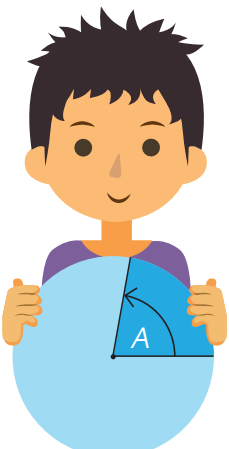
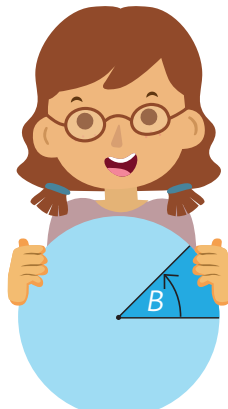


Clasificación de ángulos

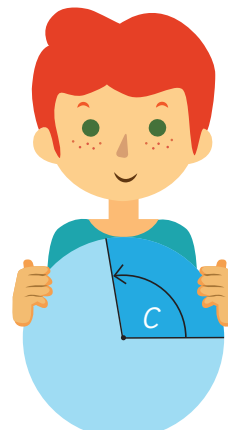
1 Gaspar, Ema y Matías forman ángulos usando dos discos.



Gaspar



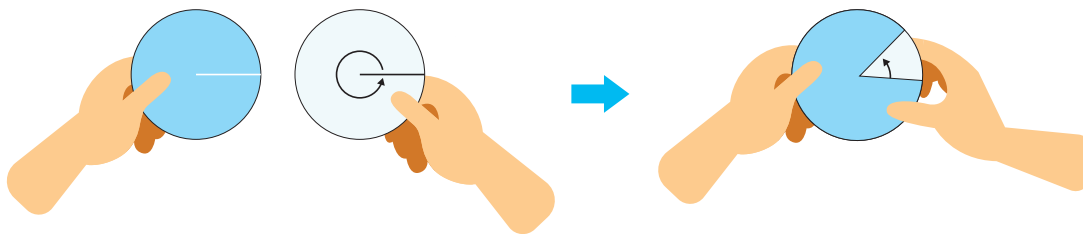
Ema



Matías

- a) Ordenen los ángulos del más pequeño al más grande.
- b) ¿Cuánto creen que mide el ángulo de Ema?

2 Usa el **Recortable 1** para construir los discos.
Forma ángulos haciendo girar el disco con la flecha.

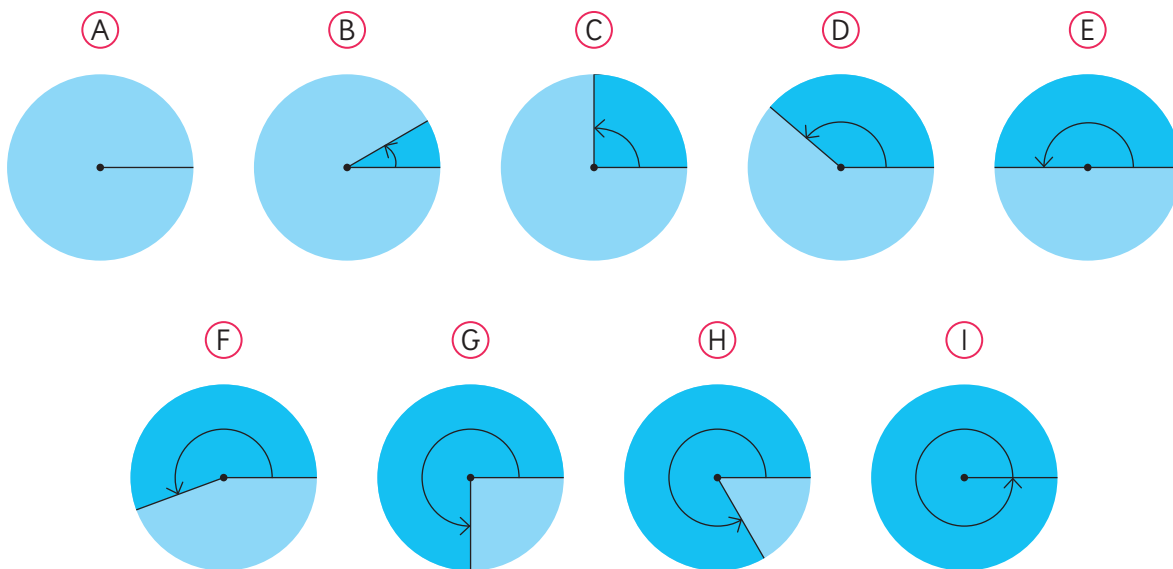


- a) Los ángulos que formaron, ¿miden más o menos que 90° ?
- b) Hagan girar el disco hasta que los dos lados formen una línea horizontal. ¿Cuánto mide ese ángulo?

