


13

Expresiones algebraicas, patrones y ecuaciones

Expresiones algebraicas

1  Vamos a la feria.



a) Completa la tabla para encontrar el precio de distintas cantidades de manzanas.

Número de manzanas	Cálculo	Precio total (\$)
1	$1 \cdot 200$	200
2		
5		
8		

b) Si se compra una cantidad cualquiera de manzanas, ¿cómo se puede expresar el dinero que se pagará?

$x \cdot 200$ es x veces 200.



En matemática, se usan letras para representar números y cantidades. Si cada manzana vale \$200, el precio de x manzanas es:

$x \cdot 200$

A esta expresión le llamamos **expresión algebraica**.



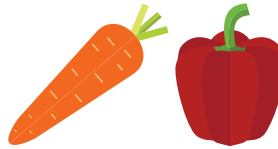
2 Observa los precios de las verduras.



¿Qué representan las siguientes expresiones algebraicas?

- (A) $x + 250$
- (B) $7 \cdot x$
- (C) $5 \cdot x + 400$
- (D) $4 \cdot x + 4 \cdot 250$
- (E) $2 \cdot 400 + x$

La expresión (A) representa el precio que se pagará por una zanahoria y un pimentón.



En este caso, x representa el precio de cada zanahoria, mientras que en la actividad anterior x era el número de manzanas.

3 Observa las imágenes y describe lo que representa cada expresión algebraica.

a) $x \cdot 350$

b) $3 \cdot x + 750$



Practica

- 1 Considera la información de cada imagen y escribe qué representa cada expresión algebraica.



a) $350 + x + 150$

b) $3 \cdot 350 + x$

c) $2 \cdot x + 3 \cdot 150$

d) $5 \cdot x + 350$

e) $3 \cdot x + 150$

- 2 Escribe una expresión algebraica que represente el total de dinero a pagar en cada compra.

a) x cuadernos a \$750 cada uno.

b) 7 libretas a \$ x cada una.

c) 4 tijeras a \$ x cada una.

d) 4 tijeras a \$ x cada una y un borrador que vale \$800.

e) 6 cartulinas a \$ x cada una y 2 plumones a \$300 cada uno.

f) x reglas a \$500 cada una y un estuche a \$1000.

g) x destacadores a \$400 cada uno y un papel lustre a \$900.

Lenguaje algebraico en patrones

- 1  Observa la siguiente secuencia de figuras hechas con palos de helado.

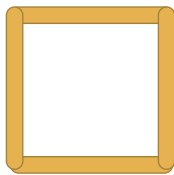


Figura 1

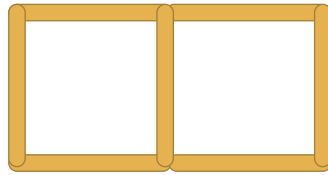


Figura 2

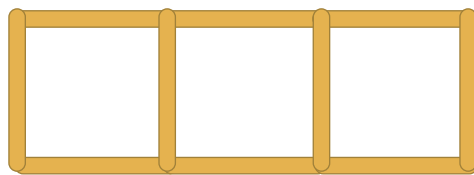


Figura 3

...

- a) ¿Cuántos palos de helado se necesitan para construir las figuras?
Completa la tabla.

Figura	Cantidad de palos de helado
1	4
2	7
3	

¿De qué manera se relaciona el número de la figura con la cantidad de palos de helado?



- b) ¿Qué cálculos harías para saber la cantidad de palos que se necesitan para construir la figura 34?

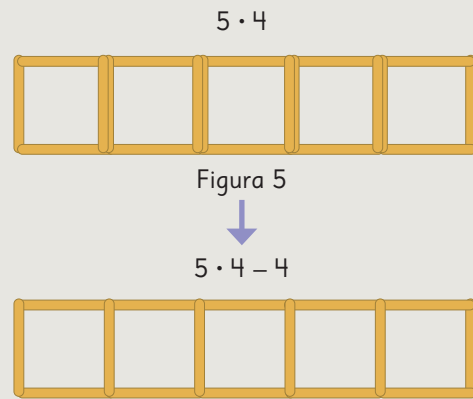


Idea de Sami

La figura 5 tiene 5 cuadrados, 5 veces 4, pero debo quitar los palos que se repiten.

