

7

Múltiplos y divisores



Hagan un círculo y digan los números naturales en orden, partiendo desde el 1. La persona que llegue al número 3 lo dice y debe aplaudir.

A cada persona que le toque un número de la secuencia de 3 en 3 debe decirlo y aplaudir.



¿Hasta qué número se puede seguir?

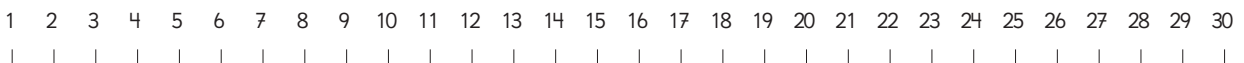


Yo me fijé en cuántas personas se saltan el aplauso.



Yo consideré sumar 3, porque sabía que cada 3 personas se aplaude.

¿Qué números se aplauden? Marca en la recta numérica.



Sigamos jugando.



Múltiplos y múltiplos comunes

- 1 Consideremos qué números se aplauden cuando jugamos con la secuencia de 3 en 3.
 - a) Escribe los números en la tabla y colorea los números que se deben aplaudir.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |



Son **múltiplos de 3** todos los números que se obtienen al multiplicar por 3.
Por ejemplo: $3 = 1 \cdot 3$; $6 = 2 \cdot 3$; $9 = 3 \cdot 3$; ...

El 0 **no** es múltiplo de ningún número.



2 Ahora jueguen a aplaudir los múltiplos de 2.
Encierra los números aplaudidos en la recta numérica.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16



17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32



33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48



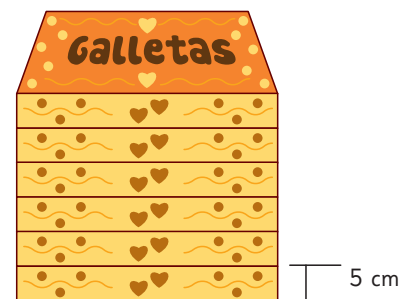
49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64



Ejercita

1 Se apilaron las cajas de galletas cuya altura es de 5 cm cada una.

- a) ¿Cuál es la altura total de las 6 cajas?
- b) Cada vez que se agrega una caja, ¿de qué número es múltiplo la altura que alcanza?



2 Escribe los 5 primeros múltiplos de:

- a) 4
- b) 8
- c) 9

¿Qué patrones se forman en los múltiplos?

En la primera tabla, se encerraron los múltiplos de 2.
¿Qué patrón observas en los múltiplos de 2?

Probemos con los múltiplos de otros números.

| Múltiplos de 2 | | | | | | | | | |
|----------------|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

| Múltiplos de 3 | | | | | | | | | |
|----------------|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

| Múltiplos de _____ | | | | | | | | | |
|--------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

| Múltiplos de _____ | | | | | | | | | |
|--------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

Practica

1 Observa los números hasta 100.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

- a) Encierra los múltiplos de 6.
- b) Marca con una X los múltiplos de 7.
- c) Pinta con rojo los múltiplos de 11.

2 Escribe 5 múltiplos de cada número.

- a) Múltiplos de 5.
- b) Múltiplos de 10.

3 Escribe 5 múltiplos de cada número.

- a) Múltiplos de 4.
- b) Múltiplos de 7.
- c) Múltiplos de 8.

4 Se apilan cajas de 4 cm de altura.

- a) ¿Cuál es la altura total de 5 cajas?
- b) ¿Cuál es la altura total de 7 cajas?
- c) ¿Cuál es la altura total de 10 cajas?
- d) Cada vez que se agrega una caja, ¿de qué número es múltiplo la altura que alcanza?

5 Observa los números hasta 100.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

- a) Encierra los múltiplos de 8.
- b) Marca con una X los múltiplos de 9.
- c) Pinta con rojo los múltiplos de 15.

6 Escribe los 5 primeros múltiplos de:

- a) 14
- b) 18
- c) 21

7 Encierra solo los números que correspondan.

a) Los que son múltiplos de 7.

27 7 16 20

21 47 35

b) Los que son múltiplos de 5.

15 3 16 20

100 47 35

c) Los que son múltiplos de 9.

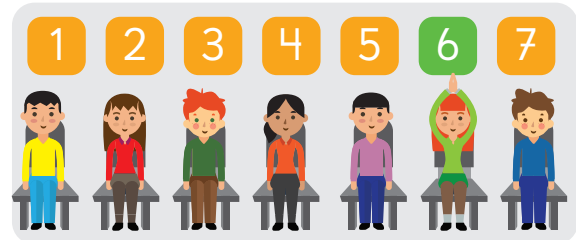
18 39 91 27

82 63 54



Múltiplos comunes

1 Juguemos a levantar las manos en los múltiplos de 2 y aplaudir en los múltiplos de 3.



¿Por qué en el 6 se levantan las manos y se aplaude al mismo tiempo?



