

# 17

## Experimentos aleatorios

### Tendencia de resultados en experimentos aleatorios



Matías y sus compañeros están jugando a la carrera de caballos.

### Reglas

- Se lanzan dos dados y se suman los puntos de sus caras superiores.
- El caballo cuyo número es igual a esa suma, avanza una casilla.
- Se termina una partida cuando uno de los caballos llega a la meta.



Páginas  
207-211

Usa el **Recortable 4** para jugar dos partidas.

En cada partida, elige un caballo en secreto y anota su número en un papel.

1 Registra los resultados de cada partida en la siguiente tabla de frecuencias:

Caballo	Número de casillas que avanzó cada caballo	
	Partida 1	Partida 2
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

a) ¿Qué caballo ganó en la primera partida? ¿Fue el que tú elegiste?

b) ¿Por qué elegiste ese caballo?



Yo elegí el 5, pero podría haber elegido cualquiera. Todos tienen las mismas posibilidades de ganar.

Yo elegí el 12 porque es mi edad.



Yo elegí el 7 porque es el número de la suerte.



c) ¿Qué caballo ganó la segunda partida? ¿Fue el mismo que en la primera?

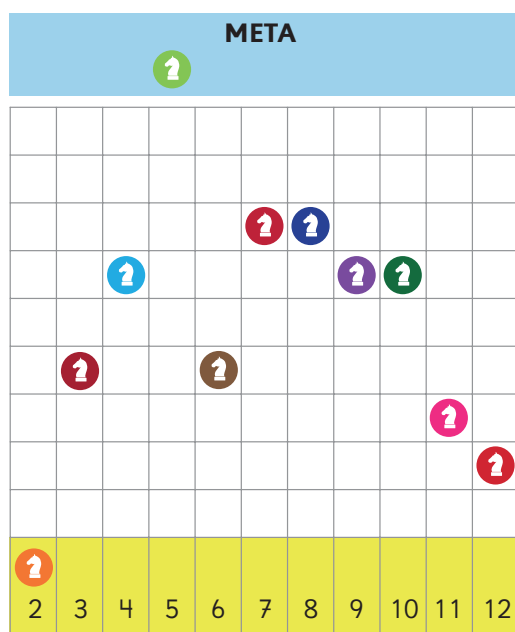
d) Considerando lo que ocurrió en ambas partidas, si tuvieras que jugar de nuevo, ¿qué caballo elegirías y por qué?

¿Da lo mismo el caballo que se elija?