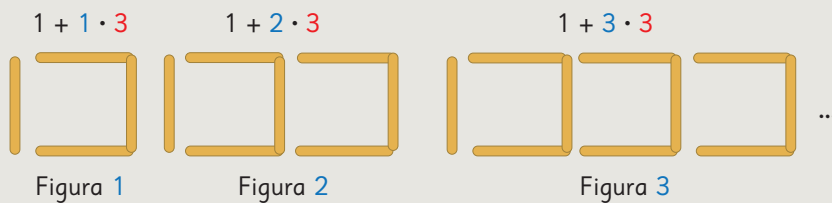
Así, la figura 34 tiene

$$34 \cdot 4 - 33 = 103 \text{ palos}$$



Idea de Ema

Le agrego tantos grupos de 3 palos como indica el número de la figura.



Así, en la figura 34 se necesitan $1 + 34 \cdot 3$ palos de helado, es decir, 103 palos de helado.

- c) Usa la idea de Ema para encontrar la cantidad de palos de helado que se necesitan para la figura 50.



Para encontrar la relación entre las variables de un patrón, es útil representar la situación y construir una **tabla de valores**.

Considera que la relación se debe cumplir para todos los valores de la tabla.


- d) Selecciona la expresión algebraica que representa la cantidad de palos de helado que tiene la figura n .

$$4 \cdot n$$

$$1 + n \cdot 3$$

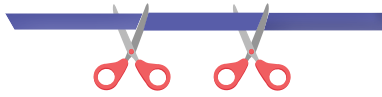
$$3 \cdot n$$

- e) ¿Qué número de figura se puede construir ocupando 70 palos de helado?

2  Se corta una cinta en distintos puntos.



Se corta en un punto



Se corta en 2 puntos



Se corta en 3 puntos

- ¿Cuántos trozos quedan si se corta la cinta en distintas cantidades de puntos? Construye una tabla de valores.
- ¿Cuántos trozos quedan si se corta la cinta en 60 puntos?
- Escribe una expresión algebraica para representar la cantidad de trozos de cinta que quedan si se realizan p cortes.

Me di cuenta que para obtener la cantidad de trozos de cinta solo debo sumar 1 a la cantidad de cortes realizados.



Para escribir la expresión algebraica, **asignamos una letra** a la cantidad de puntos en los que se cortó la cinta, en este caso p .

Puntos en que se corta la cinta	Cantidad de trozos de cinta
1	$1 + 1 \rightarrow 2$
2	$2 + 1 \rightarrow 3$
3	$3 + 1 \rightarrow 4$
4	$4 + 1 \rightarrow 5$
p	$p + 1 \rightarrow p + 1$

Se suma 1 a la cantidad de puntos en que se corta la cinta.


Por lo tanto, la expresión algebraica es:

$$p + 1$$

Practica

- 1** Para hacer una torta se necesita 600 g de harina.
Si Nicole utiliza la expresión $x \cdot 600$ para descubrir cuántos gramos de harina debe ocupar en total...

- a) ¿Qué representa x ?
- b) Si un día hizo 12 tortas, ¿cuántos gramos de harina usó?
- c) Si tiene 1800 g de harina, ¿cuántas tortas puede hacer?

- 2**  Renata está haciendo figuras con cuadrados.

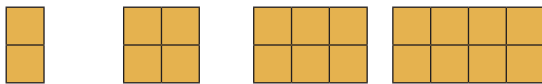


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

- a) Construye una tabla de valores identificando la cantidad de cuadrados que se usan en cada figura.
- b) ¿Cuántos cuadrados tiene la figura 32?
- c) Escribe una expresión algebraica que represente la cantidad de cuadrados que tiene la figura n .


- 3** Los hilos para bordar cuestan \$700, y por la compra de un bastidor, cada hilo baja su precio a \$600. El bastidor vale \$2000.

- a) Completa la tabla.

Número de hilos	Precio sin bastidor (\$)	Precio con bastidor (\$)

- b) ¿Cuánto se paga por 20 hilos sin bastidor? ¿Y con bastidor?
- c) ¿Cuántos hilos se deben comprar para que sea más conveniente comprar el bastidor?
- d) Escribe una expresión algebraica que permita calcular el valor de x hilos sin bastidor y otra con bastidor.

Recordemos las ecuaciones

- 1  Pedro llenó una caja con manzanas.
Cerró la caja y quedaron algunas manzanas afuera.



- a) Usa x para representar la cantidad de manzanas en la caja, y luego escribe una expresión algebraica para encontrar el total de manzanas.
- b) Si se sabe que en total hay 35 manzanas, ¿cuántas manzanas hay en la caja? Escribe una ecuación.
- c) Resuelve la ecuación y luego, responde la pregunta anterior.



Idea de Sofía

Si x fuera 30, el total de manzanas es $30 + 7 = 37$.

37 es 2 más que 35, entonces x es 2 menos de 30.

