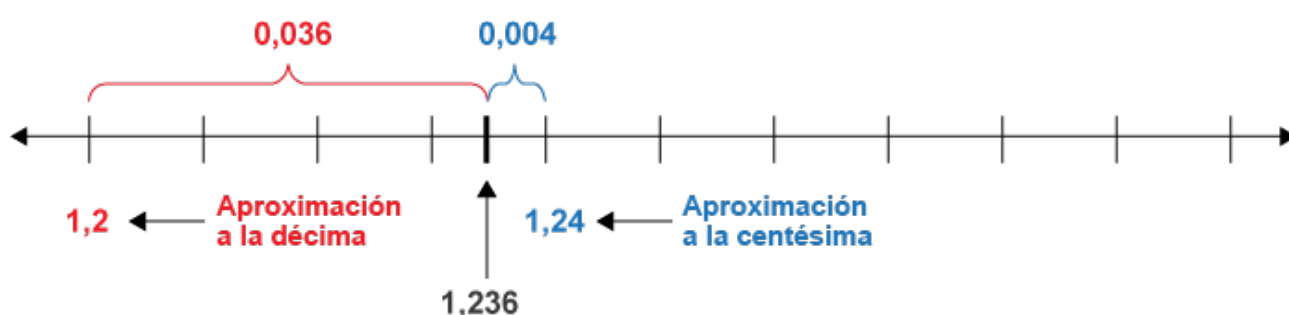
TALLER 3: ESTIMACIÓN CON NÚMEROS DECIMALES



4. El error en la estimación

A la diferencia positiva entre un número y su aproximación se le llama error. La magnitud del error permite comparar dos aproximaciones, es decir, permite identificar si en una de ellas el error es menor.

Por ejemplo, al redondear 1,236 a la décima se obtiene 1,2 y por tanto el error es $1,236 - 1,2 = 0,036$. En cambio, al redondear a la centésima, se obtiene 1,24, y por tanto el error es $1,24 - 1,236 = 0,004$. Notar que en ambos casos realizamos una resta de tal forma que la diferencia fuera positiva.



Comentarios

- En general, se dice que una aproximación es mejor que otra si su error es menor. Por esto, la mejor aproximación posible se obtendría en el caso límite que el error sea igual a cero, es decir, cuando esta coincide con el número que se buscaba aproximar.
- En la recta numérica, el error queda representado por la distancia que hay entre el número original y su aproximación.
- Mientras menor sea el valor posicional al que se desea aproximar, tanto por truncamiento como por redondeo, el número aproximado se encuentra más cerca o a la misma distancia del número original, es decir, se produce un error menor o igual.



Ubicación

Taller: Estimación con números decimales
Actividad: Estimando marcas de natación

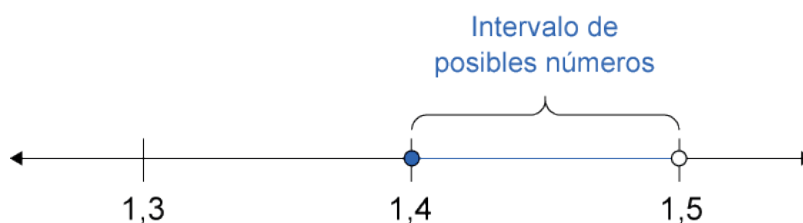
TALLER 3: ESTIMACIÓN CON NÚMEROS DECIMALES



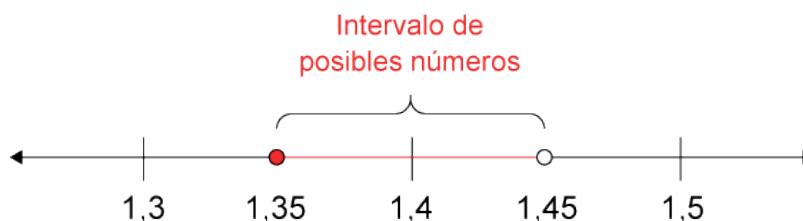
5. ¿Se puede recuperar el número exacto a partir de una aproximación de él?

Si se conoce la aproximación de un número obtenida por truncamiento o redondeo hasta una cierta cifra, se puede establecer el rango en el que se encuentra ese número.