¿Hay otros números donde pasa lo mismo que en el 6?



Múltiplos de 2



Múltiplos de 3



Múltiplos de 2 y 3

a) Busquemos números que sean múltiplos de 2 y de 3 a la vez.



Puedes utilizar la tabla de 100 o la recta numérica.



Un número que es múltiplo de 2 y 3 a la vez se llama **múltiplo común** de 2 y 3. El menor de los múltiplos comunes se llama **mínimo común múltiplo**.

b) ¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 2 y 3?

2 Pensemos cómo encontrar los múltiplos comunes de 3 y 4.



Idea de Juan

Múltiplos de 3 3 6 9 12 15 18 21 24 27 30 33 36 ...
 Múltiplos de 4 4 8 12 16 20 24 28 32 36 40 ...

Encontré algunos múltiplos comunes de 3 y 4.



Idea de Ema

Escribo los múltiplos de 3 y marco con un \circ los que también son múltiplos de 4.

3, 6, 9, 12, 15,
 \times \times \circ \times
 18, 21, 24, 27, ...
 \times \circ \times



Idea de Gaspar

Escribo los múltiplos de 4 y marco con un \circ los que también son múltiplos de 3.

4, 8, 12, 16, 20,
 \times \times \circ \times \times
 24, 28, 32, 36, ...
 \circ \times \times \circ



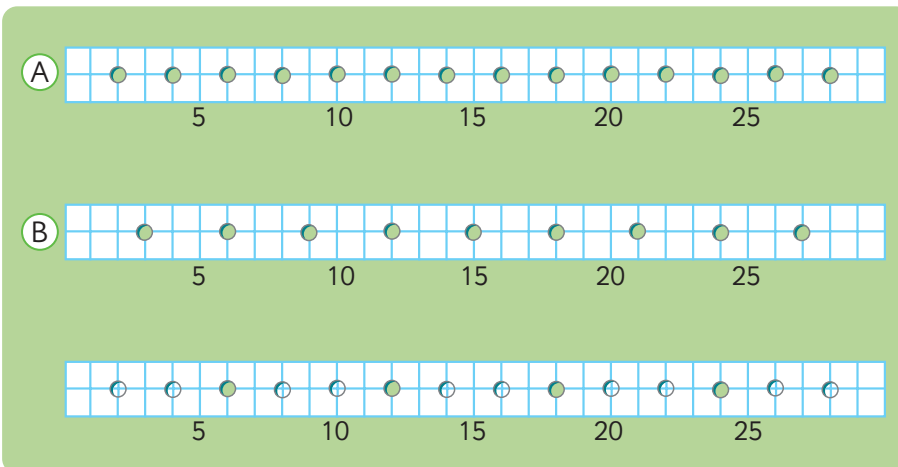
Idea de Sami

Escribo los múltiplos de 3 y los múltiplos de 4.

3, 6, 9, 12
 4, 8, 12
 $12 \cdot 2 = 24$, $12 \cdot 3 = 36$

Haciendo cintas de múltiplos

En la cinta (A) se marcan con agujeros los múltiplos de 2 y en la cinta (B) se marcan con agujeros los múltiplos de 3. Coloca la cinta (A) encima de la cinta (B). Los múltiplos comunes de 2 y 3 son donde coinciden los agujeros de ambas cintas.



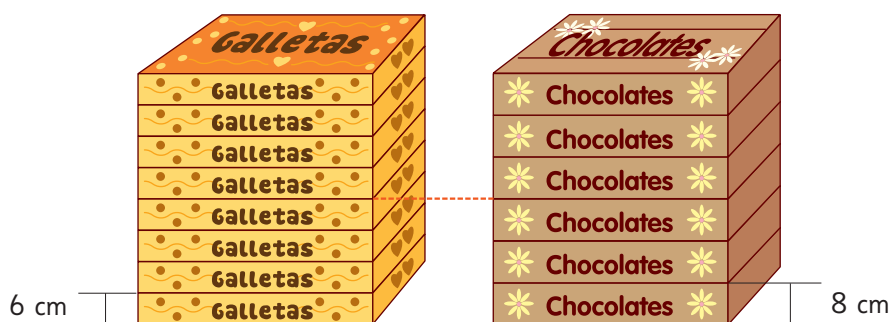
Los agujeros muestran los múltiplos.





El **mínimo común múltiplo** de 3 y 4 es 12. Todos los múltiplos comunes de 3 y 4 son múltiplos del mínimo común múltiplo.

- 3** Se apilan cajas de galletas con una altura de 6 cm y cajas de chocolates con una altura de 8 cm.