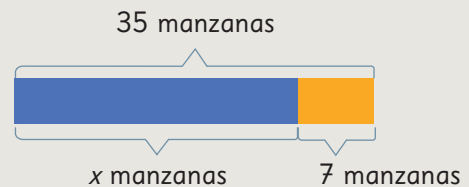
Por lo tanto, $x = 28$

Hay 28 manzanas en la caja.



Idea de Matías

Yo usé diagramas.



Así, $x = 35 - 7$

$x = 28$



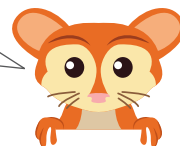
En una ecuación como $x + 7 = 35$, puedes restar para encontrar x .

$$x + 7 = 35$$

$$x = 35 - 7$$

$$x = 28$$

Recuerda ubicar los signos igual, uno debajo del otro.



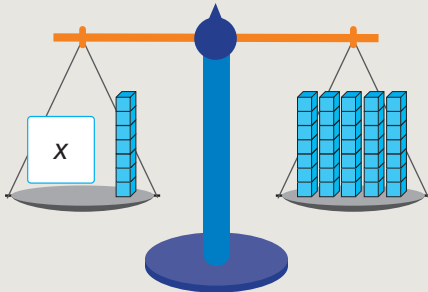
2 Ema resolvió el problema anterior de otra manera. Explica su idea.



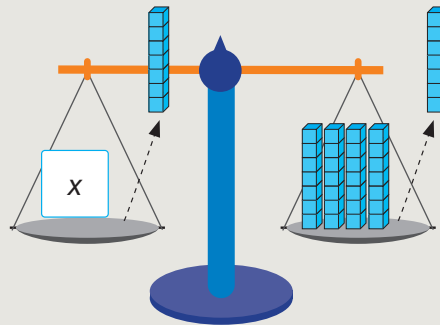
Idea de Ema

Pienso en la ecuación con cubos en una balanza.

$x + 7$ con cubos están en equilibrio.



Si quito cubos de cada plato, se mantiene el equilibrio.



Así, $x = 28$

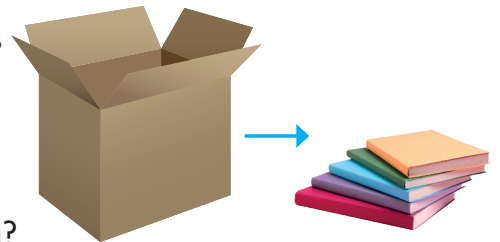
3 Encuentra el valor de x en las siguientes ecuaciones.

a) $x + 45 = 70$

b) $x + 5 = 32$

4 Se abrió una caja con agendas y cuando se regalaron 5, quedaron 28 en la caja.

a) Si x es la cantidad de agendas cuando la caja estaba cerrada, ¿cuál es la cantidad de agendas que había en la caja?



Idea de Gaspar

$$x - 5 = 28$$

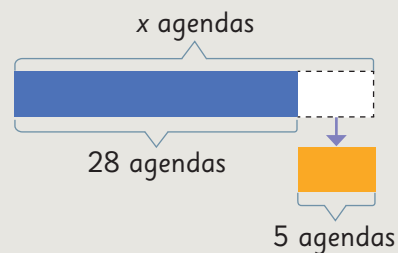
$$x = 28 + 5$$

$$x = 33$$

Había 33 agendas en la caja.



Idea de Sami

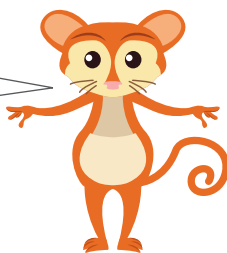


Si sumo las agendas que quedaron con las que se regalaron, se obtiene el total de agendas que había.

$$x = 28 + 5$$

$$x = 33$$

¿En qué se parecen las ideas de Gaspar y Sami?





En una ecuación como $x - 5 = 28$, puedes sumar para encontrar x .

$$\begin{aligned}x - 5 &= 28 \\x &= 28 + 5 \\x &= 33\end{aligned}$$

5 Hay 96 rosas y se necesita dejar la misma cantidad en 6 floreros.

- Usa x para representar la cantidad de rosas que quedan en cada florero y escribe una ecuación para encontrar esa cantidad.
- Resuelve la ecuación y luego responde la pregunta anterior.



6 Se tienen 70 naranjas y se guardarán en bolsas con 5 naranjas cada una.

- Usa x para representar la cantidad de bolsas que se necesitan y escribe una ecuación para encontrar esa cantidad.
- Resuelve la ecuación y luego responde la pregunta anterior.



