

Estamos preparando nuestra fonda. Necesitamos hacer 50 empanadas. ¿Cómo podemos calcular la cantidad de ingredientes que necesitamos?



¡No se alcanza a ver cuánta manteca se necesita!



Averigüé y las cantidades de manteca y harina están en razón 1 : 5. ¿Qué significa esto?



Empanadas de pino (12 unidades)

Para el pino:

- 1,5 kg de carne de vacuno picada o molida.
- 4 cebollas grandes.
- 3 cucharadas de aceite.
- 1 cucharada ají de color.
- 1 cucharada de orégano.
- 5 huevos cocidos.
- 24 aceitunas negras.



Para la masa:

- 800 g harina.
- $\frac{1}{2}$ cucharada de sal
- 3 tazas de agua.
- 1 taza de manteca.



#

¡Gran fonda del sexto básico!	
Precios:	
Empanadas de pino.....	\$ 1 650
Bebidas.....	\$ 1 200
Jugos.....	\$ 1 490



Si aún no sé cuántas empanadas compraré, ¿cómo puedo expresar el dinero que necesito para x cantidad de empanadas?




En esta unidad aprenderás a:

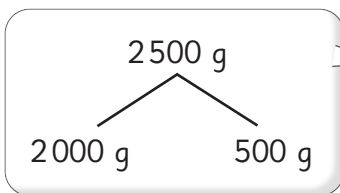
- Resolver problemas de adición y sustracción de fracciones y números mixtos.
- Resolver problemas con adición y sustracción de fracciones y/o decimales hasta la milésima.
- Resolver problemas planteando ecuaciones de primer grado con una incógnita.
- Aplicar el concepto de razón para comparar cantidades de acuerdo a un referente.



Equivalencias

- 1  Carlos tiene que hacer un pedido de 2500 g de almendras. Tiene 3 tipos de envases. ¿Qué combinaciones puede hacer? Utiliza el **Recortable 1**.

 Página 201



1 kg $\frac{1}{2}$ kg $\frac{1}{4}$ kg

Entonces 2000 g son 2 kg.

1000 g es 1 kg.



Y 500 g es la mitad de 1 kg.



Pensemos cómo expresar 2500 g de distintas maneras.

a) ¿En qué consisten las ideas de los niños? Explica.



Idea de Gaspar

Puede usar bolsas de 1 kg y $\frac{1}{2}$ kg.

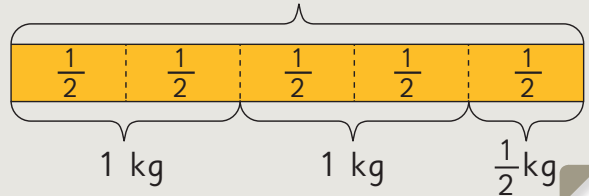
$$2\frac{1}{2}\text{ kg}$$



Idea de Sofía

Puede usar solo bolsas de $\frac{1}{2}$ kg.

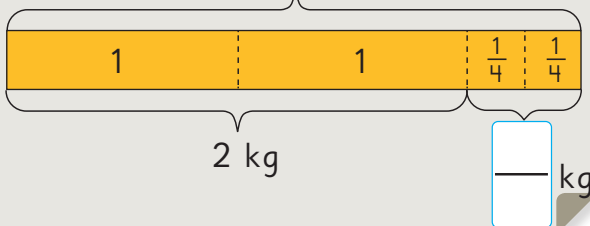
$$\frac{\square}{2}\text{ kg}$$



Idea de Matías

Puede usar bolsas de 1 kg y $\frac{1}{4}$ kg.

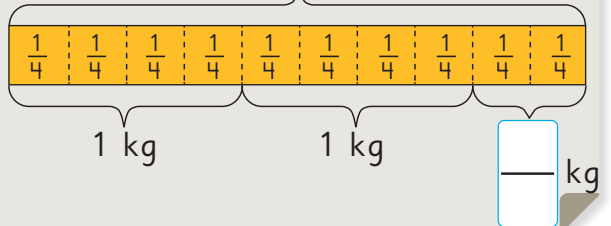
$$2\frac{1}{2}\text{ kg}$$



Idea de Sami

Puede usar solo bolsas de $\frac{1}{4}$ kg.

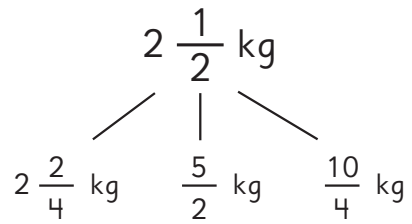
$$\frac{10}{4}\text{ kg}$$



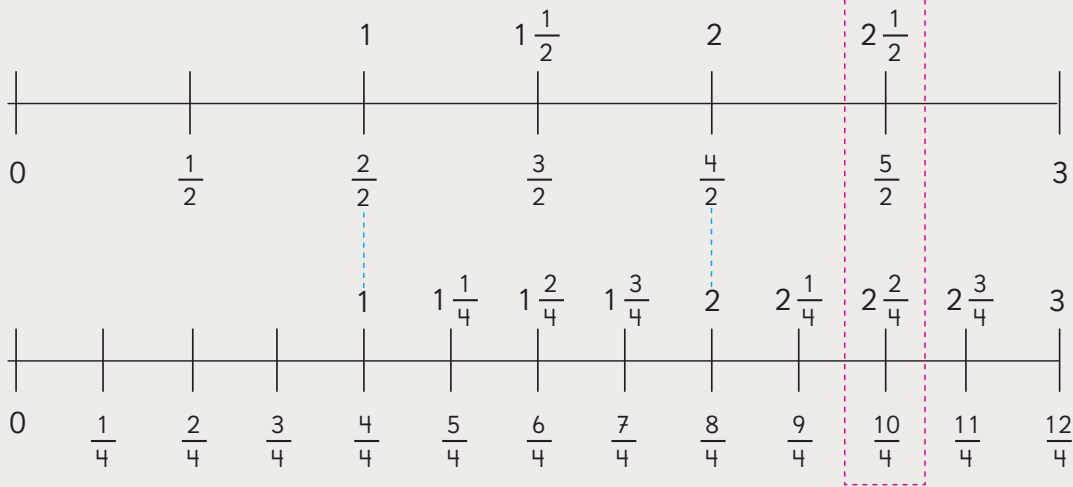
- b) Si Carlos quiere hacer el pedido con la menor cantidad de envases, ¿cuáles envases debe utilizar? Explica.
- c) Si quiere hacer el pedido con la mayor cantidad de envases, ¿cuáles envases debe utilizar?
- d) ¿Puede usar los 3 tipos de envases? ¿Cómo?
- e) Si Carlos tuviera envases de $\frac{1}{8}$ kg, ¿cuántos envases iguales necesitaría para hacer el pedido?



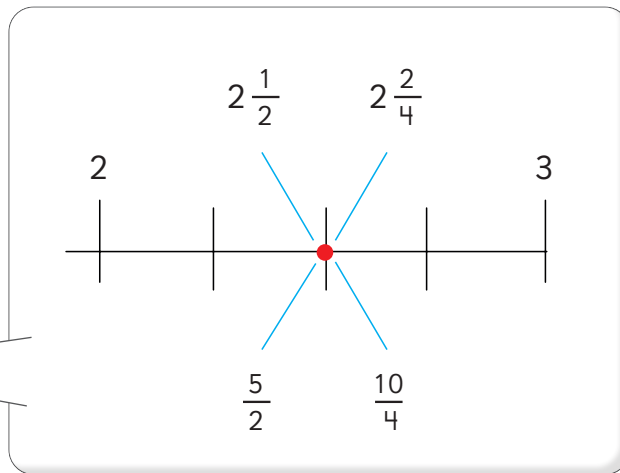
Podemos encontrar muchas formas distintas de representar $2\frac{1}{2}$ kg.



$2\frac{1}{2}$, $\frac{5}{2}$, $2\frac{2}{4}$ y $\frac{10}{4}$ representan el mismo número en la recta numérica.



Las fracciones que representan al mismo número se denominan **fracciones equivalentes**.



2 ¿Puedes encontrar otra forma de expresar $2\frac{1}{2}$?

Apóyate en la recta numérica y los **Recortables 1 y 2**.

Si amplificas $\frac{1}{2}$

$$\frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10}$$

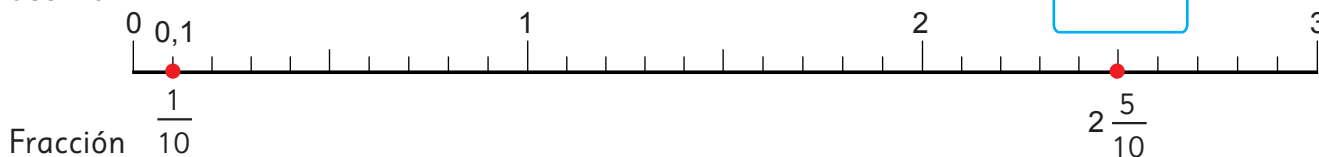


Las fracciones que tienen denominador 10 se pueden expresar fácilmente como números decimales.

Entonces, se puede expresar $2\frac{1}{2}$ como un número decimal.



Número decimal

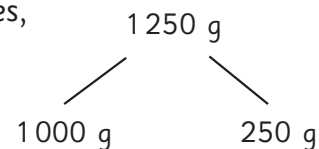


Algunos puntos de la recta numérica se pueden representar con fracciones y números decimales.

Entonces, ¿cómo expresamos 2500 g en kilogramos, usando números decimales?



3 ¿Cómo se expresa 1250 g en kilogramos, usando fracciones, números mixtos y números decimales?



Ejercita

1 ¿Qué fracción impropia, número mixto y número decimal representa el punto marcado en la recta numérica?

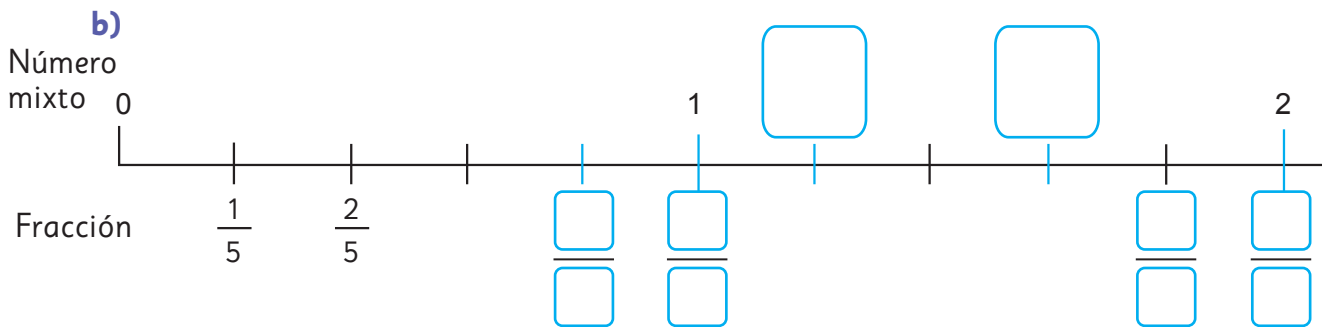
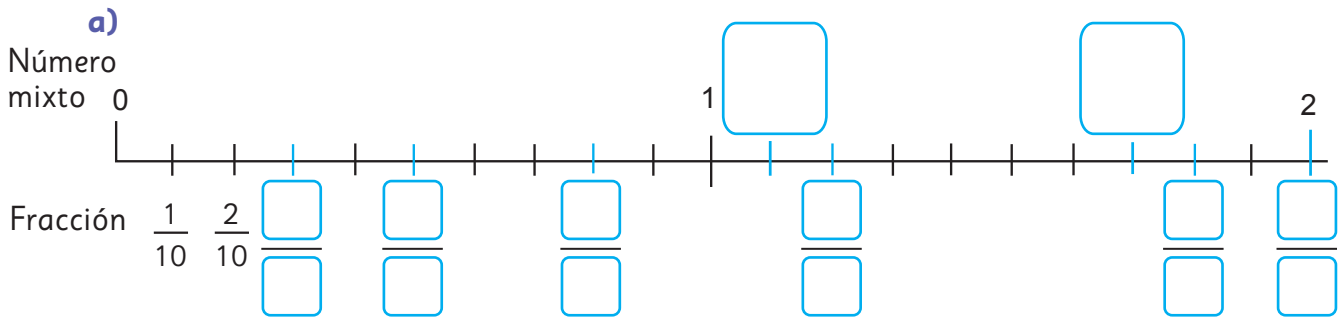


2 Expresa 1750 g en kilogramos, usando fracciones y números decimales.

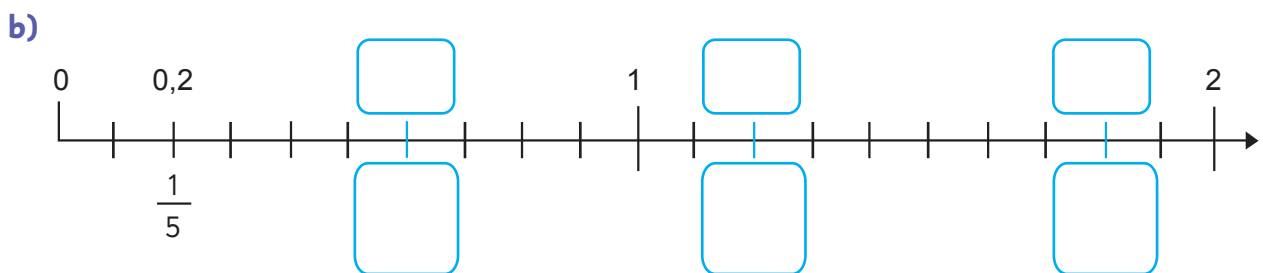
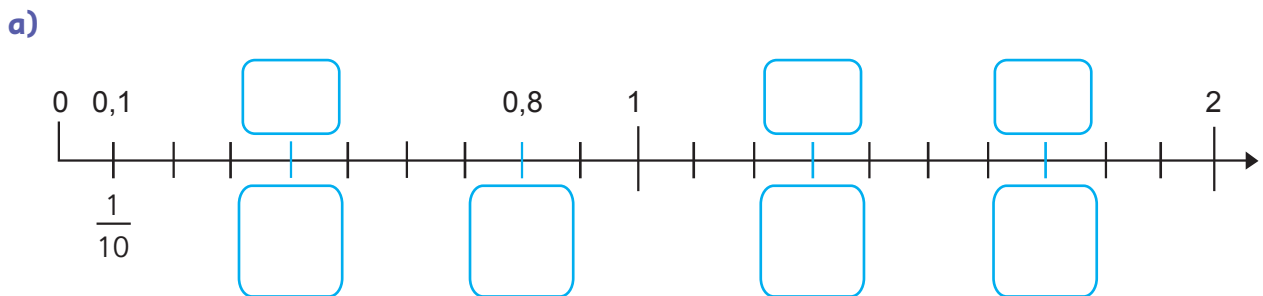
3 ¿Cuál es mayor: 3,5 o $\frac{13}{4}$? Utiliza una recta numérica.

Practica

1 Completa las rectas numéricas con las fracciones y números mixtos que correspondan.

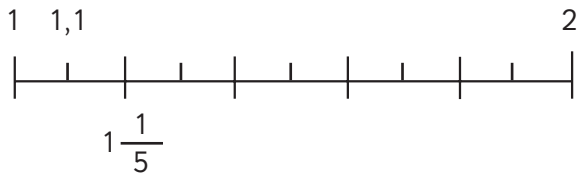


2 Completa las rectas numéricas con números decimales, fracciones propias y números mixtos, según corresponda.



- 3 Ordena los siguientes números de menor a mayor. Utiliza la recta.

$$1,5 \quad \frac{10}{5} \quad 1\frac{3}{5} \quad 1,8 \quad \frac{19}{10}$$



--	--	--	--	--

Menor

Mayor

- 4 Escribe el número mixto equivalente a cada fracción impropia.

a) $\frac{5}{2}$

b) $\frac{18}{5}$

c) $\frac{17}{3}$

- 5 Escribe la fracción equivalente a cada número mixto.

a) $1\frac{1}{4}$

b) $2\frac{2}{3}$

c) $5\frac{1}{6}$

- 6 Expresa cada número decimal como fracción.

a) 4,5

b) 2,25

- 7 Encierra los números equivalentes a 2,5.

$$\frac{25}{5} \quad 2\frac{1}{2} \quad 2\frac{5}{10} \quad \frac{25}{10} \quad \frac{2}{5}$$

- 8 Expresa cada medida en número mixto y número decimal.

Considera las unidades de medida.

a) 4500 g kg.

Número mixto: kg.

Número decimal: kg.

b) 5250 g kg.

Número mixto: kg.


Número decimal: kg.

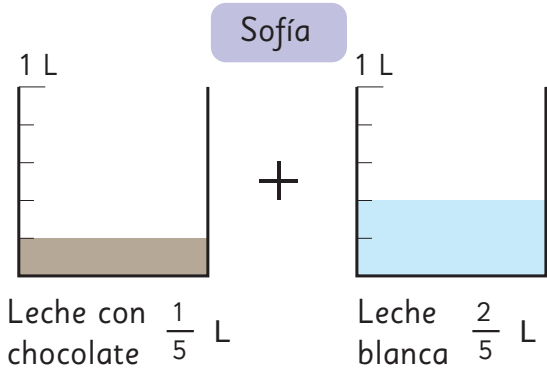
c) 2750 g kg.


Número mixto: kg.

Número decimal: kg.

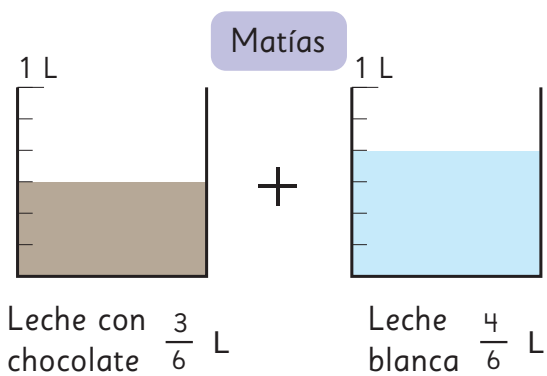
Adición de fracciones y números mixtos con denominadores iguales

1  Sofía y Matías mezclaron leche con chocolate y leche blanca. ¿Cuántos litros hizo cada uno?



 Pensemos cuántos quintos hay.

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{\square}{\square}$$



$$\frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{\square}{\square} = \square$$

 Puedo expresar esta cantidad como número mixto.

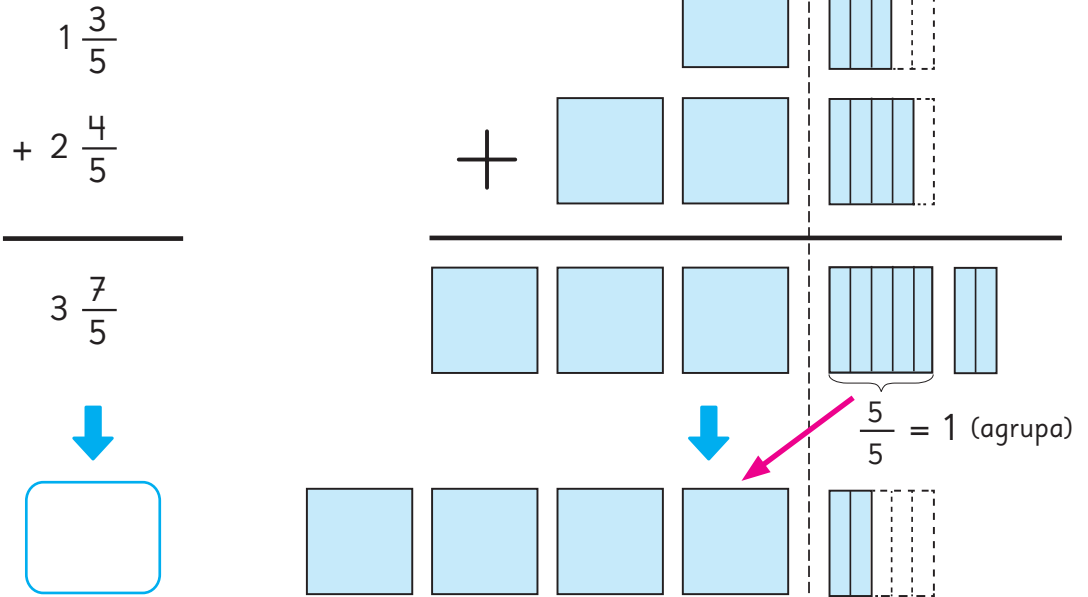
 Para sumar fracciones con **denominadores iguales**, se suman los numeradores y se mantiene el denominador.

Ejercita

Calcula. Expresa el resultado como número mixto, cuando corresponda.

- | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| a) $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} =$ | c) $\frac{4}{7} + \frac{5}{7} =$ | e) $\frac{2}{8} + \frac{3}{8} =$ |
| b) $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} =$ | d) $\frac{2}{5} + \frac{4}{5} =$ | f) $\frac{3}{9} + \frac{6}{9} =$ |

2 Explica cómo calcular $1\frac{3}{5} + 2\frac{4}{5}$, usando el diagrama.



3 ¿Cómo calcularías $3\frac{4}{7} + \frac{3}{7}$? Explica.



Para sumar números mixtos:

- ① Suma los números enteros.
- ② Suma las fracciones.
- ③ Cuando la suma de las fracciones se convierte en una fracción impropia, agrupa el número entero y súmalo.

Ejemplo:

$$2\frac{3}{5} + 1\frac{4}{5} = (2 + 1) + \left(\frac{3}{5} + \frac{4}{5}\right) = 3 + \frac{7}{5} = 3 + 1\frac{2}{5} = 4\frac{2}{5}$$

Ejercita

Calcula.

a) $1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{3} =$

e) $3\frac{2}{7} + 1\frac{3}{7} =$

i) $4\frac{3}{8} + 2\frac{4}{8} =$

b) $2\frac{2}{6} + 4\frac{3}{6} =$

f) $3\frac{1}{5} + 5\frac{3}{5} =$

j) $3 + 3\frac{5}{6} =$

c) $1\frac{2}{3} + 2\frac{2}{3} =$

g) $1\frac{5}{7} + 5\frac{3}{7} =$

k) $2\frac{1}{5} + 3\frac{4}{5} =$

d) $2\frac{7}{9} + \frac{4}{9} =$

h) $\frac{2}{7} + 4\frac{6}{7} =$

l) $\frac{1}{4} + 2\frac{3}{4} =$

Practica

1 Calcula.

a) $\frac{1}{7} + \frac{4}{7} =$

b) $\frac{2}{5} + \frac{2}{5} =$

c) $1\frac{5}{7} + 3\frac{6}{7} =$

d) $\frac{7}{8} + 4\frac{6}{8} =$

e) $2\frac{4}{6} + 1\frac{3}{6} =$

f) $1\frac{1}{4} + 2\frac{2}{4} =$

g) $2\frac{3}{7} + \frac{3}{7} =$

h) $3\frac{2}{6} + 1\frac{4}{6} =$

i) $2\frac{2}{3} + 4\frac{2}{3} =$

j) $3\frac{4}{5} + \frac{3}{5} =$

k) $1\frac{3}{4} + 2\frac{2}{4} =$

l) $1\frac{3}{7} + 1\frac{6}{7} =$

m) $2\frac{2}{5} + 2\frac{3}{5} =$

n) $3\frac{2}{3} + 2\frac{2}{3} =$

o) $\frac{5}{6} + 3\frac{1}{6} =$

p) $\frac{4}{9} + 6\frac{7}{9} =$

q) $2\frac{1}{3} + 3\frac{2}{3} =$

2 En una botella hay $1\frac{3}{5}$ L de jugo y en otra hay $2\frac{4}{5}$ L de jugo.

¿Cuántos litros de jugo hay en total?

Expresión matemática:

Respuesta:



1 Pensemos cómo calcular, usando el diagrama.

$$\frac{1}{3} + \frac{5}{6} = \frac{\square}{\square} + \frac{5}{6}$$

$$= \frac{\square}{\square}$$

$$= \square$$

¿Hay una fracción equivalente a $\frac{1}{3}$ con denominador 6?



2 Se tiene $1\frac{1}{2}$ kg de marraquetas y $1\frac{2}{3}$ kg de hallullas. ¿Cuántos kilogramos de pan hay en total?

a) Ema calculó, como se muestra a continuación. ¿Cómo lo hizo? Explica.



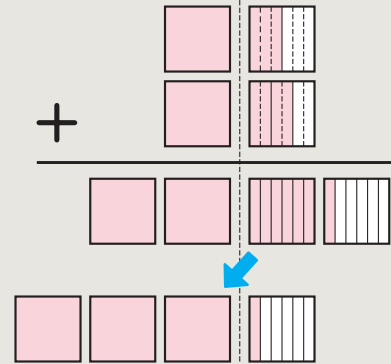
Idea de Ema

Sumé los enteros y luego las fracciones.

$$1\frac{1}{2} + 1\frac{2}{3} = 1\frac{\square}{6} + 1\frac{\square}{6}$$

$$= \square\frac{\square}{6}$$

$$= \square\frac{\square}{6}$$



b) Gaspar expresó primero los números mixtos como fracciones impropias, y luego las sumó. Calcula usando la idea de Gaspar.

c) Hay kg de pan en total.

Ejercita

Calcula.

a) $\frac{3}{8} + \frac{7}{10} =$

c) $\frac{4}{5} + \frac{13}{15} =$

e) $\frac{11}{12} + \frac{1}{4} =$

b) $1\frac{5}{6} + 1\frac{1}{2} =$

d) $2\frac{1}{6} + 1\frac{1}{2} =$

f) $1\frac{2}{3} + 2\frac{3}{4} =$

Practica

1 Calcula.

a) $\frac{5}{7} + \frac{5}{6} =$

b) $\frac{5}{9} + \frac{3}{5} =$

c) $\frac{6}{35} + \frac{9}{10} =$

d) $\frac{5}{6} + 1\frac{3}{8} =$

e) $1\frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$

f) $1\frac{3}{5} + 1\frac{1}{2} =$

g) $3\frac{1}{8} + 1\frac{1}{6} =$

h) $1\frac{2}{5} + 2\frac{6}{7} =$

i) $1\frac{3}{10} + 2\frac{5}{6} =$

- 2 Una bolsa tiene $2\frac{3}{8}$ kg de harina y otra tiene 3 kg.
¿Cuántos kilogramos de harina hay en total?

Expresión matemática:

Respuesta:

- 3 Juan corrió $1\frac{5}{6}$ km alrededor de una cancha. Si para completar una vuelta le faltan $\frac{3}{8}$ km, ¿cuántos kilómetros hay en una vuelta a la cancha?

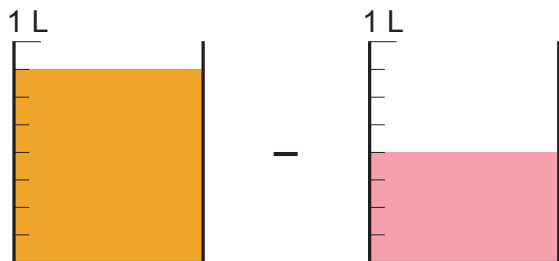
Expresión matemática:

Respuesta:

Sustracción de fracciones y números mixtos con denominadores iguales

1  ¿Cuántos litros más son $\frac{7}{8}$ L de jugo de naranja que $\frac{4}{8}$ L de jugo de frutilla?

Pensemos cómo calcular.



¿Cuántos octavos hay de diferencia?



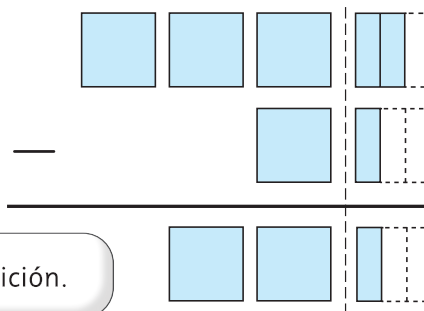
$$\frac{7}{8} - \frac{4}{8} = \frac{\square}{\square}$$



Para restar fracciones con **denominadores iguales**, se restan los numeradores y se mantiene el denominador.

2 Pensemos cómo encontrar la diferencia entre $3\frac{2}{3}$ y $1\frac{1}{3}$.

$$3\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3} = \square \frac{\square}{3}$$



Pensemos de la misma manera que en la adición.



Para restar números mixtos, puedes restar los números enteros y luego, las fracciones, siempre que sea posible.

Ejercita

Calcula.

a) $\frac{3}{4} - \frac{2}{4} =$

c) $\frac{6}{7} - \frac{2}{7} =$

e) $\frac{10}{9} - \frac{8}{9} =$

b) $6\frac{5}{7} - 4\frac{3}{7} =$

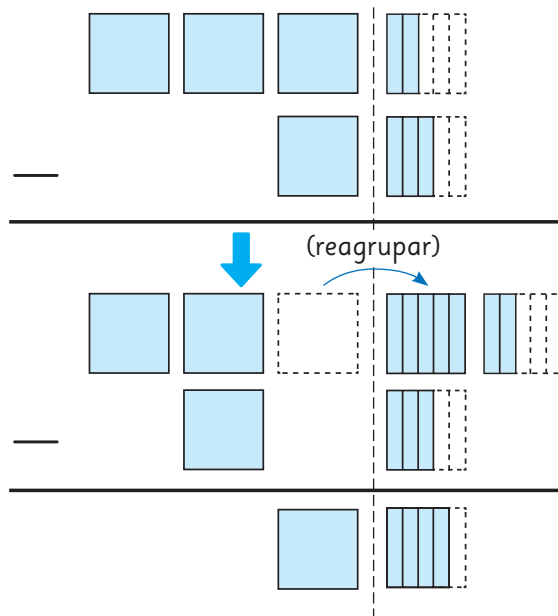
d) $8\frac{2}{5} - 5\frac{1}{5} =$

f) $7\frac{5}{9} - \frac{4}{9} =$

3 Explica cómo calcular $3\frac{2}{5} - 1\frac{3}{5}$.

$$3\frac{2}{5} - 1\frac{3}{5} = 2\frac{\square}{5} - 1\frac{3}{5}$$

$$= 1\frac{\square}{5}$$



Cuando la resta de las fracciones de dos números mixtos no puede realizarse, se debe reagrupar 1 entero.

Ejemplo:

$$3\frac{2}{5} - 1\frac{3}{5} = \left(2 + \frac{5}{5} + \frac{2}{5}\right) - 1\frac{3}{5} = 2\frac{7}{5} - 1\frac{3}{5} = 1\frac{4}{5}$$

4 Pensemos cómo calcular $3 - 1\frac{1}{4}$.

$$3 - 1\frac{1}{4} = 2\frac{\square}{4} - 1\frac{1}{4}$$

$$= 1\frac{\square}{4}$$

Ejercita



Calcula.

a) $1\frac{2}{4} - \frac{3}{4} =$

d) $1\frac{4}{9} - \frac{8}{9} =$

g) $1\frac{1}{6} - \frac{2}{6} =$

b) $6\frac{2}{7} - 4\frac{5}{7} =$

e) $9\frac{3}{5} - 3\frac{4}{5} =$

h) $7\frac{3}{8} - 4\frac{7}{8} =$

c) $1 - \frac{1}{6} =$

f) $8 - 1\frac{2}{7} =$

i) $7 - 2\frac{1}{5} =$

Practica

1 Calcula.

a) $\frac{8}{6} - \frac{7}{6} =$

b) $4\frac{3}{5} - \frac{2}{5} =$

c) $3\frac{8}{9} - 2\frac{4}{9} =$

d) $7\frac{6}{8} - 5\frac{1}{8} =$

e) $5\frac{3}{4} - 5\frac{2}{4} =$

f) $2\frac{2}{3} - \frac{2}{3} =$

g) $6\frac{4}{7} - 2\frac{5}{7} =$

h) $1\frac{1}{4} - \frac{2}{4} =$

i) $1\frac{2}{5} - \frac{3}{5} =$

j) $2\frac{3}{9} - \frac{4}{9} =$

k) $3\frac{1}{8} - 2\frac{4}{8} =$

l) $6\frac{3}{6} - 4\frac{4}{6} =$

m) $9\frac{1}{3} - 2\frac{2}{3} =$

n) $1 - \frac{1}{5} =$

o) $3 - 2\frac{1}{4} =$

p) $4 - 3\frac{8}{9} =$

q) $6 - 3\frac{1}{7} =$

2 En una botella hay $1\frac{3}{5}$ L de jugo y en otra hay $2\frac{4}{5}$ L de jugo.
¿En cuál botella hay más litros de jugo?,
¿cuántos litros más?

Expresión matemática:

Respuesta:



1



Pensemos cómo calcular $\frac{7}{5} - \frac{5}{6}$.

$$\frac{7}{5} - \frac{5}{6} = \frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square}$$

$$= \square$$

Para encontrar un denominador común, puedes calcular el **mínimo común múltiplo** entre 5 y 6.



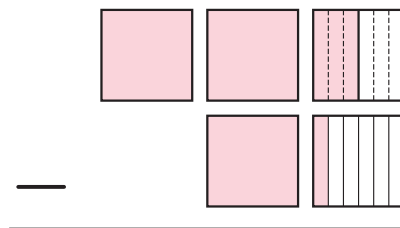
2

Pensemos cómo calcular $2 \frac{1}{2} - 1 \frac{1}{6}$, usando el diagrama.

$$2 \frac{1}{2} - 1 \frac{1}{6} = 2 \frac{\square}{\square} - 1 \frac{1}{6}$$

$$= \square$$

$$= \square$$



3

Había $2 \frac{1}{2}$ L de jugo en la casa de Matías. Él bebió $1 \frac{5}{6}$ L.

¿Cuánto litros de jugo quedan ahora?

a) Escribe la expresión matemática.

b) ¿Cómo lo resolverías? Explica.

Yo buscaría denominadores iguales para las fracciones.



Pero igual no puedes restar $\frac{5}{6}$ a $\frac{3}{6}$.



¿Y si representamos el problema para entenderlo?



c) Analiza las ideas de los niños y explica cómo lo hicieron.



Idea de Matías

Represento como fracciones impropias los números mixtos: $2 \frac{1}{2} = \frac{\square}{2}$, $1 \frac{5}{6} = \frac{\square}{6}$

Luego, $2 \frac{1}{2} - 1 \frac{5}{6} = \frac{\square}{2} - \frac{\square}{6} = \frac{\square}{6} - \frac{\square}{6} = \frac{\square}{6}$

Finalmente, busco la fracción irreducible $\frac{\square}{6} = \frac{\square}{\square}$



Idea de Juan

Busco denominadores iguales para las fracciones.

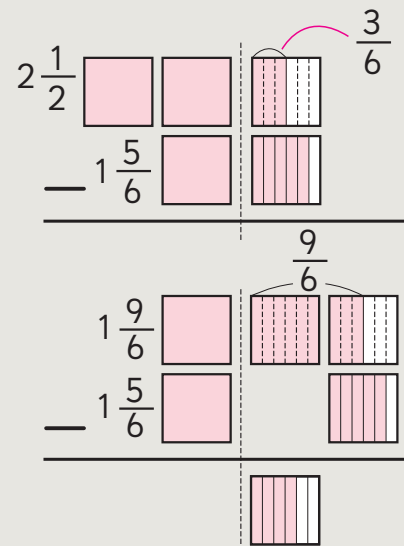
$$2 \frac{1}{2} - 1 \frac{5}{6} = 2 \frac{3}{6} - 1 \frac{5}{6}$$

No podemos restar $\frac{5}{6}$ a $\frac{3}{6}$.

Entonces, reagrupo 1 entero.

$$2 \frac{3}{6} = 1 \frac{9}{6}$$

$$1 \frac{9}{6} - 1 \frac{5}{6} = \frac{\square}{6} = \frac{\square}{\square}$$



Ejercita

Calcula.

a) $4 \frac{7}{8} - 1 \frac{1}{7} =$

c) $7 \frac{3}{4} - 2 \frac{1}{6} =$

e) $5 \frac{2}{3} - 2 \frac{1}{6} =$

b) $5 \frac{1}{3} - 2 \frac{3}{4} =$

d) $5 \frac{1}{6} - 3 \frac{9}{10} =$

f) $7 \frac{1}{4} - 6 \frac{11}{12} =$

Practica

1 Calcula.

a) $\frac{11}{6} - \frac{2}{3} =$

b) $\frac{8}{14} - \frac{6}{21} =$

c) $2\frac{4}{15} - 1\frac{3}{10} =$

d) $3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{3} =$

e) $1\frac{4}{7} - 1\frac{1}{2} =$

f) $2\frac{9}{10} - 1\frac{3}{5} =$

g) $3\frac{1}{7} - 1\frac{5}{9} =$

h) $3\frac{1}{3} - 1\frac{4}{5} =$

i) $6\frac{1}{3} - 2\frac{5}{6} =$

2 Tengo dos cintas, una mide $2\frac{2}{5}$ m y la otra $1\frac{1}{4}$ m. ¿Cuál es más larga?, ¿cuánto más?

Expresión matemática:

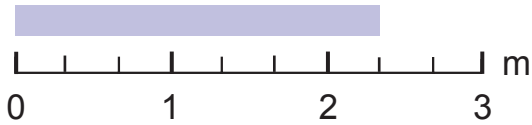
Respuesta:

3 Tengo $1\frac{2}{3}$ L de aceite. De eso, usé $\frac{4}{5}$ L para cocinar. ¿Cuántos litros de aceite me quedan?

Expresión matemática:

Respuesta:

- 4 Expresa la medida de la cinta como número mixto y como fracción impropia.