- Cada vez que se agrega una caja en la pila de galletas, ¿de qué número es múltiplo la altura que alcanza?
- Cada vez que se agrega una caja en la pila de chocolates, ¿de qué número es múltiplo la altura que alcanza?
- ¿A qué altura será igual la altura total de las cajas de galletas y de las cajas de chocolates? ¿Cuántas cajas habrá en cada pila?
- Escribe los 3 primeros números donde la altura de ambas pilas sea igual.

Ejercita

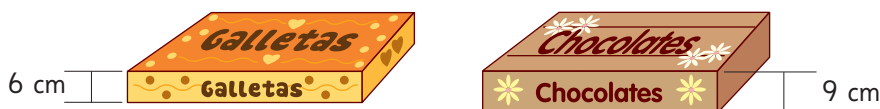
- 1** Escribe los 4 primeros múltiplos comunes de los siguientes números.

a) 5 y 2

b) 3 y 9

c) 4 y 6

- 2** Se apilan cajas de galletas y de chocolates. ¿Cuál es la menor altura en que ambas pilas miden lo mismo?



Practica

1 Observa los números hasta 100.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

- a) Encierra con un círculo los múltiplos de 4.
- b) Pinta con rojo los múltiplos de 5.
- c) ¿Cómo se llaman los múltiplos que se repiten para 4 y 5?
¿Cuáles son?
- d) ¿Cuál es el menor de los múltiplos que se repiten para 4 y 5?
¿Qué nombre recibe?

2 Escribe cuatro múltiplos comunes de cada par de números.

- a) 3 y 8
- b) 5 y 8
- c) 6 y 10
- d) 4 y 14
- e) 9 y 18

3 Encuentra los 3 primeros múltiplos comunes de cada par de números. Luego, encuentra el mínimo común múltiplo.

a) 2 y 5

Mínimo común múltiplo:

b) 4 y 12

Mínimo común múltiplo:

c) 6 y 9

Mínimo común múltiplo:

d) 8 y 10

Mínimo común múltiplo:

e) 9 y 15

Mínimo común múltiplo:

4 En una estación sale un bus cada 9 minutos y un tren cada 15 minutos. Si a las 8 de la mañana salieron un bus y un tren.

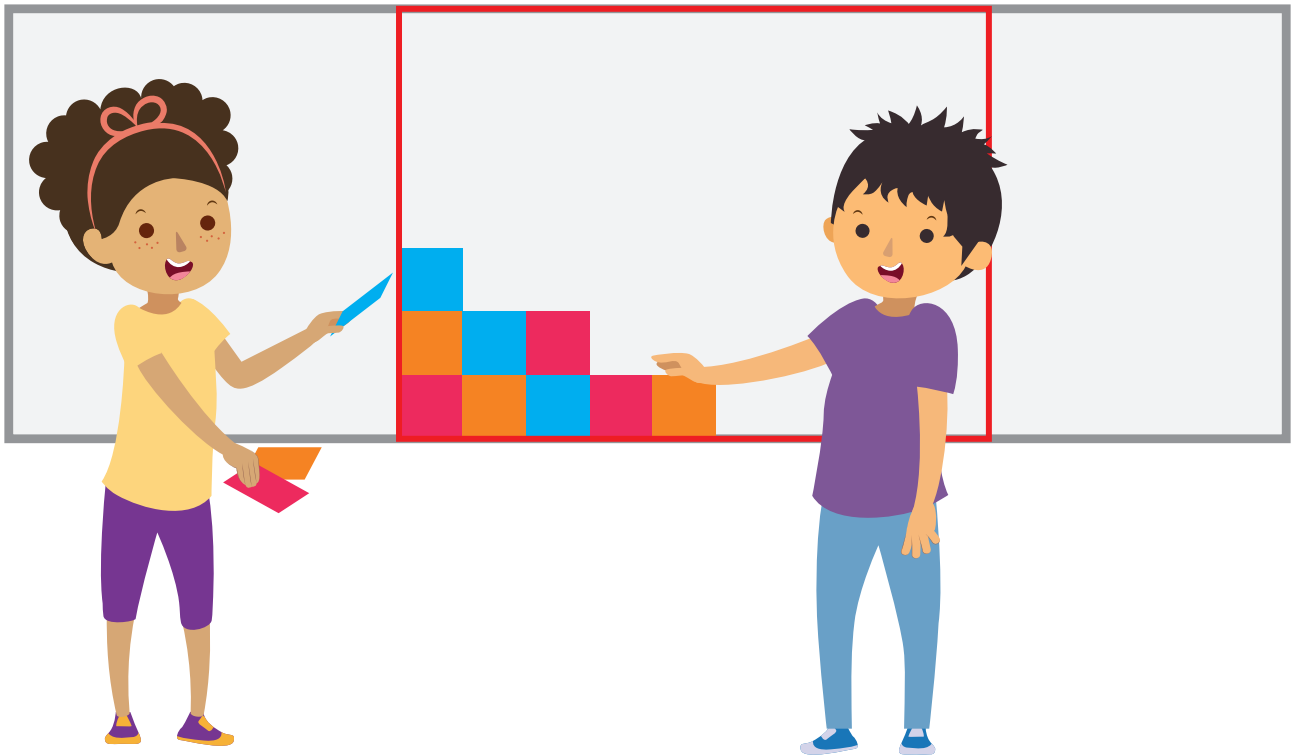
a) Escribe todas las horas en que sale un bus entre las 8 y las 9 de la mañana.