En una ecuación como $6 \cdot x = 96$ y $x \cdot 5 = 70$, puedes dividir para encontrar x .

$$\begin{aligned}6 \cdot x &= 96 \\x &= 96 : 6 \\x &= 16\end{aligned}$$


$$\begin{aligned}x \cdot 5 &= 70 \\x &= 70 : 5 \\x &= 14\end{aligned}$$

7 Encuentra el valor de x en las siguientes ecuaciones.

a) $4 \cdot x = 36$

b) $x \cdot 8 = 48$

Nuevas Ecuaciones

- 1  En la imagen, se muestra la cantidad de botellas de agua que se compraron para entregar a los participantes de una competencia de atletismo.



Si la cantidad de botellas en cada caja es x .

- ¿Cuál expresión algebraica permite representar la cantidad de botellas que hay en todas las cajas?
- ¿Cuál expresión algebraica permite representar la cantidad total de botellas que se compraron?
- Construye una tabla para registrar la cantidad de botellas cuando $x = 7, 8, 9, \dots$

x	7	8	9				
$5 \cdot x$	35						
$5 \cdot x + 4$	39						

Primero, calculamos el total de botellas en 5 cajas.



Y al resultado le sumamos las 4 botellas sueltas.

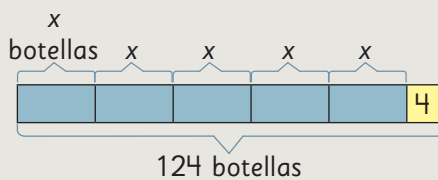


- Si se sabe que en total se compraron 124 botellas, escribe una ecuación que permita encontrar la cantidad de botellas que hay en cada caja.



Idea de Gaspar

Hice un diagrama.



$$5 \cdot x + 4 = 124$$



Idea de Ema

$$5 \cdot 7 + 4 \rightarrow 39$$

$$5 \cdot 8 + 4 \rightarrow 44$$

⋮

$$5 \cdot x + 4 = 124$$

e) Pensemos cómo resolver la ecuación. ¿Cuál es la respuesta al problema?



Idea de Sami

$$5 \cdot x + 4 = 124$$

¿Qué número sumado con 4 da 124?

$$5 \cdot x + 4 = 124$$

¿5 multiplicado por qué número da 120?

$$5 \cdot x = 120$$

En cada caja hay 24 botellas.



Idea de Juan

$$5 \cdot x + 4 = 124$$

Al restar 4 da el total de botellas que hay en las cajas.

$$5 \cdot x = 124 - 4$$

$$5 \cdot x = 120$$

$$x = 120 : 5$$

$$x = 24$$

En cada caja hay 24 botellas.

f) Analiza las estrategias de Sami y Juan. ¿En qué se parecen?



En una ecuación como $5 \cdot x + 4 = 124$ debemos encontrar un número x que haga que la igualdad sea verdadera. A la técnica de Juan le llamamos **despejar la x** .

g) ¿Cómo podemos verificar que la respuesta es la correcta?

Resolvamos usando ecuaciones

- 2 Natalia compró 6 macarrones, pero no recuerda el precio de cada uno. Si pagó con un billete de \$10 000 y le dieron de vuelto \$1 600, ¿cuál es el precio de cada macarrón?



- 3 Se pusieron 4 guardapolvos iguales en una pared, pero faltó cubrir 24 cm. El largo de la pared es 354 cm. ¿Cuál era la medida de cada guardapolvo?



Llamamos **plantar una ecuación** a escribir una ecuación que da solución a un problema.

La ecuación $4 \cdot x + 24 = 354$ tiene como solución $x = 82,5$

Esto quiere decir que la igualdad es cierta cuando x toma el valor 82,5.

$$4 \cdot 82,5 + 24 = 354$$

Resolver una ecuación implica encontrar la solución.
Es decir, encontrar el valor que satisface la igualdad.

En este caso, la solución es un número decimal.

Respuesta: Cada guardapolvo mide cm.

Ejercita

Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $3 \cdot x + 2 = 20$

c) $20 + 8 \cdot x = 52$

e) $5 \cdot x + 2 = 52$

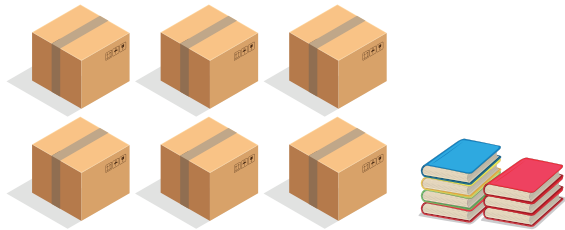
b) $12 + 5 \cdot x = 42$

d) $7 \cdot x + 2 = 30$

f) $2 + 3 \cdot x = 5$

Practica

- 1 En una librería, llegaron agendas en cajas con la misma cantidad y otras sueltas. Observa la imagen y realiza las actividades a continuación.