Un ángulo recto mide 90° .
Un ángulo extendido mide 2 ángulos rectos, es decir, 180° .



3 Observa los siguientes ángulos formados con los discos.



a) Mide cada uno de los ángulos usando un transportador.

El transportador es un instrumento que permite medir ángulos. Existen transportadores semicirculares que van de 0° a 180° y circulares que van de 0° a 360° .



b) Si tuvieras que agrupar los ángulos según su tipo, ¿cómo lo harías?, ¿qué criterio usarías?

Algunos ángulos son más pequeños que un ángulo recto.



Algunos ángulos son más grandes que un ángulo extendido.

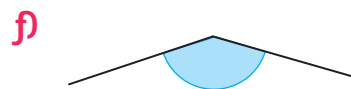
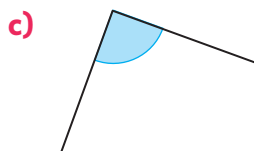
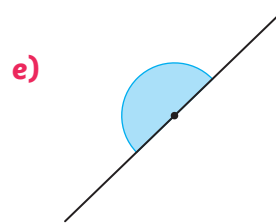
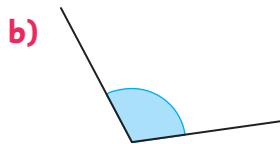
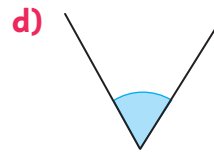
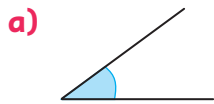


Veamos cómo podemos clasificar ángulos según su medida.

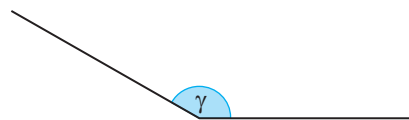
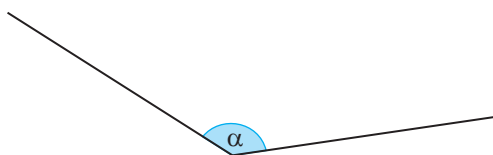
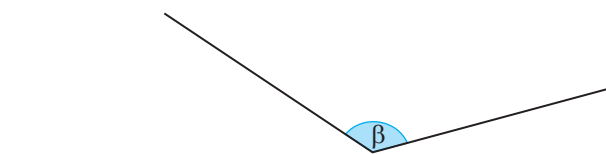


- Los ángulos que miden menos de 90° se denominan **agudos**.
- Los ángulos que miden más de 90° y menos de 180° se denominan **obtusos**.
- Los ángulos que miden entre 180° y 360° se denominan **cóncavos**.
- Los ángulos que se forman juntando 4 ángulos rectos, es decir, que miden 360° , se denominan **completos**.

4 Mide los siguientes ángulos con tu transportador y determina si son agudos, rectos, obtusos o extendidos.



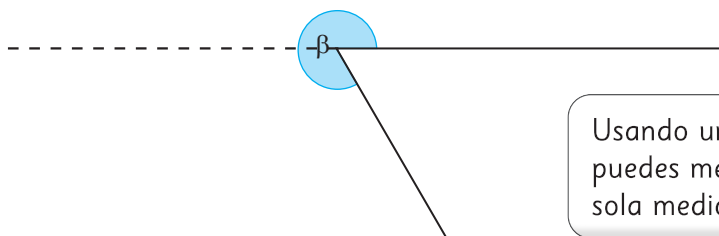
5 Estima cuál de estos ángulos mide 140° . Usa el transportador para comprobar tu estimación.