Número mixto:

Fracción impropia:

- 5 Encierra los números equivalentes a $4\frac{1}{2}$.

$4\frac{5}{10}$ 4,5 4,2 $4\frac{50}{100}$ $\frac{9}{2}$ 4,50

- 6 María tiene $3\frac{1}{2}$ kg de arroz, y quiere envasarlos.

- a) ¿Cuántos paquetes de $\frac{1}{4}$ kg puede hacer?
- b) ¿Cuántos paquetes de $\frac{1}{2}$ kg puede hacer?
- c) Si solo hizo 4 paquetes iguales, ¿de qué medidas pudo haberlos hecho?

- 7 Calcula.

a) $\frac{5}{9} + \frac{2}{9} =$

b) $\frac{4}{6} + \frac{3}{6} =$

c) $2\frac{4}{5} + 1\frac{1}{5} =$

d) $1\frac{2}{4} + 2\frac{3}{4} =$

e) $2\frac{7}{15} + 1\frac{12}{15} =$

f) $\frac{9}{11} - \frac{4}{11} =$

g) $\frac{13}{8} - \frac{5}{8} =$

h) $2\frac{4}{6} - 1\frac{5}{6} =$

i) $8\frac{5}{12} - 4\frac{5}{12} =$

j) $6\frac{2}{7} - 3\frac{5}{7} =$

8 Expresa 2 200 g como:

Número mixto: kg.

Número decimal: kg.

9 Ordena de menor a mayor los siguientes números:

$3\frac{1}{2}$ $\frac{3}{2}$ 2,3 3,2 $\frac{2}{3}$

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

Menor

Mayor

10 Calcula.

a) $\frac{17}{24} + \frac{5}{12} =$

b) $2\frac{4}{15} + 1\frac{1}{6} =$

c) $3\frac{5}{6} + 4\frac{3}{8} =$

d) $4\frac{1}{2} - 3\frac{1}{6} =$

e) $2\frac{5}{6} - 1\frac{2}{15} =$

f) $5\frac{1}{6} - 2\frac{5}{12} =$

11 Ema corrió $1\frac{4}{5}$ km en la mañana y $1\frac{3}{10}$ km en la tarde .

a) ¿Cuántos kilómetros corrió Ema?

Expresión matemática:

Respuesta:

b) ¿Cuándo corrió más? ¿Cuánto más?

Expresión matemática:

Respuesta:

Ejercicios

1 Expresa las siguientes fracciones impropias como número mixto y como número decimal.

a) $\frac{7}{4}$

b) $\frac{7}{2}$

c) $\frac{18}{10}$

d) $\frac{75}{50}$

e) $\frac{16}{5}$

2 Expresa los siguientes números decimales como fracciones impropias y números mixtos.

a) 4,5

b) 1,25

c) 2,6

d) 1,85

e) 2,2

3 Expresa 4500 g en kilogramos usando fracción, número mixto y número decimal.

4 ¿Cuál o cuáles de estas medidas son equivalentes a 1 250 g?

$1\frac{1}{4}$ kg

1 250 kg

1,250 kg

$\frac{5}{4}$ kg

1 kg y 250 g

12,5 kg

5  Calcula.

a) $2\frac{5}{6} + 4\frac{9}{14}$

e) $2\frac{5}{9} + \frac{8}{9}$

i) $1\frac{2}{7} + 2\frac{2}{3}$

b) $3\frac{4}{8} - 1\frac{3}{8}$

f) $1\frac{5}{9} - \frac{7}{9}$

j) $1 - \frac{7}{10}$

c) $3\frac{3}{4} + 1\frac{5}{6}$

g) $1\frac{3}{8} + 1\frac{1}{2}$

k) $4\frac{2}{3} + 2\frac{2}{3}$

d) $\frac{4}{3} - \frac{1}{4}$

h) $6\frac{5}{7} - 2\frac{2}{5}$

l) $4\frac{1}{5} - 2\frac{3}{5}$

6 Santiago corrió $1\frac{2}{5}$ km el domingo por la mañana y $1\frac{3}{4}$ km por la tarde.

a) ¿Cuántos kilómetros corrió en total?

b) ¿Cuándo corrió más?, ¿cuánto más?

Problemas

1 Rosa tiene $3\frac{3}{4}$ kg de aceitunas. ¿Cuántos paquetes de $\frac{1}{4}$ kg puede hacer?

2 Una cinta roja mide 1,7 m, una amarilla mide $1\frac{1}{5}$ m y una verde mide $\frac{3}{2}$ m. Ubica las medidas de las cintas en la recta numérica y luego responde.



- a) ¿Cuál es la cinta más larga?
- b) ¿Cuál es la más corta?
- c) ¿Cuál es la diferencia entre la medida de la cinta amarilla y la verde?
- d) ¿Cuánto miden las 3 cintas juntas?

3  Calcula.

a) $\frac{3}{4} + \frac{2}{4}$

d) $2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{3}$

g) $2\frac{2}{7} + 3\frac{5}{7}$

j) $1\frac{5}{8} + 1\frac{6}{8}$

b) $\frac{11}{9} - \frac{4}{9}$

e) $3\frac{5}{6} - 1\frac{4}{6}$

h) $5\frac{7}{15} - 3\frac{7}{15}$

k) $4\frac{2}{7} - 1\frac{3}{7}$

c) $1\frac{1}{2} + 1\frac{9}{10}$

f) $1\frac{5}{6} + 2\frac{4}{9}$

i) $2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{6}$

l) $3\frac{1}{6} - 1\frac{3}{4}$

4 La familia de Teresa bebió $1\frac{3}{5}$ L de leche ayer por la mañana y $\frac{4}{5}$ L por la tarde.

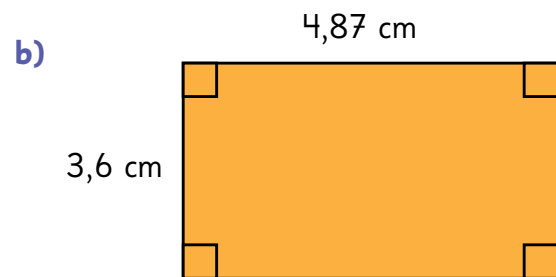
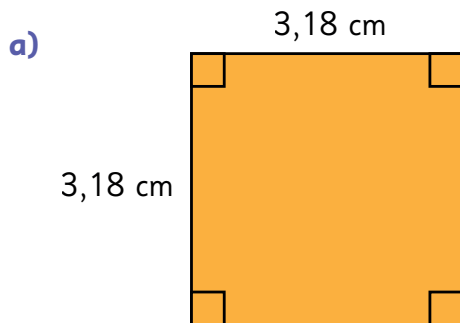
- a) ¿Cuántos litros bebieron en total?
- b) Si hoy bebieron $1\frac{2}{5}$ L, ¿cuándo bebieron la mayor cantidad de leche y cuántos litros más?

12

Operatoria con números decimales y fracciones

Cálculo con números decimales

- 1 Hay dos melones. Uno masa 3,2 kg y el otro 1,63 kg. ¿Cuánto masan los dos melones en total?
- 2 Gastón ha recorrido 850 m de una carrera de 2 km. ¿Cuántos metros le faltan para terminar la carrera?
- 3 Encuentra el perímetro de las siguientes figuras.



- 4 Encuentra el área de la figura.



Ejercita

Calcula.

- | | | | |
|--------------------|---------------------|------------------|---------------------|
| a) $1,24 + 2,45$ | d) $5,57 + 3,61$ | g) $2,66 + 4,54$ | j) $6,8 + 2,36$ |
| b) $8,75 - 3,52$ | e) $9,36 - 6,54$ | h) $7,24 - 4,35$ | k) $8,5 - 1,72$ |
| c) $2,3 \cdot 1,2$ | f) $7,43 \cdot 0,8$ | i) $3,8 \cdot 2$ | l) $3,12 \cdot 0,3$ |

Practica

1 Calcula.

a) $1,34 + 2,53 =$

b) $4,57 + 3,61 =$

c) $5,08 + 2,15 =$

d) $6,44 + 1,96 =$

e) $2,8 + 3,37 =$

f) $1,49 + 7,28 =$

g) $5,02 + 4,65 =$

h) $2,91 + 3,88 =$

i) $8,07 + 0,65 =$

j) $6,39 + 7,04 =$

k) $8,57 - 4,43 =$

l) $9,26 - 7,72 =$

m) $6,42 - 3,56 =$

n) $5,03 - 4,45 =$

o) $7,6 - 1,88 =$

p) $7,93 - 3,02 =$

q) $9,03 - 6,21 =$

r) $3,48 - 0,89 =$

s) $5,13 - 4,4 =$

t) $2,85 - 2,69 =$

2  Calcula.

a) $3,2 \cdot 1,4$

b) $8,53 \cdot 0,4$

c) $4,9 \cdot 2,8$

d) $2,3 \cdot 3,4$

e) $4,58 \cdot 2$

f) $0,35 \cdot 4,2$

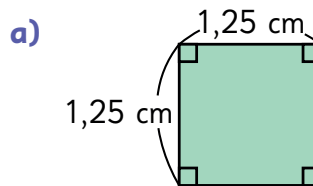
g) $8,5 \cdot 3,5$

h) $6,29 \cdot 0,3$

i) $5,1 \cdot 3,9$

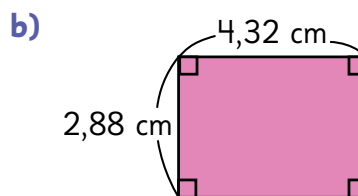
j) $0,82 \cdot 0,76$

3 Calcula el perímetro de cada figura.



Expresión matemática:

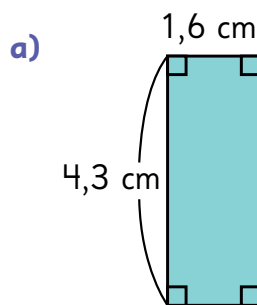
Respuesta:



Expresión matemática:

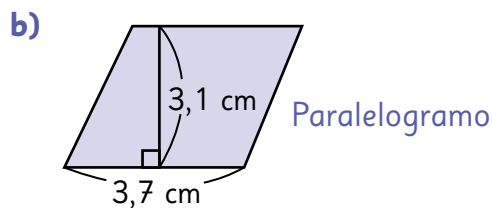
Respuesta:

4 Calcula el área de cada figura.



Expresión matemática:

Respuesta:



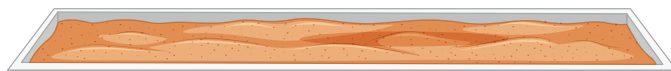
Expresión matemática:

Respuesta:



Organizando los registros

- 1 Aurora y tres de sus amigos practican salto largo. Cada uno ha saltado tres veces.



La siguiente tabla muestra sus marcas:

Nombre	Primer salto (m)	Segundo salto (m)	Tercer salto (m)
Aurora	2,56	2,43	2,54
Alan	2,53	2,51	2,61
Berta	2,62	2,52	2,51
Felipe	2,51	2,49	2,53

- a) ¿Cuál es la longitud total que saltó Aurora en los 3 intentos?
- b) En el primer intento, ¿cuánto más saltó Berta que Alan?
- c) ¿Cuál es la diferencia entre el mejor y el peor intento de Alan después de tres saltos?
- d) Observa la tabla y discute con tus compañeros quién llegó más lejos. Explica tu razonamiento.
- Ⓐ Sofía dice que Berta saltó más lejos.
- Ⓑ Matías dice que Alan saltó más lejos.
- Ⓒ Ema dice que el logro de Alan y Berta es el mismo.



¿En qué se fijó Sofía?

¿Qué intentó comparar Matías?



- 2** Hay 3 tarjetas para cada uno de los dígitos del 1 al 9. Plantea divisiones completando los espacios que se muestran a continuación y calcula. Si el número no es divisible, redondea el cociente a un decimal.

$$\boxed{}\boxed{},\boxed{} : \boxed{}\boxed{},\boxed{}$$



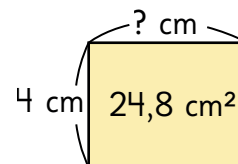
- 3** Lorenzo tiene en su almacén un saco de 50 kg de harina. Quiere hacer paquetes más pequeños para poder vender harina a sus clientes.

- a) Si pone toda la harina en paquetes de 0,5 kg cada uno, ¿cuántos paquetes obtendrá?
- b) Si pone toda la harina en paquetes de 2,5 kg cada uno, ¿cuántos paquetes obtendrá?

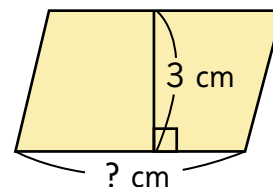


- 4** Responde.

- a) Si el ancho de un rectángulo mide 4 cm y su área es 24,8 cm², ¿cuál será su largo?



- b) La altura de un paralelogramo es 3 cm y su área es 19,8 cm², ¿cuál será la medida de su base?



Ejercita

Calcula.

- | | | | |
|-------------|---------------|--------------|---------------|
| a) 9 : 0,6 | c) 8,4 : 0,7 | e) 1,2 : 0,4 | g) 22,8 : 0,4 |
| b) 7,14 : 4 | d) 6,45 : 0,5 | f) 6,66 : 5 | h) 9,24 : 0,2 |

Practica

- 1 Diego y sus amigos practican salto largo. Cada uno saltó tres veces. En la tabla se registran las distancias logradas por cada uno, en metros.

Nombre	Salto 1	Salto 2	Salto 3
Diego	3,32	3,49	3,34
Luis	3,11	3,12	3,13
Ana	3,08	3,14	3,06
Mario	3,38	3,42	3,48

- a) ¿Cuál es la diferencia en metros entre la distancia más larga y la distancia más corta entre todos los registros?
- b) ¿Quién saltó la distancia más larga en total?
- c) ¿Cuál es la diferencia entre el mejor y el peor salto de Diego?

- 2 Calcula.

a) $8 : 0,4 =$

b) $4,8 : 0,2 =$

c) $9,6 : 0,6 =$

d) $9,6 : 3,2 =$

e) $2,4 : 0,8 =$

f) $9,66 : 4,6 =$

g) $6,24 : 3,9 =$

h) $0,48 : 0,12 =$

3 Responde.

- a) El ancho de un rectángulo mide 2 cm y su área es de $8,6 \text{ cm}^2$.
¿Cuánto mide su largo?

Expresión matemática:

Respuesta:

- b) El largo de un rectángulo mide 4 cm y su área es de $15,2 \text{ cm}^2$.
¿Cuánto mide su ancho?

Expresión matemática:

Respuesta:

- c) El largo de un rectángulo mide 6 cm y su área es de $26,4 \text{ cm}^2$.
¿Cuánto mide su ancho?

Expresión matemática:

Respuesta:

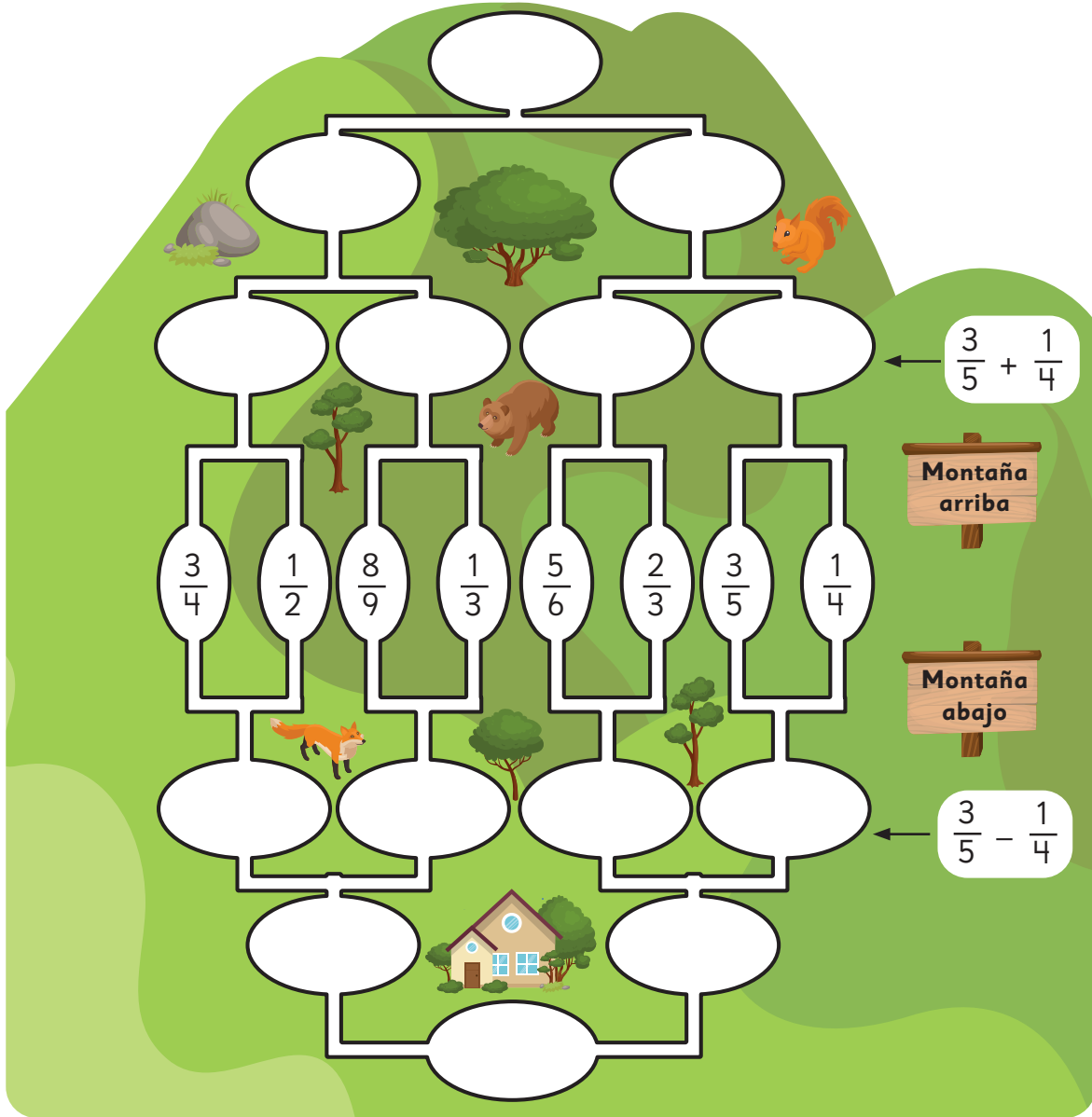
4 Roxana tiene las siguientes notas:

Asignatura	Nota 1	Nota 2	Nota 3
Lenguaje	6,2	5,8	6,9
Matemática	5,8	6,5	6,0
Tecnología	6,9	7,0	6,2

- a) ¿Qué promedio tiene en Lenguaje?
- b) ¿Qué promedio tiene en Matemática?
- c) ¿Cuál es su promedio más alto?
- d) ¿Cuál es la diferencia entre el promedio más alto y el más bajo?

Cálculos con fracciones

- 1 Selecciona un par de fracciones del centro de la imagen. A medida que subes la montaña, suma las fracciones. A medida que bajas, resta la fracción menor a la fracción mayor. ¿Cuáles son las fracciones finales?



Ejercita

 Calcula.

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

c) $\frac{7}{9} + \frac{2}{3}$

e) $1\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$

g) $1\frac{1}{7} + 2\frac{2}{5}$

b) $\frac{7}{8} - \frac{1}{4}$

d) $\frac{5}{6} - \frac{3}{5}$

f) $1\frac{7}{8} - \frac{1}{6}$

h) $1\frac{2}{9} - \frac{4}{5}$

Practica

1 Calcula.

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$

b) $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} =$

c) $\frac{3}{8} + \frac{5}{6} =$

d) $\frac{2}{9} + \frac{5}{12} =$

e) $\frac{7}{10} + \frac{3}{7} =$

f) $1\frac{1}{3} + \frac{3}{4} =$

g) $2\frac{2}{5} + \frac{1}{6} =$

h) $1\frac{3}{7} + \frac{1}{3} =$

i) $2\frac{1}{4} + 1\frac{3}{10} =$

j) $1\frac{5}{8} + 2\frac{1}{12} =$

k) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} =$

l) $\frac{7}{9} - \frac{2}{3} =$

m) $\frac{5}{8} - \frac{2}{5} =$

n) $\frac{6}{7} - \frac{1}{6} =$

o) $\frac{3}{5} - \frac{5}{12} =$

p) $2\frac{2}{3} - \frac{3}{4} =$

q) $1\frac{1}{6} - \frac{5}{9} =$

r) $2\frac{3}{8} - \frac{9}{10} =$

s) $1\frac{5}{6} - 1\frac{4}{15} =$

t) $2\frac{3}{5} - 1\frac{4}{7} =$



Nuestro cuerpo y los alimentos

1 Observa la imagen y reflexiona sobre el cuerpo humano.

La masa del cerebro es aproximadamente $\frac{1}{50}$ de la masa del cuerpo.

- a) ¿Cuál sería la masa aproximada del cerebro de una persona que masa 50 kg?
- b) Alrededor de $\frac{1}{7}$ de los huesos están en la cabeza. ¿Cuántos huesos tiene el cuerpo humano, aproximadamente?
- c) ¿Cuántos litros de agua hay en el cuerpo de una persona de 45 kg?



En la cabeza hay 29 huesos.

El agua (en litros) en el cuerpo es cerca de $\frac{2}{3}$ de su masa total.

2 Para que el cuerpo crezca y se ejercite, necesitamos una nutrición variada. Los carbohidratos proporcionan energía para hacer ejercicio. La proteína proporciona una base para los músculos.

- a) El arroz contiene alrededor de $\frac{2}{5}$ de carbohidratos de su masa total. ¿Cuántos kilogramos de carbohidratos hay en 20 kg de arroz?
- b) La merluza contiene aproximadamente $\frac{3}{25}$ de proteína en su masa total. Si quieres consumir 30 g de proteína de merluza, ¿cuántos gramos tienes que comer?
- c) Un trozo de carne roja contiene alrededor de $\frac{1}{5}$ de proteína en su masa total. Inventa un problema con esta información.



Arroz



Merluza



Carne roja

Cálculos con números decimales y fracciones

1  Calculemos $\frac{2}{5} + 0,5$.

a) Conviertamos el número decimal en fracción y calculemos.

$$0,5 = \frac{1}{2} \quad \frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

b) Conviertamos la fracción en número decimal y calculemos.

$$\frac{2}{5} = 0,4 \quad 0,4 + 0,5 = \square$$

2  Calculemos $0,2 - \frac{1}{6}$.

a) Conviertamos el número decimal en fracción y calculemos.

$$0,2 = \frac{1}{5} \quad \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{\square}{\square}$$

b) Conviertamos la fracción en número decimal y calculemos.

$$\frac{1}{6} = 0,166666 \approx 0,167 \quad 0,2 - 0,167 = \square$$

¿Qué cálculo es más preciso?



Si la adición y la sustracción incluyen decimales y fracciones, convierte los números a decimales o fracciones y calcula.

Si no puedes convertir una fracción a un número decimal exacto, es mejor convertir el número decimal a fracción.

Ejercita

 Calcula.

a) $0,6 + \frac{4}{9}$

c) $0,7 + \frac{4}{5}$

e) $\frac{3}{7} + 0,4$

g) $\frac{2}{3} + 0,45$

b) $\frac{7}{8} - 0,3$

d) $1\frac{4}{7} - 0,4$

f) $\frac{7}{8} - 0,25$

h) $\frac{1}{5} - 0,12$

Practica

1 Calcula.

a) $0,2 + \frac{1}{2} =$

b) $0,7 + \frac{2}{3} =$

c) $0,1 + \frac{7}{8} =$

d) $0,9 + \frac{1}{10} =$

e) $0,24 + \frac{2}{5} =$

f) $\frac{3}{4} + 0,4 =$

g) $\frac{5}{7} + 0,6 =$

h) $\frac{5}{6} + 0,5 =$

i) $\frac{3}{5} + 0,3 =$

j) $1\frac{1}{6} + 0,8 =$

k) $0,6 - \frac{1}{3} =$

l) $0,8 - \frac{2}{7} =$

m) $0,5 - \frac{5}{12} =$

n) $0,2 - \frac{1}{8} =$

o) $0,25 - \frac{2}{15} =$

p) $\frac{1}{5} - 0,1 =$

q) $\frac{6}{7} - 0,7 =$

r) $\frac{4}{5} - 0,4 =$

s) $\frac{3}{8} - 0,1 =$

t) $2\frac{2}{3} - 0,9 =$

2 Calcula.

a) $5,4 + 1,2 =$

b) $4,06 + 0,14 =$

c) $3,12 + 2,7 =$

d) $9,2 - 5,5 =$

e) $6,59 - 0,7 =$

f) $8 - 2,2 =$

g) $3,2 \cdot 1,4 =$

h) $8,53 \cdot 7,4 =$

i) $4,9 \cdot 2,86 =$

j) $4,58 : 0,2 =$

k) $8,5 : 0,5 =$

l) $6,29 : 0,2 =$

3 Carlos compró 2,5 kg de plátanos y Laura 1,250 kg de mandarinas. ¿Cuántos kilogramos de fruta compraron entre los dos?

Expresión matemática:

Respuesta:

4 En un acuario había 8,4 L de agua. Después de un día, se rellenó con 3,2 L más. ¿Cuántos litros de agua tiene ahora el acuario?


Expresión matemática:

Respuesta:

5 Un camino rural entre dos pueblos tiene 12,5 km pavimentados y 18,6 km de tierra. ¿Cuántos kilómetros tiene el camino en total?

Expresión matemática:

Respuesta:

6  Inventa un problema que se resuelva con $20,6 + 7,2$.

Ejercicios

1  Calcula.

a) $8,3 + 5,2$

d) $9,5 - 3,5$

g) $5,2 \cdot 0,4$

j) $6,8 : 0,2$

b) $4,6 + 3,66$

e) $3,19 - 1,9$

h) $3,53 \cdot 1,4$

k) $5,5 : 0,5$

c) $2,12 + 4,7$

f) $9 - 3,3$

i) $6,93 \cdot 1,6$

l) $6,99 : 0,3$

2  Calcula.

a) $\frac{3}{5} + \frac{1}{4}$

e) $\frac{8}{9} + \frac{1}{3}$

i) $2\frac{1}{4} + \frac{2}{5}$

b) $\frac{2}{3} - \frac{1}{6}$

f) $\frac{4}{6} - \frac{2}{5}$

j) $2\frac{3}{4} - \frac{1}{6}$

c) $0,5 + \frac{1}{3}$

g) $1\frac{1}{4} + 0,7$

k) $0,2 + \frac{1}{2}$

d) $1\frac{1}{5} - 0,8$

h) $0,9 - \frac{1}{3}$


l) $1\frac{1}{3} - 0,5$

3 Tengo $\frac{1}{2}$ m de cinta roja y 1,3 m de cinta verde.
¿Cuántos metros de cinta tengo en total?

4 Hay 3,5 kg de naranjas y 800 g de mandarinas.
¿Cuántos kilogramos más de naranjas que de mandarinas hay?

5 Tengo 1,5 m de cinta que debo repartir entre tres estudiantes de manera equitativa.
¿Cuántos centímetros de cinta le corresponden a cada uno?

Problemas

- 1  Encuentra la suma, la diferencia y el producto entre los siguientes números decimales.

a) 3,25 2,13

c) 8,06 4,37

b) 9,18 6,57

d) 5,32 0,85

- 2  Encuentra la suma y la diferencia entre las siguientes fracciones.

a) $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{7}$

b) $1\frac{2}{3}$ $\frac{7}{8}$

d) $3\frac{3}{4}$ $2\frac{1}{3}$

- 3  Calcula.

a) $3,6 \cdot 0,2 + 0,6$

d) $1,8 : 0,4 + 0,6$

b) $0,9 \cdot 0,5 - 0,15$

e) $5,2 - 0,4 + 0,8$

c) $2,4 + 0,3 - 0,4$

f) $4,5 \cdot 0,5 : 0,5$

- 4 Calcula usando números decimales.

a) $\frac{1}{2} + 0,5 - \frac{1}{2}$

d) $0,2 : 0,1 \cdot 0,35$

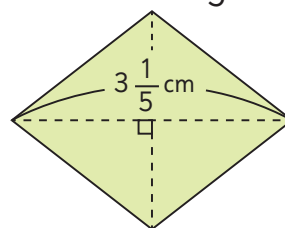
b) $\frac{1}{10} + 0,1 + 2$

e) $0,9 + \frac{1}{4} - 0,18$

c) $36 : 2 \cdot 1,6$

f) $\frac{1}{2} - 0,3 + 0,7$


- 5 El área del rombo es de 4 cm^2 y una de sus diagonales mide $3\frac{1}{5} \text{ cm}$. ¿Cuál es la longitud de la otra diagonal?



13

Expresiones algebraicas, patrones y ecuaciones

Expresiones algebraicas

1  Vamos a la feria.



a) Completa la tabla para encontrar el precio de distintas cantidades de manzanas.

Número de manzanas	Cálculo	Precio total (\$)
1	$1 \cdot 200$	200
2		
5		
8		

b) Si se compra una cantidad cualquiera de manzanas, ¿cómo se puede expresar el dinero que se pagará?

$x \cdot 200$ es x veces 200.



En matemática, se usan letras para representar números y cantidades. Si cada manzana vale \$200, el precio de x manzanas es:

$x \cdot 200$

A esta expresión le llamamos **expresión algebraica**.



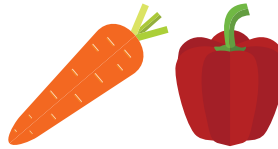
2 Observa los precios de las verduras.



¿Qué representan las siguientes expresiones algebraicas?

- (A) $x + 250$
- (B) $7 \cdot x$
- (C) $5 \cdot x + 400$
- (D) $4 \cdot x + 4 \cdot 250$
- (E) $2 \cdot 400 + x$

La expresión (A) representa el precio que se pagará por una zanahoria y un pimentón.



En este caso, x representa el precio de cada zanahoria, mientras que en la actividad anterior x era el número de manzanas.

3 Observa las imágenes y describe lo que representa cada expresión algebraica.

a) $x \cdot 350$

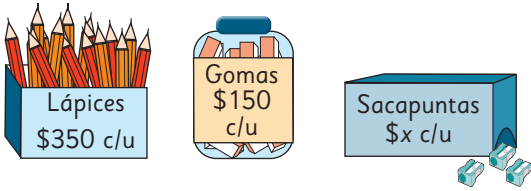


b) $3 \cdot x + 750$



Practica

- 1 Considera la información de cada imagen y escribe qué representa cada expresión algebraica.



a) $350 + x + 150$

b) $3 \cdot 350 + x$

c) $2 \cdot x + 3 \cdot 150$

d) $5 \cdot x + 350$

e) $3 \cdot x + 150$

- 2 Escribe una expresión algebraica que represente el total de dinero a pagar en cada compra.

a) x cuadernos a \$750 cada uno.

b) 7 libretas a \$ x cada una.

c) 4 tijeras a \$ x cada una.

d) 4 tijeras a \$ x cada una y un borrador que vale \$800.

e) 6 cartulinas a \$ x cada una y 2 plumones a \$300 cada uno.

f) x reglas a \$500 cada una y un estuche a \$1000.

g) x destacadores a \$400 cada uno y un papel lustre a \$900.

Lenguaje algebraico en patrones

- 1  Observa la siguiente secuencia de figuras hechas con palos de helado.

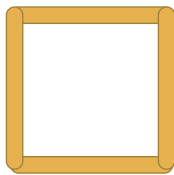


Figura 1

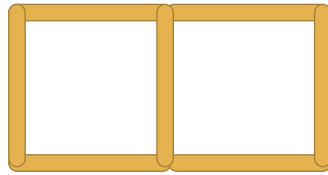


Figura 2

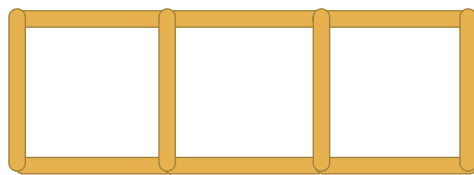


Figura 3

...

- a) ¿Cuántos palos de helado se necesitan para construir las figuras?
Completa la tabla.

Figura	Cantidad de palos de helado
1	4
2	7
3	

¿De qué manera se relaciona el número de la figura con la cantidad de palos de helado?



- b) ¿Qué cálculos harías para saber la cantidad de palos que se necesitan para construir la figura 34?

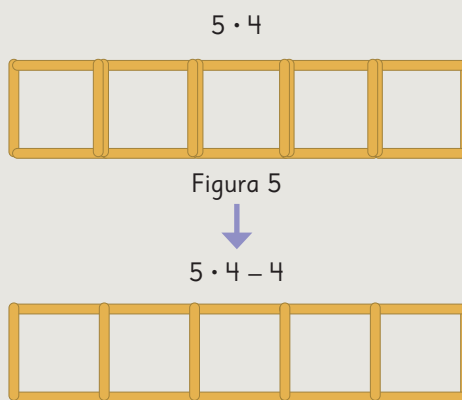


Idea de Sami

La figura 5 tiene 5 cuadrados, 5 veces 4, pero debo quitar los palos que se repiten.

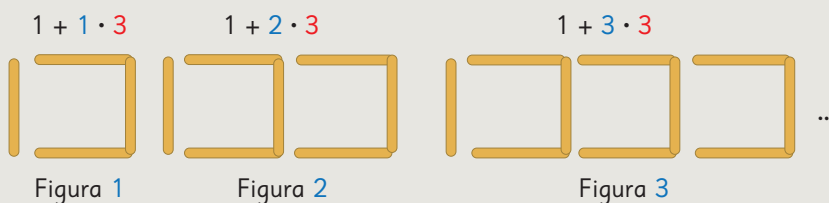
Así, la figura 34 tiene

$$34 \cdot 4 - 33 = 103 \text{ palos}$$



Idea de Ema

Le agrego tantos grupos de 3 palos como indica el número de la figura.



Así, en la figura 34 se necesitan $1 + 34 \cdot 3$ palos de helado, es decir, 103 palos de helado.

- c) Usa la idea de Ema para encontrar la cantidad de palos de helado que se necesitan para la figura 50.



Para encontrar la relación entre las variables de un patrón, es útil representar la situación y construir una **tabla de valores**.

Considera que la relación se debe cumplir para todos los valores de la tabla.


- d) Selecciona la expresión algebraica que representa la cantidad de palos de helado que tiene la figura n .

$$4 \cdot n$$

$$1 + n \cdot 3$$

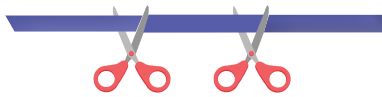
$$3 \cdot n$$

- e) ¿Qué número de figura se puede construir ocupando 70 palos de helado?

2  Se corta una cinta en distintos puntos.



Se corta en un punto



Se corta en 2 puntos



Se corta en 3 puntos

- ¿Cuántos trozos quedan si se corta la cinta en distintas cantidades de puntos? Construye una tabla de valores.
- ¿Cuántos trozos quedan si se corta la cinta en 60 puntos?
- Escribe una expresión algebraica para representar la cantidad de trozos de cinta que quedan si se realizan p cortes.

Me di cuenta que para obtener la cantidad de trozos de cinta solo debo sumar 1 a la cantidad de cortes realizados.



Para escribir la expresión algebraica, **asignamos una letra** a la cantidad de puntos en los que se cortó la cinta, en este caso p .

Puntos en que se corta la cinta	Cantidad de trozos de cinta
1	$1 + 1 \rightarrow 2$
2	$2 + 1 \rightarrow 3$
3	$3 + 1 \rightarrow 4$
4	$4 + 1 \rightarrow 5$
p	$p + 1 \rightarrow p + 1$

Se suma 1 a la cantidad de puntos en que se corta la cinta.


Por lo tanto, la expresión algebraica es:

$$p + 1$$

Practica

- 1** Para hacer una torta se necesita 600 g de harina.
Si Nicole utiliza la expresión $x \cdot 600$ para descubrir cuántos gramos de harina debe ocupar en total...

- a) ¿Qué representa x ?
- b) Si un día hizo 12 tortas, ¿cuántos gramos de harina usó?
- c) Si tiene 1800 g de harina, ¿cuántas tortas puede hacer?

- 2**  Renata está haciendo figuras con cuadrados.

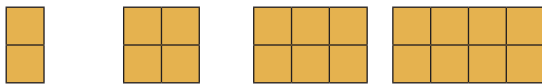


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

- a) Construye una tabla de valores identificando la cantidad de cuadrados que se usan en cada figura.
- b) ¿Cuántos cuadrados tiene la figura 32?
- c) Escribe una expresión algebraica que represente la cantidad de cuadrados que tiene la figura n .


- 3** Los hilos para bordar cuestan \$700, y por la compra de un bastidor, cada hilo baja su precio a \$600. El bastidor vale \$2000.

- a) Completa la tabla.

Número de hilos	Precio sin bastidor (\$)	Precio con bastidor (\$)

- b) ¿Cuánto se paga por 20 hilos sin bastidor? ¿Y con bastidor?
- c) ¿Cuántos hilos se deben comprar para que sea más conveniente comprar el bastidor?
- d) Escribe una expresión algebraica que permita calcular el valor de x hilos sin bastidor y otra con bastidor.