- a) Completa la siguiente tabla.

Número de agendas por caja	Total de agendas
10	
11	
12	
13	

- b) Si la cantidad de agendas en cada caja es x , ¿qué expresión algebraica permite encontrar el total de agendas?
- c) Si se sabe que hay 307 agendas en total, escribe una ecuación que permita encontrar el número de agendas de cada caja.
- d) Resuelve la ecuación anterior y encuentra el número de agendas de cada caja.

- 2 Hay cajas de bombones con la misma cantidad y otros sueltos. Observa la imagen y responde.




- a) Completa la siguiente tabla.

Número de bombones por caja	Total de bombones
6	
8	
10	
12	

- b) Si la cantidad de bombones en cada caja es x , ¿qué expresión algebraica permite encontrar el total de bombones?
- c) Si se sabe que hay 28 bombones en total, escribe una ecuación que permita encontrar el número de bombones de cada caja.
- d) Resuelve la ecuación anterior y encuentra el número de bombones de cada caja.

Otras ecuaciones

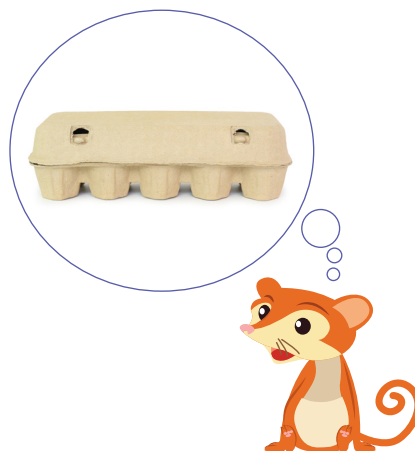
1  En el casino compraron 5 bandejas de huevos. 8 venían quebrados. Para el almuerzo los usaron todos, e hicieron 92 raciones con un huevo cada una. ¿Cuál era la capacidad de cada bandeja?



a) Si la cantidad de huevos en cada bandeja es x , ¿cuál es la expresión algebraica que permite encontrar el total de huevos que compraron?

b) ¿Cuál es la expresión algebraica que permite encontrar el total de huevos que usaron?

c) Escribe una ecuación que permita encontrar la capacidad de cada bandeja de huevos.



Idea de Juan

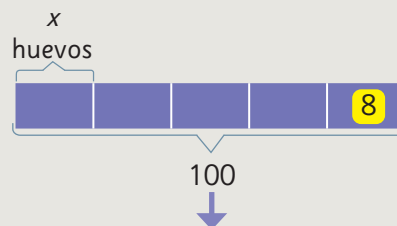
Quito los 8 huevos quebrados a las 5 bandejas de huevos.

$$5 \cdot x - 8 = 92$$



Idea de Sofía

Hice un diagrama.



$$5 \cdot x - 8 = 92$$

d) Pensemos cómo resolver la ecuación. ¿Cuál es la respuesta al problema?



Idea de Gaspar

$$5 \cdot x - 8 = 92$$

$$5 \cdot x = 92 + 8$$

$$5 \cdot x = 100$$

$$x = 100 : 5$$

$$x = 20$$

Cada caja tiene 20 huevos.

92 + 8 son los huevos que se usaron más los que se quebraron.
100 es el total de huevos.



Idea de Sami

$$5 \cdot x - 8 = 92$$

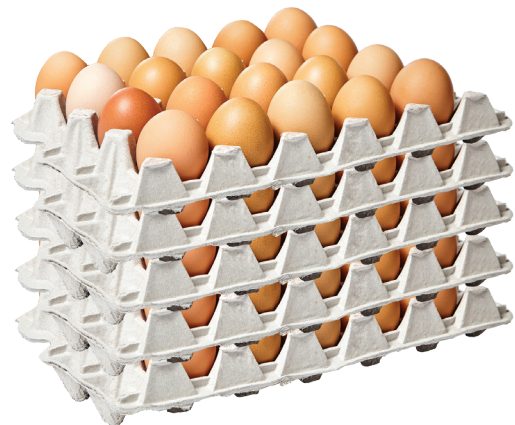
¿Qué número menos 8 da 92?

$$\overset{?}{5 \cdot x} - 8 = 92$$

¿5 multiplicado por qué número da 100?

$$5 \cdot \overset{?}{x} = 100$$

Cada caja tiene 20 huevos.