Recuerda que los ángulos se pueden nombrar usando letras griegas como α , β , γ , δ , ϵ .



6 ¿Cómo podemos medir el siguiente ángulo cóncavo?



Usando un transportador circular, puedes medir el ángulo en una sola medición.



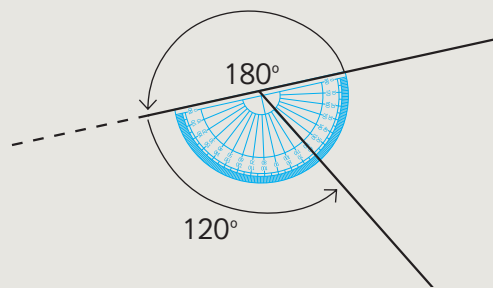
Compara tu procedimiento con las ideas de Juan y Sami.



Idea de Juan

Descompose el ángulo en uno de 180° y otro, extendiendo uno de sus lados más allá del vértice. Con el transportador medí el segundo ángulo.

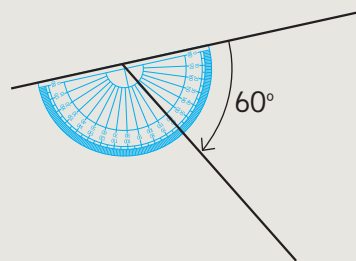
$$\text{Sumé } 180^\circ + 120^\circ = 300^\circ$$



Idea de Sami

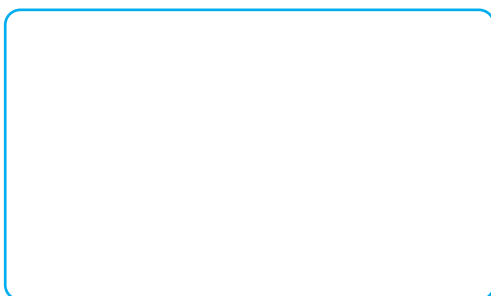
Medí con el transportador el ángulo agudo.

$$\text{Resté } 360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$$

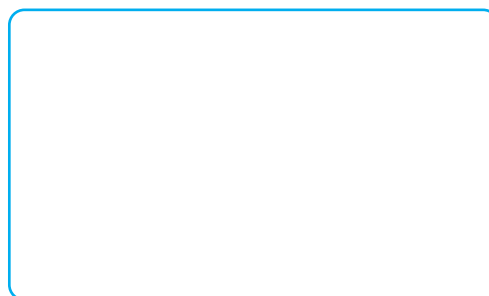


7 Construye los siguientes ángulos.

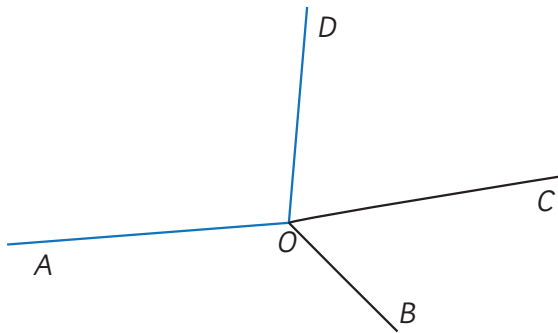
a) 210°



b) 330°



8 Considera los ángulos de la siguiente figura.



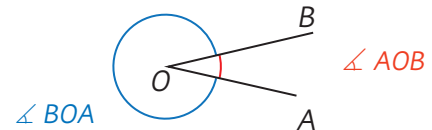
Un ángulo se puede nombrar por 3 letras, que indican un lado, el vértice y el otro lado. En la figura, el ángulo azul se nombra como $\angle DOA$.




- a) Mide cada uno de los ángulos.
- b) Calcula $\angle AOB + \angle BOC + \angle COD + \angle DOA$.



Para distinguir los ángulos, se acostumbra a anotar los puntos que lo definen siguiendo el sentido antihorario. Así, podemos reconocer que el $\angle AOB$ es distinto al $\angle BOA$.



9  Dibuja un punto R y traza 3 rectas que partan desde dicho punto.

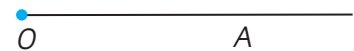
- a) Nombra los 3 ángulos que se forman con vértice en R .
- b) Deduce cuál es la suma de todos los ángulos.