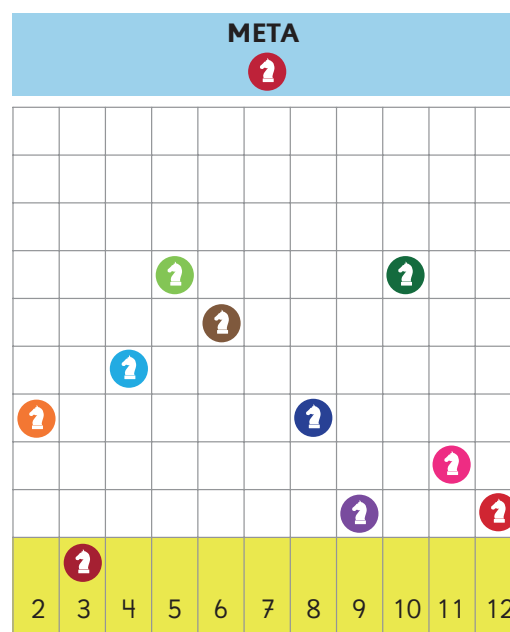


2 Observa los resultados de las partidas jugadas por Matías y sus compañeros.

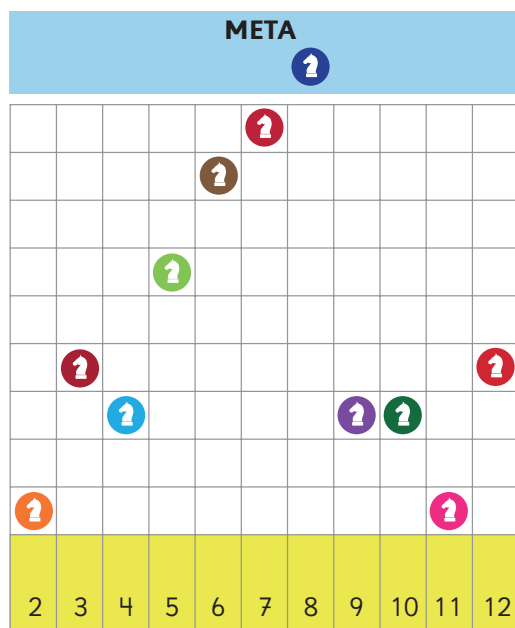
Partida 1



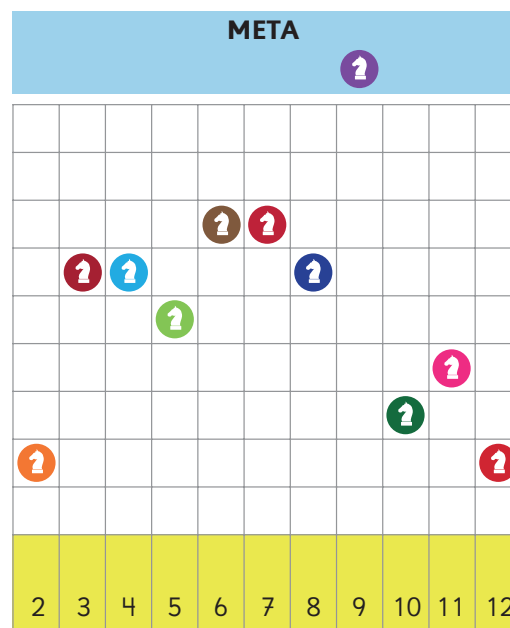
Partida 2



Partida 3



Partida 4



- a) ¿Qué diferencias observas entre las partidas?
- b) Mirando las 4 partidas, ¿hay caballos que avancen más que otros?



En las 4 partidas los caballos avanzaron distinto número de casillas.



Y en cada partida ganó un caballo diferente.



En todas las partidas los caballos del centro avanzaron más que los de los costados.

- c) ¿Crees que haya caballos con más posibilidades de ganar que otros? ¿Cuáles y por qué?
- d) ¿Qué caballo crees que tiene más posibilidades de ganar, el 12 o el 8?
- e) ¿Es posible que el caballo 2 pueda ganar una partida?

**3** Matías y sus compañeros registraron los datos de las 4 partidas en una sola tabla.

Resultado	Número de veces que se repitió cada resultado			
	Partida 1	Partida 2	Partida 3	Partida 4
2	0	3	1	2
3	4	0	4	6
4	6	4	3	6
5	10	6	6	5
6	4	5	8	7
7	7	10	9	7
8	7	3	10	6
9	6	1	3	10
10	6	6	3	3
11	3	2	1	4
12	2	1	4	2

- a) De los caballos que parecen tener más posibilidades de ganar, ¿habrá alguno que tenga más posibilidades que los demás? ¿Qué podríamos hacer para descubrirlo?



**Idea de Juan**

Lanzar los dados muchas más veces y ver qué número se repite más al sumarlos.



**Idea de Ema**

Juntar los datos de las 4 partidas y ver qué número se repitió más veces.

- b) ¿Cuál de las dos ideas es más fácil de realizar?



Para comparar las posibilidades de ocurrencia de los resultados de un experimento aleatorio, puedes observar la frecuencia con la que aparece cada resultado, al repetir el experimento muchas veces.

- 4 Completa la tabla con las frecuencias de los resultados de las 4 partidas.