Recordemos las ecuaciones

- 1  Pedro llenó una caja con manzanas.
Cerró la caja y quedaron algunas manzanas afuera.



- a) Usa x para representar la cantidad de manzanas en la caja, y luego escribe una expresión algebraica para encontrar el total de manzanas.
- b) Si se sabe que en total hay 35 manzanas, ¿cuántas manzanas hay en la caja? Escribe una ecuación.
- c) Resuelve la ecuación y luego, responde la pregunta anterior.



Idea de Sofía

Si x fuera 30, el total de manzanas es $30 + 7 = 37$.

37 es 2 más que 35, entonces x es 2 menos de 30.

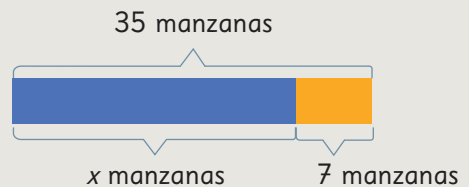
Por lo tanto, $x = 28$

Hay 28 manzanas en la caja.



Idea de Matías

Yo usé diagramas.



Así, $x = 35 - 7$

$x = 28$



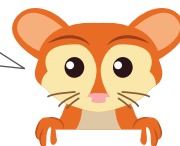
En una ecuación como $x + 7 = 35$, puedes restar para encontrar x .

$$x + 7 = 35$$

$$x = 35 - 7$$

$$x = 28$$

Recuerda ubicar los signos igual, uno debajo del otro.



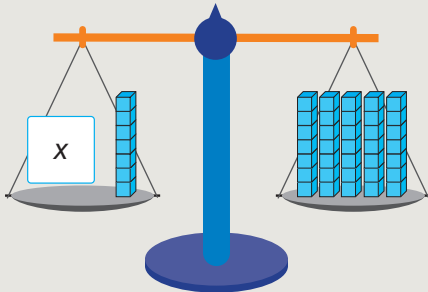
2 Ema resolvió el problema anterior de otra manera. Explica su idea.



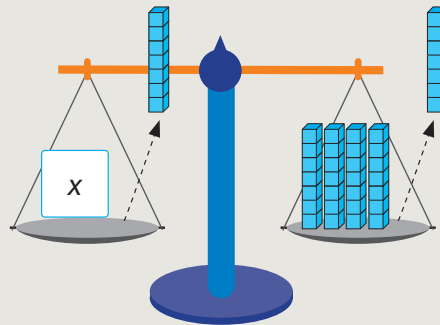
Idea de Ema

Pienso en la ecuación con cubos en una balanza.

$x + 7$ con cubos están en equilibrio.



Si quito cubos de cada plato, se mantiene el equilibrio.



Así, $x = 28$

3 Encuentra el valor de x en las siguientes ecuaciones.

a) $x + 45 = 70$

b) $x + 5 = 32$

4 Se abrió una caja con agendas y cuando se regalaron 5, quedaron 28 en la caja.

a) Si x es la cantidad de agendas cuando la caja estaba cerrada, ¿cuál es la cantidad de agendas que había en la caja?



Idea de Gaspar

$$x - 5 = 28$$

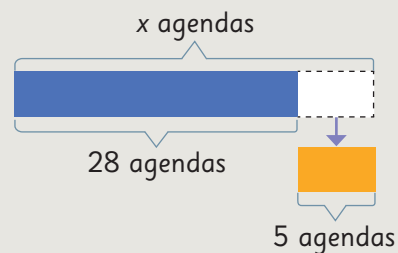
$$x = 28 + 5$$

$$x = 33$$

Había 33 agendas en la caja.



Idea de Sami

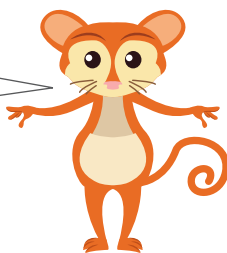


Si sumo las agendas que quedaron con las que se regalaron, se obtiene el total de agendas que había.

$$x = 28 + 5$$

$$x = 33$$

¿En qué se parecen las ideas de Gaspar y Sami?





En una ecuación como $x - 5 = 28$, puedes sumar para encontrar x .

$$\begin{aligned}x - 5 &= 28 \\x &= 28 + 5 \\x &= 33\end{aligned}$$

5 Hay 96 rosas y se necesita dejar la misma cantidad en 6 floreros.

- Usa x para representar la cantidad de rosas que quedan en cada florero y escribe una ecuación para encontrar esa cantidad.
- Resuelve la ecuación y luego responde la pregunta anterior.



6 Se tienen 70 naranjas y se guardarán en bolsas con 5 naranjas cada una.

- Usa x para representar la cantidad de bolsas que se necesitan y escribe una ecuación para encontrar esa cantidad.
- Resuelve la ecuación y luego responde la pregunta anterior.



En una ecuación como $6 \cdot x = 96$ y $x \cdot 5 = 70$, puedes dividir para encontrar x .

$$\begin{aligned}6 \cdot x &= 96 \\x &= 96 : 6 \\x &= 16\end{aligned}$$


$$\begin{aligned}x \cdot 5 &= 70 \\x &= 70 : 5 \\x &= 14\end{aligned}$$

7 Encuentra el valor de x en las siguientes ecuaciones.

a) $4 \cdot x = 36$

b) $x \cdot 8 = 48$

Nuevas Ecuaciones

- 1**  En la imagen, se muestra la cantidad de botellas de agua que se compraron para entregar a los participantes de una competencia de atletismo.



Si la cantidad de botellas en cada caja es x .

- ¿Cuál expresión algebraica permite representar la cantidad de botellas que hay en todas las cajas?
- ¿Cuál expresión algebraica permite representar la cantidad total de botellas que se compraron?
- Construye una tabla para registrar la cantidad de botellas cuando $x = 7, 8, 9, \dots$

x	7	8	9				
$5 \cdot x$	35						
$5 \cdot x + 4$	39						

Primero, calculamos el total de botellas en 5 cajas.



Y al resultado le sumamos las 4 botellas sueltas.

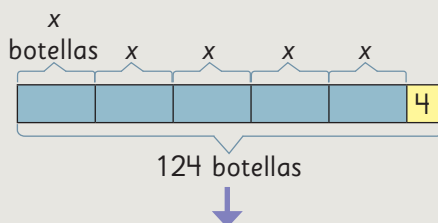


- Si se sabe que en total se compraron 124 botellas, escribe una ecuación que permita encontrar la cantidad de botellas que hay en cada caja.



Idea de Gaspar

Hice un diagrama.



$$5 \cdot x + 4 = 124$$



Idea de Ema

$$5 \cdot 7 + 4 \rightarrow 39$$

$$5 \cdot 8 + 4 \rightarrow 44$$

⋮

$$5 \cdot x + 4 = 124$$

e) Pensemos cómo resolver la ecuación. ¿Cuál es la respuesta al problema?



Idea de Sami

$$5 \cdot x + 4 = 124$$

¿Qué número sumado con 4 da 124?

$$5 \cdot x + 4 = 124$$

¿5 multiplicado por qué número da 120?

$$5 \cdot x = 120$$

En cada caja hay 24 botellas.



Idea de Juan

$$5 \cdot x + 4 = 124$$

Al restar 4 da el total de botellas que hay en las cajas.

$$5 \cdot x = 124 - 4$$

$$5 \cdot x = 120$$

$$x = 120 : 5$$

$$x = 24$$

En cada caja hay 24 botellas.

f) Analiza las estrategias de Sami y Juan. ¿En qué se parecen?



En una ecuación como $5 \cdot x + 4 = 124$ debemos encontrar un número x que haga que la igualdad sea verdadera. A la técnica de Juan le llamamos **despejar la x** .

g) ¿Cómo podemos verificar que la respuesta es la correcta?

Resolvamos usando ecuaciones

- 2 Natalia compró 6 macarrones, pero no recuerda el precio de cada uno. Si pagó con un billete de \$10 000 y le dieron de vuelto \$1 600, ¿cuál es el precio de cada macarrón?



- 3 Se pusieron 4 guardapolvos iguales en una pared, pero faltó cubrir 24 cm. El largo de la pared es 354 cm. ¿Cuál era la medida de cada guardapolvo?



Llamamos **plantear una ecuación** a escribir una ecuación que da solución a un problema.

La ecuación $4 \cdot x + 24 = 354$ tiene como solución $x = 82,5$

Esto quiere decir que la igualdad es cierta cuando x toma el valor 82,5.

$$4 \cdot 82,5 + 24 = 354$$

Resolver una ecuación implica encontrar la solución.
Es decir, encontrar el valor que satisface la igualdad.

En este caso, la solución es un número decimal.

Respuesta: Cada guardapolvo mide cm.

Ejercita

Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $3 \cdot x + 2 = 20$

c) $20 + 8 \cdot x = 52$

e) $5 \cdot x + 2 = 52$

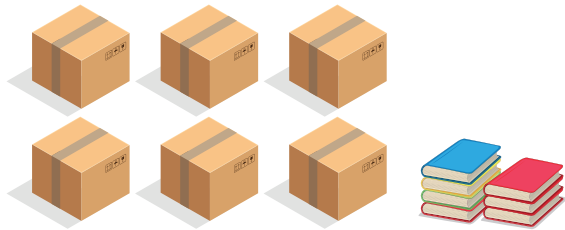
b) $12 + 5 \cdot x = 42$

d) $7 \cdot x + 2 = 30$

f) $2 + 3 \cdot x = 5$

Practica

- 1 En una librería, llegaron agendas en cajas con la misma cantidad y otras sueltas. Observa la imagen y realiza las actividades a continuación.



- a) Completa la siguiente tabla.

Número de agendas por caja	Total de agendas
10	
11	
12	
13	

- b) Si la cantidad de agendas en cada caja es x , ¿qué expresión algebraica permite encontrar el total de agendas?
- c) Si se sabe que hay 307 agendas en total, escribe una ecuación que permita encontrar el número de agendas de cada caja.
- d) Resuelve la ecuación anterior y encuentra el número de agendas de cada caja.

- 2 Hay cajas de bombones con la misma cantidad y otros sueltos. Observa la imagen y responde.




- a) Completa la siguiente tabla.

Número de bombones por caja	Total de bombones
6	
8	
10	
12	

- b) Si la cantidad de bombones en cada caja es x , ¿qué expresión algebraica permite encontrar el total de bombones?
- c) Si se sabe que hay 28 bombones en total, escribe una ecuación que permita encontrar el número de bombones de cada caja.
- d) Resuelve la ecuación anterior y encuentra el número de bombones de cada caja.

Otras ecuaciones

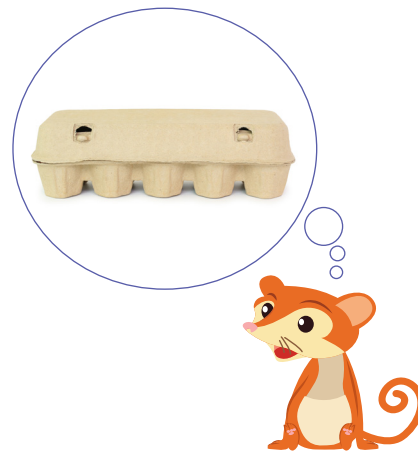
1  En el casino compraron 5 bandejas de huevos. 8 venían quebrados. Para el almuerzo los usaron todos, e hicieron 92 raciones con un huevo cada una. ¿Cuál era la capacidad de cada bandeja?



a) Si la cantidad de huevos en cada bandeja es x , ¿cuál es la expresión algebraica que permite encontrar el total de huevos que compraron?

b) ¿Cuál es la expresión algebraica que permite encontrar el total de huevos que usaron?

c) Escribe una ecuación que permita encontrar la capacidad de cada bandeja de huevos.



Idea de Juan

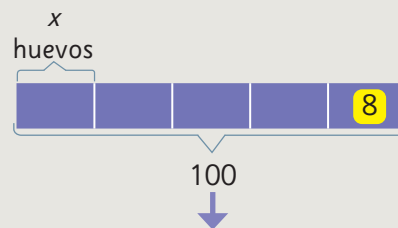
Quito los 8 huevos quebrados a las 5 bandejas de huevos.

$$5 \cdot x - 8 = 92$$



Idea de Sofía

Hice un diagrama.



$$5 \cdot x - 8 = 92$$

d) Pensemos cómo resolver la ecuación. ¿Cuál es la respuesta al problema?



Idea de Gaspar

$$5 \cdot x - 8 = 92$$

$$5 \cdot x = 92 + 8$$

$$5 \cdot x = 100$$

$$x = 100 : 5$$

$$x = 20$$

Cada caja tiene 20 huevos.

92 + 8 son los huevos que se usaron más los que se quebraron.
100 es el total de huevos.



Idea de Sami

$$5 \cdot x - 8 = 92$$

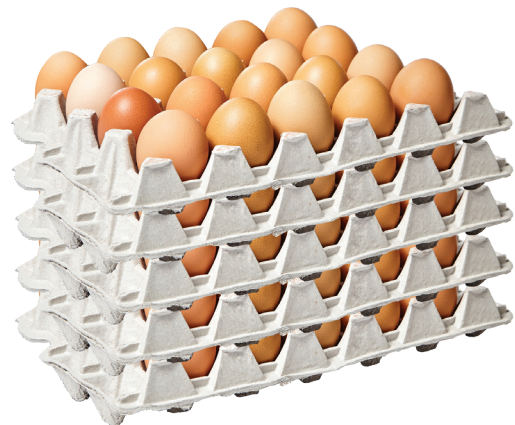
¿Qué número menos 8 da 92?

$$\overset{?}{5 \cdot x} - 8 = 92$$

¿5 multiplicado por qué número da 100?

$$5 \cdot \overset{?}{x} = 100$$

Cada caja tiene 20 huevos.



2 Si al triple de un número le restamos 10, se obtiene 71. ¿Cuál es el número?

3 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $4 \cdot x - 8 = 40$

c) $4 \cdot x = 40$

b) $3 \cdot x - 12 = 9$

d) $4 \cdot x - 12 = 26$

Practica

1 María envió 4 cajas de manzanas a un cumpleaños, pero llegaron 7 manzanas en mal estado.

a) Si x es el número de manzanas de cada caja, escribe la expresión algebraica que representa el total de manzanas que llegó en buen estado.

b) Las manzanas alcanzaron para 33 invitados y a cada uno se le entregó una manzana. Escribe una ecuación que permita encontrar la cantidad de manzanas de cada caja.

c) Resuelve la ecuación anterior y encuentra la cantidad de manzanas de cada caja.

2 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $5 \cdot x - 19 = 21$

b) $4 \cdot x - 4 = 76$

c) $10 \cdot x - 1 = 29$

d) $20 \cdot x - 10 = 70$

3 Identifica el error al **despejar** x en la siguiente ecuación.

$$4 \cdot x - 12 = 28$$

$$x - 12 = 28 : 4$$

$$x - 12 = 7$$

$$x = 7 + 12$$

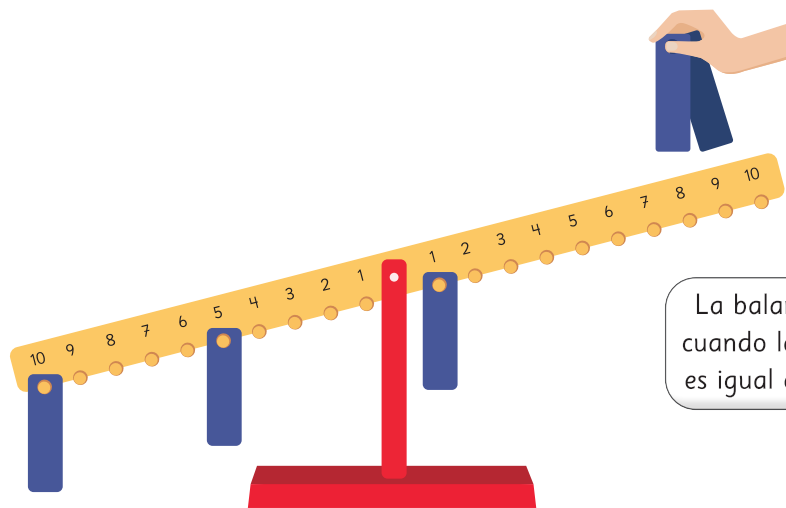
$$x = 19$$

a) ¿Cómo puedes comprobar si 19 es la solución de la ecuación?

b) Resuelve la ecuación.

Ecuaciones en una balanza

1 Observa la balanza.

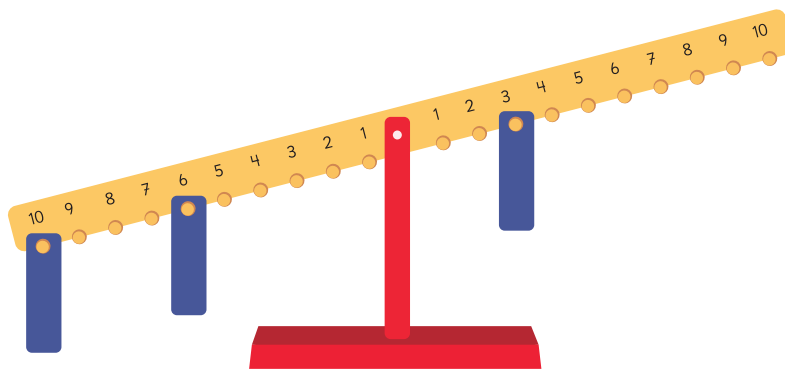


La balanza se equilibra cuando la suma de los números es igual en cada lado.

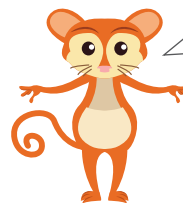


- a) Necesitamos equilibrar la balanza con la condición que se deben poner solo dos placas en un mismo número. ¿En qué número se deben colocar las dos placas?
- b) Escribe una ecuación que permita responder la pregunta anterior. Resuélvela y comprueba.

2 Observa la balanza. ¿En qué número se deben poner dos placas para equilibrarla? Plantea una ecuación.



¿Tiene solución la ecuación?
¿Es posible colocar las placas en un mismo número para equilibrar la balanza?



Ejercicios

1 En el kiosco de la escuela venden las siguientes frutas.



Manzana
\$250 c/u



Durazno
\$200 c/u



Plátano
\$x c/u

a) ¿Qué compró cada persona? Describe lo que representa cada expresión algebraica.

Jessy: $x + 250 + 200$

Claudio: $2 \cdot x + 3 \cdot 200$

Paula: $x + 3 \cdot 200$

b) Escribe una expresión algebraica que represente cada una de las siguientes compras.

- (A) Dos plátanos y tres duraznos.
- (B) Una manzana, dos duraznos y un plátano.

c) Vicente compró 2 plátanos y un durazno. Gastó en total \$800. ¿Cuánto vale cada plátano? Plantea una ecuación y responde a la pregunta.


2  Observa cómo aumentan los puntos en la siguiente secuencia.



Figura 1




Figura 2

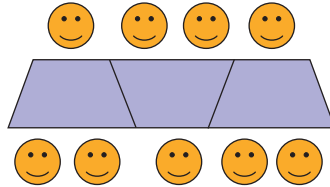


Figura 3

- a) Dibuja las figuras 4, 5 y 6.
- b) ¿Cómo se relaciona la cantidad de puntos de cada figura con el número de la figura?
- c) ¿Cuántos puntos tendrá la figura 50?
- d) Plantea una expresión algebraica para representar el total de puntos que tendrá la figura n .
- e) Plantea una ecuación para encontrar la figura que tiene 101 puntos.

- 3** Representa con expresiones algebraicas.
- El perímetro de un triángulo equilátero de lado x cm.
 - El dinero a pagar por x litros de bencina, si el litro cuesta \$850.
 - Loreto gastó \$5000 del dinero que tenía. ¿Cuánto tiene ahora?
- 4** Pedro compra 5 lápices a \$ x cada uno y una goma de borrar a \$600. Laura compra 3 de esos mismos lápices y una goma de borrar a \$500. ¿Quién gasta más dinero? Justifica.
- 5**  Resuelve las ecuaciones.
- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| a) $5 \cdot x + 5 = 80$ | d) $10 \cdot x - 5 = 105$ |
| b) $16 + 8 \cdot x = 48$ | e) $x - 5 = 45$ |
| c) $7 \cdot x = 35$ | f) $5 \cdot x + 5 = 65$ |
- 6** Natalia decidió ahorrar dinero. Compró un chanchito y puso \$5000. Después, cada mes colocó \$2000.
- ¿Cuál expresión algebraica permite calcular el dinero ahorrado al cabo de x meses?
 - ¿Cuánto dinero ha ahorrado en 8 meses?
 - ¿Es posible que al cabo de una cierta cantidad de meses tenga ahorrados \$85000? Justifica.
- 7** Resuelve los siguientes problemas planteando una ecuación.
- Cuatro envases idénticos tienen la misma capacidad. Si sabemos que llenando los cuatro envases y una botella de 3 L se juntan 19 L en total, ¿cuál es la capacidad de cada envase?
 - Juan tenía ahorrados \$23000. Con ese dinero compró 3 entradas al cine y con los \$5000 que le quedaron compró cabritas. ¿Cuánto dinero le costó cada entrada al cine?

- 1 En la escuela Gabriela Mistral las mesas de los estudiantes tienen forma de trapecio. Para una convivencia juntaron las mesas formando una fila.



- ¿Cuántas personas caben si se juntan 15 mesas?
- ¿Cuántas personas caben si se juntan x mesas?
- En el curso hay 42 estudiantes. ¿Cuántas mesas se necesitan para que se sienten todos?

- 2 Para cercar un terreno con alambre se usaron 4 rollos y 9 m adicionales.



- Si la longitud de cada rollo de alambre es de x metros, escribe una expresión algebraica para determinar el total de metros que se usaron para cercar el terreno.
- Si los rollos de alambre midieran 23 m, ¿cuántos metros de alambre se dispondrían?
- Si el perímetro del terreno es de 125 m, escribe una ecuación que permita encontrar la longitud de cada rollo de alambre.
- ¿Cuántos metros de alambre tiene cada rollo?

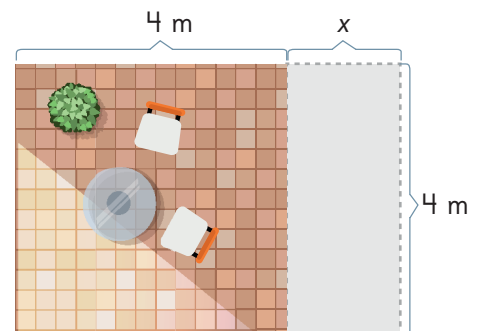
3 Mario trajo 4 bolsas con la misma cantidad de damascos, pero al abrirlas se dio cuenta que 7 se habían aplastado.

- a) Escribe una expresión para determinar el total de damascos que no se aplastaron.
- b) Los damascos que no se aplastaron fueron 53. Escribe una ecuación para descubrir el número de damascos por bolsa.
- c) ¿Cuántos damascos tenía cada bolsa?

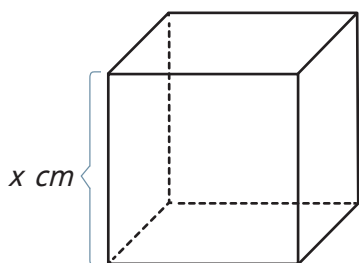


4 Plantea una ecuación que permita resolver los siguientes problemas:

- a) Matías compró 4 tijeras iguales, pero no recuerda el precio de cada una. Si pagó con \$10 000 y recibió de vuelto \$1 200, ¿cuál era el precio de cada tijera?
- b) En cada bolsa hay la misma cantidad de naranjas. Si en total hay 132, ¿cuántas naranjas hay en cada bolsa?
- c) Se desea ampliar una terraza de forma cuadrada. Se necesita que el área total sea 22 m^2 . ¿Cuántos metros se deben añadir a la terraza?



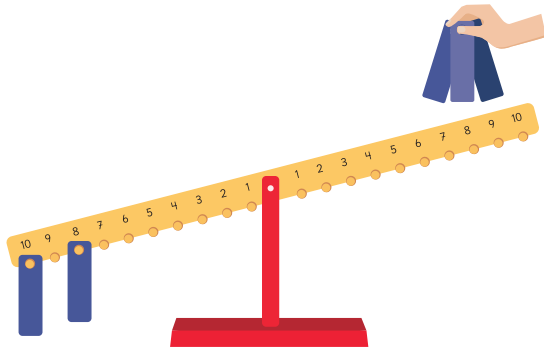
5 La medida de cada arista del cubo es $x \text{ cm}$.



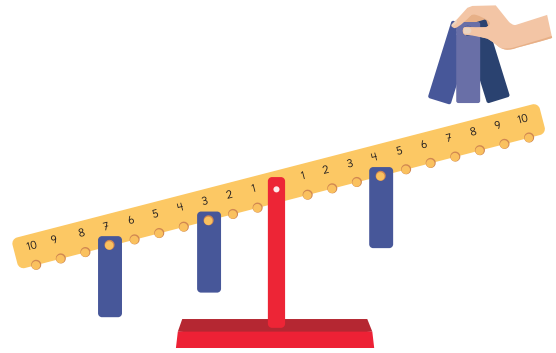
- a) Encuentra una expresión algebraica para obtener la suma de las medidas de todas sus aristas.
- b) Encuentra una expresión algebraica para obtener la suma de las áreas de todas sus caras.

- 6 Para equilibrar cada balanza se deben ubicar 3 placas en el mismo número. Plantea una ecuación y encuentra el número en cada caso.

a)



b)



- 7 ¿En qué ecuaciones el número 2 es solución? Intenta no resolverlas.

(A) $x + 12 = 14$

(B) $x + 1 = 2$

(C) $4 \cdot x - 1 = 7$

(D) $x + 1 = 2$

- 8 ¿Es 1,5 solución de la ecuación?

$$12 + 4 \cdot x = 18$$

- 9 ¿Es 8 solución de la ecuación?

$$4 \cdot x - 5 = 26$$

- 10 Inventa una ecuación de acuerdo a lo que se indica.

- a) Cuya solución sea 5.
- b) Cuya solución sea 1.
- c) Cuya solución sea 2,5.
- d) Que no tenga solución.

Problemas 2

- 1 Se construyen figuras con cuadrados siguiendo un patrón.



Figura 1

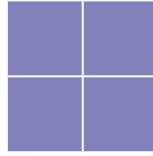


Figura 2

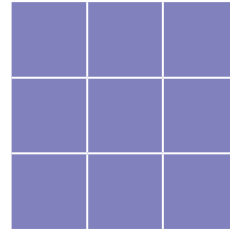


Figura 3

- a) Calcula la cantidad de cuadrados que se usan en cada figura. Completa la tabla incluyendo los cálculos que realizaste.


Figura	Cálculo	Cantidad de cuadrados
1		
2		
3		

Intenta que tus cálculos se relacionen con el número de la figura



- b) ¿Cuántos cuadrados tendrá la figura 20?
- c) Escribe una expresión algebraica que represente la cantidad de cuadrados que tendrá la figura x .
- d) ¿Qué figura se puede hacer usando 100 cuadrados? Plantea una ecuación.

Razón como medida unitaria

1  ¿En cuál situación, (A), (B) o (C), hay mayor aglomeración?

(A) 2 colchonetas, 12 niños.



(B) 3 colchonetas, 12 niños.



(C) 3 colchonetas, 15 niños.



Pensemos cómo comparar las aglomeraciones.



a) ¿En cuál situación hay más aglomeración?

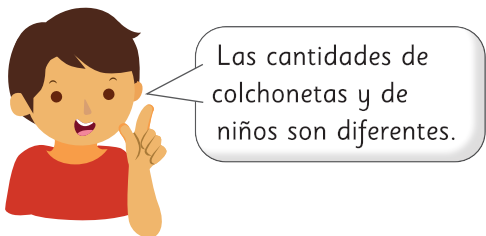
Compara (B) con (C) →

Cuando hay igual cantidad de colchonetas, la situación en la que hay cantidad de niños, hay más aglomeración.

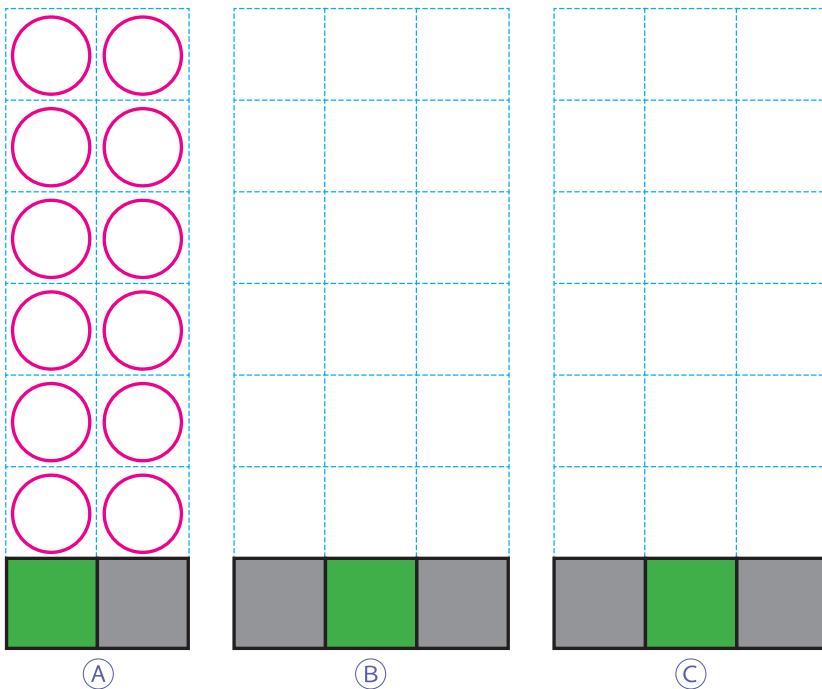
Compara (A) con (B) →

Cuando hay igual cantidad de niños, la situación en la que hay cantidad de colchonetas, hay más aglomeración.

Compara (A) con (C) →



b) Averigüemos cuántos niños hay en cada colchoneta.
Dibuja los círculos que representan a cada uno de los niños.



¿Qué puedes hacer para que cada colchoneta tenga la misma cantidad de niños en cada situación?



c) El área de cada colchoneta es 1 m^2 . ¿Cuántos niños hay por 1 metro cuadrado?

(A) $12 : 2 = \square$

(B) $12 : 3 = \square$

(C) $15 : 3 = \square$

Cantidad de niños

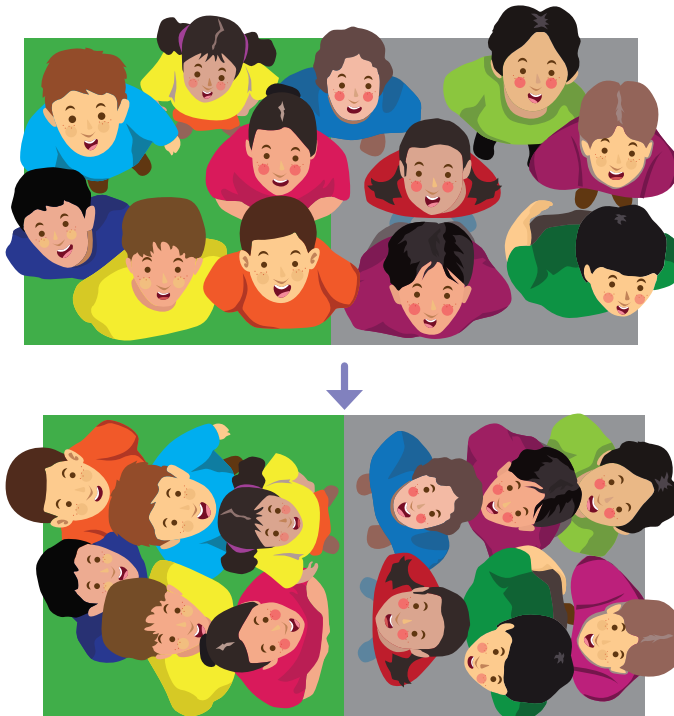
Área (m^2)

Cantidad de niños por 1 m^2



El **nivel de aglomeración** se expresa mediante 2 medidas: la cantidad de personas y el área de una colchoneta. Por lo general, comparamos el nivel de aglomeración utilizando la misma unidad, como 1 m^2 o 1 km^2 .

Cuando las personas no están agrupadas de forma organizada, el número de personas por 1 m^2 expresa el nivel de aglomeración.



Ejercita

- 1 Hay 10 niños jugando en un arenero de 8 m^2 . En otro arenero de 10 m^2 , hay 13 niños jugando. ¿En cuál arenero hay más aglomeración?
- 2 En un tren de 7 vagones viajan 1 260 pasajeros, y en otro de 10 vagones viajan 1 850 pasajeros. ¿En cuál tren hay más aglomeración?

Practica

1 ¿En qué caso hay más aglomeración? Marca **(A)** o **(B)**. Considera que alfombras, salas y mesas son iguales.

- a) **(A)** 15 personas en 5 alfombras.
(B) 14 personas en 4 alfombras.
- b) **(A)** 18 personas en 2 salas.
(B) 24 personas en 3 salas.
- c) **(A)** 32 personas en 8 mesas.
(B) 18 personas en 6 mesas.
- d) **(A)** 2 personas en una cancha de 10 m^2 .
(B) 23 personas en una cancha de 100 m^2 .
- e) **(A)** 200 personas en una cancha de 100 m^2 .
(B) 2 010 personas en una cancha 10 veces más grande que la cancha descrita en **(A)**.

2 Ordena de menor a mayor nivel de aglomeración. Considera que colchonetas, autos y alfombras son iguales.

- a) **(A)** 4 personas en 2 colchonetas.
(B) 2 personas en 2 colchonetas.
(C) 3 personas en 1 colchoneta.

Respuesta:

- b) **(A)** 10 personas en 5 autos.
(B) 8 personas en 2 autos.
(C) 3 personas en 1 auto.

Respuesta:

- c) **(A)** 33 personas en 3 alfombras.
(B) 18 personas en 2 alfombras.
(C) 10 personas en 1 alfombra.

Respuesta:

- d) **(A)** 80 personas en una cancha de 20 m^2 .
(B) 120 personas en una cancha de 40 m^2 .
(C) 140 personas en una cancha de 70 m^2 .

Respuesta:



1



La tabla muestra las poblaciones y el área de una ciudad A y una ciudad B. Calculemos la cantidad de personas por 1 kilómetro cuadrado (km^2) y veamos en cuál hay más aglomeración.

	Área (en km^2)	Población (número de personas)
Ciudad A	72	273 600
Ciudad B	17	22 100

Si lo necesitas, usa calculadora.



La población por 1 km^2 se llama **densidad de población**. La aglomeración de la cantidad de personas que viven en un país, ciudad o comuna, se compara usando la densidad de población.

Ejercita

Calcula la densidad de población de cada comuna. Si lo necesitas, usa la calculadora. Redondea a la primera cifra decimal y expresa los resultados en números naturales.

Población del 2020

Comuna	Área (en km^2)	Población (número de personas)
Pozo Almonte	13 766	17 395
Calama	15 597	190 336
Paihuano	1 495	4 675
La Ligua	1 163	37 739
Molina	1 552	49 800
Llanquihue	421	18 621

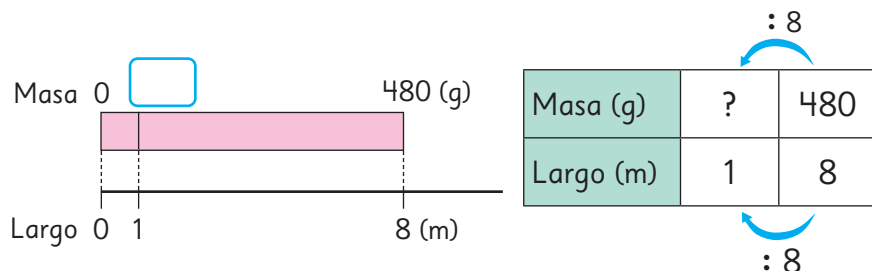
- ¿Cuál comuna tiene mayor y menor densidad de población?
- ¿Qué puedes concluir acerca de la población de estas comunas en relación al área por 1 kilómetro cuadrado?

¿Hay áreas verdes en tu comuna?



2 Hay un alambre que mide 8 m de largo y masa 480 g.

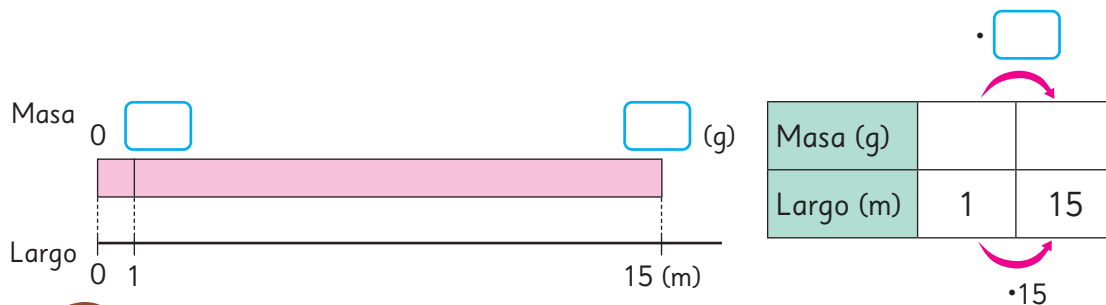
- a) ¿Cuántos gramos masa este alambre por cada 1 m? Representemos la relación de los 4 números en el diagrama y la tabla.