b) Escribe todas las horas en que sale un tren entre las 8 y las 9 de la mañana.

c) ¿Cuántas veces salen un bus y un tren al mismo tiempo entre las 8 y las 9 de la mañana?

d) ¿En qué horarios salen un bus y un tren al mismo tiempo entre las 8 y las 9 de la mañana?

Divisores y divisores comunes



Queremos poner cuadrados en este rectángulo sin dejar espacios.

¿Cómo calculamos el ancho y el largo de este rectángulo?

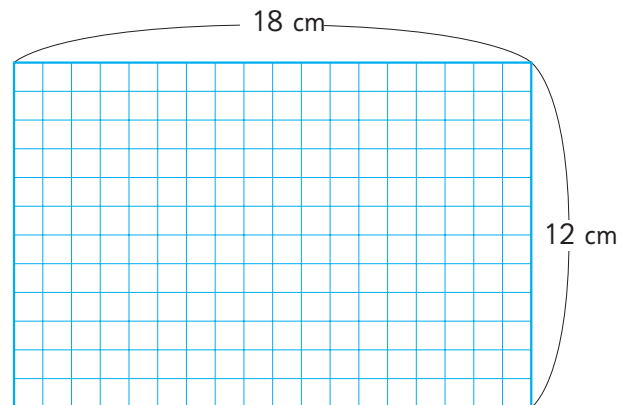


Divisores

- 1 Cubre un rectángulo de $12\text{ cm} \cdot 18\text{ cm}$ con cuadrados del mismo tamaño. ¿Cuánto puede medir cada lado del cuadrado?

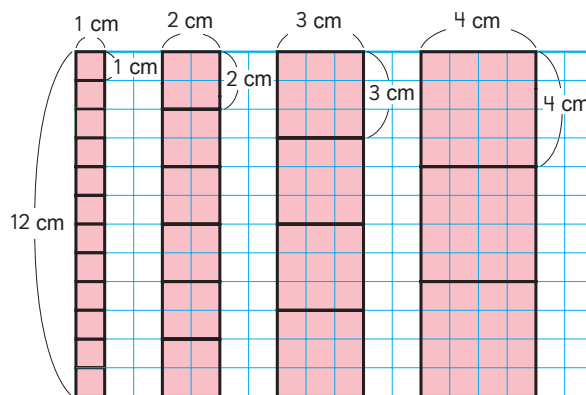


Primero, piensa en las medidas de los lados de los cuadrados para cubrir el lado vertical del rectángulo.



- a) ¿Cuántos centímetros puede medir cada lado de los cuadrados para cubrir completamente el lado vertical de 12 cm del rectángulo?

Para cubrir completamente el lado vertical de 12 cm del rectángulo, el lado de los cuadrados puede medir 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm, 6 cm y 12 cm.



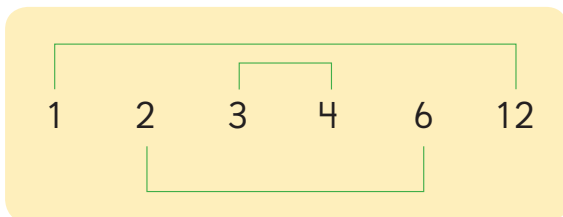
b) Divide 12 por cada uno de estos números: 1, 2, 3, 4, 6 y 12.

¿Qué significa que un número divida a otro de manera exacta?



Los **divisores** de 12 son 1, 2, 3, 4, 6 y 12, porque dividen al 12 de manera exacta.

c) ¿Qué descubres en los divisores de 12?



$$\begin{aligned} 1 \cdot 12 &= 12 \\ 2 \cdot 6 &= 12 \\ 3 \cdot 4 &= 12 \end{aligned}$$



Todo número es divisible por 1 y por si mismo.