Resultado	Número de veces que se repitió cada resultado				Total
	Partida 1	Partida 2	Partida 3	Partida 4	
2	0	3	1	2	
3	4	0	4	6	
4	6	4	3	6	
5	10	6	6	5	
6	4	5	8	7	
7	7	10	9	7	
8	7	3	10	6	
9	6	1	3	10	
10	6	6	3	3	
11	3	2	1	4	
12	2	1	4	2	

**5** Construye un gráfico de barras con el total de las 4 partidas.



- a) Al mirar el gráfico, ¿qué caballo dirías que tiene más posibilidades de ganar?
- b) ¿Qué podemos suponer sobre las posibilidades de los otros caballos?
- c) Si lanzamos los dados muchas más veces, ¿crees que el caballo 2 avance más que el 9?



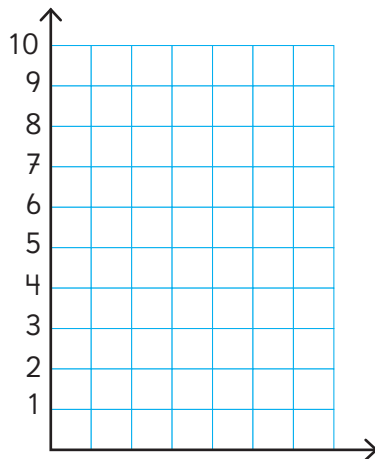
Las tablas y gráficos son útiles para analizar la frecuencia de los resultados al repetir un experimento aleatorio muchas veces.

## Practica

- 1 Se realizó un experimento que consistió en lanzar varias veces un dado y anotar si el número obtenido es par o impar. Los resultados se registraron en la siguiente tabla.

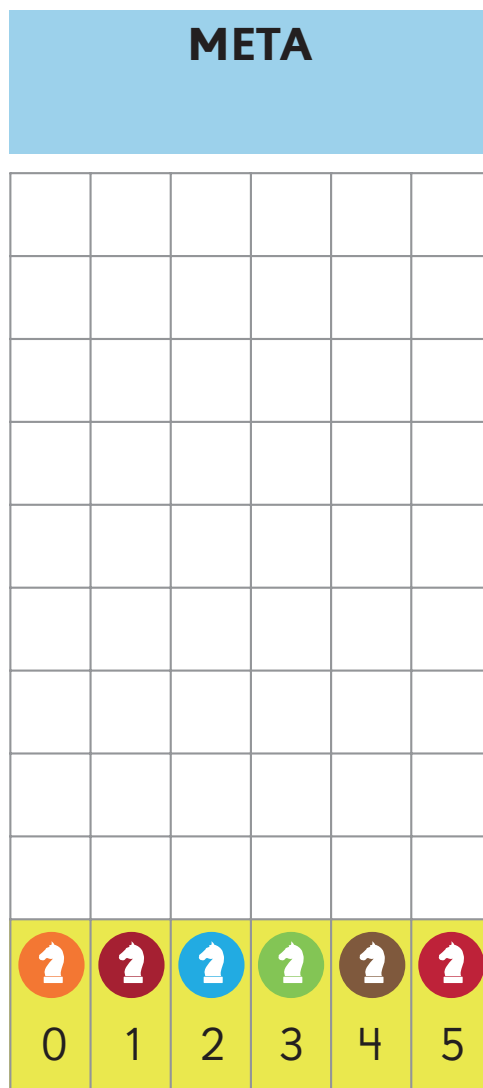
Tipo de número	Frecuencia
Par	10
Impar	9

- a) Construye un gráfico con los resultados de la tabla.



- b) ¿Cuántas veces se lanzó el dado?
- c) ¿Salió más veces un número par o impar? ¿Cuál es la diferencia?
- d) Si se repite el experimento, ¿qué resultados crees que se pueden obtener? ¿Por qué?

- 2 Natalia propone un nuevo juego de caballos: se lanzan 2 dados y se observa la resta de los puntajes (número mayor menos el menor). Avanza una casilla el caballo que coincida con la diferencia obtenida. La partida finaliza cuando uno de los caballos llega a la meta.



- a) ¿Con qué caballo crees que deberías jugar para ganar? Explica.