Para convertir 8 en 1, lo dividimos por 8. Así podemos obtener la respuesta calculando $480 : 8$.

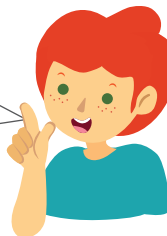


- b) ¿Cuántos gramos será la masa de 15 m de este alambre? Encontramos una expresión matemática dibujando un diagrama y una tabla.

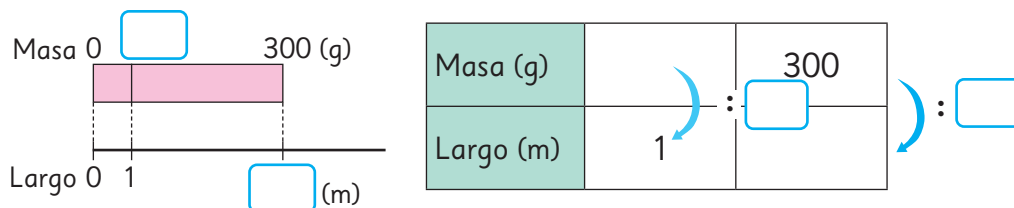


Sabemos la masa de 1 m a partir de la pregunta anterior.

¿Cómo están relacionados entre sí los números que ya conocemos?



- c) Cortamos parte del alambre y masó 300 g. ¿Cuántos metros mide este trozo de alambre? Encontramos una expresión matemática dibujando un diagrama y una tabla.



La densidad de población y la masa por 1 metro se llaman **medidas unitarias**.

Practica

1 Completa los recuadros con números o palabras según corresponda.

a) Cuando queremos identificar cuántas personas viven en una determinada área, usamos para comparar.

b) La forma de calcular la densidad de población es mediante la división : .
En general, esto se refiere a la cantidad de cada km².

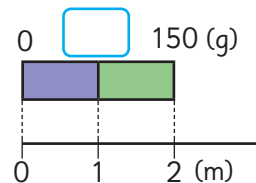
c) Por ejemplo, en 2017, la población de la región de Antofagasta era de 607 534 personas, y el área es de 126 049 km². La división para calcular la densidad poblacional de Antofagasta es : .
Si redondeamos esta cantidad a un número natural, se obtienen personas por km².

d) En 2017, la población de la región de Coquimbo era de 757 586 personas, y el área es de 40 580 km². La división para calcular la densidad de población de Coquimbo es : .
Si redondeamos esta cantidad a un número natural, se obtienen personas por km².

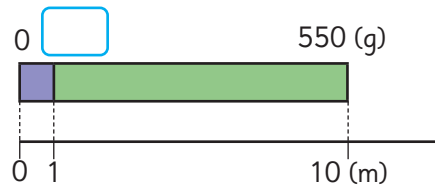
e) Entonces, podemos concluir que la región de tiene mayor densidad de población que .

2 Escribe en los recuadros la masa de 1 m de los siguientes cables de hierro:

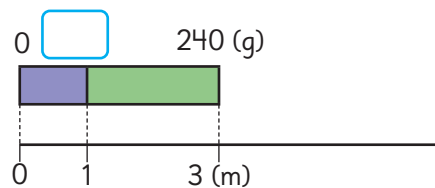
a) Un cable que mide 2 m y masa 150 g.



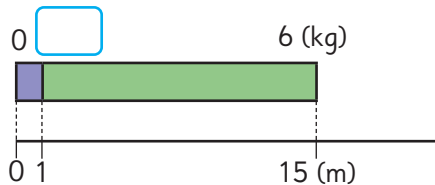
b) Un cable que mide 10 m y masa 550 g.



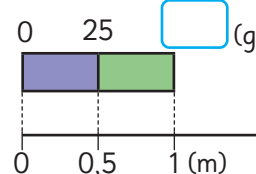
c) Un cable que mide 3 m y masa 240 g.



d) Un cable que mide 15 m y masa 6 kg.



e) Un cable que mide 0,5 m y masa 25 g.





1 Un grupo de estudiantes cosechó 42 kg de papas en un terreno de 6 m², y 54 kg en otro de 9 m². ¿Qué terreno es mejor?

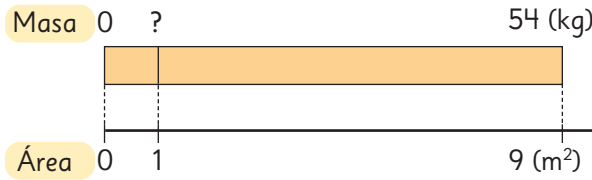
Compara usando la cantidad de kilogramos de papas por metro cuadrado.



$$: 6$$

Masa (kg)	?	42
Área (m ²)	1	6

Para transformar 6 en 1, dividimos por 6.

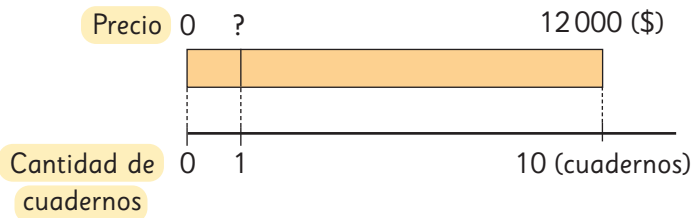


$$: 9$$

Masa (kg)	?	54
Área (m ²)	1	9

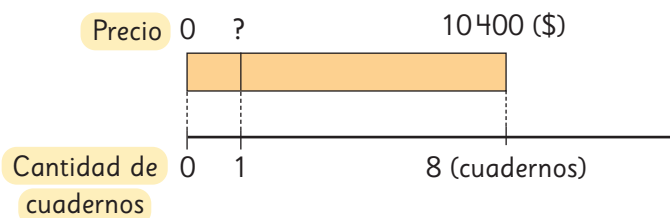


2 Se tienen dos ofertas. En la primera, el precio de 10 cuadernos es \$12000. En la segunda, el precio de 8 cuadernos es \$10400. ¿En cuál oferta el cuaderno es más caro?



$$: 10$$

Precio (\$)	?	1200
Cantidad de cuadernos	1	10



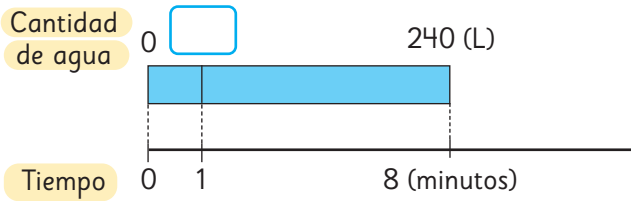
$$: 10$$

$$: 8$$

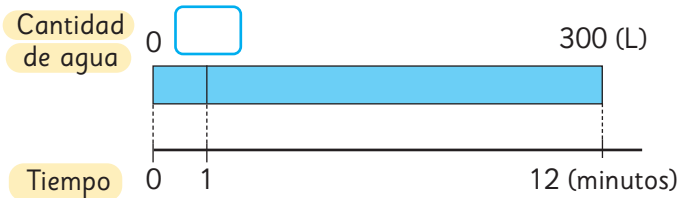
Precio (\$)	?	1040
Cantidad de cuadernos	1	8

$: 8$

- 3 Una máquina bombea 240 L de agua en 8 minutos y otra bombea 300 L en 12 minutos. ¿Cuál de las 2 máquinas bombea más litros de agua por minuto?

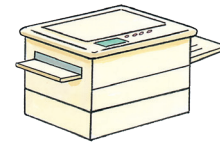


Cantidad de agua (L)		
Tiempo (min)		



Cantidad de agua (L)		
Tiempo (min)		

- 4 La fotocopiadora (A) copia 300 hojas de papel en 4 minutos y la fotocopiadora (B) copia 380 hojas de papel en 5 minutos. ¿Cuál fotocopiadora copia más hojas por minuto?



- a) ¿Cuál fotocopiadora es más rápida?
- b) ¿Cuántas hojas de papel puede copiar la fotocopiadora (A) en 7 minutos?

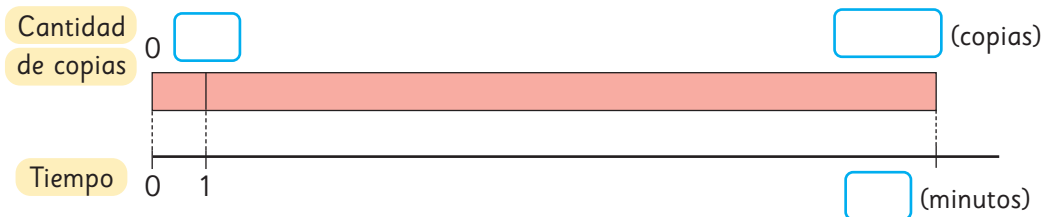
(A)

Cantidad de copias		
Tiempo (min)		

- c) ¿Cuántos minutos tarda la fotocopiadora (B) en copiar 1 140 hojas de papel?

(B)

Cantidad de copias		
Tiempo (min)		



 Ejercita


Un tractor pequeño ara 900 m² en 3 horas.
¿Cuántos metros cuadrados puede arar en 8 horas?

Practica

- 1 Una oferta de 5 cuadernos vale \$13 000 y otra de 10 cuadernos vale \$27 000. ¿Qué oferta tiene los cuadernos más caros?
- 2 Entre un tipo de tierra de hoja que vale \$1 940 los 5 kg y un tipo de tierra de hoja que vale \$3 900 los 10 kg, ¿cuál es más barata?
- 3 Entre una bomba que extrae 120 L de agua en 2 horas y otra que extrae 310 L de agua en 5 horas, ¿cuál es más eficiente?
- 4 Se ocupan 6 L de pintura para pintar $82,8 \text{ m}^2$ de muro.
 - a) ¿Cuántos metros cuadrados se pueden pintar con 1 L de pintura?
 - b) ¿Cuántos metros cuadrados se pueden pintar con 15 L de esta pintura?
- 5 La máquina (A) puede fabricar 120 clavos en 3 minutos. La máquina (B) puede fabricar 150 clavos en 5 minutos.
 - a) ¿Cuántos clavos puede fabricar la máquina (A) en un minuto?
 - b) ¿Cuántos clavos puede fabricar la máquina (B) en un minuto?
 - c) ¿Cuántos clavos puede fabricar la máquina (A) en 12 minutos?
 - d) ¿Cuántas horas y minutos se demora la máquina (B) en fabricar 4 500 clavos?
 - e) ¿Cuántos clavos puede fabricar la máquina (A) en una hora?

Razón como comparación por cociente



1  José y sus compañeros jugaron un partido de básquetbol. Esta tabla muestra los tiros encestandos y fallados por cada uno:

José	○ × ○ × ○ ○ × ○
Lorena	○ ○ × × ○ × ○ × × ○
Camilo	× ○ ○ ○ × × ○ ○ × ○

○ Tiros encestandos
× Tiros fallados

a) Reflexiona con tus compañeros sobre cómo comparar los resultados de los tiros al aro de José, Lorena y Camilo.



Si comparo la cantidad de tiros encestandos ...

Aunque la cantidad total de tiros es diferente, ¿es esto suficiente?



- b) Comparemos los tiros usando la información de la página anterior en esta tabla expresada con números:

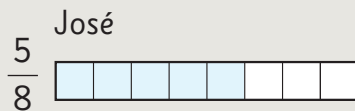
Cantidad de tiros	Estudiantes		
	José	Lorena	Camilo
Tiros encestandos	5	5	6
Tiros totales	8	10	10

- Compara el resultado de José con Lorena.
¿Quién tiene mayor efectividad en los tiros al aro?
- Compara el resultado de Lorena con Camilo.
¿Quién tiene mayor efectividad en los tiros al aro?
- Piensa en cómo comparar el resultado de José con Camilo.
¿Quién tiene mayor efectividad en los tiros al aro?



Idea de Juan

Dibujó barras de la misma longitud.



Idea de Sofia

Expreso las fracciones como números decimales.

$$\begin{aligned} \text{José} \quad \frac{5}{8} &= 5 : 8 \\ &= 0,625 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Camilo} \quad \frac{6}{10} &= 6 : 10 \\ &= 0,6 \end{aligned}$$



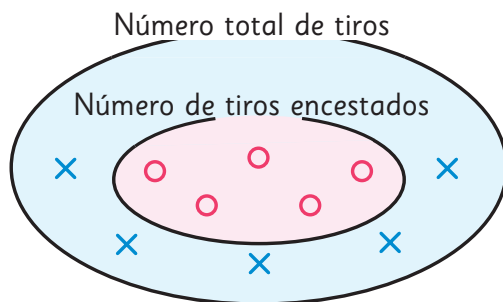
Idea de Sami

Amplifico las fracciones.

$$\text{José} \quad \frac{5}{8} = \frac{25}{40}$$

$$\text{Camilo} \quad \frac{6}{10} = \frac{24}{40}$$

- c) Explica las ideas de los 3 niños.
- d) Expresa el resultado de Lorena con números.



El número de tiros encestandos es una parte del número total de tiros.



× : tiros fallados
○ : tiros encestandos

$$\text{N}^\circ \text{ de tiros encestandos} : \text{N}^\circ \text{ total de tiros} = \text{Resultado de los tiros}$$

Parte del total

Cantidad total

2 Estos son los tiros de Nicole en un partido de básquetbol. Expresa el resultado con números.

Tiros encestandos	○ ○ ○ ○ ○
Tiros fallados	× × × × × × ×

El resultado de los tiros siempre es un número entre 0 y 1. ¿Por qué?

La efectividad en los tiros al aro en el ejercicio **1** es un número que permite comparar la cantidad de tiros encestandos (cantidad comparada) cuando la cantidad total de tiros (cantidad referente) es 1.

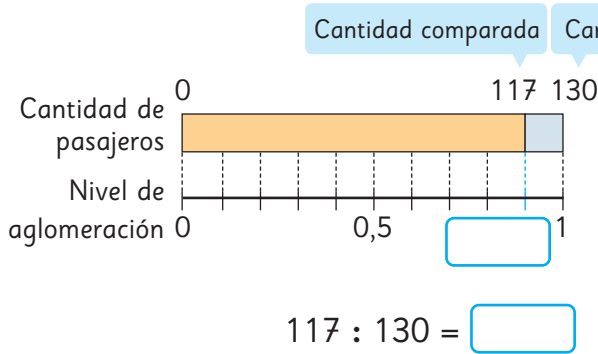
3 ¿En cuál de los aviones hay más aglomeración?

Cantidad	Aviones	
	Avión pequeño	Avión grande
Cantidad de pasajeros	117	442
Cantidad de asientos	130	520



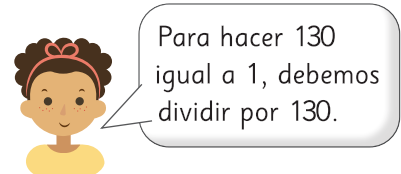
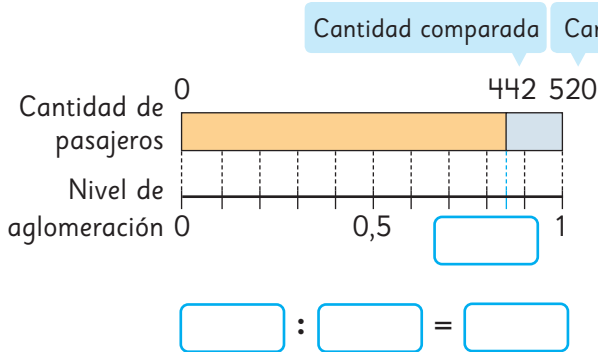
El nivel de aglomeración se expresa con un número para comparar la cantidad de pasajeros cuando la cantidad de asientos es 1.

a) Encontramos el nivel de aglomeración del avión pequeño.



Cantidad de pasajeros	130	117
Nivel de aglomeración	1	?

b) Encontramos el nivel de aglomeración del avión grande.



Cantidad de pasajeros	520	442
Nivel de aglomeración	1	?



El número que expresa la cantidad comparada cuando la cantidad referente es 1, como la efectividad en los tiros al aro o el nivel de aglomeración, se llama **razón**.

Razón = Cantidad comparada : Cantidad referente

Avión pequeño
(Capacidad 130 asientos)

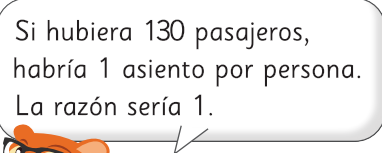
Cantidad de pasajeros	130	117
Razón	1	0,9

Avión grande
(Capacidad 520 asientos)

Cantidad de pasajeros	520	442
Razón	1	0,85

El nivel de aglomeración del avión pequeño es $117 : 130 = 0,9$. Hay menos pasajeros que asientos.

1 asiento \rightarrow 0,9 pasajeros



Respuesta: Hay más aglomeración en el avión .

Practica

1 Encuentra las siguientes razones.

- a) La razón de la cantidad de respuestas correctas cuando se contestan correctamente 6 problemas de 10.
- b) La razón de la cantidad de juegos ganados cuando se triunfa en 6 de 6 partidos.
- c) La razón de la cantidad de sorteos ganados cuando alguien juega 7 veces y pierde en todas las ocasiones.

2 En una fiesta hay 75 niños y 15 son de 6° básico. ¿Cuál es la razón de la cantidad de niños de 6° básico, respecto a la cantidad total de niños en la fiesta?

3 Esta tabla muestra la cantidad de personas que suben a autobuses del Transantiago en una hora.

	Recorrido		
Cantidad de personas	J11	J12	I17
Cantidad de pasajeros	46	54	51
Capacidad del autobús	50	60	60

a) Calcula el nivel de aglomeración de cada bus.

b) ¿En qué bus hay más aglomeración?

c) ¿En qué bus hay menos aglomeración?

4 Se tiene una cinta roja de 50 cm y una cinta azul de 20 cm.

a) Calcula la razón entre la longitud de la cinta azul y la roja, teniendo como referente la cinta roja.


b) Calcula la razón entre la longitud de la cinta roja y la azul, teniendo como referente la cinta azul.

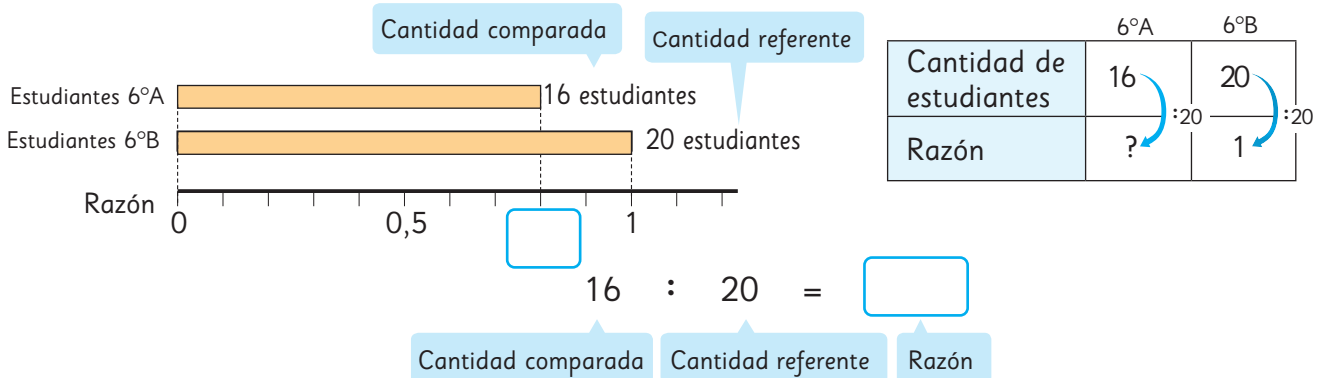
5 Carla estuvo jugando tiro al blanco. De 24 intentos, acertó 6 veces. ¿Cuál es la razón de los aciertos respecto del total de intentos?



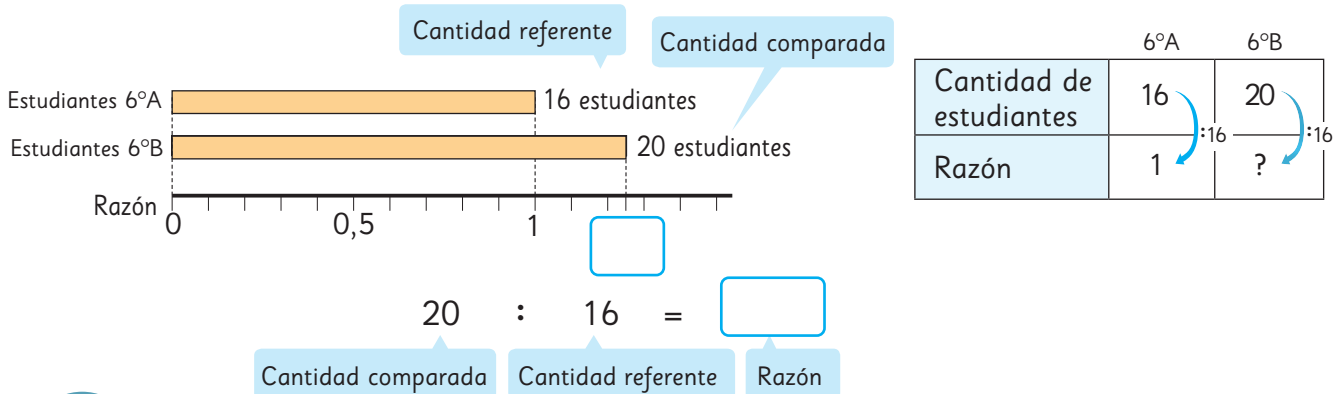
La razón entre 2 cantidades

Podemos expresar la razón entre dos cantidades, incluso si una de ellas no es parte de la otra.

- 1  En el 6° A hay 16 estudiantes y en el 6° B hay 20 estudiantes. ¿Cuál es la razón entre la cantidad de estudiantes del 6° A en relación a la cantidad de estudiantes del 6° B?



- 2 ¿Cuál es la razón entre la cantidad de estudiantes del 6° B comparada con la cantidad de estudiantes del 6° A?

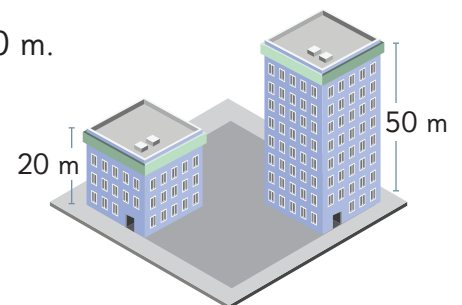


La razón cambia si varía la cantidad referente.
En algunos casos la razón es un número mayor que 1.

Ejercita

Se construyó un edificio de 50 m de altura y otro de 20 m.

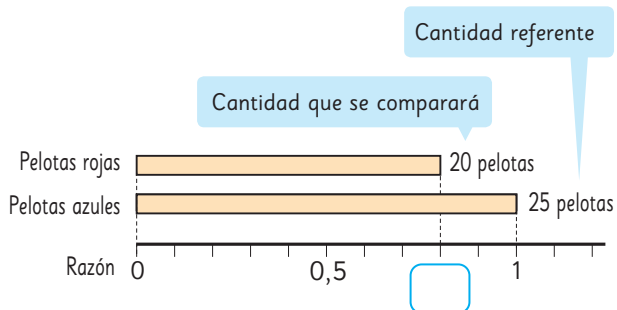
- Encuentra la razón entre la altura del edificio de 20 m y la del edificio de 50 m.
- Encuentra la razón entre la altura del edificio de 50 m y la del edificio de 20 m.



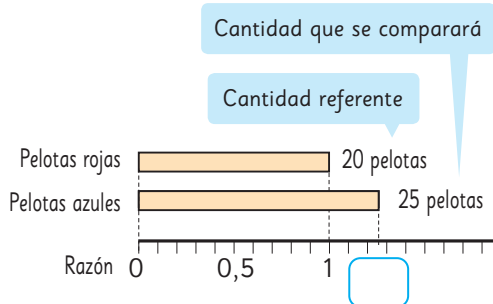
Practica

1 Hay una caja con 20 pelotas rojas y 25 pelotas azules.

a) Calcula la razón de pelotas rojas considerando como referente la cantidad de pelotas azules.



b) Calcula la razón de pelotas azules considerando como referente la cantidad de pelotas rojas.



2 En un club de fútbol se necesitaban 15 jugadores y se postularon 24 personas.

a) Encuentra la razón de las personas que postularon considerando la cantidad de jugadores que se necesitaban.


b) Encuentra la razón de los jugadores que se necesitaban considerando la cantidad de personas que postularon.

3 Mi hermana mayor tiene \$20 000 y mi hermana menor tiene \$8 000.

a) Encuentra la razón del dinero que tiene mi hermana mayor teniendo como referente la cantidad de dinero de la menor.

b) Encuentra la razón del dinero que tiene mi hermana menor teniendo como referente la cantidad de dinero de la mayor.

Razón como fracción

- 1  Carla y Loreto jugaron un campeonato de fútbol la temporada pasada.

A continuación, se muestra una tabla con la cantidad de goles y cantidad de partidos jugados por cada una.



Nombre	Número de goles	Número de partidos
Carla	5	15
Loreto	7	28

¿Cuál es la efectividad goleadora de cada jugadora?



Idea de Gaspar

Carla.

5 goles de 15 partidos equivalen a 1 gol por cada 3 partidos.

Loreto.

7 goles de 28 partidos equivalen a 1 gol por cada 4 partidos.

Carla tiene mayor efectividad.



Idea de Ema

Uso fracciones.

$$\frac{5}{15} = \frac{1}{3} \quad \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$$

Carla tiene mayor efectividad.



La razón entre la cantidad de goles y partidos jugados por Loreto es $7 : 28$.

También podemos expresar la razón de una manera más simple como $1 : 4$.

Es decir, hizo 1 gol cada 4 partidos.

Una razón a veces se expresa como fracción.

La razón entre la cantidad de goles y partidos jugados por Loreto es $1 : 4$ o $\frac{1}{4}$.

Comparaciones usando razones

1  Diego, Antonia y Vicente están preparando ensalada, jugo y arroz.

Diego prepara la ensalada y se pregunta qué aderezo es mejor.

- **Aderezo japonés**
- Vinagre 4 cucharaditas
- Aceite 6 cucharaditas
- Salsa de soya 3 cucharaditas

- **Aderezo francés**
- Vinagre 3 cucharaditas
- Aceite 6 cucharaditas
- Sal 1 cucharadita

- **Salsa golf**
- Mayonesa 42 g
- Kétchup 36 g



Explicamos la cantidad de cada ingrediente de cocina, utilizando la idea de razón.



Piensa una nueva forma de representar la razón.

En el aderezo francés se necesita el doble de aceite que de vinagre.



Antonia está encargada de preparar el jugo.

- Agua 450 mL
- Pulpa 50 mL



Vicente preparará el arroz.

- Arroz 1 taza
- Agua 2 tazas





En el jugo, $50 : 450 = \frac{1}{9}$, por lo tanto, la pulpa es $\frac{1}{9}$ del agua.

Al juntar el agua y la pulpa da 500 mL. $450 : 500 = 0,9$, lo que significa que cada 1 mL de jugo hay 0,9 mL de agua.



2 Diego está preparando aderezo francés.

a) Él usa 3 cucharaditas de salsa de soja y 6 cucharaditas de aceite, como muestra la tabla.

Ingrediente	Cantidad de cucharaditas
Salsa de soja	
Aceite	

¿Cómo podemos expresar la relación entre las cantidades de salsa de soja y aceite mediante una razón?



La relación entre la cantidad de cucharaditas de salsa de soja y la cantidad de cucharaditas de aceite, mediante una razón, se representa por

$$3 : 6$$

3 : 6 se lee como “tres es a seis”. Es otra forma de describir una razón.

Por cada 3 cucharaditas de salsa de soja, se necesitan 6 de aceite.

$$3 \text{ salsa de soja} \longrightarrow 6 \text{ aceite}$$

b) Escribe la razón entre el aceite y el vinagre en el aderezo japonés.

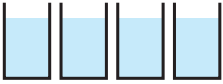
 :


c) Escribe la razón entre la mayonesa y el ketchup en la salsa golf.

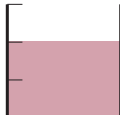
 :


Ejercita

Escribe la razón entre las cantidades que se indican en cada caso.

a)  80 mL de agua

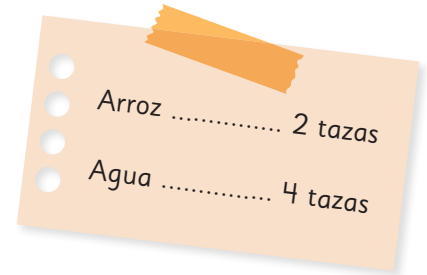
 40 mL de sopa

b)  Vinagre
10 mL

 Aceite
15 mL

Razones equivalentes

1 Para preparar arroz, una persona usa las medidas indicadas en la imagen.



a) Representemos la relación del arroz y el agua en forma de razón.

:

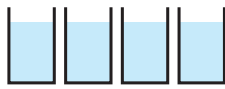
b) ¿Cuántas veces la cantidad de tazas de arroz es la cantidad de tazas de agua? Representemos usando una fracción.



Cuando una razón se representa como $A : B$, el número que representa cuántas veces es A respecto de B , se llama **valor de la razón** $A : B$. El valor de la razón $A : B$ es el cociente de $A : B$.

2 Se mezcla jugo concentrado con agua.

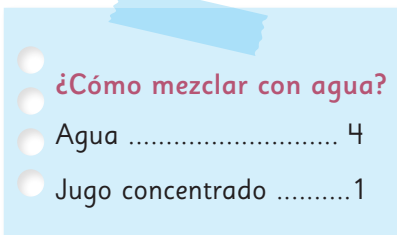
a) Ana utiliza vasos pequeños.



Agua



Jugo concentrado



El valor de la razón $4 : 1$ es .

b) Jaime usa vasos del mismo tipo que Ana y prepara el jugo para 2 niños.



Agua



Jugo concentrado

El valor de la razón $8 : 2$ es .

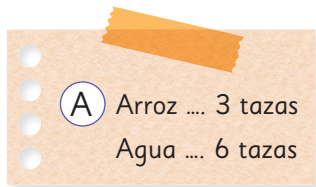
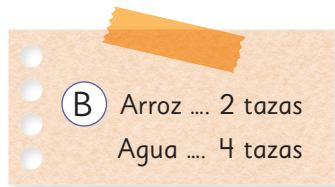
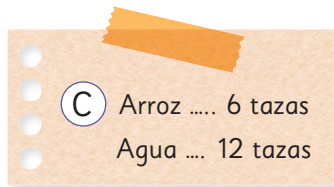
c) ¿El nivel de concentración de los jugos que hicieron Ana y Jaime es el mismo?



Cuando los valores de 2 razones son iguales, decimos que las dos razones son equivalentes y se escribe como:

$$4 : 1 = 8 : 2$$

- 3 Observa las 3 combinaciones diferentes de arroz y agua. Basándonos en la cantidad de agua, pensemos en los valores de las razones entre la cantidad de tazas de arroz y la cantidad de tazas de agua en las tres combinaciones.

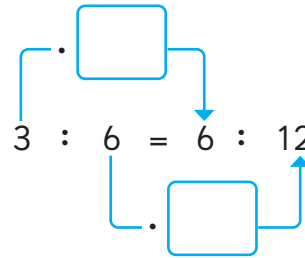
 <p>A Arroz ... 3 tazas Agua ... 6 tazas</p>	 <p>B Arroz ... 2 tazas Agua ... 4 tazas</p>	 <p>C Arroz ... 6 tazas Agua ... 12 tazas</p>
--	--	---

Los valores de las razones en **A** y en **C** son ambos iguales a , por lo tanto:

$$3 : 6 = 6 : 12$$

$$3 : 6 = (3 \cdot \text{ }) : (6 \cdot \text{ })$$

$$= 6 : 12$$

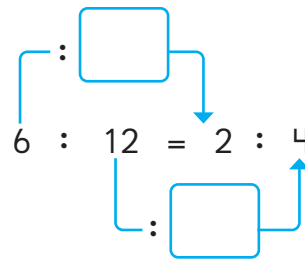


Los valores de las razones en **C** y en **B** son ambos iguales a , por lo tanto:

$$6 : 12 = 2 : 4$$

$$6 : 12 = (6 : \text{ }) : (12 : \text{ })$$

$$= 2 : 4$$



La razón $A : B$ es equivalente a la razón que se obtiene al multiplicar o dividir A y B por el mismo número.

Ejercita

- 1 Encierra las razones equivalentes a $3 : 1$.

$6 : 3$	$6 : 2$	$1 : 3$	$13 : 10$	$9 : 3$
---------	---------	---------	-----------	---------

- 2 Escribe tres razones que sean equivalentes a $6 : 9$.

Practica

1 Escribe la razón entre las cantidades que se indican en cada caso.

a) 60 mL de agua y 20 mL de salsa.

b) 30 mL de vinagre y 40 mL de aceite.

c) 10 vasos de jugo concentrado y 15 vasos de agua.

2 Para cocinar arroz en un casino, se utilizan 5 tazas de arroz y 10 tazas de agua.

a) ¿Cuál es la razón entre la cantidad de arroz y la cantidad de agua?

b) ¿Cuántas veces la cantidad de tazas de arroz es la cantidad de tazas de agua?

3 Calcula el valor de estas razones.

a) $3 : 1$

b) $2 : 6$

c) $75 : 50$

d) $15 : 24$

4 Encierra la o las razones equivalentes a $5 : 1$.

$1 : 5$

$10 : 2$

$10 : 6$

5 Escribe dos razones que sean equivalentes a $10 : 15$.

6 Completa.

$$\begin{aligned} \text{a) } 7 : 5 &= (7 \cdot \square) : (5 \cdot \square) \\ &= 56 : 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 36 : 24 &= (36 : \square) : (24 : \square) \\ &= 9 : 6 \end{aligned}$$

Ejercicios

1 ¿En qué caso hay mayor aglomeración? Marca (A) o (B).

a) (A) 171 personas en 9 canchas de tenis.

b) (A) 7 050 personas en 30 km².

(B) 324 personas en 18 canchas de tenis.

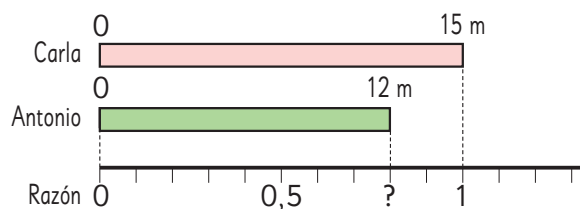
(B) 5 040 personas en 21 km².

2 Se tienen dos ofertas de los mismos tipos de lápices. La primera es de \$6 000 y tiene 12 lápices. La segunda es de \$4 400 y tiene 8 lápices. ¿En cuál oferta es más barato un lápiz?

3 Carla tiene 15 m de cinta y Antonio tiene 12 m de la misma cinta.

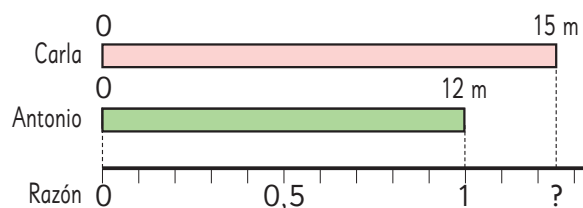
a) Encuentra la razón entre la longitud de la cinta de Antonio y la longitud de la cinta de Carla.

Escribe dos razones que sean equivalentes a la encontrada.



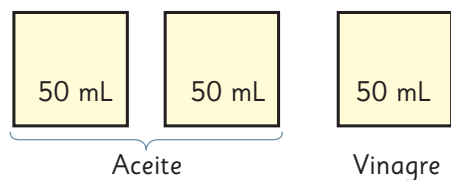
b) Encuentra la razón entre la longitud de la cinta de Carla y la longitud de la cinta de Antonio.

Escribe dos razones que sean equivalentes a la encontrada.

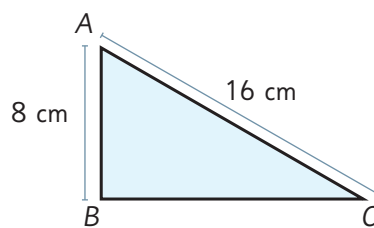


4 Relaciona con razones estas cantidades.

a) La cantidad de aceite y vinagre.

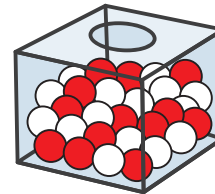


b) La longitud de los segmentos \overline{AB} y \overline{AC} .



Problemas

- 1 En una caja hay bolas blancas y rojas. La razón entre las bolas blancas y rojas es $3 : 4$. Si 21 bolas son blancas, ¿cuántas bolas son rojas?



- 2 En un 6° Básico, la razón entre los estudiantes que tienen 12 y 11 años es $2 : 5$. Si hay 21 estudiantes en el curso, ¿cuántos estudiantes tienen 11 años?

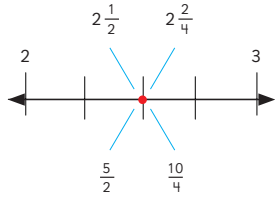
- 3 En una bolsa hay caramelos de fruta y de menta. La razón entre la cantidad de caramelos de fruta y la cantidad de caramelos de menta es $2 : 3$. Si hay 20 caramelos de fruta, ¿cuántos caramelos hay en total en la bolsa?