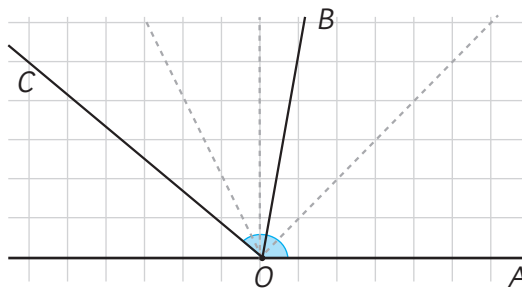
Si un ángulo completo se descompone en dos o más ángulos, la suma de ellos es 360° .

Ejercita

Estima por cuál punto debe pasar el otro lado del ángulo para que mida 280° y luego, mide para verificar.

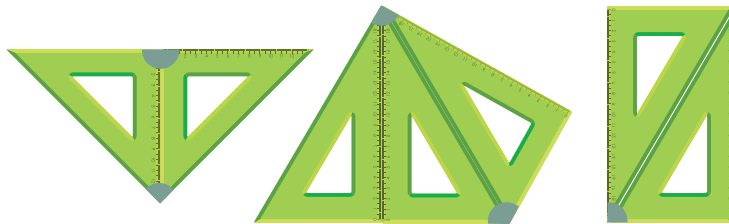


10 Estima cuánto miden los ángulos AOB y AOC .

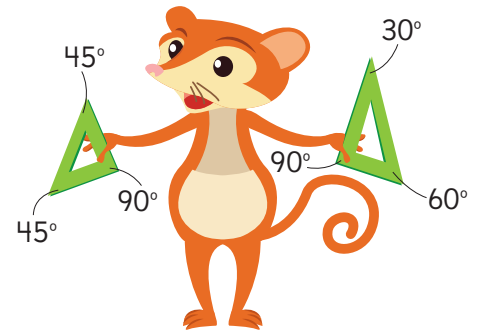


- a) ¿En qué te basaste para estimar?
- b) Mide los dos ángulos y evalúa tus estimaciones.

11 Deduce la medida de los ángulos marcados que se forman al juntar dos o más escuadras.



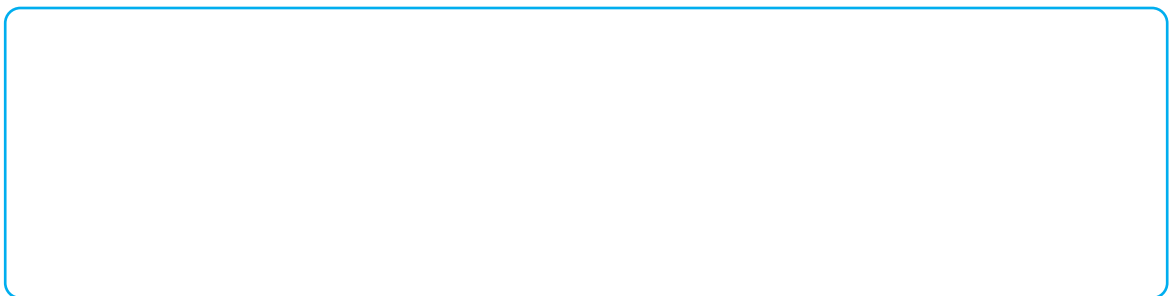
Recuerda las medidas de los ángulos de las escuadras.



12 Usando dos escuadras diferentes, dibuja los siguientes ángulos en una hoja en blanco.

120° 105° 15°

- a) Dibuja cómo ubicaste las escuadras y marca el ángulo que formaste.



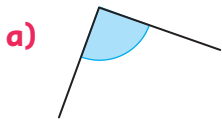
- b) Busca otra manera de formar cada ángulo.

Practica

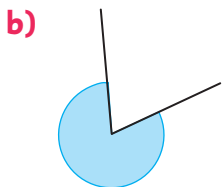
1 Completa las siguientes afirmaciones.

- a) Un ángulo es la mitad de un ángulo extendido
- b) Un ángulo es mayor que un ángulo extendido.
- c) Un ángulo corresponde a dos ángulos extendidos.
- d) Un ángulo es menor que un ángulo recto.
- e) Un ángulo es mayor que un ángulo recto y menor que un ángulo extendido.
- f) Un ángulo es la mitad de un ángulo completo.