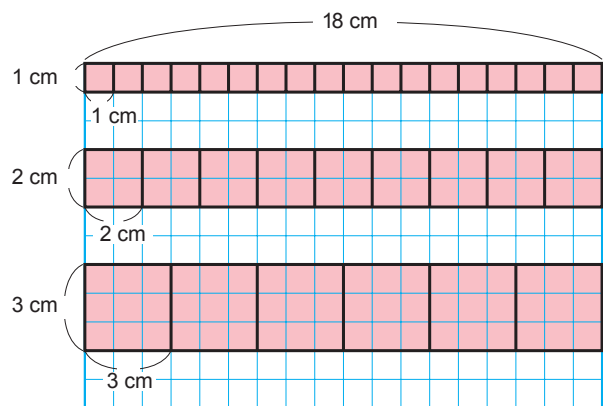
Ahora, piensa en las medidas de los lados de los cuadrados para cubrir el lado horizontal del rectángulo.

d) ¿Cuántos centímetros puede medir cada lado de los cuadrados para cubrir completamente el lado horizontal de 18 cm del rectángulo?

Para cubrir completamente el lado horizontal de 18 cm del rectángulo, el lado de los cuadrados puede medir 1 cm, 2 cm, 3 cm, 6 cm, 9 cm y 18 cm.



Incluimos 18 cm, ya que pensamos solo en la manera horizontal.



1, 2, 3, 6, 9 y 18 son divisores de 18.

Divisores comunes

e) Entonces, ¿cuánto puede medir el lado de los cuadrados para cubrir completamente el rectángulo?

| | | | | | | |
|-----------------|---|---|---|---|---|---------|
| Verticalmente | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 12 (cm) |
| Horizontalmente | 1 | 2 | 3 | 6 | 9 | 18 (cm) |

Obtenemos cuadrados cuando el largo y el ancho son iguales.



Los **divisores comunes** de 12 y 18 son 1, 2, 3 y 6. El mayor de todos los divisores comunes se llama **máximo común divisor**.

f) ¿Cuál es el máximo común divisor de 12 y 18?

Ejercita

- 1 Encuentra todos los divisores de 6, 8 y 36, respectivamente.
- 2 Escribe todos los divisores comunes de 8 y 36.

2 Pensemos en cómo encontrar los divisores comunes de 18 y 24.



Idea de Gaspar

Divisores de 18 $\textcircled{1}$ $\textcircled{2}$ $\textcircled{3}$ $\textcircled{6}$ 9, 18

Divisores de 24 $\textcircled{1}$ $\textcircled{2}$ $\textcircled{3}$ 4, $\textcircled{6}$ 8, 12, 24



Idea de Sofía

Divisores de 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18

$24 : 1 = 24$ ✓ $24 : 2 = 12$ ✓ $24 : 3 = 8$ ✓ $24 : 6 = 4$ ✓

$24 : 9$ ✗ $24 : 18$ ✗

- a) Explica en qué consiste la idea de Gaspar y la de Sofía.
- b) ¿Cuál es el máximo común divisor entre 18 y 24?

3 Busca los divisores comunes y el máximo común divisor de los siguientes números. ¿Cuál par de números tiene solo un divisor común?

- a) 8 y 16
- b) 5 y 20
- c) 2 y 42
- d) 13 y 9

Ejercita

¿Entre cuántas personas podemos repartir equitativamente 8 lápices y 12 cuadernos?

Practica

1 Escribe todos los divisores de los siguientes números:

a) 4

b) 13

c) 18

d) 30

e) 48

f) 64

g) 100

h) 27

i) 36

2 Encuentra todos los divisores comunes de los siguientes números:

a) 8 y 12

b) 30 y 45

c) 81 y 36

d) 24 y 32

e) 20 y 40

f) 105 y 35

3 Encuentra el máximo común divisor de los siguientes números:

a) 18 y 45

b) 42 y 28

c) 26 y 65

- 4 Un rectángulo de lados 16 cm y 24 cm se cubrirá con cuadrados iguales.

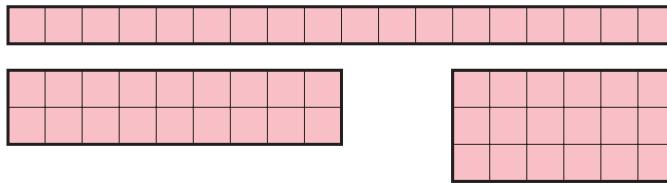


- a) Para cubrir el lado del rectángulo de 24 cm, ¿cuánto pueden medir los lados de los cuadrados?
- b) Para cubrir el lado del rectángulo de 16 cm, ¿cuánto pueden medir los lados de los cuadrados?
- c) ¿Cuál es el máximo común divisor de 16 y 24?
- d) ¿Cuánto miden los lados de los cuadrados con los que se puede cubrir el rectángulo?
- 5 Resuelve los siguientes problemas.
- a) ¿Entre cuántas personas podemos repartir equitativamente 27 queques y 36 jugos?
- b) ¿Entre cuántas canastas podemos repartir equitativamente 24 manzanas y 30 peras?
- c) ¿Entre cuántas personas podemos repartir equitativamente 14 lápices rojos y 21 lápices azules?
- d) ¿Entre cuántos floreros podemos repartir equitativamente 18 rosas y 24 claveles?
- e) ¿Entre cuántas bolsas podemos repartir equitativamente 42 caramelos y 30 chocolates?