- 4 Una impresora puede imprimir 350 hojas en 5 minutos.
- a) ¿Cuántas hojas puede imprimir en 1 minuto?
 - b) ¿Cuántas hojas puede imprimir en 8 minutos?
 - c) ¿Cuántos minutos necesita para imprimir 2 100 hojas?



Fracciones y números mixtos

Un número mixto se puede expresar como fracción impropia. Ambos tienen la misma ubicación en la recta numérica.



Adición

$$\begin{aligned} 2\frac{3}{5} + 1\frac{4}{5} \\ &= (2 + 1) + \left(\frac{3}{5} + \frac{4}{5}\right) \\ &= 3 + \frac{7}{5} \\ &= 3 + 1\frac{2}{5} = 4\frac{2}{5} \end{aligned}$$

Sustracción

$$\begin{aligned} 3\frac{2}{5} - 1\frac{3}{5} \\ &= 2 + \frac{5}{5} + \frac{2}{5} - 1\frac{3}{5} \\ &= 2\frac{7}{5} - 1\frac{3}{5} \\ &= 1\frac{4}{5} \end{aligned}$$

Operatoria con números decimales y fracciones

Podemos convertir el número decimal en fracción y calcular:

$$\frac{2}{5} + 0,5$$

$$0,5 = \frac{1}{2} \quad \frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{9}{10} = 0,9$$

Podemos convertir la fracción en decimal y calcular:

$$\frac{2}{5} + 0,5$$

$$\frac{2}{5} = 0,4 \quad 0,4 + 0,5 = 0,9$$

Expresiones algebraicas, patrones y ecuaciones

Si cada manzana vale \$200, entonces el precio de x manzanas es:

expresión algebraica: $x \cdot 200$

Ejemplo 1 de ecuación:

$$\begin{aligned} 5 \cdot x + 4 &= 124 \\ 5 \cdot x &= 124 - 4 \\ 5 \cdot x &= 120 \\ x &= 120 : 5 \\ x &= 24 \end{aligned}$$

Ejemplo 2 de ecuación:

$$\begin{aligned} 5 \cdot x - 8 &= 92 \\ 5 \cdot x &= 92 + 8 \\ 5 \cdot x &= 100 \\ x &= 100 : 5 \\ x &= 20 \end{aligned}$$

Razones

Avión pequeño
(Capacidad 130 asientos)

Cantidad de pasajeros	130	117
Razón	1	0,9

$$117 : 130 = 0,9$$

Avión grande
(Capacidad 520 asientos)

Cantidad de pasajeros	520	442
Razón	1	0,85

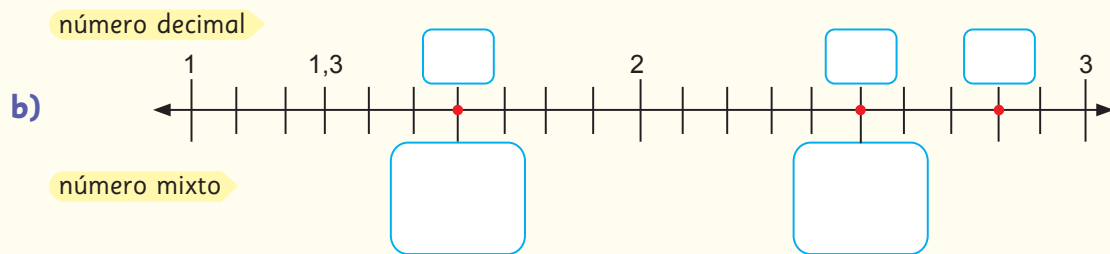
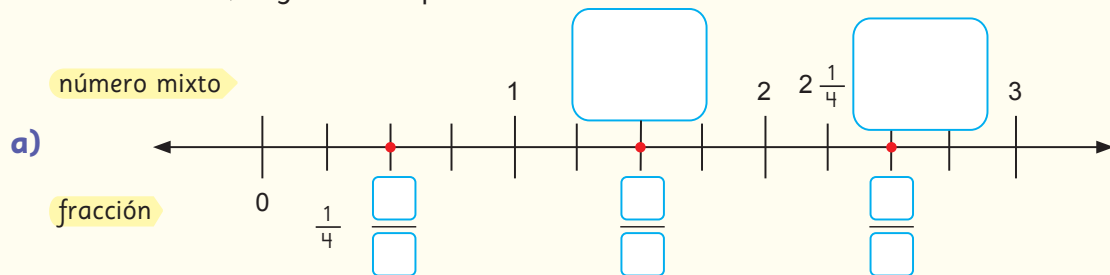
$$442 : 520 = 0,85$$

Razón = Cantidad comparada : cantidad referente

Repaso

- 1 Luisa vende arándanos en bolsas de 1 kg, $\frac{1}{2}$ kg y $\frac{1}{4}$ kg. Para hacer un pedido de 1 750 g de arándanos con la menor cantidad de bolsas posible, ¿cuáles bolsas le conviene usar?

- 2 Completa las rectas numéricas con números decimales, fracciones y números mixtos, según corresponda.



- 3 Escribe el número mixto equivalente a cada fracción.

a) $\frac{7}{3} =$

b) $\frac{25}{4} =$

c) $\frac{37}{5} =$

d) $\frac{42}{8} =$

- 4 Escribe una fracción equivalente a cada número mixto.

a) $1\frac{2}{5} =$

b) $3\frac{3}{4} =$

c) $5\frac{1}{6} =$

d) $8\frac{4}{7} =$

- 5 Encierra los números equivalentes a 3,5.

$\frac{3}{5}$

$3\frac{5}{10}$

$\frac{35}{10}$

$\frac{35}{5}$

$3\frac{1}{2}$

- 6 Laura mide 1,3 m. Su hermana Valentina mide $\frac{1}{4}$ m más que ella.
¿Cuántos metros mide Valentina?

7 Calcula.

a) $1\frac{2}{3} + 2\frac{1}{3} =$

e) $2\frac{1}{3} + 1\frac{2}{3} =$

b) $\frac{2}{5} + 4\frac{7}{8} =$

f) $6\frac{1}{5} - 4\frac{3}{5} =$

c) $2\frac{1}{6} + 3\frac{3}{4} =$

g) $5\frac{2}{3} - 3\frac{3}{4} =$

d) $3\frac{1}{3} - \frac{2}{6} =$

h) $6\frac{1}{4} + 4\frac{9}{10} =$

8 Calcula.

a) $6,74 + 2,03 =$

d) $\frac{3}{5} - 0,26 =$

g) $1\frac{2}{8} - \frac{3}{7} =$

b) $328 \cdot 0,19 =$

e) $0,4 - \frac{1}{3} =$

h) $\frac{3}{4} + 0,9 =$

c) $7,2 \cdot 10 + 0,5 =$

f) $2\frac{2}{3} + \frac{5}{7} =$

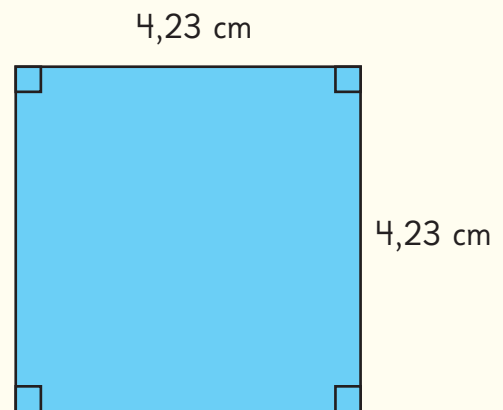
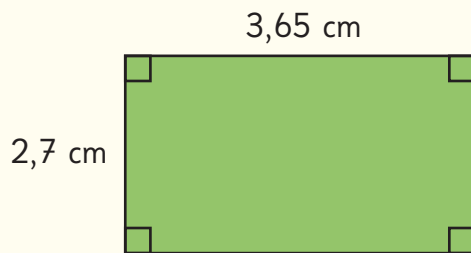
i) $\frac{15}{3} + 4\frac{1}{3} + 0,4 =$

9 Ignacia se come la cuarta parte de una caja de 20 bombones, Bastián la tercera parte del resto y René la mitad de lo que queda.

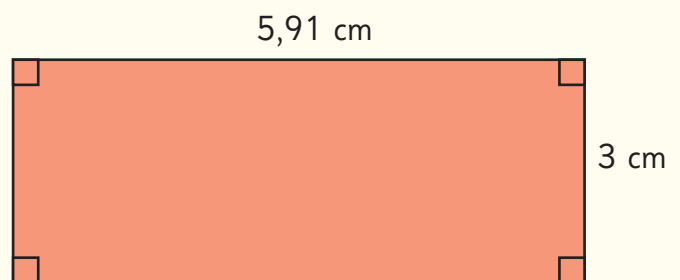
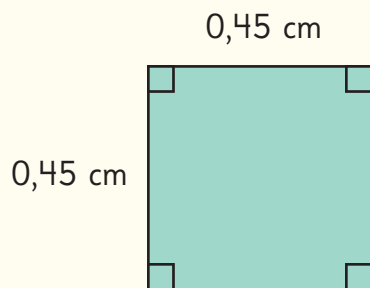
a) ¿Cuántos bombones se comió René?

b) ¿Qué fracción de los bombones se comen Ignacia y Bastián?

10 Encuentra el perímetro de las siguientes figuras.



11 Encuentra el área de las siguientes figuras.



12 Calcula.

a) $7,53 + 2,9 =$

b) $6,2 - 0,55 =$

c) $2,76 + 2,09 =$

d) $8,54 - 5,11 =$

- 13 Inventa un problema que se resuelva con una adición o una sustracción de números decimales. Luego, resuélvelo.

- 14 Rubén fue a la feria y la unidad de zapallo italiano costaba \$500.

- a) Completa la tabla para calcular el precio de distintas cantidades de zapallo italiano.

Cantidad de zapallos italianos	Cálculo	Precio total (\$)
1	$1 \cdot 500$	500
2		
4		
5		

- b) Escribe la expresión que permite calcular el precio total de una cantidad cualquiera de zapallos italianos.

- 15 Observa las imágenes y describe lo que representa cada expresión algebraica.

a)



$$x \cdot 1200$$

b)



$$4 \cdot x + 7$$

16 Representa con expresiones algebraicas.

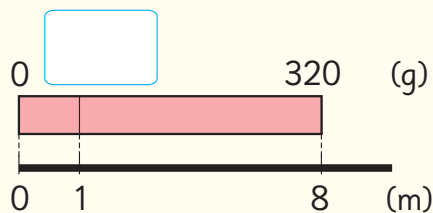
- a) El perímetro de un rectángulo de ancho 5 cm y largo x cm.
- b) El dinero a pagar por x kg de pan, si el kg vale \$1 650.

17 Resuelve las ecuaciones.

- a) $6 \cdot x - 15 = 27$
- b) $10 \cdot x + 12 = 24$
- c) $5 + 6 \cdot x = 47$
- d) $5 \cdot x + 25 = 65$

18 Un alambre mide 8 m de largo y masa 320 g.

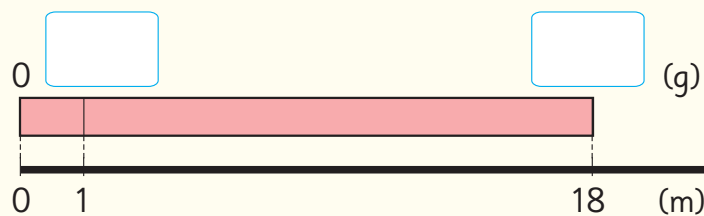
a) ¿Cuántos gramos masa 1 m de alambre? Completa el diagrama y la tabla.



Masa (g)		320
Largo (m)	1	8

Annotations: A blue arrow above the table points from the 320 cell to the 8 cell, labeled $: 8$. A blue arrow below the table points from the 8 cell to the 1 cell, labeled $: 8$.

b) ¿Cuántos gramos masan 18 m de este alambre? Completa el diagrama y la tabla.



Masa (g)		
Largo (m)	1	

Annotation: A pink arrow above the table points from the empty cell in the top row to the empty cell in the bottom row, labeled with a dot \cdot and an empty box.

Observa tu entorno natural y cultural. Hay muchos datos y cosas interesantes por descubrir y cuidar.

1

¿Qué animal tiene el cerebro con con mayor masa?

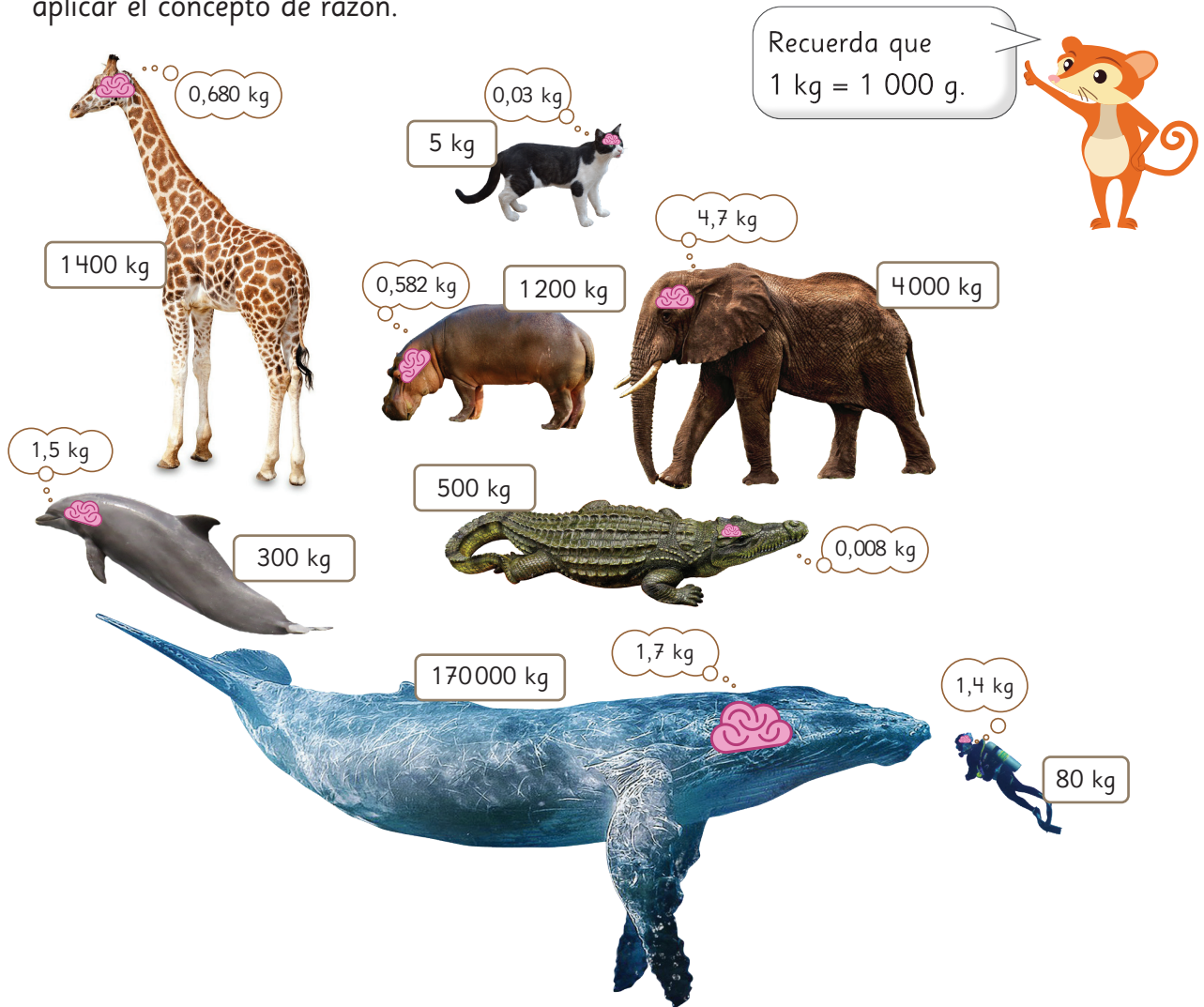
2

Áreas verdes de Chile

1

¿Qué animal tiene el cerebro con mayor masa?

- 1 En la siguiente imagen, se presentan animales junto con los registros de su masa corporal y la masa de sus cerebros. Te invitamos a contrastar las masas de los cerebros, utilizando como referente la masa de cada animal. Para llevar a cabo esta comparación, te sugerimos aplicar el concepto de razón.



En relación a su masa corporal, ¿cuál animal tiene el cerebro con mayor masa?



A mayor masa del animal, ¿mayor es la masa de su cerebro?

¡Qué poco masa el cerebro del cocodrilo en comparación con la masa de su cuerpo!



2

Áreas verdes de Chile



1 A continuación, se presenta una tabla que muestra la cantidad de metros cuadrados de áreas verdes de comunas de Santiago y su número de habitantes.

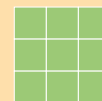
Comuna	Áreas verdes (m ²)	Número de habitantes
Conchalí	343842	114614
La Florida	1100748	366916
Vitacura	1536912	85384
Cerrillos	606240	80832



- a) ¿Cuál de estas comunas tiene mayor cantidad de áreas verdes?
- b) ¿Cuántos metros cuadrados de áreas verdes por habitante hay en cada comuna?
- c) ¿Cuál comuna tiene mayor cantidad de áreas verdes por habitante?

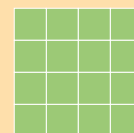
¿Sabías que en Chile existen comunas y ciudades que, según su cantidad de habitantes, poseen una cantidad de áreas verdes que están muy por debajo de lo recomendado por la Organización Mundial de la Salud (OMS)?

OMS
(mínimo)



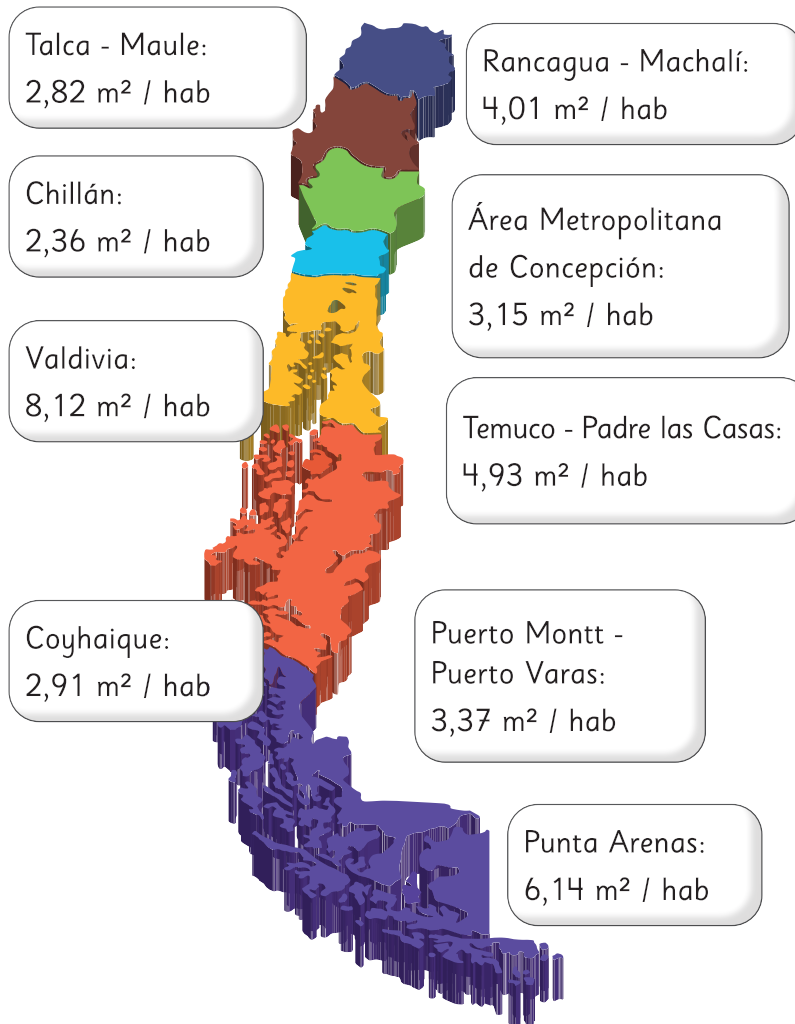
9 m² / hab

OMS
(recomendado)



16 m² / hab

- 2 A continuación, se presenta un mapa que muestra la cantidad de metros cuadrados de áreas verdes por habitante en algunas ciudades de Chile.



Un **área verde** se define como un espacio dentro de una zona urbana o rural que está cubierto principalmente por vegetación, como césped, árboles, arbustos y plantas.

Producto de la crisis climática, la sequía y el aumento de las olas de calor, cada vez es más importante la incorporación de naturaleza en las ciudades, no solo por su valor a nivel paisajístico, sino que también por su rol fundamental frente a la mitigación de los efectos del cambio climático y sus diversos beneficios para la salud de las personas.

- ¿Cuál de estas ciudades tiene la mayor y menor cantidad de m² de áreas verdes por habitante?
- Si la cantidad de habitantes en Punta Arenas es 141 984 personas, ¿cuántos metros cuadrados de áreas verdes tiene aproximadamente?
- De estas ciudades, ¿cuáles se encuentran por debajo de lo recomendado por la OMS?

¿Crees que hay alguna comuna o ciudad de Chile que cumpla con la cantidad de áreas verdes por habitante recomendadas por la OMS? Investiga y comenta con tus compañeros.





El vendedor dijo que eso significa que hay un descuento en los precios.



Hoy vinimos a comprar ropa y encontramos estos carteles.



Mamá me dijo que el símbolo % significa porcentaje.

Pero, ¿qué es un porcentaje?





¿Cuál será mejor, un 60% o un 20% de descuento?



¿Cómo podríamos calcularlo?

En esta unidad aprenderás a:

- Interpretar información expresada en porcentajes.
- Representar y calcular porcentajes simples.
- Usar diagramas de puntos para comparar información.
- Identificar tendencias en los resultados de un mismo experimento repetido varias veces.
- Leer e interpretar gráficos de barras dobles y gráficos circulares.

15

Porcentajes

Porcentajes como razón



1 Un bus tiene 50 asientos y van 40 pasajeros.

a) Calculemos el nivel de aglomeración de personas en el bus:

$$40 : 50 = \boxed{}$$

Puedes usar la calculadora.



b) Representemos esta razón transformando la cantidad referente en 100:

$$40 : 50 = \boxed{} : 100$$

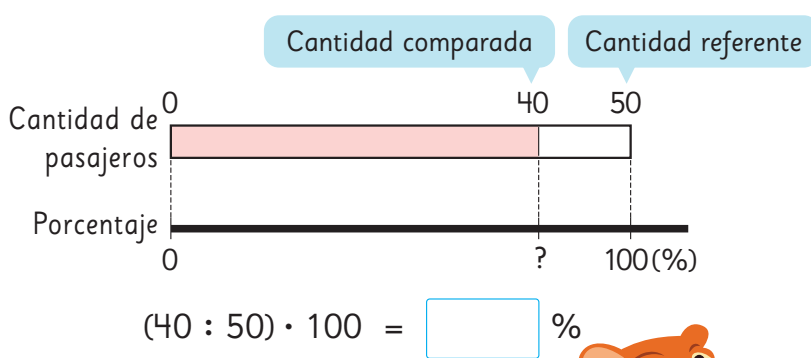
· 2 ↗
↘ · 2



Cuando en una razón la cantidad referente es 100, la cantidad comparada se transforma en un número que llamamos **porcentaje**.

Cuando el valor de una razón es 1 corresponde al 100%.

c) Expresemos el nivel de aglomeración en porcentaje.



Cantidad de pasajeros	40	50
Nivel de aglomeración	$\boxed{} : 50$	$1 : 50$
Porcentaje (%)	$\boxed{} \cdot 100$	$100 \cdot 100$



Si el nivel de aglomeración o razón se multiplica por 100, obtenemos el porcentaje de aglomeración.

2 En esta tabla se registraron los vehículos que pasaron frente a una escuela durante 20 minutos.

Vehículos	Cantidad de vehículos	Porcentaje (%)
Autos	63	45
Camiones	35	
Motocicletas	21	
Buses	7	
Otros	14	
Total	140	

a) Encontramos el porcentaje de vehículos de cada tipo respecto del total.

b) ¿Cuánto suman todos los porcentajes?

c) ¿Qué parte es 14 de 140? ¿A qué porcentaje corresponde?

Porcentajes mayores que 100%

3 En este tren, la capacidad de cada carro es de 120 pasajeros.



a) ¿Cuál es el nivel de aglomeración del primer carro? Exprésalo en porcentaje.

$$(108 : 120) \cdot 100 = \boxed{} \%$$

b) ¿Cuál es el nivel de aglomeración del segundo carro? Exprésalo en porcentaje.

$$(144 : 120) \cdot 100 = \boxed{} \%$$



Cuando la cantidad de pasajeros supera la capacidad del carro, el porcentaje de aglomeración será mayor que el 100%.

Ejercita

Esta tabla muestra la cantidad de pasajeros en un bus con capacidad para 50 personas en tres momentos de un día.

	Horas		
Cantidad de personas	8 a. m.	10 a. m.	Tarde
Cantidad de pasajeros	65	18	26
Capacidad del bus	50	50	50

- ¿Cuál es el porcentaje de aglomeración en cada horario?
- ¿A qué hora hubo más aglomeración en el bus?

4 Esta tabla muestra la cantidad de tiros al aro realizados por tres personas que juegan básquetbol y la cantidad de tiros encestados con esos tiros al aro.

De los 4 tiros al aro de Lisette, 1 fue encestado. La razón entre la cantidad de tiros encestados y la cantidad de tiros al aro se llama **índice de efectividad**.

	Cantidad de tiros	
Personas	Tiros encestados	Tiros al aro
Lisette	1	4
Paula	2	5
Kevin	5	5

- Expresa el índice de efectividad de Lisette en porcentaje.

$$(1 : 4) \cdot 100 = \boxed{} \%$$

- Expresa el índice de efectividad de Paula y Kevin en porcentaje.

Índice de efectividad de Paula

Índice de efectividad de Kevin

- ¿Quién fue más efectivo?

Practica

1 Expresa las siguientes razones como porcentaje.

a) $1 : 2$

b) $2 : 5$

c) $3 : 4$

d) $7 : 10$

e) $15 : 20$

f) $10 : 50$

2 Expresa los siguientes porcentajes como razones con cantidad referente igual a 100.

a) 5%

b) 12%

c) 25%

d) 60%

e) 105%

3 Esta tabla muestra la cantidad de pasajeros de los buses con destino al zoológico con salidas a las 9 a. m., 10 a. m. y 11 a. m.

Horarios de salida	Pasajeros	
	Cantidad de pasajeros	Capacidad del bus
9 a.m.	48	40
10 a.m.	38	40
11 a.m.	24	40

a) ¿Cuál fue el porcentaje de aglomeración a las 9 a. m.?

b) ¿Cuál fue el porcentaje de aglomeración a las 10 a. m.?

c) ¿Cuál fue el porcentaje de aglomeración a las 11 a. m.?

d) ¿En cuál bus hubo más aglomeración?

- 4 Esta tabla muestra la cantidad de poleras vendidas de cada color.

Colores	Cantidad de poleras	Porcentaje (%)
Verde	32	
Negro	48	
Rojo	8	
Azul	24	
Violeta	8	
Blanco	40	

- a) ¿Cuántas poleras se vendieron en total?
- b) Completa la tabla con los porcentajes de cada tipo de polera vendida respecto del total.
- c) ¿Qué porcentaje del total de poleras no son negras?
- d) ¿Qué porcentaje se obtiene al sumar todos los porcentajes de la tabla?


- 5 De estas situaciones, marca las que describen un vagón que tenga un nivel de aglomeración superior a 100%.

- A) Un tren con capacidad para 240 personas y lleva 250.
- B) En un barco van 176 pasajeros y su capacidad es de 200.
- C) Un avión lleva 224 pasajeros y su capacidad es 224 pasajeros.

- 6 En un partido de fútbol, Diana tiró 5 veces al arco y metió 3 goles. Carlos tiró 4 veces al arco y metió 3 goles.

- a) ¿Cuál es el índice de efectividad de Diana? Exprésalo en porcentaje.
- b) ¿Cuál es el índice de efectividad de Carlos? Exprésalo en porcentaje.
- c) ¿Quién fue más efectivo?

Relación entre porcentajes y fracciones

- 1  Dos colegios participarán de un evento de atletismo. Esta tabla muestra la cantidad de estudiantes inscritos en el evento y la cantidad total de estudiantes de cada colegio.

¿En qué colegio hay mayor interés por participar?

Colegios	Cantidad de inscritos	Total de estudiantes
Araucaria	100	200
Bucalemu	150	600

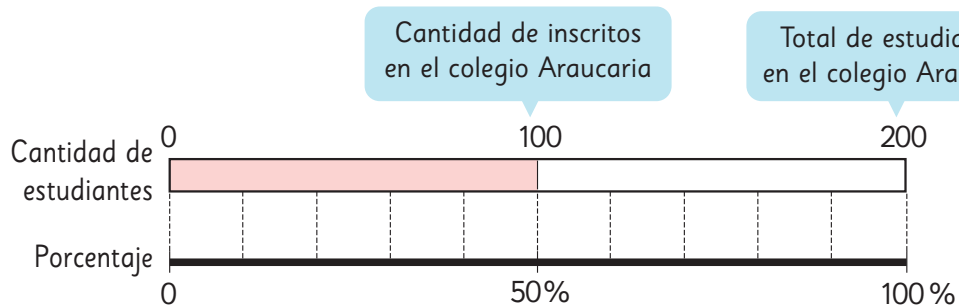


En el colegio Bucalemu hay más estudiantes inscritos...

Sí, pero tiene más estudiantes que el otro colegio...



- a) Representemos en un diagrama el porcentaje de inscritos en el colegio Araucaria. Usa el **Recortable 3**.



Al dividir una figura en dos partes iguales, cada mitad es el 50%.

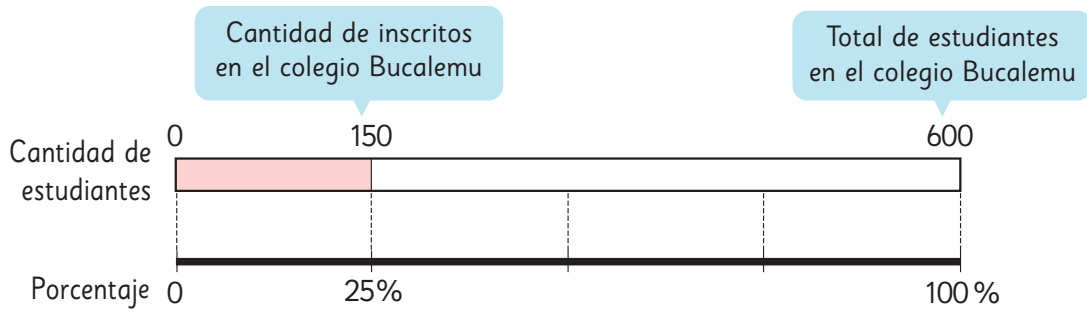
100 es la mitad de 200.

200 es el 100%.

100 es el 50%, porque la mitad de 100% es 50%.

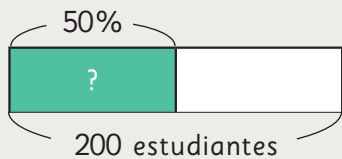


b) Representemos en un diagrama el porcentaje de inscritos en el colegio Bucalemu.



{ 150 es la cuarta parte de 600.
 { 600 es el 100%.
 { 150 es el 25%, porque la cuarta parte de 100% es 25%.

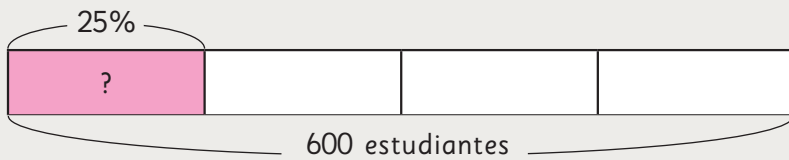
Como $50\% > 25\%$, en el colegio Araucaria hay mayor interés que en el colegio Bucalemu por participar en el evento de atletismo.



→ $\frac{1}{2}$ de 200

El 50% de 200 es 100.

Para encontrar el 50% de un número calculamos su mitad.



→ $\frac{1}{4}$ de 600

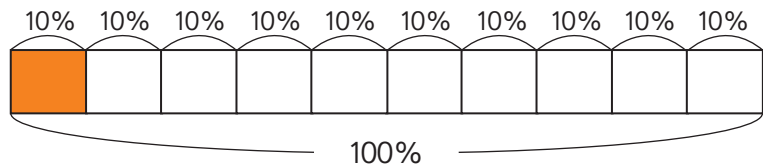
El 25% de 600 es 150.

Para encontrar el 25% de un número calculamos su cuarta parte.

2 Observemos en un diagrama la representación del 10% de una cantidad.



¿Qué parte de 100% es 10%?



a) ¿Qué fracción de una cantidad corresponde a su 10%?

El 10% de una cantidad corresponde a su décima parte, es decir a $\frac{1}{10}$ de ella.

b) ¿Cuál es el 10% de 90?

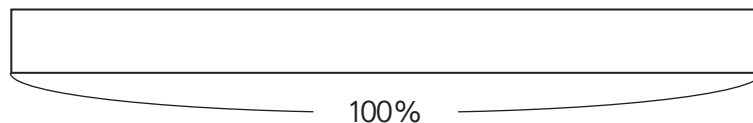
c) ¿Qué fracción de una cantidad corresponde a su 20%?

d) En el siguiente diagrama, la barra ha sido dividida en partes iguales. ¿Qué porcentaje de la barra está pintada de color anaranjado?

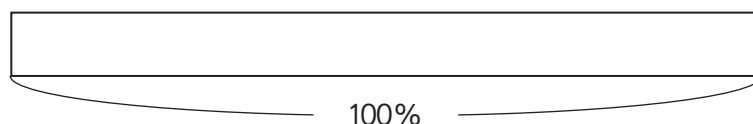


3 Calcula los siguientes porcentajes usando diagramas.

a) El 20% de los 1 200 estudiantes del colegio Cau-Cau se inscribieron en el evento de atletismo.

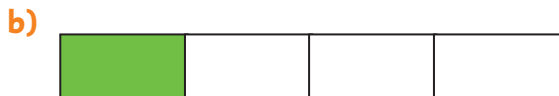


b) El 75% de 4 000 estudiantes del colegio Alerce se inscribieron en el evento de atletismo.



Practica

1 Estas barras están divididas en partes iguales. En cada caso, ¿qué porcentaje de la barra está pintada de color verde?



2 Expresa como fracción el porcentaje en cada caso y viceversa, según corresponda.

a) El 25% del curso decidió no ir al paseo.

b) Todos subieron al bus.

c) $\frac{3}{4}$ de las flores estaban marchitas.

d) Alcanzó a avanzar el 60% del total.

e) Ella comió $\frac{1}{5}$ de todo lo que llevaba.

f) La polera tiene el 20% de descuento.

- 3 Representa el 75% de una cantidad usando la barra.



- a) Expresa como fracción el 75% de una cantidad.
- b) ¿Cuál es el 75% de 36?

- 4 Calcula mentalmente.

- a) El 10% de 920.
- b) El 50% de 4 268.
- c) El 25% de 400.
- d) El 90% de 1 100.
- e) El 75% de 84.
- f) El 1% de 7 200.

- 5 Calcula los siguientes porcentajes usando diagramas.

- a) El 30% de los 60 estudiantes compraron almuerzo en el casino.
- b) El 75% de los 200 animales ya fueron desparasitados.

- 6 ¿Cómo calcularías mentalmente el 40% de un número?

- a) Explica tu idea.
- b) Encuentra el 40% de 80.

Ejercicios

60% es 6 veces 10%.
15% es 10% más 5%.



1 Calcula en forma mental.

- a) El 10% de 800.
- b) El 25% de 40.
- c) El 60% de 500.
- d) El 1% de 300.
- e) El 15% de 600.
- f) El 50% de 480.

2 Expresa en porcentaje la relación entre los datos.

- a) De 500 mujeres encuestadas, 400 afirman que les gusta el fútbol.
- b) En un estacionamiento que tiene una capacidad para 450 autos, hay 45 vehículos estacionados.
- c) En un colegio hay 400 estudiantes que usan lentes de un total de 1 600 estudiantes.

3 Estas barras están divididas en partes iguales. En cada caso, expresa en porcentaje la parte pintada de color anaranjada respecto del total de la barra.



4 Resuelve estos problemas.

- a) Camilo ha leído el 80% de las 240 páginas de un libro. ¿Cuántas páginas ha leído Camilo?
- b) De 300 huevos, el 4% está quebrado. ¿Cuántos huevos están quebrados? ¿Cuántos no están quebrados?

Problemas

- 1 Un libro vale \$14 000. En la librería A tiene un descuento de \$1 700 y en la librería B tiene un 12% de descuento. ¿En cuál librería está más barato el libro?
- 2 Florencia tiene 240 láminas de un álbum. Si regala el 50% a una amiga y vende un 10% del total inicial, ¿con cuántas láminas se queda?
- 3 El pantalón café vale \$8 800 y tiene un 50% de descuento, mientras que el pantalón azul, que vale \$6 000, tiene un 25% de descuento. ¿Por cuál pantalón se pagaría menos?