2 Si al triple de un número le restamos 10, se obtiene 71. ¿Cuál es el número?

3 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $4 \cdot x - 8 = 40$

c) $4 \cdot x = 40$

b) $3 \cdot x - 12 = 9$

d) $4 \cdot x - 12 = 26$

Practica

1 María envió 4 cajas de manzanas a un cumpleaños, pero llegaron 7 manzanas en mal estado.

a) Si x es el número de manzanas de cada caja, escribe la expresión algebraica que representa el total de manzanas que llegó en buen estado.

b) Las manzanas alcanzaron para 33 invitados y a cada uno se le entregó una manzana. Escribe una ecuación que permita encontrar la cantidad de manzanas de cada caja.

c) Resuelve la ecuación anterior y encuentra la cantidad de manzanas de cada caja.

2 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $5 \cdot x - 19 = 21$

b) $4 \cdot x - 4 = 76$

c) $10 \cdot x - 1 = 29$

d) $20 \cdot x - 10 = 70$

3 Identifica el error al **despejar x** en la siguiente ecuación.

$$4 \cdot x - 12 = 28$$

$$x - 12 = 28 : 4$$

$$x - 12 = 7$$

$$x = 7 + 12$$

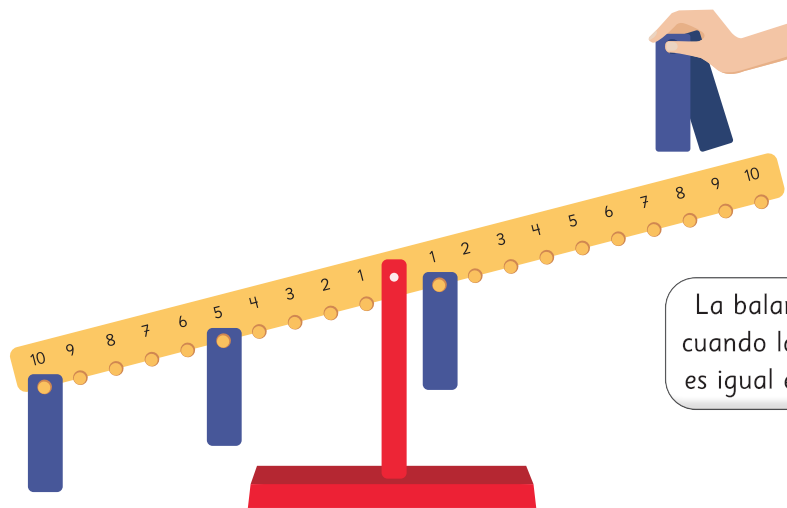
$$x = 19$$

a) ¿Cómo puedes comprobar si 19 es la solución de la ecuación?

b) Resuelve la ecuación.

Ecuaciones en una balanza

1 Observa la balanza.

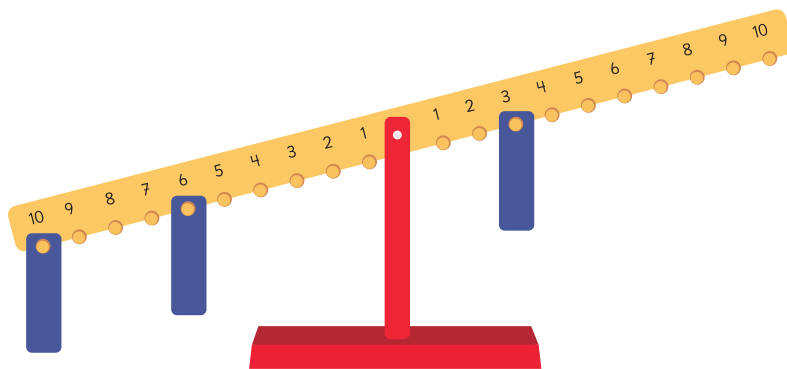


La balanza se equilibra cuando la suma de los números es igual en cada lado.

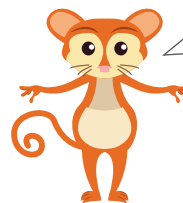


- a) Necesitamos equilibrar la balanza con la condición que se deben poner solo dos placas en un mismo número. ¿En qué número se deben colocar las dos placas?
- b) Escribe una ecuación que permita responder la pregunta anterior. Resuélvela y comprueba.

2 Observa la balanza. ¿En qué número se deben poner dos placas para equilibrarla? Plantea una ecuación.



¿Tiene solución la ecuación?
¿Es posible colocar las placas en un mismo número para equilibrar la balanza?