En el caso del truncamiento, el rango de posibles número corresponde a un intervalo cuyo extremo izquierdo es igual a la aproximación. Por ejemplo, si al truncar se obtuvo 1,4, entonces el número puede ser cualquiera mayor o igual que 1,4 y menor que 1,5:



En el caso del redondeo, el rango corresponde a un intervalo centrado en el valor de la aproximación. Por ejemplo, si al redondear se obtuvo 1,4, entonces el número puede ser cualquiera mayor o igual que 1,35 y menor que 1,45:



Comentarios

- El resultado de una aproximación por redondeo o truncamiento implica una pérdida de información, la que, dependiendo del contexto, podría resultar relevante.
- En general, a partir de una aproximación no se puede recuperar el número exacto, pero si se dispone información sobre el tipo de aproximación realizada (redondeo o truncamiento) se puede determinar un intervalo en el que se encuentra dicho número.



Ubicación

Taller: Estimación con números decimales
Actividad: Estimando marcas de natación

TALLER 3: ESTIMACIÓN CON NÚMEROS DECIMALES



6. Una estimación o aproximación de un número puede ser por exceso o por defecto:

Una estimación o aproximación de un número puede ser por exceso o por defecto:

- Por **exceso**, si se estima o aproxima a un número mayor o igual que él.

Por ejemplo, dado el número 43,45, son aproximaciones por exceso 44, 43,5 y también 43,8.

- Por **defecto**, si se estima o aproxima a un número menor o igual que él.

Por ejemplo, dado el número 43,45, son aproximaciones por defecto 43, 43,4 y también 43,2.



Comentarios

- La elección del tipo de aproximación depende del número que se quiere aproximar y del contexto en el que se esté trabajando. En ciertas ocasiones es más conveniente aproximar por exceso y en otras por defecto.
 - Por ejemplo, si se quiere estimar la cantidad de comida que se necesita para alimentar un grupo de personas, conviene aproximar por exceso.
 - En cambio, si se tiene una cierta cantidad de comida y se desea estimar para cuántas personas alcanza, conviene aproximar por defecto.



Ubicación

Taller: Estimación con números decimales
Actividad: Estimando marcas de natación

TALLER 3: ESTIMACIÓN CON NÚMEROS DECIMALES



7. Errores absoluto y relativo

A la diferencia positiva entre un número y su aproximación se le conoce como error absoluto. El error relativo corresponde al cociente entre el error absoluto y dicho número. Por ejemplo, al aproximar 307,25 a 307 y 1,25 a 1 se obtiene como error absoluto 0,25 en ambos casos. En cambio, sus errores relativos son aproximadamente 0,001 % y 20 %, respectivamente.



Comentarios

- El error absoluto corresponde a la diferencia positiva entre un número y su aproximación
- El error relativo corresponde al cociente entre el error absoluto y el número original.
- Por ejemplo, al aproximar 307,25 a 307 y 1,25 a 1 se obtiene como error absoluto 0,25 en ambos casos. En cambio, sus errores relativos son aproximadamente 0,001 % y 20 %, respectivamente.



Ubicación

Taller: Estimación con números decimales
Actividad: Estimando marcas de natación

TALLER 3: ESTIMACIÓN CON NÚMEROS DECIMALES

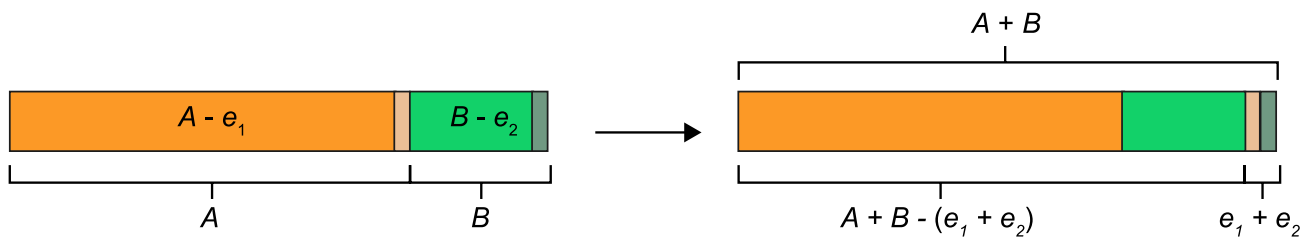


8. Estimación de una suma

Al estimar la suma de dos cantidades A y B , se tienen las siguientes posibilidades:

- **Aproximar ambas cantidades por defecto**, es decir, restar un error e_1 a A y e_2 a B . La suma de las aproximaciones es:

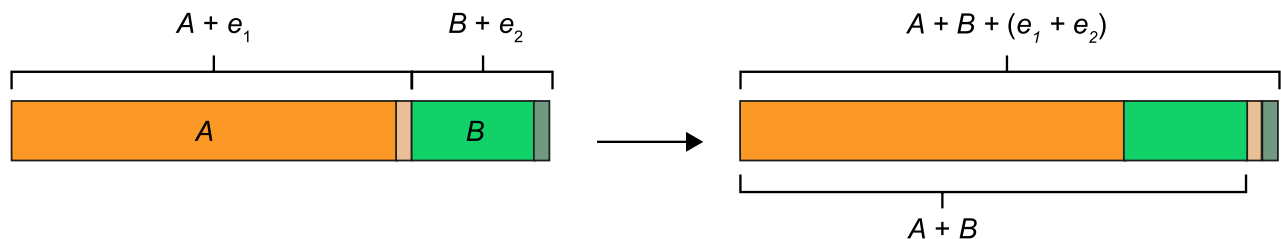
$$(A - e_1) + (B - e_2) = A + B - (e_1 + e_2)$$



Por tanto, el error de la suma es $e_1 + e_2$, que es igual a la suma de los errores de las aproximaciones de A y B .

- **Aproximar ambas cantidades por exceso**, es decir, sumar e_1 a A y e_2 a B . La suma de las aproximaciones es:

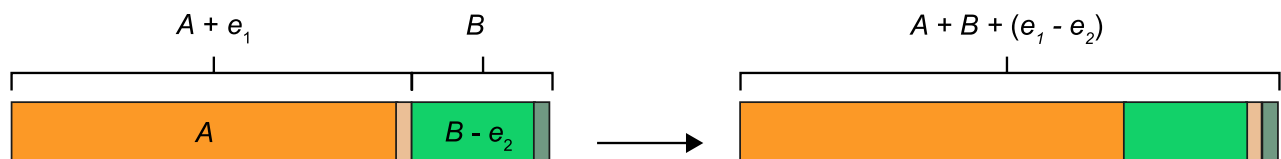
$$(A + e_1) + (B + e_2) = A + B + (e_1 + e_2)$$



Por tanto, el error de la suma es $e_1 + e_2$, esto es, la suma de los errores de las aproximaciones de A y B .

Aproximar una cantidad por exceso y la otra por defecto, por ejemplo, sumar e_1 a A y restar e_2 a B , con $e_1 > e_2$. La suma de las aproximaciones es:

$$(A + e_1) + (B - e_2) = A + B + (e_1 - e_2)$$



Por tanto, el error de la suma es $e_1 - e_2$ y es siempre menor que la suma de los errores $e_1 + e_2$.



Comentarios

- Cuando los errores involucrados en las diferentes estrategias son iguales, o más generalmente, de tamaño similar, las dos primeras posibilidades producen mayor error que la tercera. Sin embargo, si los tamaños de los errores no son similares, esta afirmación puede no resultar cierta.



Ubicación

Taller: Estimación con números decimales
Actividad: La estimación de un emprendimiento

TALLER 3: ESTIMACIÓN CON NÚMEROS DECIMALES



9. Estimación de un producto

Al estimar el producto de una multiplicación de dos cantidades A y B , cuantificar el error absoluto es más complejo que en el caso de una estimación de una suma o de una resta, sin embargo, para los errores relativos se pueden encontrar relaciones simples. Por ejemplo, si estimamos $A \cdot B$ aproximando ambos factores por exceso, el error absoluto se puede estimar por $Ae' + Be$.



Comentarios

- En este caso, el error relativo del producto se puede estimar por la suma de los errores relativos de los factores.



Ubicación

Taller: Estimación con números decimales
Actividad: La estimación de un emprendimiento

TALLER 3: ESTIMACIÓN CON NÚMEROS DECIMALES



10. Estimación de un cociente

Al estimar un cociente se pueden aproximar convenientemente el dividendo, el divisor o ambos, con el objetivo de obtener una división en la que el dividendo sea múltiplo del divisor y por tanto, para encontrar el cociente, se pueda simplificar el cálculo escrito o utilizar estrategias de cálculo mental. Sin embargo, esto no asegura minimizar el error de la estimación.



Comentarios

- De manera similar, al estimar el resultado de cualquiera de las operaciones se pueden utilizar estrategias que tiendan a simplificar el cálculo escrito o permitir el cálculo mental.



Ubicación

Taller: Estimación con números decimales
 Actividad: La estimación de un emprendimiento