Relación entre múltiplos y divisores

1 Pensemos en los divisores de 18.

a) Encuentra los divisores de 18, ordenando 18 tarjetas cuadradas para formar rectángulos. Usa el **Recortable 6**.



b) ¿Es 18 un múltiplo de los divisores que encontraste en a)?

6

| | | | | | |
|---|--|--|----|--|--|
| | | | | | |
| 3 | | | 18 | | |
| | | | | | |

3 y 6 son divisores de 18.
18 es un múltiplo de 3 y de 6.

9

| | | | | | | | |
|---|--|--|----|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
| 2 | | | 18 | | | | |
| | | | | | | | |

2 y son divisores de 18.
18 es un múltiplo de y de 9.

Números primos

2 Algunos números, como 2, 3, 5 y 7, pueden dividirse solo por 1 y por sí mismos. Encuentra esos números en esta lista.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
| 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 |
| 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 |

Divide por 2, 3, 4... para encontrarlos.





Un número que solo puede dividirse por 1 y por sí mismo se llama **número primo**.
Los números que tienen más de 2 divisores se llaman **números compuestos**.

El 1 **no** es número primo.



3 Expresemos los siguientes números como producto de números primos.

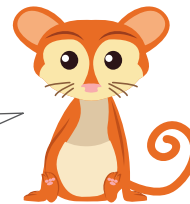
a) Expresa 6 como producto de números primos: $6 = \square \cdot \square$

b) Expresa 30 como producto de números primos:

$$30 = 5 \cdot 6$$

$$= 5 \cdot 3 \cdot 2$$

Encontremos divisores de 6.



c) Determina los divisores de 30 usando la expresión de **b**).



2, 3 y 5 son fáciles de encontrar como divisores.

Los divisores de 30 son las combinaciones de productos de números primos.



4 Determina el máximo común divisor de 24 y de 36 usando números primos.

$$24 = 4 \cdot 6$$

$$= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$36 = 6 \cdot 6$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3$$

$$= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$24 = \underbrace{2}_{\downarrow} \cdot \underbrace{2}_{\downarrow} \cdot \underbrace{3}_{\downarrow} \cdot 2$$

$$36 = \underbrace{2}_{\downarrow} \cdot \underbrace{2}_{\downarrow} \cdot \underbrace{3}_{\downarrow} \cdot 3$$

$$2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

Cuando comparamos las expresiones de los productos de números primos, se observa que los factores que se repiten son 2, 2 y 3. Al multiplicar, se obtiene: $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$.

Entonces, el 12 es el máximo común divisor entre 24 y 36.

La Criba de Eratóstenes

Determina los números primos hasta el 100, usando el siguiente procedimiento:

- 1 Borra el 1.
- 2 Deja el 2 y borra todos sus múltiplos.
- 3 Deja el 3 y borra todos sus múltiplos.



Así sucesivamente, deja el primer número y luego borra todos sus múltiplos. Usando este método, los números primos como 2, 3, 5, y 7 son los que van quedando.

Usando este método, encuentra los números primos hasta 100.

Este método lleva el nombre de Eratóstenes, quien fue un matemático de la Antigua Grecia y se le llamó la **Criba de Eratóstenes** en honor a su trabajo.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| ↖ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

¿Cuántos números primos hay hasta 100?



Practica

1 Encierra los números primos.

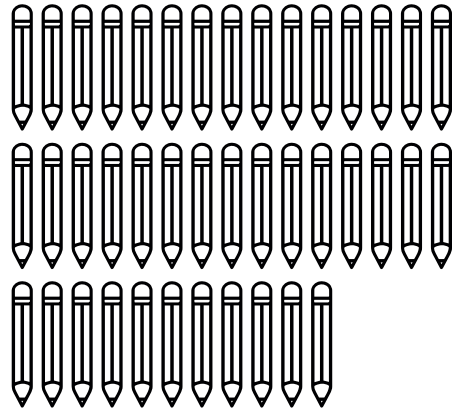
1 2 3 4 5 6 7
8 9 10 11 12 13 14
15 16 17 18 19 20 21
22 23 24 25 26 27 28
29 30

2 Observa los números hasta 50.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |

- Pinta los números primos en la tabla.
- ¿Qué estrategia utilizaste para saber que un número es primo? Explica.
- Escribe los 10 primeros números compuestos.