- b) Usa el **Recortable 5** para jugar 3 partidas del juego propuesto por Natalia en la actividad 2 de la página 150. Registra el número de casillas que avanzó cada caballo en la siguiente tabla:

Partida				
Caballo	1	2	3	Total
0				
1				
2				
3				
4				
5				



- c) De acuerdo a los resultados, ¿existe un caballo que tenga más posibilidades de ganar que el resto? ¿Cuál y por qué?
- d) ¿Qué puedes decir de las posibilidades de los otros caballos?
- e) ¿Con qué caballo no jugarías? Explica tu respuesta.

- 3** En una bolsa no transparente se coloca una cierta cantidad de bolitas de distinto color. Se extrae una al azar, se registra su color y se vuelve a echar en la bolsa. Luego de 20 repeticiones, se obtuvieron los siguientes resultados.

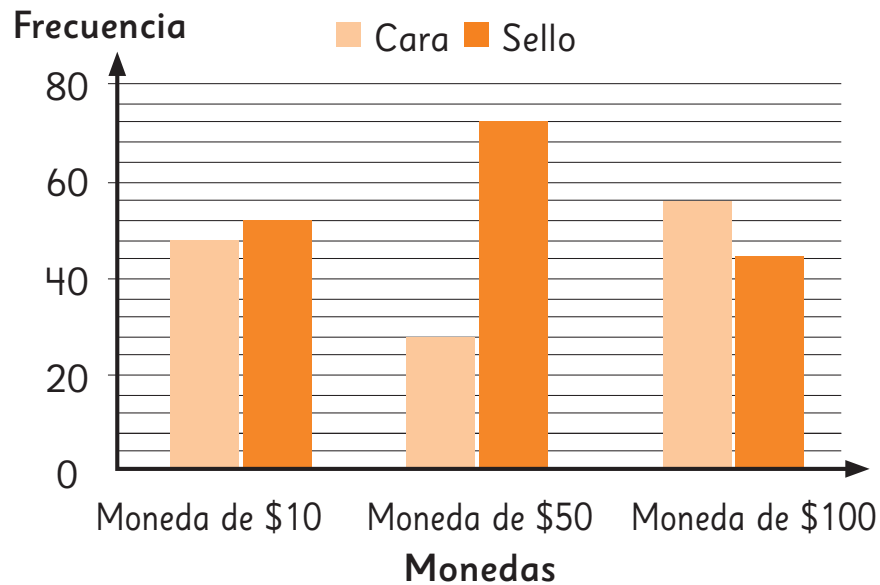
Colores	Total
Verde	4
Amarillo	6
Morado	7
Anaranjado	3

- a) ¿Crees que los datos son suficientes para observar una tendencia? ¿Por qué?
- b) Después de repetir el experimento 40 veces se tiene el siguiente registro.

Colores	Total
Verde	9
Amarillo	10
Morado	11
Anaranjado	10

¿Se puede ver alguna tendencia? Explica.