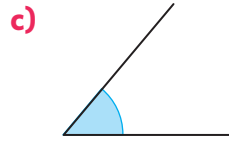
2 Mide los siguientes ángulos y determina de qué tipo son.



Medida del ángulo: Tipo de ángulo:



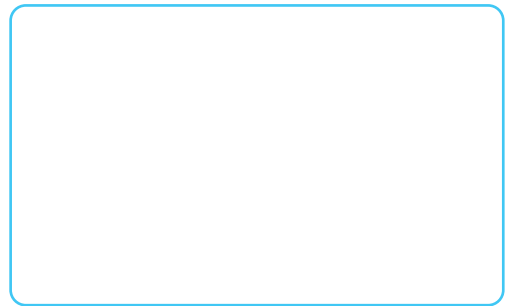
Medida del ángulo: Tipo de ángulo:



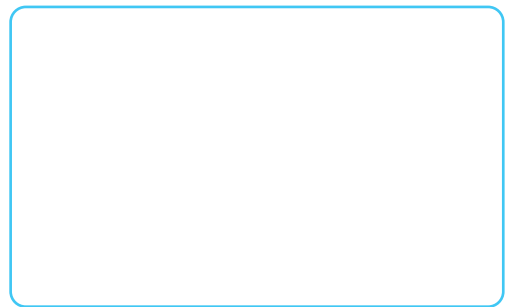
Medida del ángulo: Tipo de ángulo:

3 Construye un ángulo para cada categoría y escribe su medida.

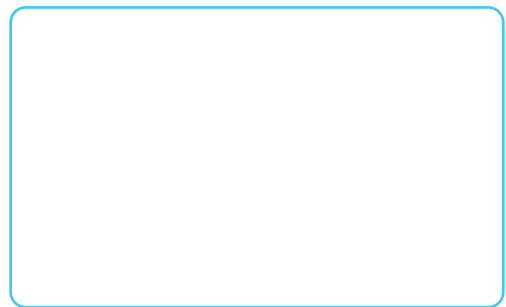
a) Ángulo agudo.



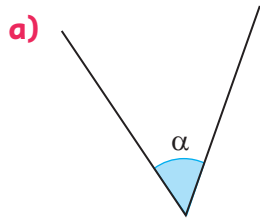
b) Ángulo obtuso.



c) Ángulo cóncavo.

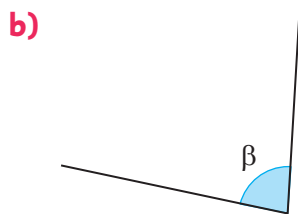


4 Estima la medida de los siguientes ángulos y luego, mide para comprobar cuán cerca estuviste.



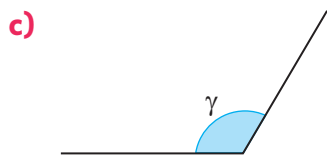
Estimación:

Medida:



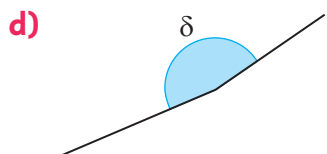
Estimación:

Medida:



Estimación:

Medida:



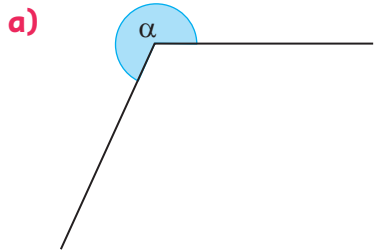
Estimación:

Medida:

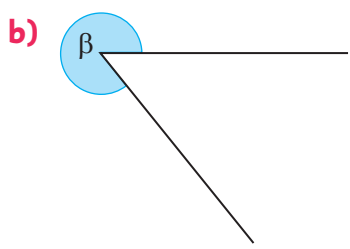
5 Estima por cuál punto debe pasar el otro lado del ángulo para que mida lo indicado. Dibuja cada ángulo estimado, mide para comprobar y corrige, si es necesario.