Ejercicios

1 En el kiosco de la escuela venden las siguientes frutas.



Manzana
\$250 c/u



Durazno
\$200 c/u



Plátano
\$x c/u

a) ¿Qué compró cada persona? Describe lo que representa cada expresión algebraica.

Jessy: $x + 250 + 200$

Claudio: $2 \cdot x + 3 \cdot 200$

Paula: $x + 3 \cdot 200$

b) Escribe una expresión algebraica que represente cada una de las siguientes compras.

- (A) Dos plátanos y tres duraznos.
- (B) Una manzana, dos duraznos y un plátano.

c) Vicente compró 2 plátanos y un durazno. Gastó en total \$800. ¿Cuánto vale cada plátano? Plantea una ecuación y responde a la pregunta.


2  Observa cómo aumentan los puntos en la siguiente secuencia.



Figura 1




Figura 2

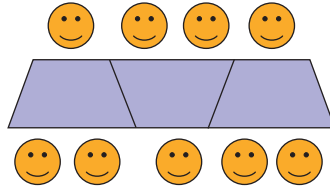


Figura 3

- a) Dibuja las figuras 4, 5 y 6.
- b) ¿Cómo se relaciona la cantidad de puntos de cada figura con el número de la figura?
- c) ¿Cuántos puntos tendrá la figura 50?
- d) Plantea una expresión algebraica para representar el total de puntos que tendrá la figura n .
- e) Plantea una ecuación para encontrar la figura que tiene 101 puntos.

- 3** Representa con expresiones algebraicas.
- a) El perímetro de un triángulo equilátero de lado x cm.
 - b) El dinero a pagar por x litros de bencina, si el litro cuesta \$850.
 - c) Loreto gastó \$5000 del dinero que tenía. ¿Cuánto tiene ahora?
- 4** Pedro compra 5 lápices a \$ x cada uno y una goma de borrar a \$600. Laura compra 3 de esos mismos lápices y una goma de borrar a \$500. ¿Quién gasta más dinero? Justifica.
- 5**  Resuelve las ecuaciones.
- a) $5 \cdot x + 5 = 80$
 - b) $16 + 8 \cdot x = 48$
 - c) $7 \cdot x = 35$
 - d) $10 \cdot x - 5 = 105$
 - e) $x - 5 = 45$
 - f) $5 \cdot x + 5 = 65$
- 6** Natalia decidió ahorrar dinero. Compró un chanchito y puso \$5000. Después, cada mes colocó \$2000.
- a) ¿Cuál expresión algebraica permite calcular el dinero ahorrado al cabo de x meses?
 - b) ¿Cuánto dinero ha ahorrado en 8 meses?
 - c) ¿Es posible que al cabo de una cierta cantidad de meses tenga ahorrados \$85000? Justifica.
- 7** Resuelve los siguientes problemas planteando una ecuación.
- a) Cuatro envases idénticos tienen la misma capacidad. Si sabemos que llenando los cuatro envases y una botella de 3 L se juntan 19 L en total, ¿cuál es la capacidad de cada envase?
 - b) Juan tenía ahorrados \$23000. Con ese dinero compró 3 entradas al cine y con los \$5000 que le quedaron compró cabritas. ¿Cuánto dinero le costó cada entrada al cine?

- 1 En la escuela Gabriela Mistral las mesas de los estudiantes tienen forma de trapecio. Para una convivencia juntaron las mesas formando una fila.



- ¿Cuántas personas caben si se juntan 15 mesas?
- ¿Cuántas personas caben si se juntan x mesas?
- En el curso hay 42 estudiantes. ¿Cuántas mesas se necesitan para que se sienten todos?

- 2 Para cercar un terreno con alambre se usaron 4 rollos y 9 m adicionales.



- Si la longitud de cada rollo de alambre es de x metros, escribe una expresión algebraica para determinar el total de metros que se usaron para cercar el terreno.
- Si los rollos de alambre midieran 23 m, ¿cuántos metros de alambre se dispondrían?
- Si el perímetro del terreno es de 125 m, escribe una ecuación que permita encontrar la longitud de cada rollo de alambre.
- ¿Cuántos metros de alambre tiene cada rollo?

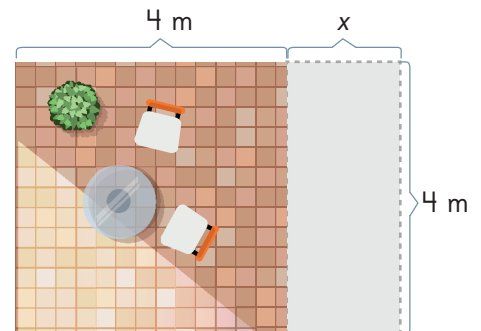
3 Mario trajo 4 bolsas con la misma cantidad de damascos, pero al abrirlas se dio cuenta que 7 se habían aplastado.