- 4 Raúl señala que el 49% de 3 400 es 1 700. Sin calcular, ¿es correcto lo que dice Raúl?
- 5 A un partido de fútbol asistieron 2 148 personas. Si el estadio tiene una capacidad de 40 200 personas, estima el porcentaje de asistencia al partido.



- 6 A un concierto asistieron 180 personas. ¿Cuál es la capacidad del recinto si los asistentes representan el 20% de su capacidad?

16

Datos

Distribución de los datos



1 Las siguientes tablas muestran los puntajes obtenidos por los participantes de un torneo de ajedrez.

Puntajes Colegio A

Nombre	Puntaje	Nombre	Puntaje
Valeria	3	Fernanda	4
Mateo	5	Benjamín	1
Josefa	3	Felipe	2
Joaquín	3	Gaspar	5
Pedro	6	Sebastián	4
Constanza	7	Maite	2
Camilo	4	Trinidad	1
Francisca	5	Miguel	3
Belén	4	Macarena	4
Nicolás	0	Antonella	6

Puntajes Colegio B

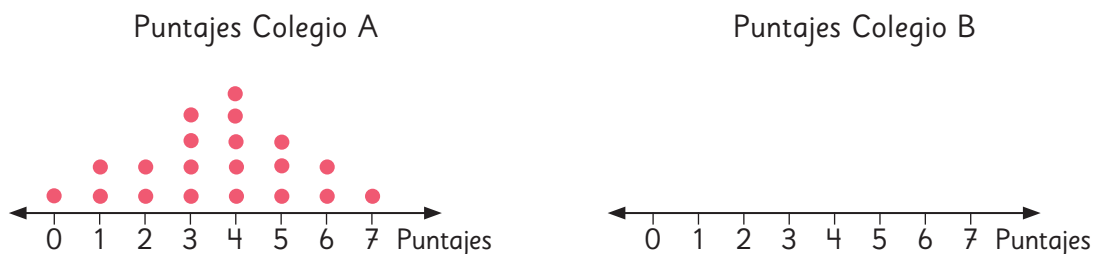
Nombre	Puntaje	Nombre	Puntaje
Rocío	5	Renata	3
Tomás	4	Gustavo	6
Isabella	3	Antonia	4
Mía	2	Héctor	5
Martín	6	Sara	4
Florencia	2	Agustina	5
Ema	1	Matías	4
Pascuala	5	Dante	6
Santiago	5	Arturo	7

Averigüemos cuál colegio tuvo mejores resultados.



Pensemos en gráficos que nos permitan comparar los datos.

- a) Usa la tabla de la página anterior y completa el diagrama de puntos del Colegio B.

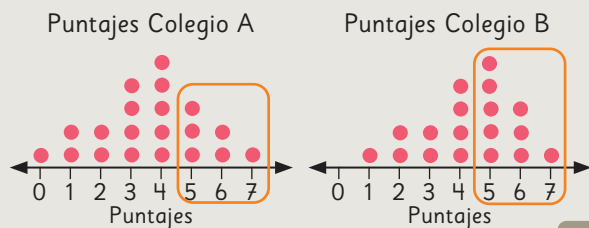


- b) ¿Cuál es el puntaje que más se repite en cada colegio?
- c) ¿Cuál es el puntaje más alto obtenido por cada colegio?
- d) ¿Cuántos estudiantes obtuvieron más de 4 puntos en cada colegio?
- e) ¿Cuál es el puntaje más bajo obtenido por cada colegio?
- f) ¿Cuántos estudiantes obtuvieron menos de 3 puntos en cada colegio?
- g) Al mirar los gráficos, ¿cuál colegio dirías que tuvo mejores resultados en el torneo? ¿En qué te fijaste? Justifica usando los diagramas de puntos.



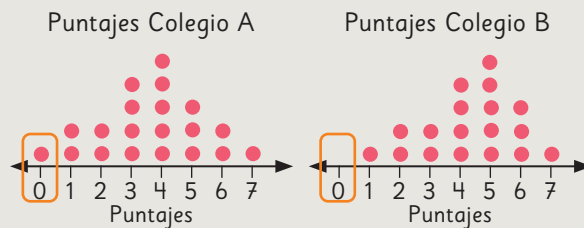
Idea de Matías

El Colegio B, porque hubo más estudiantes que obtuvieron 5, 6 y 7 puntos.



Idea de Sofía

El Colegio B, porque todos los estudiantes ganaron al menos una vez.



- h) ¿Quién tiene la razón? ¿Crees que este tipo de gráficos te ayuda a determinar cuál colegio obtuvo mejores resultados? ¿Por qué?

Practica

- 1 Se plantaron algunas semillas de porotos a la sombra y otras al sol. Se registró el número de días que demoraron en germinar.

Días que demoraron en germinar al sol

Días	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
N° de semillas	0	0	1	0	3	4	4	2	3	5	2	0	0	1

Días que demoraron en germinar a la sombra

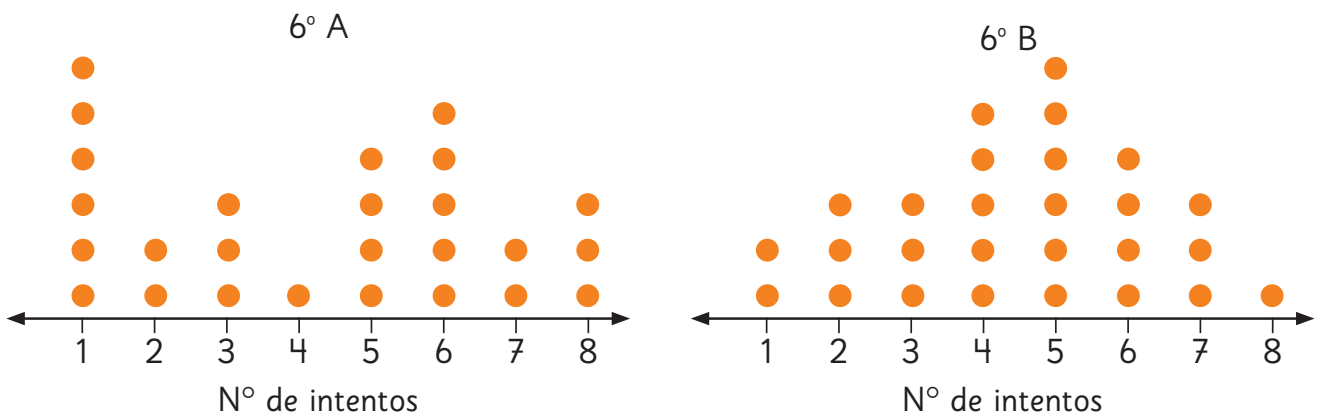
Días	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
N° de semillas	0	0	0	0	0	1	0	1	3	2	3	6	3	2

- A partir de los datos de las tablas, completa los diagramas de puntos.
- ¿Cuántas semillas puestas al sol germinaron en la primera semana?
- ¿Cuántas semillas puestas a la sombra germinaron en la primera semana?
- Elabora dos preguntas que se puedan responder comparando los gráficos.
- Si plantas un poroto y quieres que este germine lo más pronto posible, ¿debes dejarlo al sol o a la sombra?



- 2 Los estudiantes de dos cursos practicaron un salto en la clase de Educación Física. Los siguientes gráficos muestran el número de intentos realizados antes de lograrlo.

Intentos para lograr el salto



- a) ¿Cuántos estudiantes intentaron lograr el salto por curso?
- b) ¿Cuál fue el número mínimo y el número máximo de intentos en cada curso?
- c) ¿Cómo se interpreta que en el 6° A haya 6 puntos en el 1?
- d) ¿Cómo se interpreta que en el 6° B haya 1 punto en el 8?
- e) ¿Crees que el número de intentos es similar en ambos cursos? Explica.
- f) ¿Qué curso tuvo mejor resultado? Justifica.



1 Los sextos básicos del colegio de Sami realizaron una corrida femenina.



Las siguientes tablas muestran los tiempos (en minutos) de las participantes de cada sexto básico.

Tiempos 6° A

Número	Tiempo (min.)	Número	Tiempo (min.)
1	32	11	36
2	41	12	26
3	52	13	52
4	33	14	28
5	34	15	32
6	45	16	48
7	55	17	39
8	33	18	38
9	41	19	41
10	51	20	43

Tiempos 6° B

Número	Tiempo (min.)	Número	Tiempo (min.)
1	51	11	47
2	44	12	40
3	36	13	38
4	40	14	42
5	29	15	52
6	31	16	47
7	43	17	40
8	25	18	42
9	48	19	31
10	34		

Sami quiere saber qué curso obtuvo mejores resultados en la corrida.

2 ¿Qué curso obtuvo mejores resultados? Analicemos lo siguiente.

a) Mejor y peor tiempo.

b) Promedio



¿De qué curso es la participante que se demoró menos?



¿Cuál es el promedio de cada curso?

Para calcular el promedio debemos sumar todos los tiempos de cada grupo y luego dividirlos por el número de participantes en cada curso.



Examinemos los datos de varias formas.

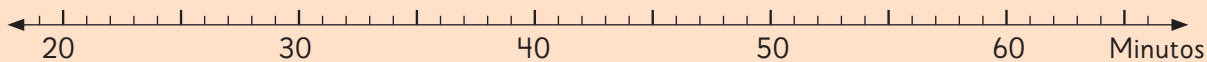
3 Para comparar los datos Sami propone construir diagramas de puntos.

a) Completa cada diagrama utilizando los datos de las tablas de la página anterior.

Tiempos 6° A



Tiempos 6° B



b) ¿Crees que este tipo de gráfico ayuda a determinar qué curso obtuvo mejores resultados en la corrida?

Gráfico de barras dobles



- 1 Juan quiere saber si la campaña de prevención de accidentes que hicieron en su colegio tuvo éxito. Las siguientes tablas muestran las lesiones producidas antes y después de la campaña.

Lesiones antes de la campaña

Lugares	Cantidad de lesiones
Patio	13
Pasillo	4
Salas	2
Gimnasio	10
Escaleras	5
Total	

Lesiones después de la campaña

Lugares	Cantidad de lesiones
Patio	6
Pasillo	4
Salas	3
Gimnasio	11
Escaleras	1
Total	

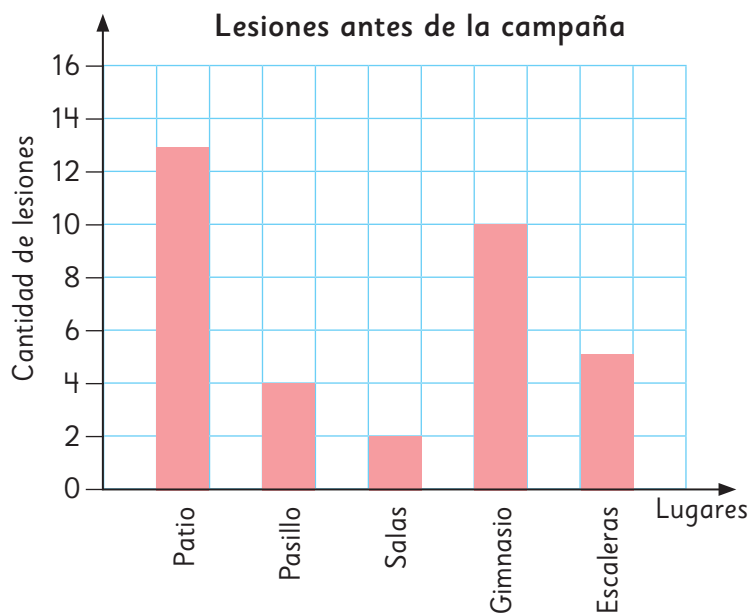


¡Mostremos los datos en un gráfico para visualizarlos mejor!

- a) ¿Cuál es la cantidad de lesiones que ocurrían antes y después de la campaña? Completa la tabla con el total para cada caso.

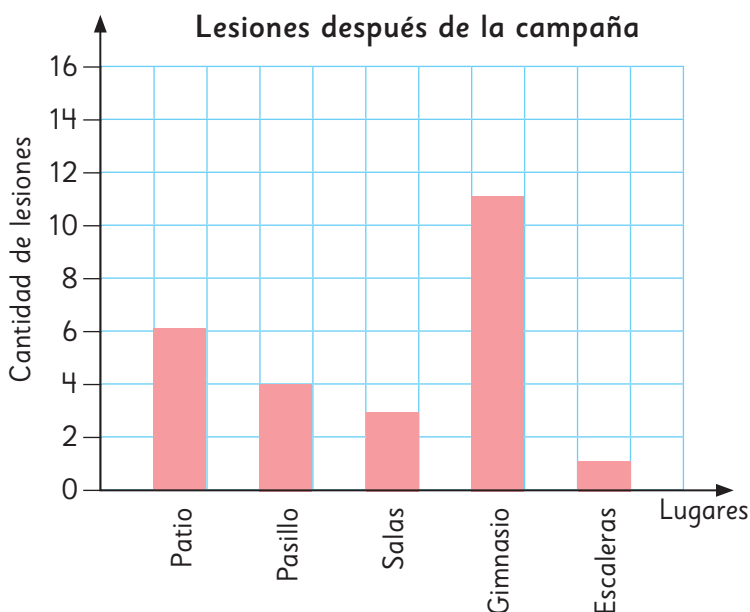
2 Para visualizar mejor los datos, Matías elaboró un gráfico de barras para cada tabla. Observa el gráfico de las lesiones que ocurrían antes de la campaña.

- a) ¿En qué lugar ocurre la mayor cantidad de lesiones?
- b) ¿Cuál es el lugar en el que ocurre la menor cantidad de lesiones?
- c) Si tú hubieras tenido que hacer la campaña para disminuir las lesiones en el Colegio de Juan, ¿dónde habrías colocado más carteles?



3 Observa el gráfico de las lesiones que ocurrieron después de la campaña.

- a) ¿En qué lugar ocurrió la mayor cantidad de lesiones?
- b) ¿En qué lugar ocurrió la menor cantidad de lesiones?
- c) ¿Qué diferencias observas en la cantidad de lesiones que ocurrían antes y después de la campaña?
- d) Si tuvieras que hacer una nueva campaña, ¿dónde colocarías más carteles? ¿Por qué?





¿Cómo podríamos comparar los resultados rápidamente?

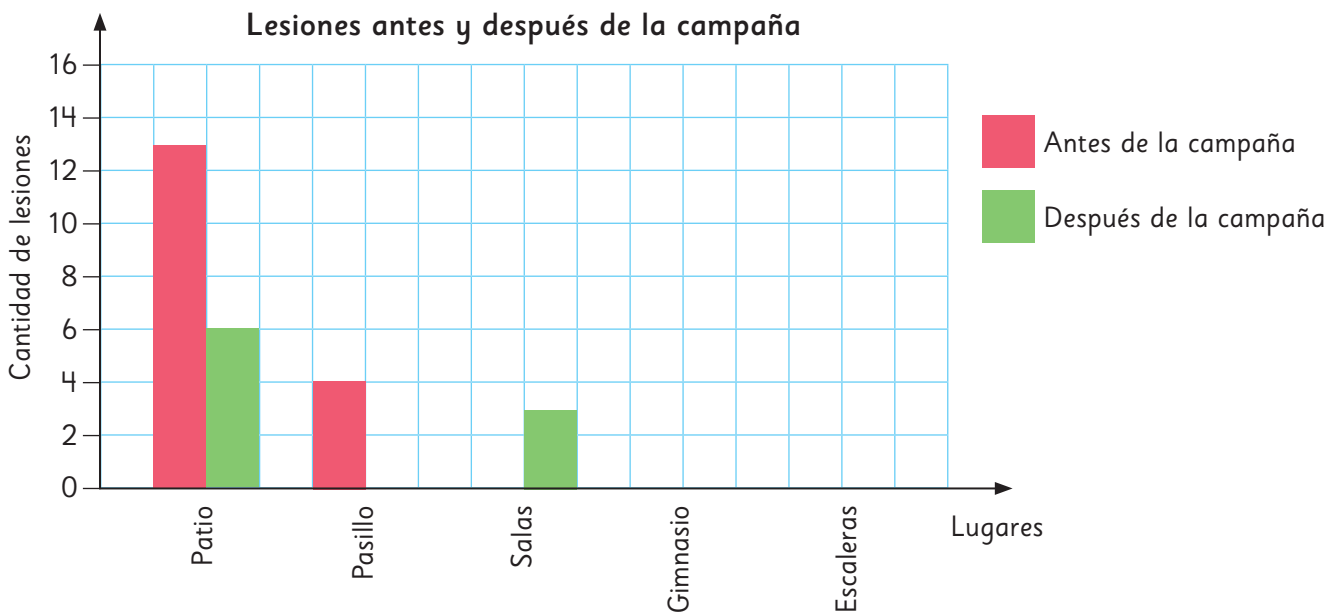


¿Y si probamos con juntar todas las barras en un solo gráfico?

4

Para poder comparar los registros de lesiones ocurridas antes y después de la campaña, Ema propuso elaborar un gráfico en el que se vieran todas las barras a la vez.

- a) Usa las primeras dos barras que corresponden a las lesiones ocurridas en el pasillo como ejemplo y completa el gráfico con los datos que corresponden.



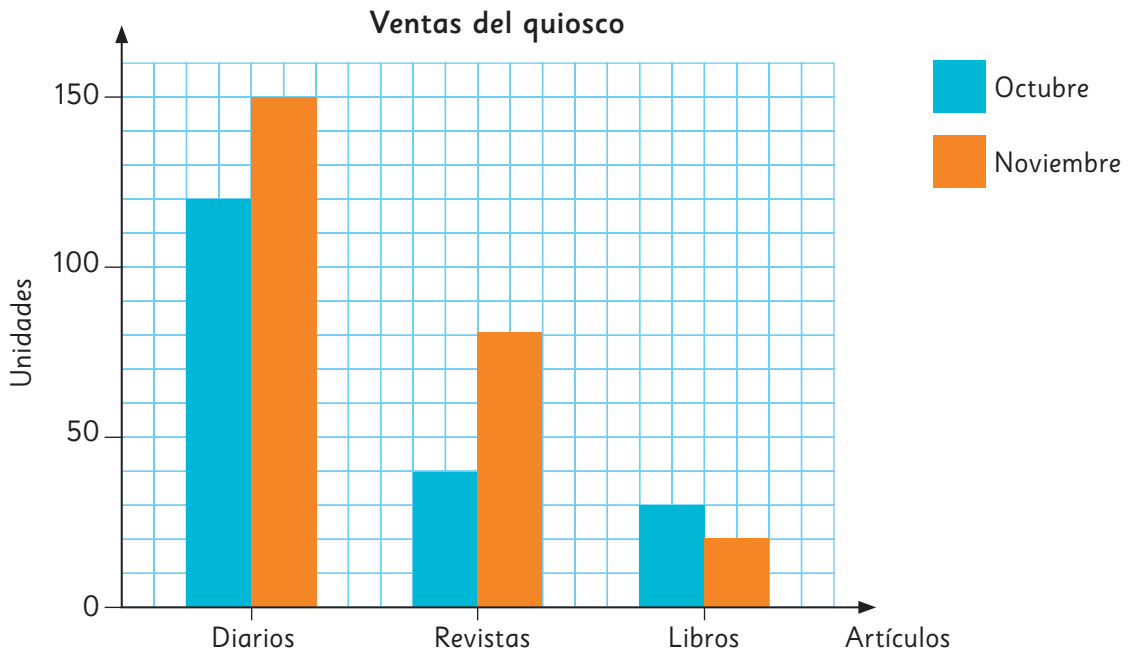
- b) ¿En qué lugares las lesiones disminuyeron después de la campaña?
- c) ¿Cuántas lesiones menos ocurrieron en el patio después de la campaña?
- d) ¿En qué lugar es necesario reforzar los cuidados para evitar lesiones?
- e) ¿Podrías decir que fue efectiva la campaña? ¿Por qué?



Los **gráficos de barras dobles** son representaciones que usan barras para mostrar las frecuencias de dos conjuntos de datos en un mismo gráfico. Esto nos permite comparar visualmente ambos conjuntos.

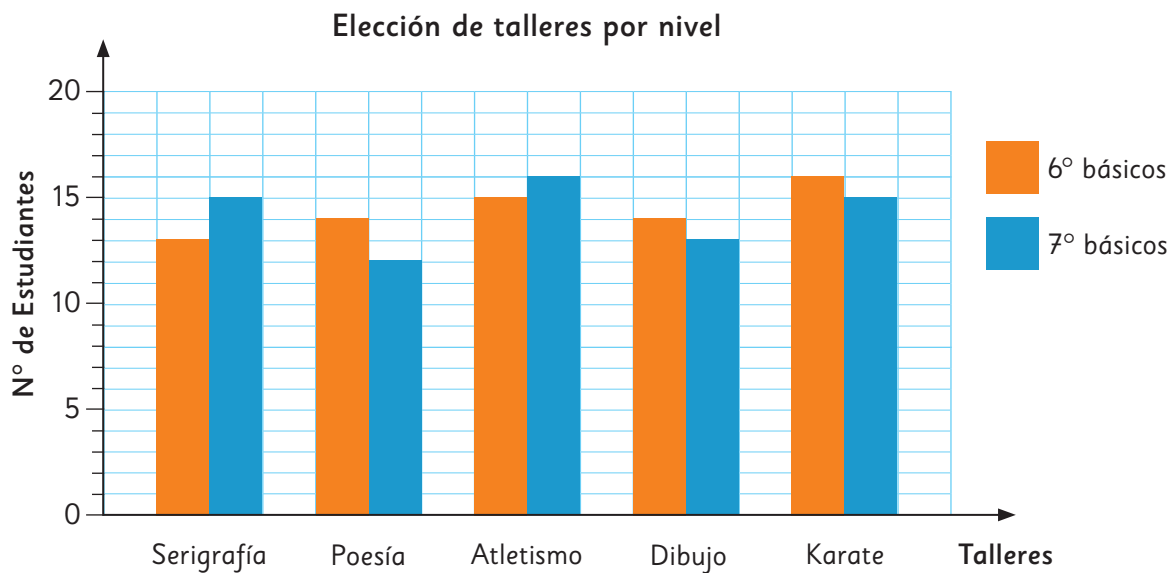
Practica

1 Observa el gráfico.



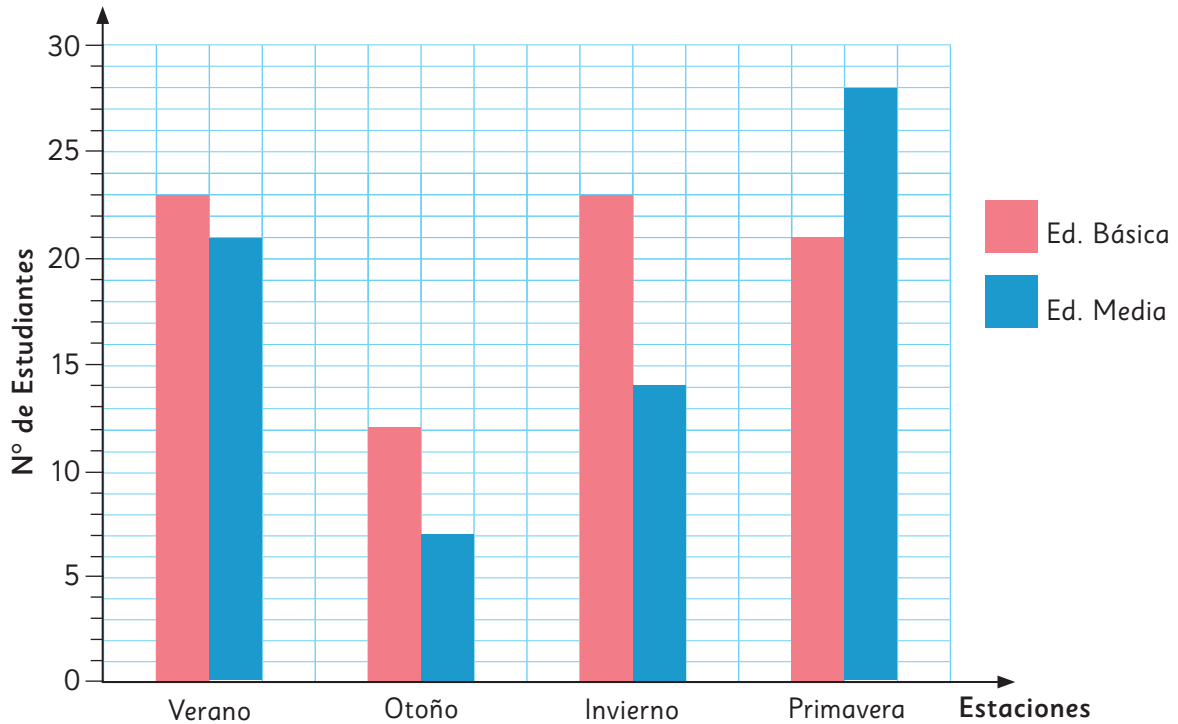
- a) ¿Qué es lo que se compara en el gráfico?
- b) ¿Cuántos diarios se vendieron en los dos meses?
- c) ¿En cuántas unidades aumentaron las ventas totales de noviembre, comparadas con las ventas totales de octubre?
- d) ¿Qué artículo tuvo la mayor diferencia entre ambos meses?
- e) ¿Cuál es el artículo que más se vende en el quiosco?
- f) ¿Qué artículos disminuyeron sus ventas en el quiosco de octubre a noviembre? ¿en cuántas unidades disminuyeron?

2 Analiza el siguiente gráfico de barras dobles.



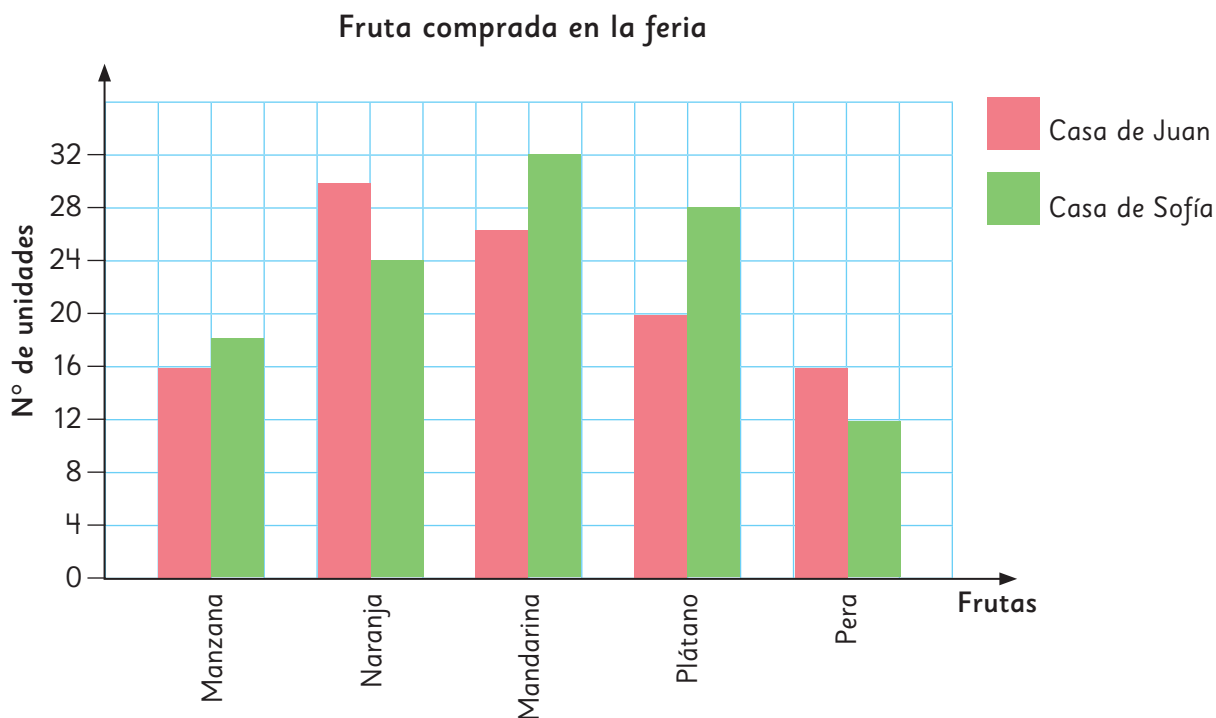
- a) ¿Cuántos cupos de talleres fueron llenados por ambos niveles? ¿Y por cada nivel?
- b) ¿En qué taller se produce la mayor diferencia de elección al comparar ambos niveles?
- c) ¿Cuál es el taller más elegido entre ambos niveles?
¿Cuántos estudiantes se inscribieron para dicho taller?
- d) ¿Cuál es el taller más elegido en los 6º básicos? ¿Y en los 7º básicos?
- e) ¿Qué talleres tienen la misma cantidad de inscritos en total?
- f) Si el gráfico no tuviera leyenda, ¿qué problemas tendrías para su lectura e interpretación?

- 3 El siguiente gráfico muestra la estación del año favorita de los estudiantes de Educación Básica y de Educación Media del colegio de Sofía.



- a) ¿Qué título le pondrías a este gráfico?
- b) ¿Cuántos estudiantes fueron encuestados?
- c) ¿Cuál es la estación preferida por los estudiantes de Educación Básica? ¿Y de Educación Media?
- d) ¿Cuál es la estación menos preferida por ambos grupos?
- e) ¿En qué estación se presenta la mayor diferencia de preferencia? ¿Y la que presenta menor diferencia?
- f) ¿Cuál es la estación con mayor número de estudiantes que la prefieren? Esta estación, ¿es la de mayor preferencia para los dos grupos?

- 4 El gráfico de barras dobles que aparece a continuación representa la cantidad de fruta que compran en las casas de Sofía y Juan al mes.



- a) Completa la tabla a partir de los datos del gráfico.

Frutas	Casa de Juan (nº de unidades)	Casa de Sofía (nº de unidades)
Manzana		
Naranja		
Mandarina		
Plátano		
Pera		

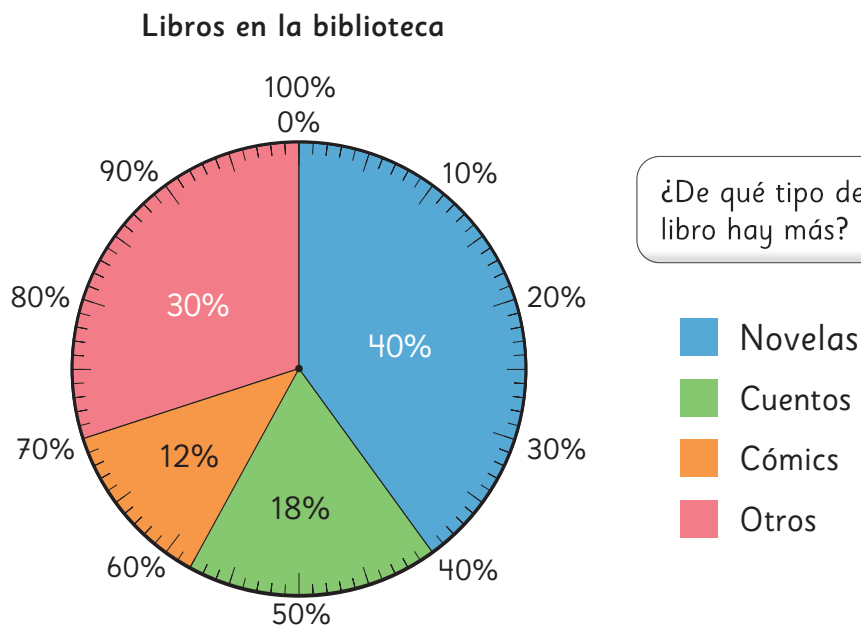
- b) ¿Cuál es la fruta que más se compra en cada casa?
- c) ¿Cuál es la fruta que menos se compra en cada casa?

- d) ¿Cuántas frutas compraron en total en cada casa?
- e) ¿Cuál es la fruta que presenta la mayor diferencia en la cantidad en que se compra al mes?
- f) Entre mandarinas y naranjas, ¿compran las dos familias la misma cantidad de fruta?
- g) ¿Qué familia consume más fruta al mes?

Gráfico circular



- 1 El gráfico muestra los tipos de libros que hay en la biblioteca del colegio de Juan y sus porcentajes.



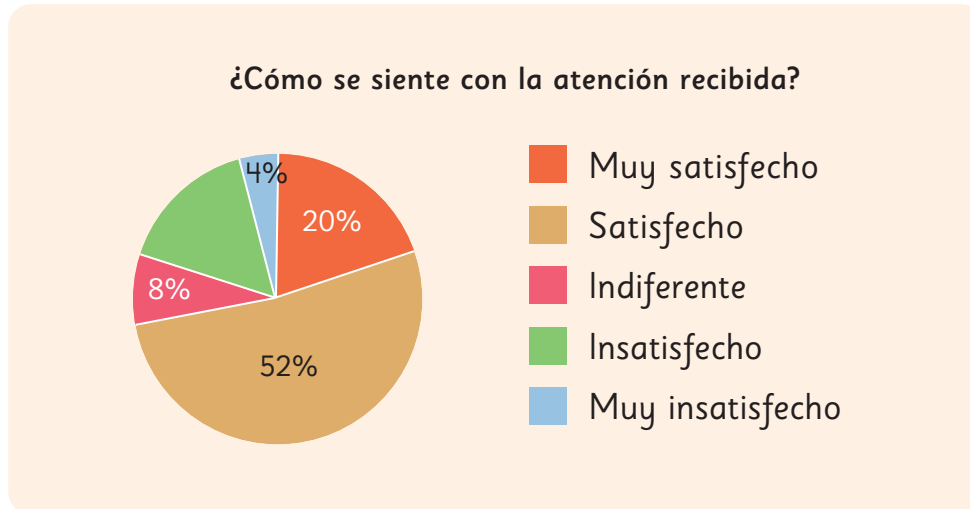
- a) ¿Qué porcentaje de los libros corresponden a cuentos?
- b) ¿Qué porcentaje de los libros son cómics?
- c) Hay 3 600 libros en la biblioteca. ¿Cuántos corresponden a novelas?



En un **gráfico circular** los sectores representan el porcentaje de datos de cada categoría. Al comparar el tamaño de los sectores circulares es fácil saber qué categorías tienen más datos.

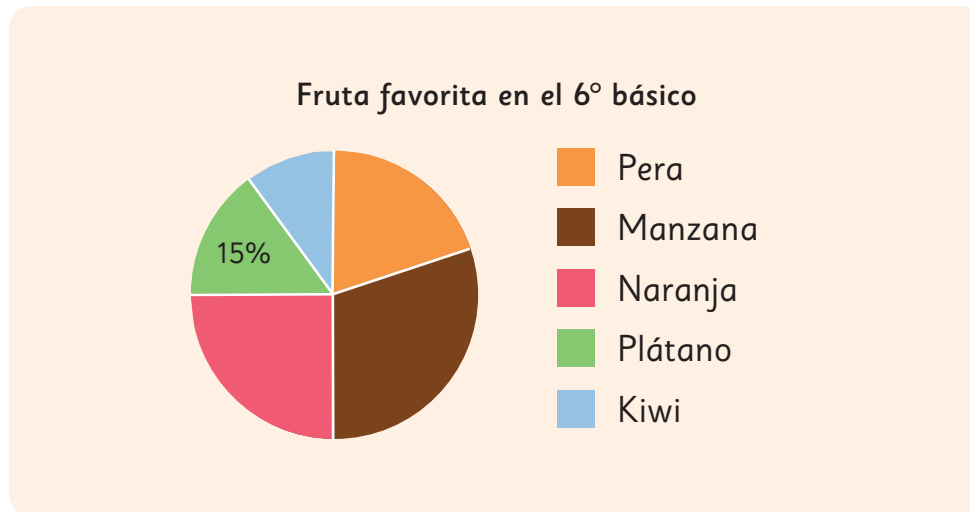
Practica

- 1 Observa el siguiente gráfico circular que muestra el resultado de la encuesta hecha en un almacén.



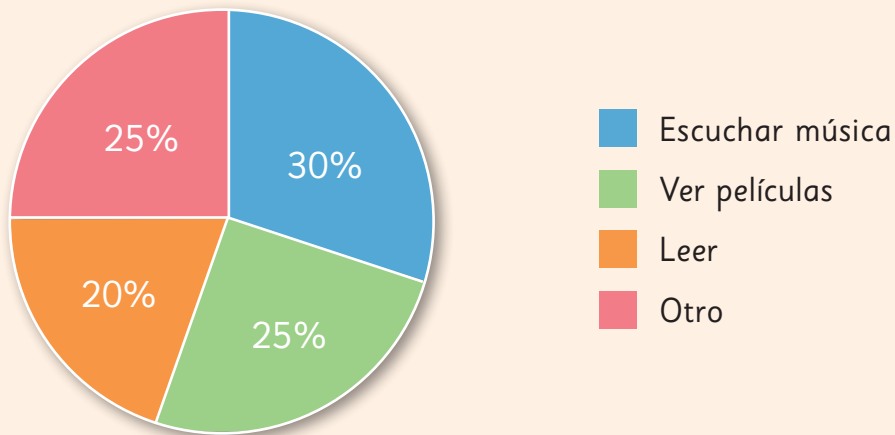
- a) ¿Cuál era el objetivo de la encuesta?
- b) ¿Qué porcentaje de los encuestados dice estar insatisfecho con la atención? Justifica.
- c) A partir de los datos obtenidos en la encuesta, ¿dirías que la atención en el almacén es buena o mala? Justifica.
- d) Escribe 2 afirmaciones que puedan ser extraídas del gráfico.
- e) Si 200 personas contestaron la encuesta, ¿cuántas personas se declaran muy satisfechas con la atención recibida?