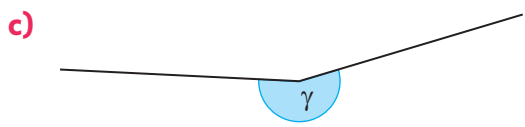
6 Estima la medida de los siguientes ángulos y luego, mide para comprobar cuán cerca estuviste.



Estimación: Medida:

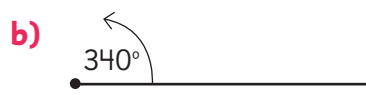


Estimación: Medida:

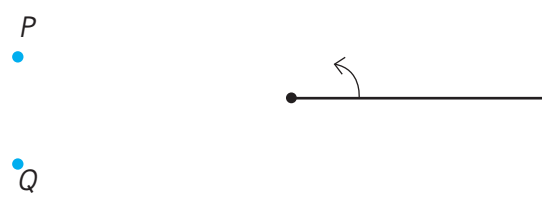


Estimación: Medida:

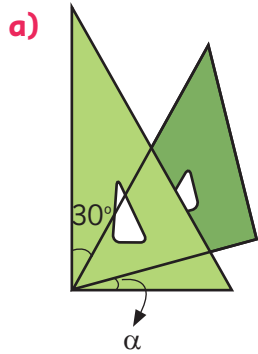
7 Dibuja el otro lado de cada ángulo.



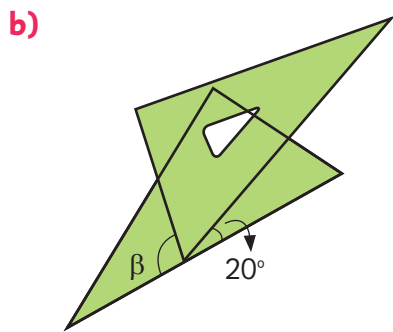
8 Estima por qué punto debe pasar el otro lado del ángulo para que mida 190° . Dibuja el ángulo estimado, mide para comprobar y corrige si es necesario.



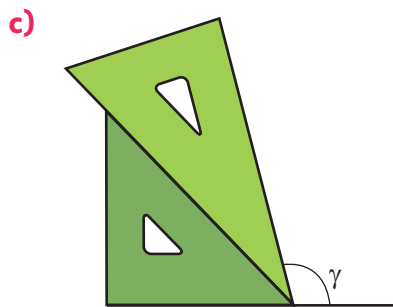
9 Calcula la medida de cada ángulo indicado que se forma con las escuadras.



$\alpha =$

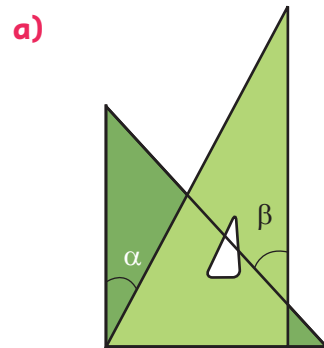


$\beta =$



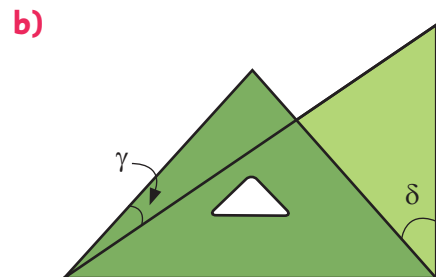
$\gamma =$

10 Calcula la medida de los ángulos indicados que se forman con las escuadras.



$\alpha =$

$\beta =$



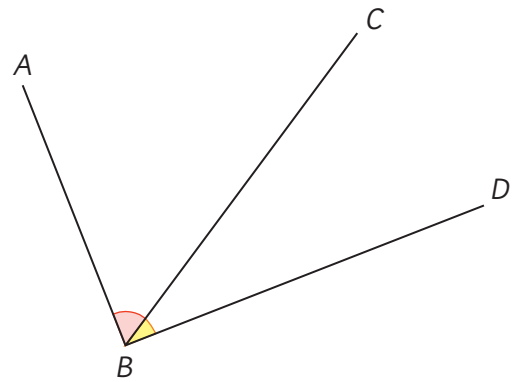
$\gamma =$

$\delta =$

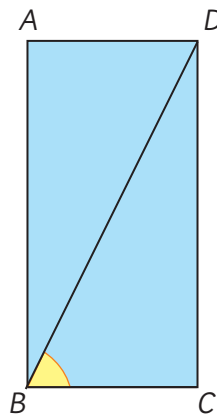
Relaciones entre ángulos

1 El $\angle DBA$ es un ángulo recto.

- a) Mide el $\angle CBA$.
- b) Mide el $\angle DBC$.
- c) ¿Cuánto mide el ángulo que corresponde a la suma de $\angle CBA + \angle DBC$?