3 Raúl tiene 41 lápices y quiere ocuparlos todos para hacer varios paquetes con la misma cantidad.



- ¿De cuántas maneras puede hacerlo?, ¿por qué? Explica.
- Si Raúl saca un lápiz, ¿de cuántas maneras podría hacerlo?, ¿por qué varió la cantidad de maneras de hacerlo? Explica.



Números pares y números impares

1 Juan anotó los números del 0 al 20 en las dos filas, comenzando con el 0 en la fila de arriba, el 1 en la fila de abajo y así sucesivamente.

a) ¿Cómo son los números que anotó en cada fila?

0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19

b) Divide cada número por 2. ¿Qué pasa con el resto de la división?

2 ¿En qué grupo pondrías cada número anotado por Juan en la actividad 1?

(A)

0 18 36
176 212 ...

(B)

1 19 37
177 213 ...

a) ¿A cuál grupo pertenece el 23? ¿Y el 98?

b) ¿Qué estrategia usaste para clasificarlos?



Los números que se dividen por 2 de manera exacta, se llaman **números pares** y los que tienen resto 1, se llaman **números impares**.

Ejercita

1 Escribe 3 números en cada uno de los recuadros según su característica.

Primos

Compuestos

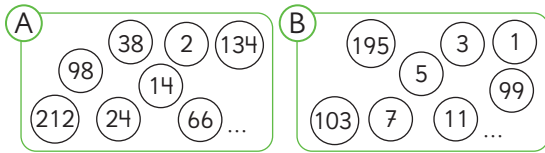
Pares

Impares

2 ¿Cuál es el número que es primo y también es par?

Practica

1 Los números se clasifican en dos grupos.



a) ¿A qué grupo pertenecen el 600 y el 981?

El 600 pertenece al grupo

El 981 pertenece al grupo

b) El grupo (A) representa números que al dividirlos por 2 no queda resto. ¿Cómo se llaman estos números?

c) El grupo (B) representa números que al dividirlos por 2 el resto es 1. ¿Cómo se llaman estos números?

d) Encuentra los primeros 8 múltiplos de 5 y clasifícalos en números pares e impares.

Números pares:

Números impares:

2 Encuentra lo indicado.

a) Todos los divisores de 50.

b) Todos los números pares de a).

c) Todos los divisores de 33.

d) Todos los números impares de c).

e) Encierra las fechas impares del calendario.

| Lu | Ma | Mi | Ju | Vi | Sa | Do |
|----|----|----|----|----|----|----|
| | | | | | 1 | 2 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 |
| 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | | | | | | |

- 3 Encierra con un círculo todos los números que al dividirlos por 2 tienen resto 1, y marca con una X los que no tienen resto.

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 233 | 546 | 65 | 19 | 4 | 54 |
| 77 | 90 | 721 | 422 | 555 | 61 |
| 200 | 106 | 105 | 14 | 210 | 41 |
| 22 | 2 | 450 | 17 | 600 | 12 |
| 11 | 9 | 7 | 551 | 888 | 887 |

- a) ¿Cómo se les llama a los números encerrados con un círculo?
- b) ¿Cómo se les llama a los números marcados con una X?
- c) ¿Qué estrategia utilizaste para identificar los números que al dividirlos por 2 tienen resto 1? Explica.

- 4 Los siguientes números de 3 dígitos tienen un dígito tapado. Encierra los números en los que puedes asegurar que al dividirlos por 2 no tendrán resto.

3  6

40 

 98

5  1

 05

 89

7  7

- 5 Agosto tiene 31 días.
- a) Sin mirar el calendario, ¿cuántas fechas impares tiene?
- b) Explica qué estrategia utilizaste para saberlo.

6 Descubre los números secretos.

a) Es divisor de 12.

Es múltiplo de 3.

Es menor que 10.

Es par.

El número es

b) Es divisor de 100.

Es menor que 30.

Es múltiplo de 4.

El número es

c) Es divisor de 80.

Es múltiplo de 20.

Es mayor que 20.

Es menor que 80.

El número es

7 Francisco vende alfajores a domicilio y usa cajas para empaquetarlos. Hay cajas para 2, 3, 4, 5 y 6 alfajores. Para cada entrega usará un solo tipo de caja, y quiere usar la menor cantidad de cajas posibles.

Indica en cada caso qué tipo de caja le conviene utilizar y cuántas cajas utilizará.

a) 9 alfajores.

b) 12 alfajores.

c) 20 alfajores.

d) 28 alfajores.

8 Sofía y Gaspar tienen 24 chocolates cada uno. De manera separada, cada uno guarda sus chocolates equitativamente en bolsas.

a) Si Sofía puso 12 chocolates en cada bolsa y Gaspar puso 8 chocolates en cada bolsa, ¿cuántas bolsas armaron en total?

b) Si entre los dos armaron 12 bolsas, ¿cuántos chocolates puso cada uno en sus bolsas?

c) Si entre los dos armaron 9 bolsas, ¿cuántos chocolates puso cada uno en sus bolsas?