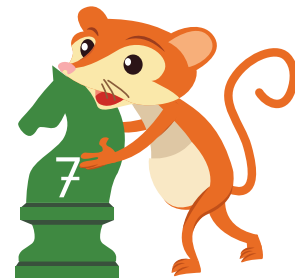
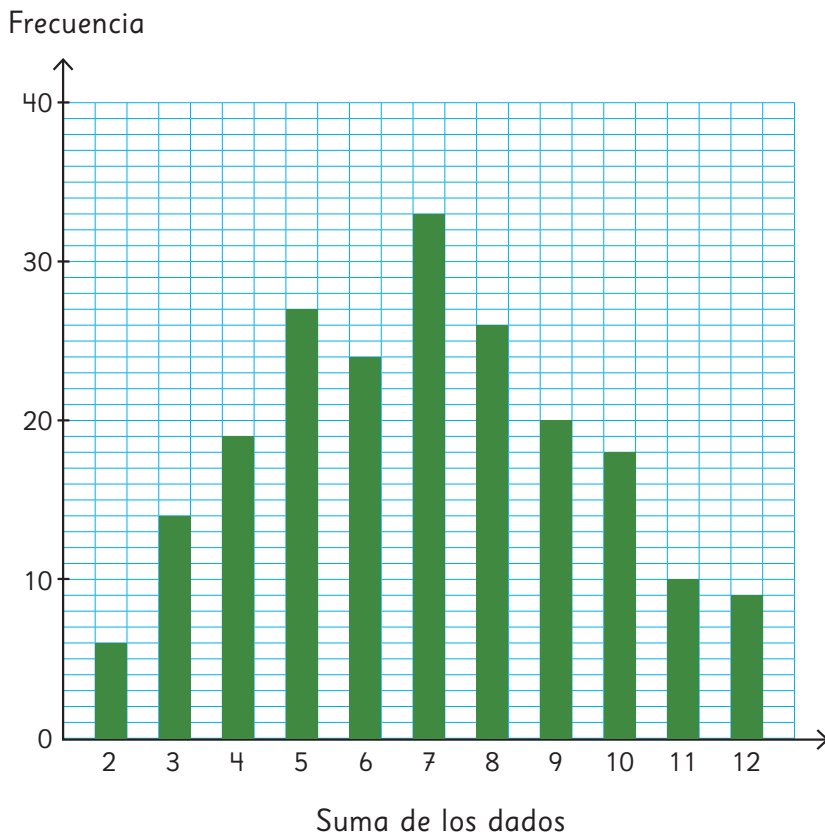
- 4 José hace experimentos con monedas. El gráfico muestra el comportamiento de los resultados obtenidos al lanzar 3 tipos de monedas.



- a) ¿Crees que los resultados mostrados en el gráfico serán parecidos a los obtenidos al lanzar cada moneda 100 veces? ¿Por qué?
- b) ¿Qué esperas que ocurra si se lanzan las monedas 1 000 veces?
- 5 Si se lanzan simultáneamente 1 000 monedas, ¿cuántas caras y cuántos sellos esperas obtener?

# Resultados posibles de un experimento aleatorio

Resultados de las 4 partidas del primer juego



**1** ¿Por qué el 7 se repitió más que el resto de los resultados? Piensa alguna razón y coméntala con tus compañeros.

No es solo suerte. Tiene que haber una razón del porqué el 7 se repite más.



Creo que el 7 se repite más porque hay varios pares de números en los dados que suman 7.



¡Es cierto! El 2 con el 5, el 1 con el 6. En cambio el 2 solo se puede obtener si sale un 1 en ambos dados.



Encontremos todos los resultados de las sumas posibles al lanzar dos dados.  
 Considera los dados de distinto color.



El resultado   es  
 distinto al resultado  



### Idea de Ema

Combinando los dados obtuve 20 resultados distintos.

  → 8	  → 8
  → 2	  → 10
  → 7	  → 5
  → 12	  → 4
  → 8	  → 7
  → 7	  → 11
  → 3	  → 8
  → 6	  → 5
  → 5	  → 9
  → 8	  → 5

Pero la suma que más se repitió no fue 7, sino 8.

**2** Observa lo que hizo Ema y responde.

- ¿Encontró Ema todos los resultados posibles? ¿Qué le recomendarías hacer para encontrarlos todos?
- ¿De qué manera podríamos buscar los resultados, sin que falte alguno?

3 Observa la idea de Matías.



Idea de Matías

Fui viendo los casos por orden.



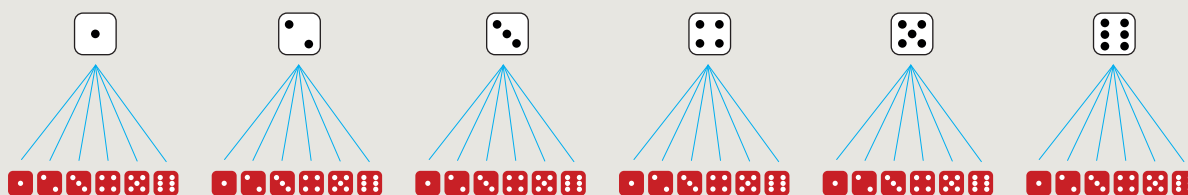
- a) Explica la idea de Matías.
- b) ¿En cuántos casos la suma de los dados es igual a 7? ¿En cuántos es igual a 8?