- 2 Completa el gráfico y luego responde.



- a) ¿Qué se muestra en el gráfico anterior?
- b) ¿Puedes saber cuál es la fruta que más prefieren? ¿Y la que menos?
- c) Si el porcentaje que representa la naranja es $\frac{1}{4}$ del círculo, ¿qué porcentaje representa?
- d) La manzana representa el mismo porcentaje que el kiwi y la pera juntos. ¿Qué porcentaje de estudiantes prefiere la manzana?
- e) La preferencia por la pera duplica a la del kiwi. ¿Cuál es el porcentaje que prefiere el kiwi?
- f) Si 40 estudiantes contestaron la encuesta, ¿cuántos estudiantes contestaron que preferían el plátano?

3 El siguiente gráfico muestra las actividades en que se entretiene un grupo de 120 estudiantes.



a) Completa la tabla a partir de los datos del gráfico.

Actividades	Nº de estudiantes	Porcentaje (%)
Escuchar música		
Ver películas		
Leer		
Otro		
Total	120	100

b) ¿Qué título le pondrías al gráfico?

c) ¿Cuál actividad es la preferida por este grupo de estudiantes para entretenerse?

d) ¿Hay actividades que tengan igual preferencia?, ¿cuáles?

e) ¿Cuántos estudiantes se entretienen leyendo?

f) ¿Qué significa la categoría “Otro”? ¿Qué actividades crees que podrían estar dentro de esa categoría?

g) Escribe una afirmación que puedas decir a partir del gráfico.



Cómo construir un gráfico circular

- 1 La tabla muestra los tipos de lesiones que ocurren durante un año en una escuela y sus porcentajes.
Construyamos un gráfico circular.

- a) Completa la tabla calculando el porcentaje de cada tipo de lesión respecto del total. Sigue el ejemplo para encontrar el resto.

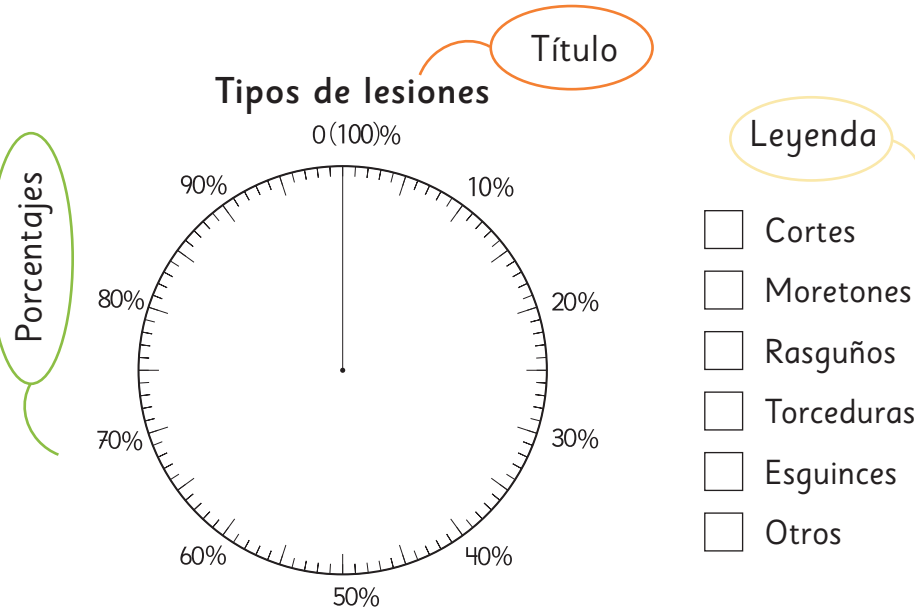
Tipos de lesiones

Tipos	Nº de estudiantes	Porcentaje (%)
Cortes	30	12
Moretones	75	
Rasguños	60	
Torceduras	45	
Esguinces	25	
Otros	15	
Total	250	100



Calculé el porcentaje de cortes así:
 $(30 : 250) \cdot 100 = 12$

Cómo construir un gráfico circular



- 1 Elige un color para cada categoría en la leyenda.
- 2 Dibuja los sectores circulares comenzando por la parte superior y continuando en el sentido del reloj.
- 3 Pinta el sector circular del color de la categoría.

Practica

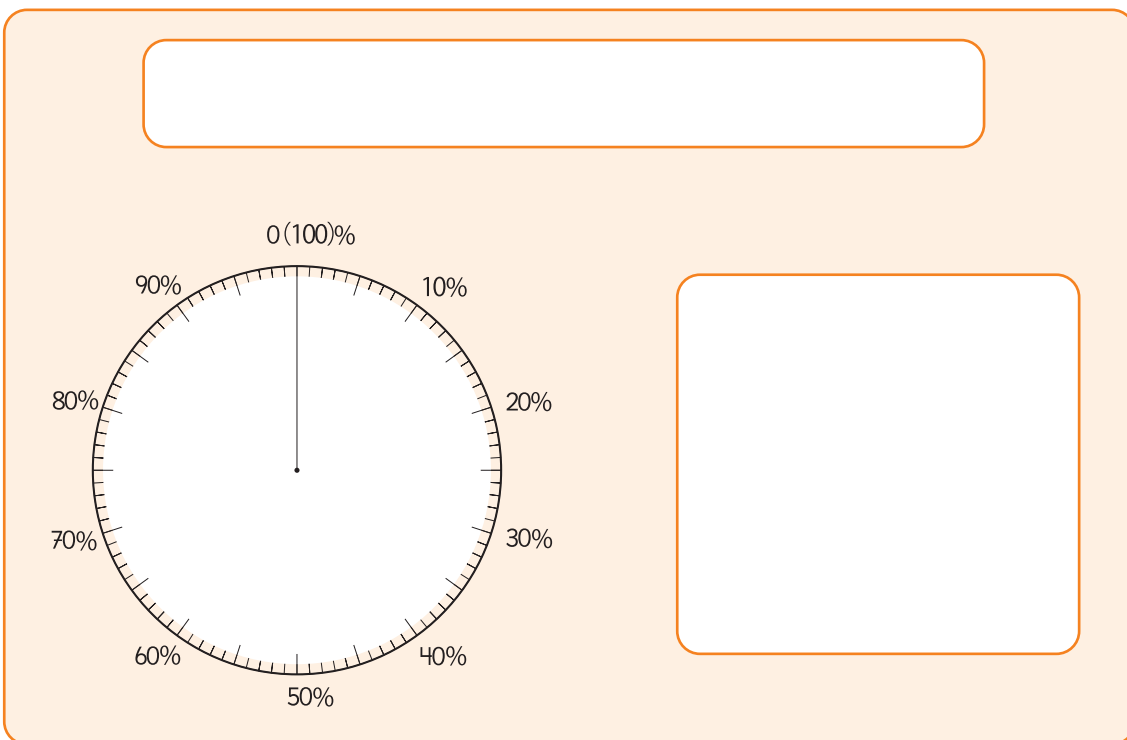
1 A partir de la siguiente tabla, construye un gráfico circular.

a) Completa la tabla con los porcentajes correspondientes.

Estación favorita del año para los estudiantes de 6° Básico

Estaciones	N° de estudiantes	Porcentaje (%)
Verano	21	
Otoño	7	
Invierno	14	
Primavera	28	
Total		100

b) Construye un gráfico circular que represente la información.



c) El porcentaje de los estudiantes que prefieren la primavera, ¿es más del 50%?

d) ¿Hay alguna preferencia que corresponda al 10%?, ¿cuál?

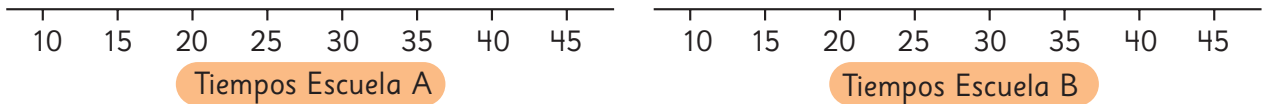
e) Las preferencias de verano e invierno juntas, ¿equivalen a las de otoño y primavera juntas?, ¿qué porcentaje es este?

Ejercicios

- 1 Los siguientes datos corresponden a tiempos (en minutos) de traslado de estudiantes a sus respectivas escuelas.

Escuela A	25	15	20	30	25	30	35	40	30	35	35	20	30	30	20
Escuela B	20	45	20	30	15	35	10	15	20	15	20	35	10	20	15

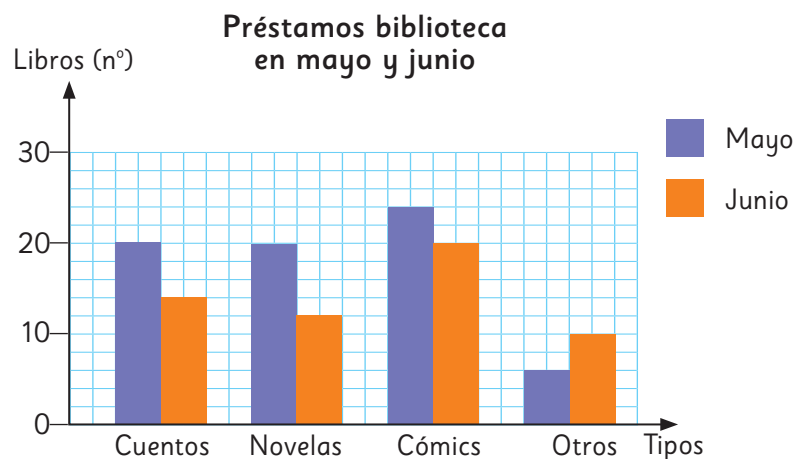
- a) Completa los diagramas de puntos.



- b) ¿Qué podemos decir de los tiempos de viaje de los estudiantes de la Escuela A?
- c) ¿Qué podemos decir de los tiempos de viaje de los estudiantes de la Escuela B?
- d) ¿En cuál de las dos escuelas los estudiantes tardan más en llegar a ella?

- 2 El siguiente gráfico, muestra la información de los libros prestados en una biblioteca, en los meses de mayo y junio.

- a) ¿Cuántos préstamos se realizaron cada mes?
- b) ¿Cuántos préstamos menos se efectuaron en junio?
- c) ¿Cuál es el tipo de libro en que más disminuyeron los préstamos?

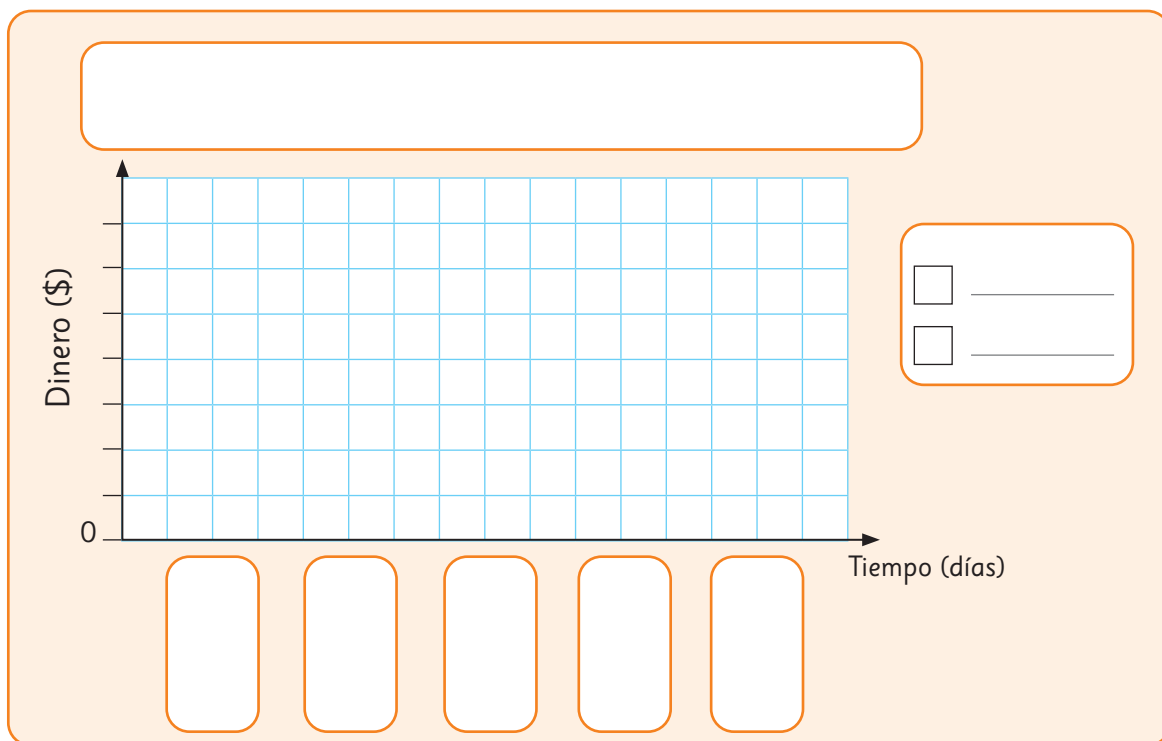


- 3 Para la fiesta de la chilenidad, los sextos básicos podían poner un puesto de comida durante una semana, y recaudar dinero para las actividades de fin de año. La siguiente tabla muestra el dinero recaudado en dicho evento por el 6° A y el 6° B.

Dinero recaudado por los 6^{os} básicos

Tiempo (días)	Dinero 6° A (\$)	Dinero 6° B (\$)
Lunes	30000	15000
Martes	45000	20000
Miércoles	30000	40000
Jueves	45000	60000
Viernes	65000	80000
Total		

- a) Con los datos de la tabla, construye un gráfico de barras doble.

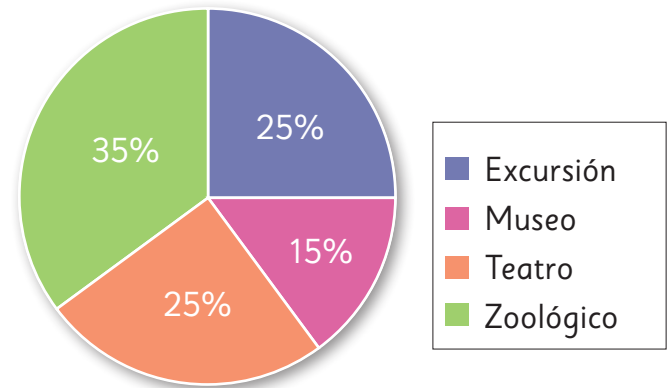


- b) ¿Cuánto recaudó en total cada sexto básico?
 c) ¿Qué curso recaudó más dinero?
 d) ¿En qué día hubo mayor diferencia entre el dinero recaudado entre ambos cursos?
 ¿Y en qué día hubo una menor diferencia?

4 Se realizó una encuesta a 120 estudiantes sobre sus preferencias de las salidas pedagógicas.

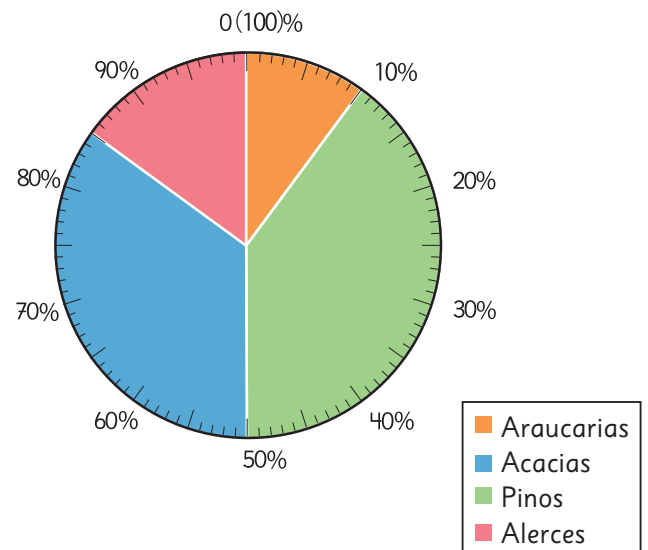
- a) ¿Qué porcentaje de los estudiantes encuestados prefieren el zoológico?
- b) ¿Qué porcentaje prefiere salir de excursión?
- c) ¿Cuántos estudiantes prefieren ir al teatro?
- d) ¿Cuántos estudiantes prefieren ir al museo?

Preferencias salidas pedagógicas



5 Un colegio organizó una campaña de forestación. El gráfico muestra el porcentaje de árboles plantados de cada especie.

- a) ¿Qué porcentaje de los árboles plantados son alerces?
- b) ¿Qué porcentaje de los árboles plantados no son pinos?
- c) En la campaña de forestación se plantaron 400 árboles. ¿Cuántos árboles de cada tipo se plantaron?



Problemas

- 1 Las siguientes tablas muestran las alturas (en centímetros) de los jugadores de las selecciones de fútbol de Chile y de Alemania de 2018.

Selección de Alemania

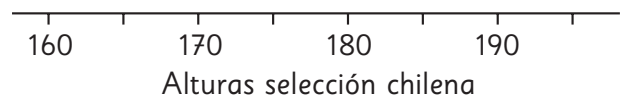
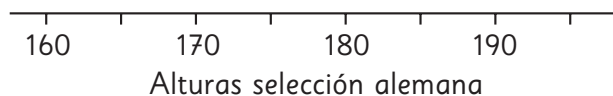
Nombre	Altura	Nombre	Altura
M. Neuer	193	J. Hector	185
K. Trapp	189	J. Brandt	185
S. Ulreich	192	L. Goretzka	189
N. Süle	195	I. Gündogan	180
J. Tah	195	K. Havertz	189
M. Ginter	191	M. Reus	180
L. Klosterman	189	J. Draxler	187
N. Stark	190	L. Sané	184
N. Schulz	180	S. Gnabry	175
M. Halstenberg	188	T. Werner	181
T. Kehrer	186	A. Rüdiger	190
J. Kimmich	176		

Selección de Chile

Nombre	Altura	Nombre	Altura
G. Arias	188	E. Pavez	180
B. Cortés	185	A. Vidal	180
Y. Urra	192	C. Aránguiz	171
G. Maripán	193	P. Hernández	185
P. Díaz	184	D. Valdés	179
I. Lichnovsky	186	A. Sagal	182
G. Jara	178	J. Fernandes	184
J. Beausejour	178	J. Fuenzalida	170
M. Isla	176	E. Vargas	174
O. Opazo	169	A. Sánchez	168
E. Pulgar	187	N. Castillo	179
G. Medel	171		

Fuente: <https://www.transfermarkt.es>

- a) Completa los diagramas de puntos para la altura de ambas selecciones y compara.



- b) ¿Cuál es la diferencia entre la menor y la mayor estatura en cada caso?
- c) ¿Cuántos jugadores miden 180 cm o más en cada selección?

Tendencia de resultados en experimentos aleatorios



Matías y sus compañeros están jugando a la carrera de caballos.

Reglas

- Se lanzan dos dados y se suman los puntos de sus caras superiores.
- El caballo cuyo número es igual a esa suma, avanza una casilla.
- Se termina una partida cuando uno de los caballos llega a la meta.



Páginas 207-211

Usa el **Recortable 4** para jugar dos partidas.

En cada partida, elige un caballo en secreto y anota su número en un papel.

1 Registra los resultados de cada partida en la siguiente tabla de frecuencias:

Caballo	Número de casillas que avanzó cada caballo	
	Partida 1	Partida 2
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

a) ¿Qué caballo ganó en la primera partida? ¿Fue el que tú elegiste?

b) ¿Por qué elegiste ese caballo?



Yo elegí el 5, pero podría haber elegido cualquiera. Todos tienen las mismas posibilidades de ganar.

Yo elegí el 12 porque es mi edad.



Yo elegí el 7 porque es el número de la suerte.



c) ¿Qué caballo ganó la segunda partida? ¿Fue el mismo que en la primera?

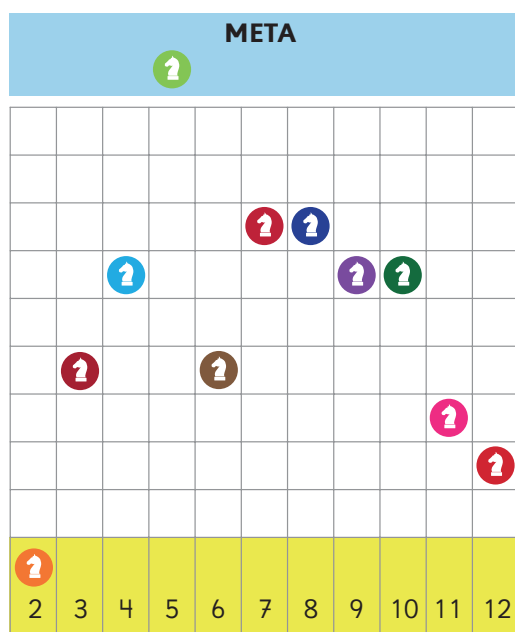
d) Considerando lo que ocurrió en ambas partidas, si tuvieras que jugar de nuevo, ¿qué caballo elegirías y por qué?

¿Da lo mismo el caballo que se elija?

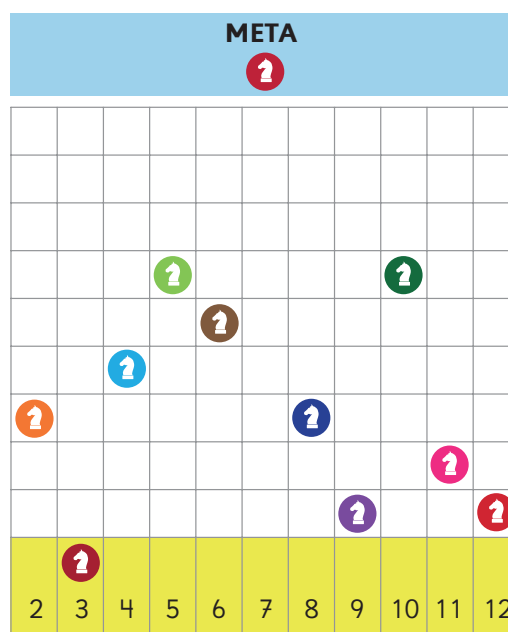


2 Observa los resultados de las partidas jugadas por Matías y sus compañeros.

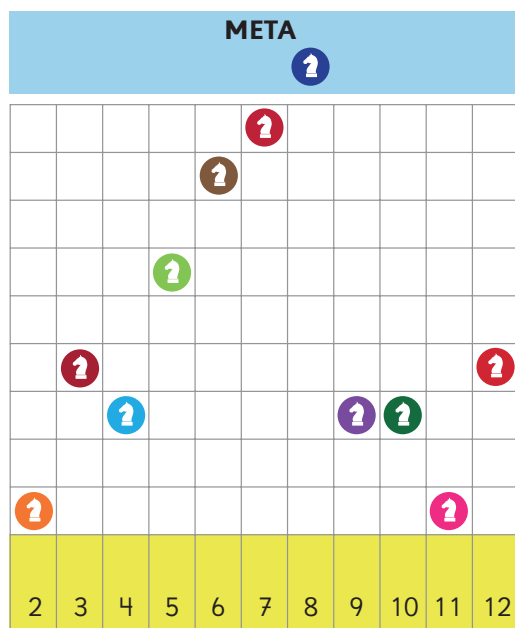
Partida 1



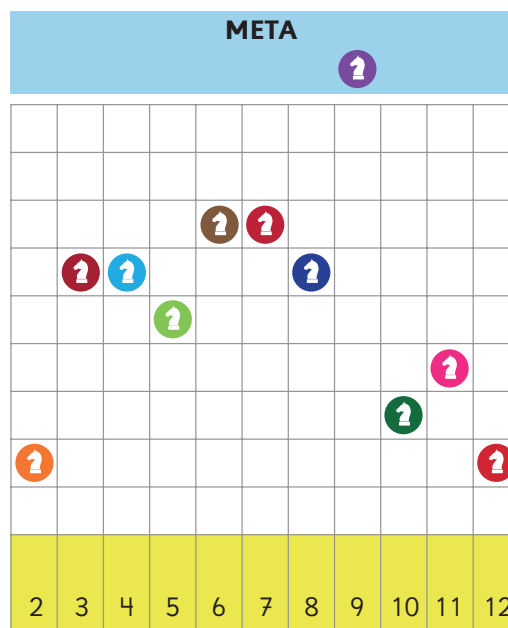
Partida 2



Partida 3



Partida 4



- a) ¿Qué diferencias observas entre las partidas?
- b) Mirando las 4 partidas, ¿hay caballos que avancen más que otros?



En las 4 partidas los caballos avanzaron distinto número de casillas.



Y en cada partida ganó un caballo diferente.



En todas las partidas los caballos del centro avanzaron más que los de los costados.

- c) ¿Crees que haya caballos con más posibilidades de ganar que otros? ¿Cuáles y por qué?
- d) ¿Qué caballo crees que tiene más posibilidades de ganar, el 12 o el 8?
- e) ¿Es posible que el caballo 2 pueda ganar una partida?

3 Matías y sus compañeros registraron los datos de las 4 partidas en una sola tabla.

Resultado	Número de veces que se repitió cada resultado			
	Partida 1	Partida 2	Partida 3	Partida 4
2	0	3	1	2
3	4	0	4	6
4	6	4	3	6
5	10	6	6	5
6	4	5	8	7
7	7	10	9	7
8	7	3	10	6
9	6	1	3	10
10	6	6	3	3
11	3	2	1	4
12	2	1	4	2

- a) De los caballos que parecen tener más posibilidades de ganar, ¿habrá alguno que tenga más posibilidades que los demás? ¿Qué podríamos hacer para descubrirlo?



Idea de Juan

Lanzar los dados muchas más veces y ver qué número se repite más al sumarlos.



Idea de Ema

Juntar los datos de las 4 partidas y ver qué número se repitió más veces.

- b) ¿Cuál de las dos ideas es más fácil de realizar?



Para comparar las posibilidades de ocurrencia de los resultados de un experimento aleatorio, puedes observar la frecuencia con la que aparece cada resultado, al repetir el experimento muchas veces.

- 4 Completa la tabla con las frecuencias de los resultados de las 4 partidas.

Resultado	Número de veces que se repitió cada resultado				Total
	Partida 1	Partida 2	Partida 3	Partida 4	
2	0	3	1	2	
3	4	0	4	6	
4	6	4	3	6	
5	10	6	6	5	
6	4	5	8	7	
7	7	10	9	7	
8	7	3	10	6	
9	6	1	3	10	
10	6	6	3	3	
11	3	2	1	4	
12	2	1	4	2	

5 Construye un gráfico de barras con el total de las 4 partidas.



- a) Al mirar el gráfico, ¿qué caballo dirías que tiene más posibilidades de ganar?
- b) ¿Qué podemos suponer sobre las posibilidades de los otros caballos?
- c) Si lanzamos los dados muchas más veces, ¿crees que el caballo 2 avance más que el 9?



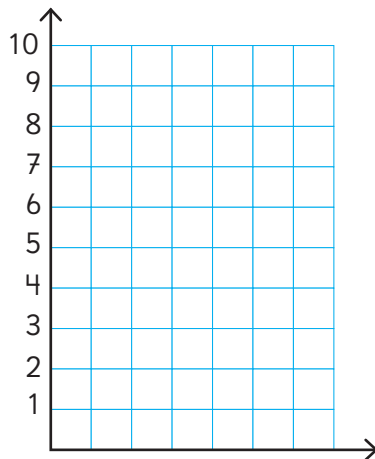
Las tablas y gráficos son útiles para analizar la frecuencia de los resultados al repetir un experimento aleatorio muchas veces.

Practica

- 1 Se realizó un experimento que consistió en lanzar varias veces un dado y anotar si el número obtenido es par o impar. Los resultados se registraron en la siguiente tabla.

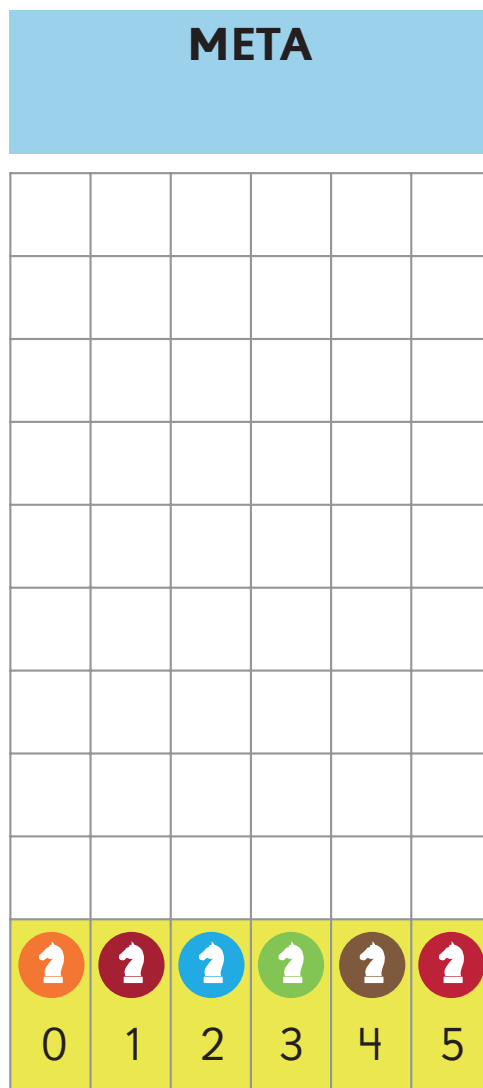
Tipo de número	Frecuencia
Par	10
Impar	9

- a) Construye un gráfico con los resultados de la tabla.



- b) ¿Cuántas veces se lanzó el dado?
- c) ¿Salió más veces un número par o impar? ¿Cuál es la diferencia?
- d) Si se repite el experimento, ¿qué resultados crees que se pueden obtener? ¿Por qué?

- 2 Natalia propone un nuevo juego de caballos: se lanzan 2 dados y se observa la resta de los puntajes (número mayor menos el menor). Avanza una casilla el caballo que coincida con la diferencia obtenida. La partida finaliza cuando uno de los caballos llega a la meta.



- a) ¿Con qué caballo crees que deberías jugar para ganar? Explica.

- b) Usa el **Recortable 5** para jugar 3 partidas del juego propuesto por Natalia en la actividad 2 de la página 150. Registra el número de casillas que avanzó cada caballo en la siguiente tabla:

Partida				
Caballo	1	2	3	Total
0				
1				
2				
3				
4				
5				



- c) De acuerdo a los resultados, ¿existe un caballo que tenga más posibilidades de ganar que el resto? ¿Cuál y por qué?
- d) ¿Qué puedes decir de las posibilidades de los otros caballos?
- e) ¿Con qué caballo no jugarías? Explica tu respuesta.

- 3** En una bolsa no transparente se coloca una cierta cantidad de bolitas de distinto color. Se extrae una al azar, se registra su color y se vuelve a echar en la bolsa. Luego de 20 repeticiones, se obtuvieron los siguientes resultados.

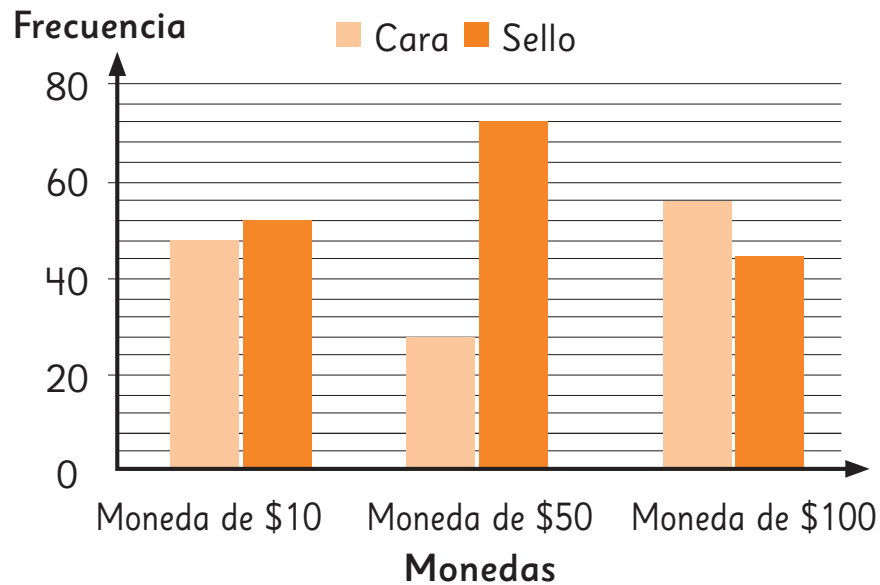
Colores	Total
Verde	4
Amarillo	6
Morado	7
Anaranjado	3

- a) ¿Crees que los datos son suficientes para observar una tendencia? ¿Por qué?
- b) Después de repetir el experimento 40 veces se tiene el siguiente registro.

Colores	Total
Verde	9
Amarillo	10
Morado	11
Anaranjado	10

¿Se puede ver alguna tendencia? Explica.

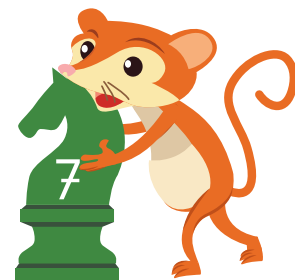
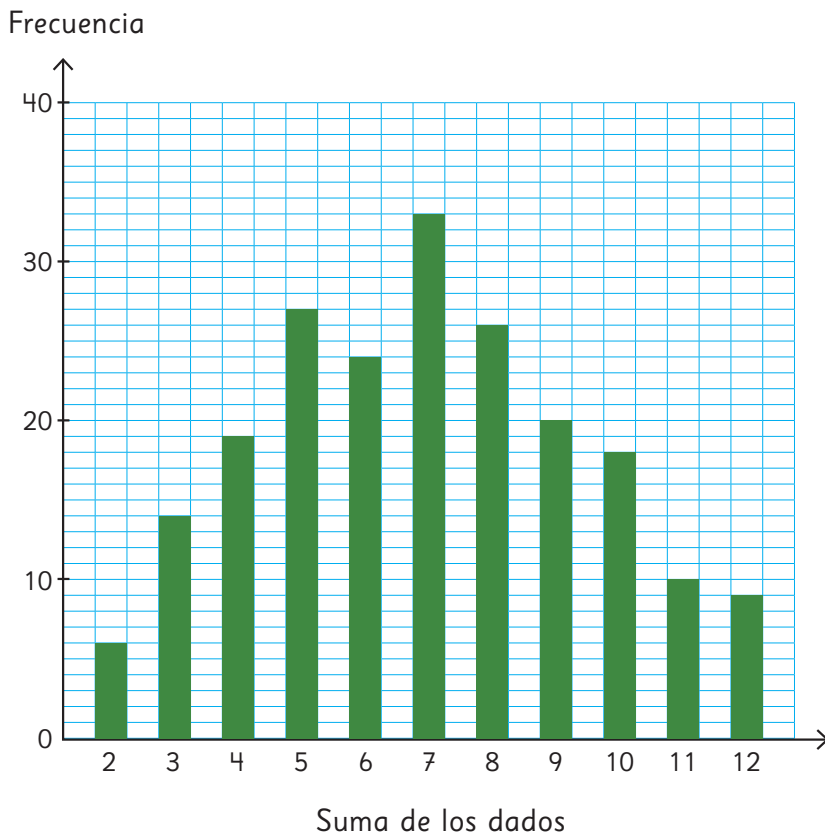
- 4 José hace experimentos con monedas. El gráfico muestra el comportamiento de los resultados obtenidos al lanzar 3 tipos de monedas.



- a) ¿Crees que los resultados mostrados en el gráfico serán parecidos a los obtenidos al lanzar cada moneda 100 veces? ¿Por qué?
- b) ¿Qué esperas que ocurra si se lanzan las monedas 1 000 veces?
- 5 Si se lanzan simultáneamente 1 000 monedas, ¿cuántas caras y cuántos sellos esperas obtener?

Resultados posibles de un experimento aleatorio

Resultados de las 4 partidas del primer juego



1 ¿Por qué el 7 se repitió más que el resto de los resultados? Piensa alguna razón y coméntala con tus compañeros.

No es solo suerte. Tiene que haber una razón del porqué el 7 se repite más.



Creo que el 7 se repite más porque hay varios pares de números en los dados que suman 7.



¡Es cierto! El 2 con el 5, el 1 con el 6. En cambio el 2 solo se puede obtener si sale un 1 en ambos dados.



Encontremos todos los resultados de las sumas posibles al lanzar dos dados.
 Considera los dados de distinto color.



El resultado   es
 distinto al resultado  



Idea de Ema

Combinando los dados obtuve 20 resultados distintos.

  → 8	  → 8
  → 2	  → 10
  → 7	  → 5
  → 12	  → 4
  → 8	  → 7
  → 7	  → 11
  → 3	  → 8
  → 6	  → 5
  → 5	  → 9
  → 8	  → 5

Pero la suma que más se repitió no fue 7, sino 8.