- a) Escribe una expresión para determinar el total de damascos que no se aplastaron.
- b) Los damascos que no se aplastaron fueron 53. Escribe una ecuación para descubrir el número de damascos por bolsa.
- c) ¿Cuántos damascos tenía cada bolsa?

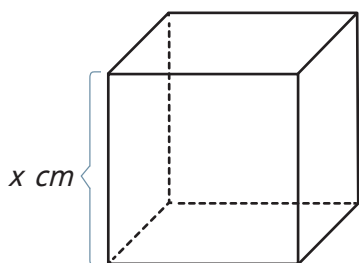


4 Plantea una ecuación que permita resolver los siguientes problemas:

- a) Matías compró 4 tijeras iguales, pero no recuerda el precio de cada una. Si pagó con \$10 000 y recibió de vuelto \$1 200, ¿cuál era el precio de cada tijera?
- b) En cada bolsa hay la misma cantidad de naranjas. Si en total hay 132, ¿cuántas naranjas hay en cada bolsa?
- c) Se desea ampliar una terraza de forma cuadrada. Se necesita que el área total sea 22 m^2 . ¿Cuántos metros se deben añadir a la terraza?



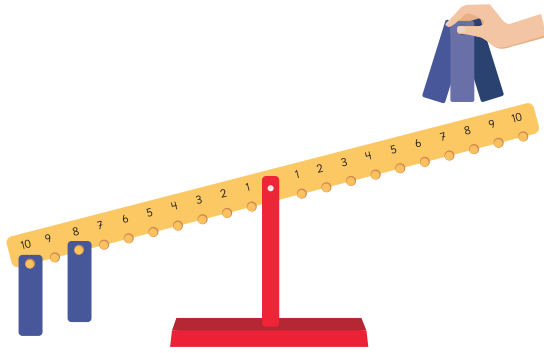
5 La medida de cada arista del cubo es $x \text{ cm}$.



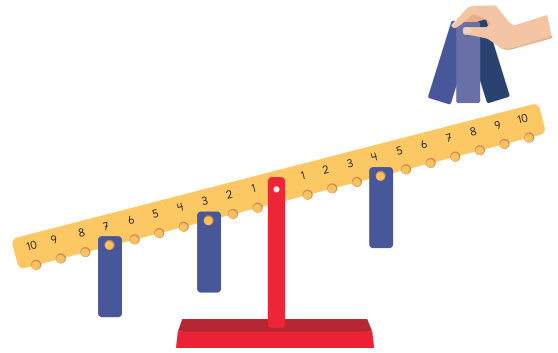
- a) Encuentra una expresión algebraica para obtener la suma de las medidas de todas sus aristas.
- b) Encuentra una expresión algebraica para obtener la suma de las áreas de todas sus caras.

- 6 Para equilibrar cada balanza se deben ubicar 3 placas en el mismo número. Plantea una ecuación y encuentra el número en cada caso.

a)



b)



- 7 ¿En qué ecuaciones el número 2 es solución? Intenta no resolverlas.

(A) $x + 12 = 14$

(B) $x + 1 = 2$

(C) $4 \cdot x - 1 = 7$

(D) $x + 1 = 2$

- 8 ¿Es 1,5 solución de la ecuación?

$$12 + 4 \cdot x = 18$$

- 9 ¿Es 8 solución de la ecuación?

$$4 \cdot x - 5 = 26$$

- 10 Inventa una ecuación de acuerdo a lo que se indica.

- a) Cuya solución sea 5.
- b) Cuya solución sea 1.
- c) Cuya solución sea 2,5.
- d) Que no tenga solución.

Problemas 2

1 Se construyen figuras con cuadrados siguiendo un patrón.



Figura 1



Figura 2

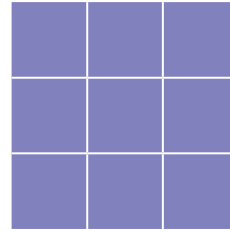


Figura 3

- a) Calcula la cantidad de cuadrados que se usan en cada figura. Completa la tabla incluyendo los cálculos que realizaste.

Figura	Cálculo	Cantidad de cuadrados
1		
2		
3		

Intenta que tus cálculos se relacionen con el número de la figura



- b) ¿Cuántos cuadrados tendrá la figura 20?
- c) Escribe una expresión algebraica que represente la cantidad de cuadrados que tendrá la figura x .
- d) ¿Qué figura se puede hacer usando 100 cuadrados? Plantea una ecuación.