4 Observa la idea de Sofía.



Idea de Sofía

Hice un esquema que muestra que por cada resultado del dado blanco hay 6 resultados del dado rojo.



- a) Explica la idea de Sofía.
- b) ¿En cuántos casos la suma de los dados es igual a 6? ¿En cuántos es igual a 9?



Para encontrar todos los resultados posibles de un experimento aleatorio es útil usar dibujos o esquemas.

**5** Usa las ideas de Matías y Sofía para completar la siguiente tabla.

Suma de los dados	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Número de resultados posibles											

- ¿En cuántos casos la suma es igual a 7?
- ¿En cuántos casos se obtiene un 6? ¿En cuántos un 8?
- Mirando los resultados posibles de este experimento, ¿qué podemos decir sobre las posibilidades de ganar de los distintos caballos?

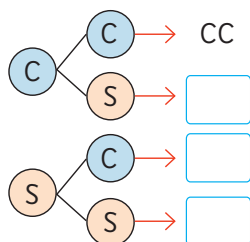
**6** Si tuvieras que jugar este juego de nuevo:

- ¿Qué número elegirías y por qué?
- ¿Puedes asegurar que con ese caballo ganarás la partida?

 **Ejercita**

El siguiente esquema corresponde al experimento aleatorio de lanzar dos monedas y registrar si resultan cara o sello.

¿Cuáles son los resultados que faltan? Completa el esquema.



## Practica

1 Se lanzan 2 dados de distinto color y se multiplica la cantidad de puntos de cada cara superior.

a) Completa la siguiente tabla con los resultados del experimento.

Resultado de la multiplicación																			
Nº de resultados posibles																			

b) ¿Por qué el producto no puede ser 7?

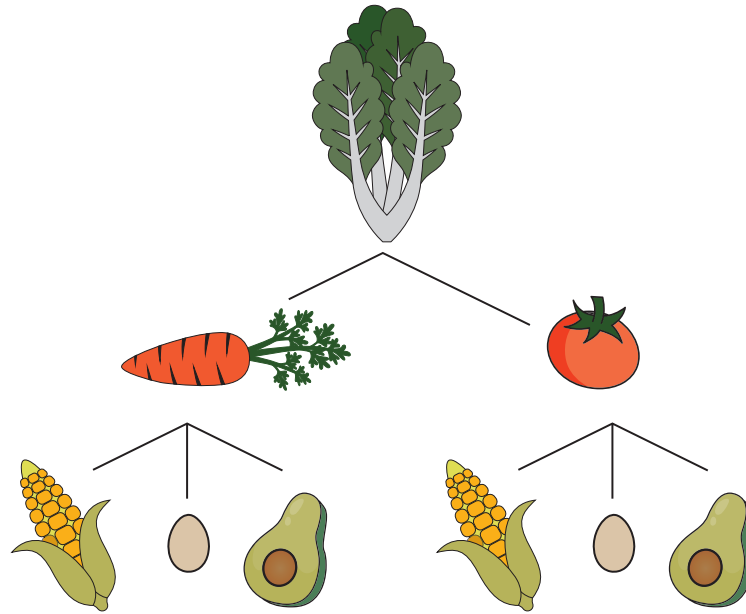
c) ¿De cuántas formas distintas el producto puede ser 6? ¿Cuáles son?

d) Escribe todos los resultados en los que el producto es igual a 4.

e) Si el juego consistiera en adivinar el producto de los dados que más sale, ¿qué número elegirías?

f) Si el juego consistiera en que gana quien obtenga el mayor producto, ¿qué números se deben obtener en los dados para que ganar sea seguro?