Ejercicios

1 Piensa en los números del 1 al 50. Haz una lista de lo pedido.

- a) Los múltiplos de 3.
- b) Los múltiplos de 7.
- c) Los múltiplos comunes de 3 y 7.
- d) Los divisores de 28.
- e) Los divisores de 32.
- f) Los divisores comunes de 28 y 32.

2 Escribe los primeros 3 múltiplos comunes. Luego, encuentra el mínimo común múltiplo de los siguientes números.

- a) 3 y 6
- b) 8 y 10
- c) 3 y 5
- d) 7 y 21
- e) 5 y 20
- f) 8 y 24

3 Busca los divisores comunes. Luego, busca el máximo común divisor.

- a) 6 y 12
- b) 18 y 20
- c) 32 y 42
- d) 20 y 40
- e) 12 y 32
- f) 9 y 27

- 1 Encuentra 3 múltiplos de los siguientes números y ordénalos de menor a mayor. Luego, busca los divisores.
 - a) 16
 - b) 13
 - c) 24

- 2 Encuentra 3 múltiplos comunes y ordénalos de menor a mayor. ¿Cuál es el mínimo común múltiplo?
 - a) 3 y 7
 - b) 13 y 18
 - c) 10 y 20

- 3 Encuentra los divisores comunes. Busca el máximo común divisor.
 - a) 9 y 15
 - b) 4 y 11
 - c) 12 y 24

- 4 En una estación, hay trenes que salen cada 12 minutos y buses que lo hacen cada 8 minutos. Si un tren y un bus partieron a las 9 de la mañana, ¿a qué hora volverán a salir al mismo tiempo?

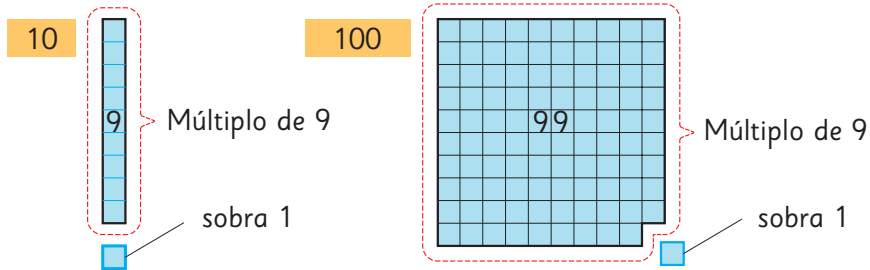
- 5 Utiliza un papel cuadriculado de 30 cm de largo y 12 cm de ancho. Recorta cuadrados del mismo tamaño sin que sobre ningún trozo de papel.
 - a) ¿Cuántos centímetros puede medir el lado del cuadrado más grande?

 - b) ¿Cuántos cuadrados de ese tamaño puedes recortar?

- 6 ¿Cuál es el número primo más cercano a 51?

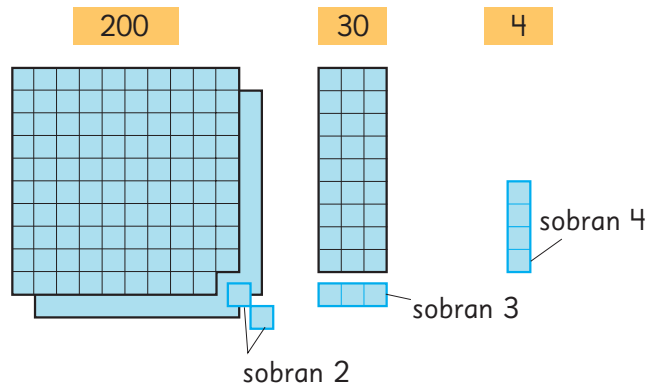
1 Pensemos en múltiplos de 9.

a) Si se resta a 10 y a 100 el mayor múltiplo de 9 posible, ¿cuánto sobra?



b) Analiza si 234 es múltiplo de 9.

¿Cuántos sobran si se resta a 200, a 30 y a 4 el mayor múltiplo de 9 posible?
¿Cuánto sobra en total?, ¿es múltiplo de 9?



c) Si la suma de los dígitos de un número es múltiplo de 9, ¿por qué dicho número se puede dividir por 9 de manera exacta? Explica.

2 ¿En qué par de números piensan los niños?

Ambos son divisores de 16.
Son números pares.
Uno es el doble del otro.
Ambos son múltiplos de 4.



60 es múltiplo común de ambos.
Son números consecutivos.
Uno es primo y el otro es compuesto.
Ambos son divisores de 30.