2 Observa lo que hizo Ema y responde.

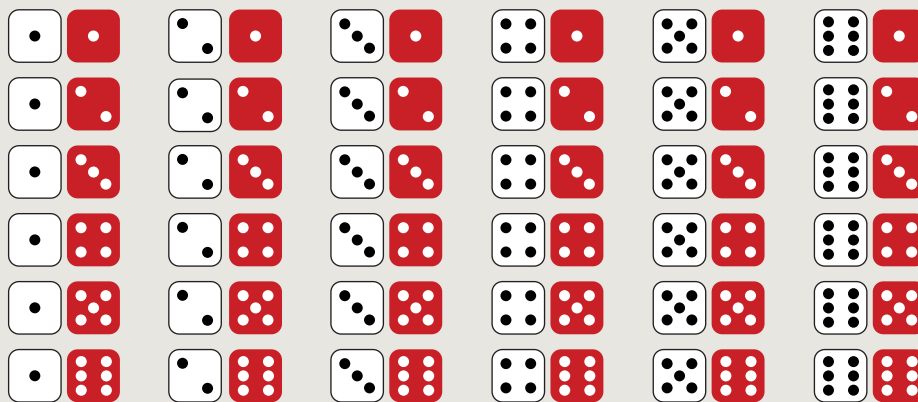
- ¿Encontró Ema todos los resultados posibles? ¿Qué le recomendarías hacer para encontrarlos todos?
- ¿De qué manera podríamos buscar los resultados, sin que falte alguno?

3 Observa la idea de Matías.



Idea de Matías

Fui viendo los casos por orden.



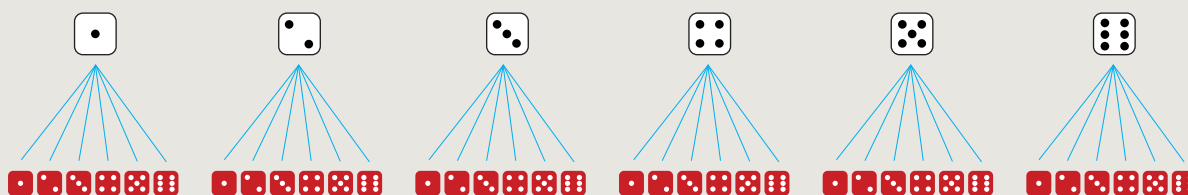
- a) Explica la idea de Matías.
- b) ¿En cuántos casos la suma de los dados es igual a 7? ¿En cuántos es igual a 8?

4 Observa la idea de Sofía.



Idea de Sofía

Hice un esquema que muestra que por cada resultado del dado blanco hay 6 resultados del dado rojo.



- a) Explica la idea de Sofía.
- b) ¿En cuántos casos la suma de los dados es igual a 6? ¿En cuántos es igual a 9?



Para encontrar todos los resultados posibles de un experimento aleatorio es útil usar dibujos o esquemas.

5 Usa las ideas de Matías y Sofía para completar la siguiente tabla.

Suma de los dados	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Número de resultados posibles											

- ¿En cuántos casos la suma es igual a 7?
- ¿En cuántos casos se obtiene un 6? ¿En cuántos un 8?
- Mirando los resultados posibles de este experimento, ¿qué podemos decir sobre las posibilidades de ganar de los distintos caballos?

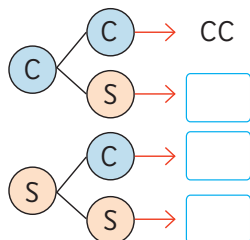
6 Si tuvieras que jugar este juego de nuevo:

- ¿Qué número elegirías y por qué?
- ¿Puedes asegurar que con ese caballo ganarás la partida?

Ejercita

El siguiente esquema corresponde al experimento aleatorio de lanzar dos monedas y registrar si resultan cara o sello.

¿Cuáles son los resultados que faltan? Completa el esquema.



Practica

1 Se lanzan 2 dados de distinto color y se multiplica la cantidad de puntos de cada cara superior.

a) Completa la siguiente tabla con los resultados del experimento.

Resultado de la multiplicación																			
Nº de resultados posibles																			

b) ¿Por qué el producto no puede ser 7?

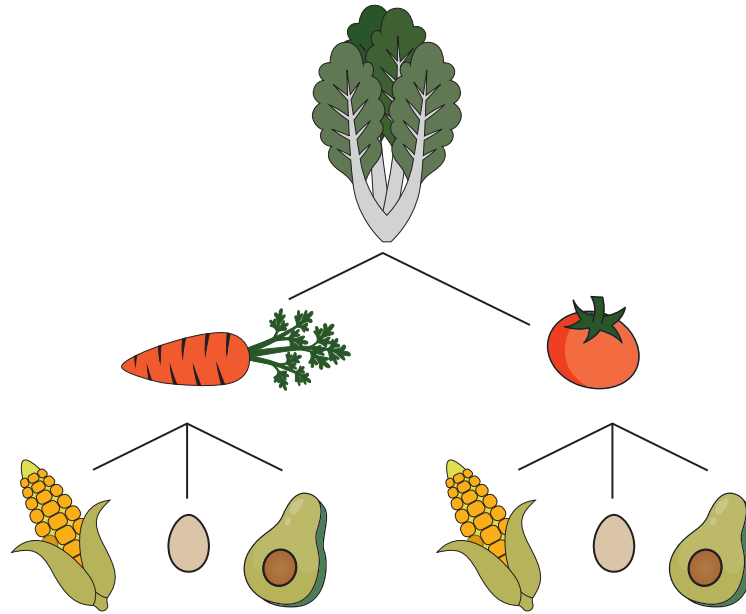
c) ¿De cuántas formas distintas el producto puede ser 6? ¿Cuáles son?

d) Escribe todos los resultados en los que el producto es igual a 4.

e) Si el juego consistiera en adivinar el producto de los dados que más sale, ¿qué número elegirías?

f) Si el juego consistiera en que gana quien obtenga el mayor producto, ¿qué números se deben obtener en los dados para que ganar sea seguro?

2 El siguiente diagrama resume las opciones de ensalada para Valentina.



- a) ¿Cuáles son las diferentes opciones de ensaladas que puede prepararse Valentina?
- b) ¿Cuántas opciones de ensaladas puede prepararse Valentina?
- c) ¿Cuántas ensaladas con palta se puede preparar?, ¿es la misma cantidad que las ensaladas con tomate?
- d) Si se ofreciera, adicionalmente, 2 posibles salsas, ¿cuántas opciones de ensaladas tendrá ahora para elegir? Explica.

3 En cada caso determina la cantidad total de resultados posibles de cada experimento. Explica tu estrategia.

a) Elegir una carta al azar de un mazo de naipes inglés y registrar su pinta.



b) Lanzar al aire tres monedas y observar cuántas caras y sellos se obtienen.



c) Sacar una ficha de cada una de las dos bolsas con fichas numeradas del 1 al 4 y registrar la multiplicación entre los números.



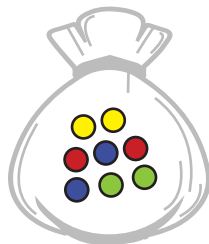
d) Lanzar una ruleta y registrar el color que sale.



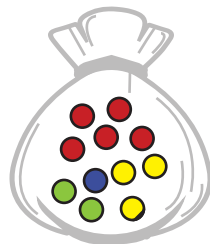
- 4 Desde una bolsa, luego de extraer una pelota un gran número de veces, pero cada vez devolviéndola a la bolsa, se obtuvo el siguiente resultado.

Colores	Número de veces
Rojo	30
Amarillo	15
Azul	6
Verde	9

¿Cuál de las siguientes bolsas puede haber sido la usada? Enciérrala.



Bolsa 1



Bolsa 2



Bolsa 3

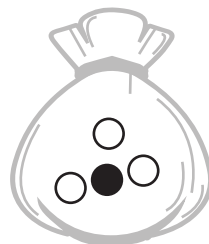


Bolsa 4

- 5 Se tienen 2 bolsas con pelotas blancas y negras. Se extrae una pelota de cada bolsa y se piensa en el color que se forma al mezclar ambos colores.



Bolsa 1



Bolsa 2

- ¿Cuáles son todos los posibles resultados? Comparte tu estrategia.
- ¿Cuántos resultados posibles hay?
- ¿Qué es más posible, obtener blanco, gris o negro?
- Si se agrega una pelota blanca a la bolsa 1, ¿cambian las posibilidades de obtener un color u otro? Explica.

Ejercicios

1 Lanza una moneda 20 veces y registra el resultado en la tabla.

	Frecuencia
Cara (C)	
Sello (S)	

- ¿Cuál resultado se repitió más?
- Si comparas tu resultado con el de tus compañeros, ¿sucede lo mismo?
- Junta tus resultados con los de 5 compañeros más. ¿Cómo son las frecuencias de cara y sello?
- ¿Cuál de los siguientes gráficos se ajusta más a lo que podría ocurrir al lanzar la moneda 1 000 veces? ¿Por qué?

Gráfico 1

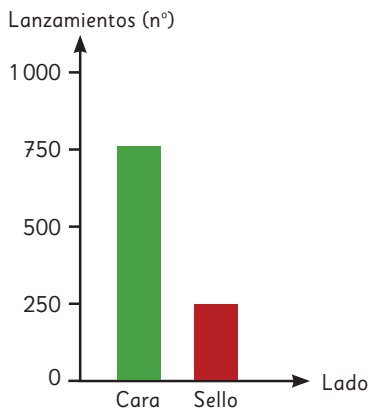


Gráfico 2

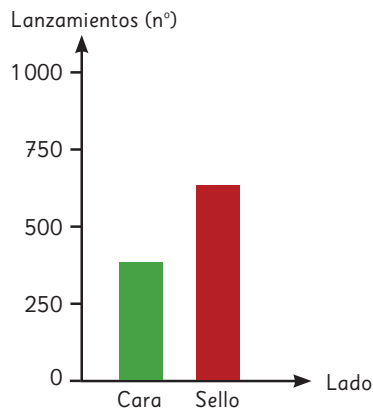
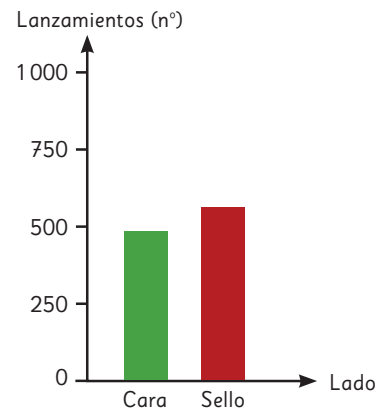



Gráfico 3



2 Se lanza un dado y una moneda a la vez y se registra el valor del dado (1, 2, 3, 4, 5 ó 6) y la cara de la moneda (C o S).

-  Dibuja un esquema para encontrar todos los resultados posibles de este experimento aleatorio.
- ¿Cuántos resultados posibles tiene el experimento?
- ¿En cuántos de ellos se obtiene que el dado es par y la moneda es sello?

- 3 En un juego en el que se tienen 2 bolsas con 5 fichas numeradas del 1 al 5, se saca, sin mirar, una ficha de cada bolsa y se suman los números. Gana quien acierta a la suma obtenida.



- a) Completa la tabla con la información dada.

Suma obtenida																			
Nº de resultados posibles																			

- b) ¿Cuántos resultados distintos se pueden obtener?

- c) ¿Qué resultado es el que tiene menos posibilidad de ocurrir?

- d) ¿Qué resultado tiene mayor posibilidad de ganar el juego?

- e) Si el juego consistiera en que gana quien obtenga el mayor resultado, ¿qué números deben tener las fichas que se saquen?

Problemas

1 Se lanza un dado y luego una moneda.



- a) ¿Cuáles son todos los posibles resultados?
- b) Describe la estrategia que utilizaste para contestar a).
- c) ¿En cuántos casos se obtiene cara en la moneda?
- d) ¿En cuántos casos se obtiene 5 en el dado?
- e) ¿En cuántos casos se obtiene cara en la moneda y 5 en el dado?
- f) Si se lanza la moneda y luego el dado, ¿hay diferencias en los resultados? Explica tu respuesta.

- 2 Marcos y sus amigos idearon un juego. En cada turno lanzan un dado y restan los puntos de las caras superior e inferior. Después avanzan esa cantidad de casillas.



- a) ¿Cuántas casillas se puede avanzar en cada lanzamiento?
- b) Usa el **Recortable 6** para jugar con tus compañeros. Luego, completa la tabla.



Casillas avanzadas en cada lanzamiento	1	3	5
Frecuencia			

- c) Usando la información de la tabla, ¿qué puedes decir acerca de las posibilidades de avanzar 1, 3 o 5 casillas al lanzar el dado?
- d) Completa la tabla con los casos posibles al lanzar un dado.

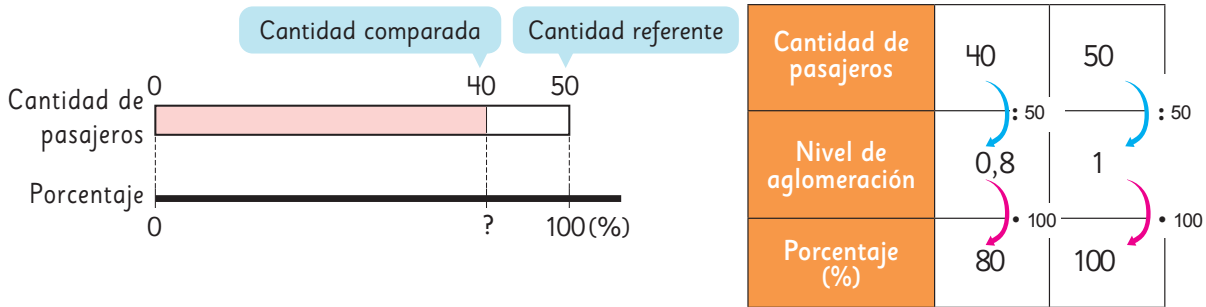
Cara de arriba	Cara de abajo	Diferencia entre el mayor y el menor
1	6	5
2		
3		
4		
5		
6		

- e) ¿En cuántos casos la diferencia es 1? ¿En cuántos es 3? ¿Y en cuántos es 5?
- f) Según lo anterior, ¿qué podemos afirmar sobre las posibilidades de avanzar 1, 3 o 5 casillas en cada turno?

Porcentajes

Cuando en una razón la cantidad referente es 100, la cantidad comparada se transforma en un número que llamamos **porcentaje**.

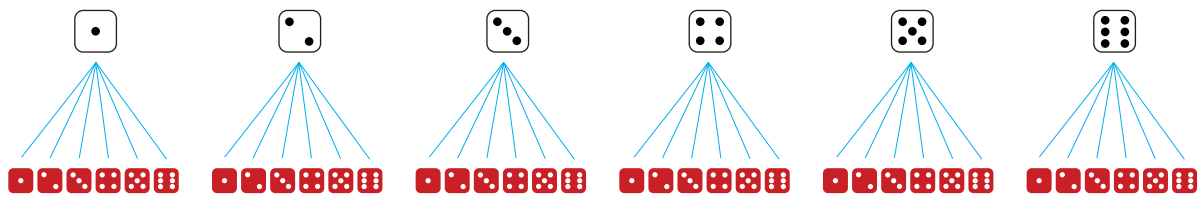
Cuando el valor de una razón es 1 corresponde al 100%.



- El 50% de una cantidad equivale a su mitad.
- El 25% de una cantidad equivale a su cuarta parte.
- El 10% de una cantidad equivale a su décima parte.

Experimentos aleatorios

Para encontrar todos los **resultados posibles** de un experimento aleatorio es útil usar dibujos, esquemas o diagramas.



La **frecuencia** de los resultados de un experimento aleatorio corresponde a la cantidad de veces que se repite cada resultado.

La frecuencia permite comparar las **posibilidades de ocurrencia** de los resultados de un experimento aleatorio.

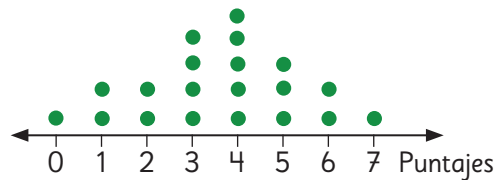
Al repetir muchas veces un mismo experimento aleatorio, es posible analizar la **tendencia** de los resultados obtenidos.

Las tablas y los gráficos son útiles para analizar esta tendencia.

Datos

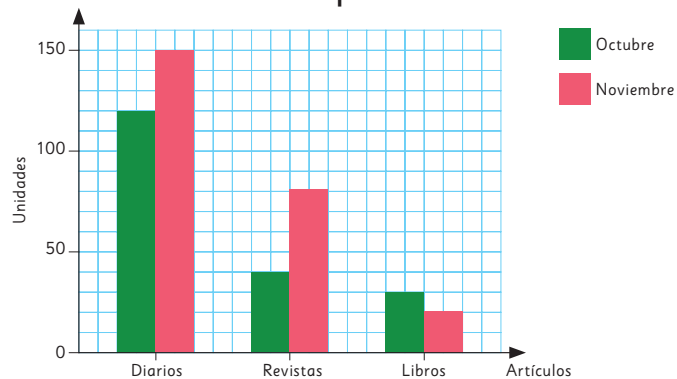
Los **diagramas de puntos** son representaciones que permiten la rápida recolección y registro de información, son útiles para mostrar y comparar las frecuencias de un conjunto de datos.

Puntajes Colegio A



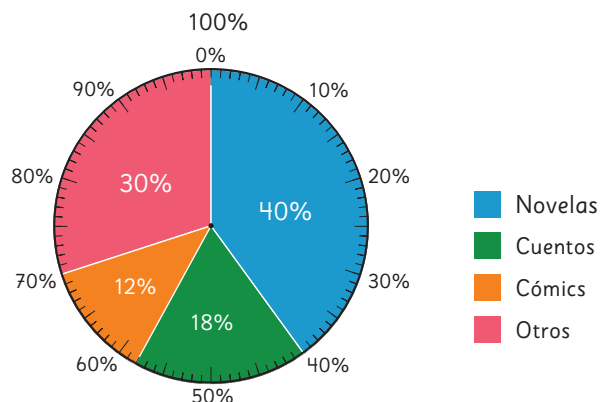
Los **gráficos de barras dobles** son representaciones que usan barras para mostrar y comparar las frecuencias de dos conjuntos de datos.

Ventas del quiosco



Los **gráficos circulares** representan el porcentaje de datos asociado a cada categoría. Permite comparar visualmente cada categoría respecto del total de datos.

Libros en la biblioteca



Repaso

1 Expresa las siguientes razones como porcentaje.

- a) 3 : 5 b) 1 : 4 c) 2 : 10 d) 1 : 2

2 Expresa los siguientes porcentajes como razones con cantidad referente igual a 100.

- a) 7% b) 15% c) 40% d) 120%

3 En el siguiente diagrama, la barra ha sido dividida en partes iguales. Pinta el 70% de la barra con tu color favorito. Expresa como fracción el 70%.



4 Calcula en forma mental.

- a) El 10% de 60. b) El 25% de 200. c) El 50% de 84. d) El 200% de 35.

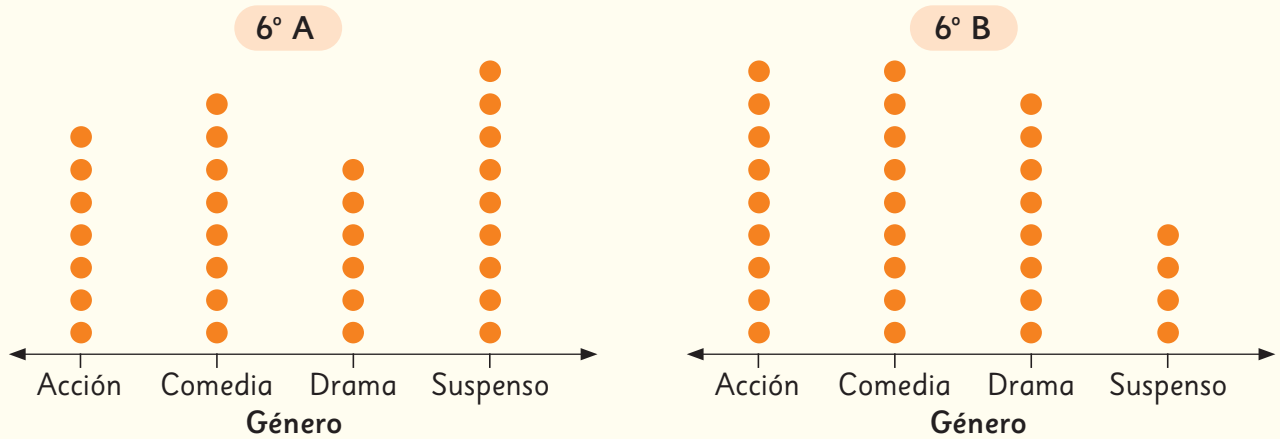
5 Determina el porcentaje asociado a cada situación.

- a) De 40 personas, 30 no quisieron jugar tenis.
b) De los 8 pedazos del pastel, Laura comió 2.
c) De la cosecha de 100 kg de tomates, se tuvieron que desechar 4 kg que estaban podridos.
d) De las 200 páginas del libro, se han leído 80.

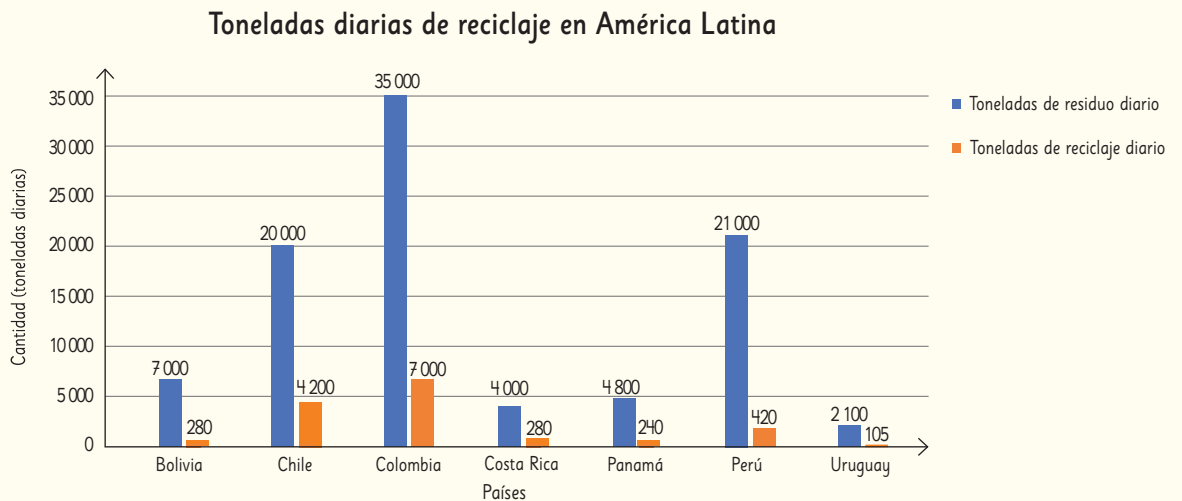
6 Para una fiesta, se compraron 40 globos. El 30% de los globos eran rojos, el 20% de los globos eran azules, el 25% de los globos eran verdes y el resto eran globos blancos.

- a) ¿Qué porcentaje de los globos eran blancos?
b) ¿Cuántos globos de cada color se compraron?

- 7 Los siguientes diagramas de puntos muestran la cantidad de estudiantes del 6° A y del 6° B que prefieren cada género de películas.

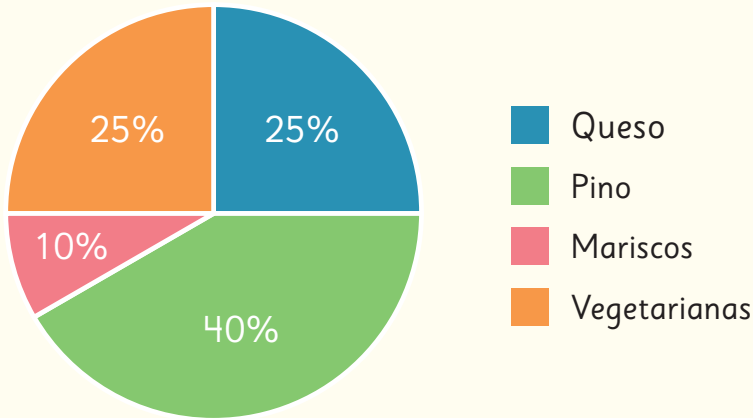


- a) ¿Cuál es el género de película con menor cantidad de preferencias en el 6° A y en el 6° B, respectivamente?
- b) Entre los dos cursos, ¿cuántos estudiantes prefieren las películas de acción?
- c) ¿En qué curso las películas de suspense tienen la mayor preferencia?
- 8 Este gráfico de barras dobles muestra la cantidad de toneladas de basura diaria generada en algunos países de América Latina y la cantidad que se recicla.



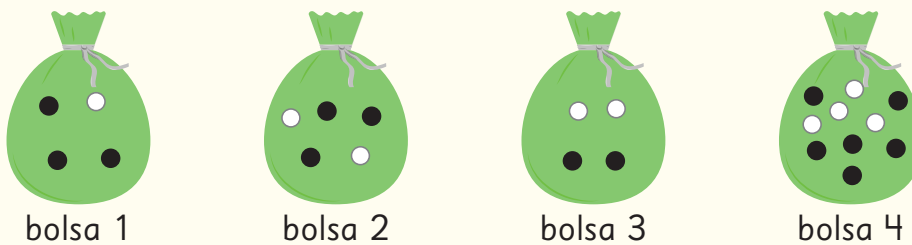
- a) ¿Cuáles son los países que tienen la mayor y menor producción de residuos, respectivamente?
- b) ¿Cuáles son los países que tienen la mayor y la menor cantidad de residuos reciclados, respectivamente? ¿Aproximadamente cuánto reciclan?

- 9 En un almacén se vendieron 200 empanadas durante un mes. Este gráfico circular muestra los porcentajes de cada tipo de empanadas que se vendieron.




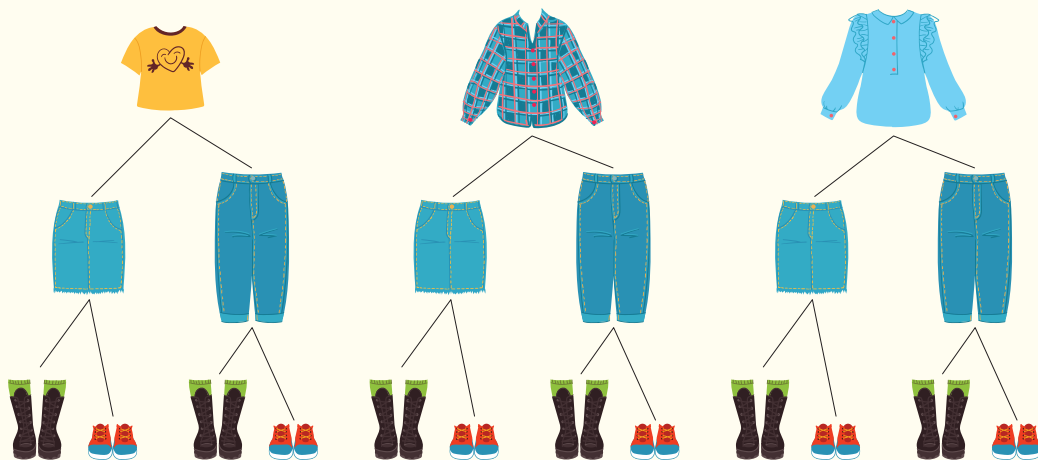
- a) ¿De qué tipo de empanadas se vendió más? ¿De qué tipo se vendió menos?
- b) ¿Qué porcentaje de las empanadas vendidas son de mariscos?
- c) ¿Qué fracción del total de las empanadas vendidas son de queso?
- d) ¿Cuántas empanadas de cada tipo se vendieron?

- 10 Se saca una bola al azar.



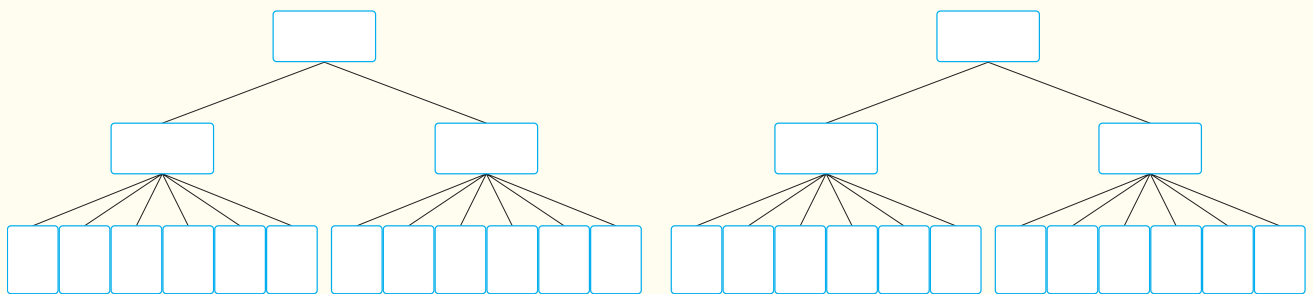
- a) ¿De cuál bolsa hay más posibilidades de sacar una bola negra?
- b) ¿De cuál bolsa hay más posibilidades de sacar una bola blanca?
- c) ¿Existe alguna bolsa donde sea igualmente posible sacar una bola negra o una bola blanca?

- 11  El diagrama resume las opciones de tenidas de Sami para el domingo.



- ¿De cuántas maneras diferentes se puede vestir Sami el domingo?
 - Si Sami quiere vestirse con pantalones, ¿de cuántas maneras se puede vestir?
 - Si Sami quiere vestirse con blusa celeste, ¿de cuántas maneras se puede vestir?
 - Si ahora podemos elegir además entre 2 sombreros, ¿de cuántas maneras diferentes se podrá vestir Sami ahora?
- 12 Se lanzan dos monedas y un dado a la vez.

- Completa el diagrama que representa los resultados posibles.



- ¿Cuántos resultados posibles tiene este experimento?
- ¿En cuántos casos se obtiene un número 2 en el dado?
- ¿En cuántos casos se obtiene cara en las dos monedas?
- ¿En cuántos casos se obtiene un número par en el dado?



La escasez de agua y la falta de lluvias en Chile y a nivel global están amenazando la supervivencia de numerosas especies animales.

1

Animales en peligro de extinción en el mundo y en Chile

2

Cuidemos el agua



1

Animales en peligro de extinción en el mundo y en Chile

En el informe Planeta Vivo 2018 se señalan las principales causas de la pérdida de especies en el planeta.



El siguiente gráfico presenta los porcentajes asociados a cada causa para distintos tipos de animales.

1

¿Cuál es la principal causa de la pérdida de especies? ¿Qué tipo de animales son más afectados por esta causa?

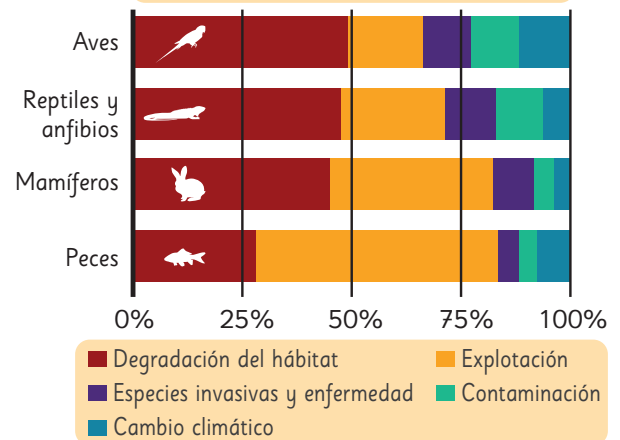
2

Respecto de la pérdida de especies, ¿a qué tipo de animales afecta más el cambio climático?

3

Aproximadamente, ¿qué porcentaje de la pérdida de peces se debe a la explotación?

Porcentajes y causas de pérdida de especies en el planeta



La mascota de nuestro texto, el monito del monte, es un marsupial endémico de Chile. Este pequeño y peculiar animal se encuentra en peligro de extinción debido a la degradación de su hábitat causada por los incendios forestales en la región centro-sur del país.



Pero no todo está perdido, varias iniciativas están permitiendo detener esta amenaza, por ejemplo:



El huemul, se encuentra en grave peligro de extinción. No obstante, diversos programas de recuperación han logrado incrementar su población desde menos de 700 ejemplares en la década de los 80 hasta más de 2 000 en la actualidad. ¿Puedes calcular el porcentaje de aumento aproximado?



Recientemente se anunció un exitoso plan de conservación de la ranita del Loa: nacieron 200 crías de esta especie en extinción.

¿A qué tipo de animales pertenecen el monito del monte, la ranita del Loa y el huemul?



2

Cuidemos el agua

Desde el espacio, cualquier imagen de nuestro planeta muestra que la Tierra es un planeta azul. Esto se debe a que el 70% de su superficie está cubierta por agua y solo el 30% es tierra firme. El agua que se ve es una delgadísima película con respecto al tamaño del planeta. Para darnos una idea, si mojamos una naranja, la capa que permanece en la cáscara equivale a toda el agua que existe en la Tierra. (<https://agua.org.mx/en-el-planeta/>)

1  Analiza la información de la imagen.

- ¿Qué significan estos datos expresados en porcentajes?
- ¿Hay mucha o poca agua en el planeta?
- Representa con un diagrama de barras la cantidad de agua disponible en el planeta respecto de la superficie de la Tierra.

El agua en el mundo



- En otro diagrama de barras representa la relación entre el porcentaje de agua salada y el porcentaje de agua dulce.

No toda el agua dulce disponible en el planeta es apta para el consumo humano. Averigua por qué.

Imaginemos que toda el agua de la Tierra corresponde a 1 L (1000 mL) y la vertemos en una botella. La cantidad de agua apta para el consumo humano corresponde solo a la cuarta parte de 1 mL, esto corresponde a 5 gotitas.



¿Qué haces tú para cuidar el agua?



Me doy duchas muy cortas.

Cierro todas las llaves que gotean.

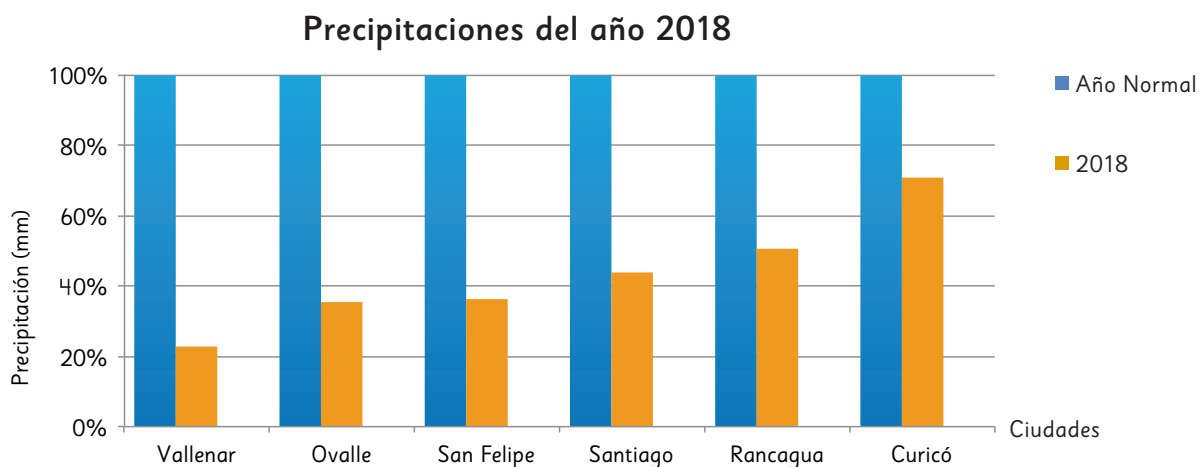


¿Qué más podemos hacer?

2



Analiza el siguiente gráfico con información relativa a la cantidad de lluvia caída el año 2018 en algunas ciudades de Chile.

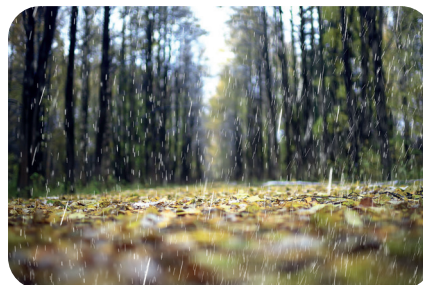


Estación Pluviométrica	Vallenar	Ovalle	San Felipe	Santiago	Rancagua	Curicó
Año normal (mm)	43	106	234	342	442	644
2018 (mm)	10	38	84	150	224	456

- ¿Qué indican las barras azules? ¿Por qué todas tienen el mismo tamaño?
- ¿Cuál fue la cantidad de agua caída en Ovalle el año 2018?
¿A qué porcentaje corresponde respecto de un año normal en esa ciudad?
- ¿Cuál fue el porcentaje de agua caída el año 2018 en Rancagua respecto de un año normal en esa ciudad?
- ¿Por qué las barras de color gris aumentan de tamaño desde la izquierda a la derecha?
- ¿Qué ciudad tuvo precipitaciones más cercanas a un año normal?

¿Sabías que el pueblo Mapuche realiza el Nguillatun, una ceremonia rogativa en la que, en ocasiones, solicitan la llegada de la lluvia?

Averigua sobre esta ceremonia y comenta con tus compañeros.



¡Qué linda es la lluvia!