2 El siguiente diagrama resume las opciones de ensalada para Valentina.



- a) ¿Cuáles son las diferentes opciones de ensaladas que puede prepararse Valentina?
- b) ¿Cuántas opciones de ensaladas puede prepararse Valentina?
- c) ¿Cuántas ensaladas con palta se puede preparar?, ¿es la misma cantidad que las ensaladas con tomate?
- d) Si se ofreciera, adicionalmente, 2 posibles salsas, ¿cuántas opciones de ensaladas tendrá ahora para elegir? Explica.

**3** En cada caso determina la cantidad total de resultados posibles de cada experimento. Explica tu estrategia.

**a)** Elegir una carta al azar de un mazo de naipes inglés y registrar su pinta.



**b)** Lanzar al aire tres monedas y observar cuántas caras y sellos se obtienen.



**c)** Sacar una ficha de cada una de las dos bolsas con fichas numeradas del 1 al 4 y registrar la multiplicación entre los números.



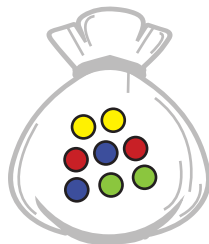
**d)** Lanzar una ruleta y registrar el color que sale.



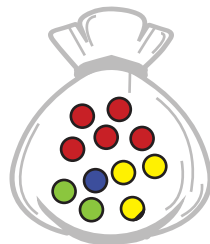
- 4 Desde una bolsa, luego de extraer una pelota un gran número de veces, pero cada vez devolviéndola a la bolsa, se obtuvo el siguiente resultado.

Colores	Número de veces
Rojo	30
Amarillo	15
Azul	6
Verde	9

¿Cuál de las siguientes bolsas puede haber sido la usada? Enciérrala.



Bolsa 1



Bolsa 2



Bolsa 3

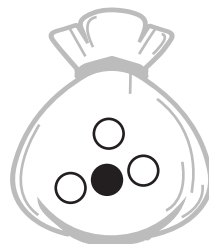


Bolsa 4

- 5 Se tienen 2 bolsas con pelotas blancas y negras. Se extrae una pelota de cada bolsa y se piensa en el color que se forma al mezclar ambos colores.



Bolsa 1



Bolsa 2

- ¿Cuáles son todos los posibles resultados? Comparte tu estrategia.
- ¿Cuántos resultados posibles hay?
- ¿Qué es más posible, obtener blanco, gris o negro?
- Si se agrega una pelota blanca a la bolsa 1, ¿cambian las posibilidades de obtener un color u otro? Explica.

# Ejercicios

1 Lanza una moneda 20 veces y registra el resultado en la tabla.

	Frecuencia
Cara (C)	
Sello (S)	

- ¿Cuál resultado se repitió más?
- Si comparas tu resultado con el de tus compañeros, ¿sucede lo mismo?
- Junta tus resultados con los de 5 compañeros más. ¿Cómo son las frecuencias de cara y sello?
- ¿Cuál de los siguientes gráficos se ajusta más a lo que podría ocurrir al lanzar la moneda 1 000 veces? ¿Por qué?

Gráfico 1

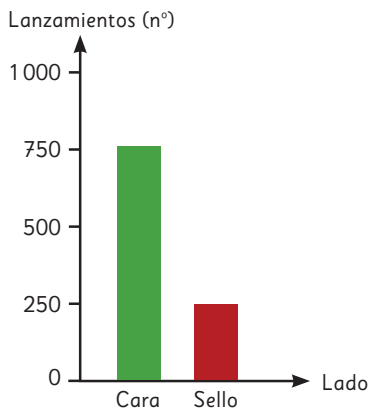


Gráfico 2

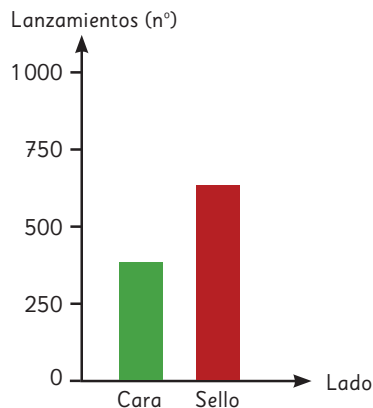
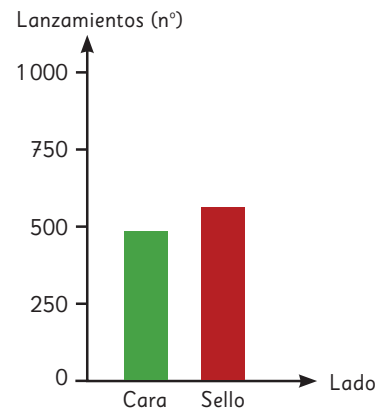



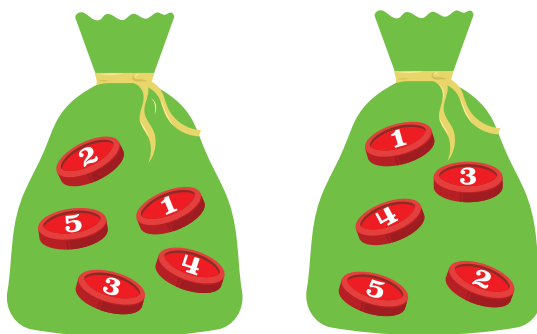
Gráfico 3



2 Se lanza un dado y una moneda a la vez y se registra el valor del dado (1, 2, 3, 4, 5 ó 6) y la cara de la moneda (C o S).

-  Dibuja un esquema para encontrar todos los resultados posibles de este experimento aleatorio.
- ¿Cuántos resultados posibles tiene el experimento?
- ¿En cuántos de ellos se obtiene que el dado es par y la moneda es sello?

- 3 En un juego en el que se tienen 2 bolsas con 5 fichas numeradas del 1 al 5, se saca, sin mirar, una ficha de cada bolsa y se suman los números. Gana quien acierta a la suma obtenida.



- a) Completa la tabla con la información dada.

Suma obtenida																				
Nº de resultados posibles																				

- b) ¿Cuántos resultados distintos se pueden obtener?

- c) ¿Qué resultado es el que tiene menos posibilidad de ocurrir?

- d) ¿Qué resultado tiene mayor posibilidad de ganar el juego?

- e) Si el juego consistiera en que gana quien obtenga el mayor resultado, ¿qué números deben tener las fichas que se saquen?

## Problemas

1 Se lanza un dado y luego una moneda.



- a) ¿Cuáles son todos los posibles resultados?
- b) Describe la estrategia que utilizaste para contestar a).
- c) ¿En cuántos casos se obtiene cara en la moneda?
- d) ¿En cuántos casos se obtiene 5 en el dado?
- e) ¿En cuántos casos se obtiene cara en la moneda y 5 en el dado?
- f) Si se lanza la moneda y luego el dado, ¿hay diferencias en los resultados? Explica tu respuesta.

- 2 Marcos y sus amigos idearon un juego. En cada turno lanzan un dado y restan los puntos de las caras superior e inferior. Después avanzan esa cantidad de casillas.



- a) ¿Cuántas casillas se puede avanzar en cada lanzamiento?
- b) Usa el **Recortable 6** para jugar con tus compañeros. Luego, completa la tabla.



Casillas avanzadas en cada lanzamiento	1	3	5
Frecuencia			

- c) Usando la información de la tabla, ¿qué puedes decir acerca de las posibilidades de avanzar 1, 3 o 5 casillas al lanzar el dado?
- d) Completa la tabla con los casos posibles al lanzar un dado.

Cara de arriba	Cara de abajo	Diferencia entre el mayor y el menor
1	6	5
2		
3		
4		
5		
6		

- e) ¿En cuántos casos la diferencia es 1? ¿En cuántos es 3? ¿Y en cuántos es 5?
- f) Según lo anterior, ¿qué podemos afirmar sobre las posibilidades de avanzar 1, 3 o 5 casillas en cada turno?