2 En el rectángulo ABCD el $\angle CBD$ mide 64° .



- a) ¿Cuánto mide el $\angle DBA$?
- b) Compara tu estrategia con las ideas de Matías y Sofía.



Idea de Matías

Lo medí con el transportador.
Mide 26° .



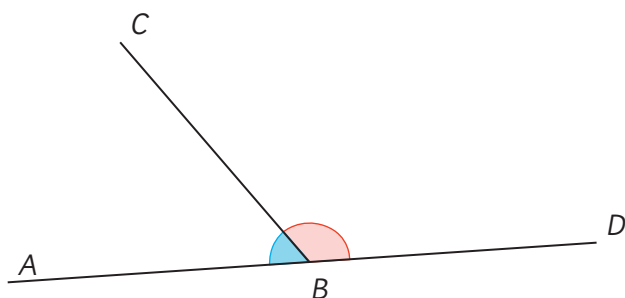
Idea de Sofía

Me di cuenta que los ángulos
 DBA y CBD forman un ángulo recto.
Resté $90^\circ - 64^\circ = 26^\circ$.



Si un ángulo recto se descompone en dos o más ángulos, la suma de ellos es 90° .
Dos ángulos que suman 90° se llaman **ángulos complementarios**.

3 El $\angle DBA$ es un ángulo extendido.

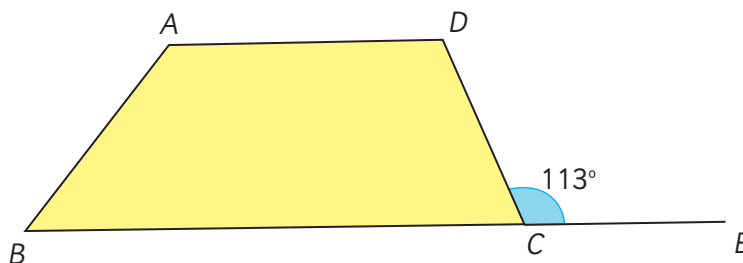


Un ángulo extendido mide 180° .



- a) Mide el $\angle CBA$.
- b) Mide el $\angle DBC$.
- c) ¿Cuánto mide el ángulo que corresponde a la suma de $\angle CBA + \angle DBC$?

4 $ABCD$ es un trapecio. El $\angle ECD$ mide 113° .



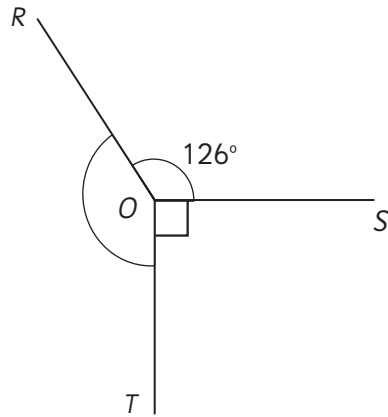
¿Cuánto mide el $\angle DCB$?



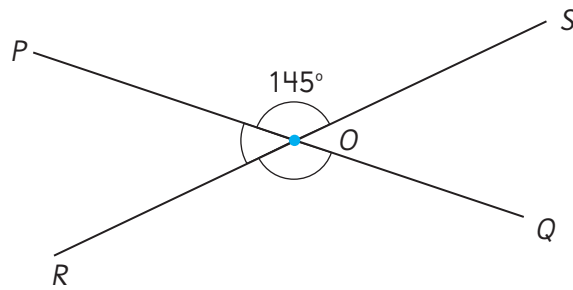
Si un ángulo extendido se descompone en dos o más ángulos, la suma de ellos es 180° . Dos ángulos que suman 180° se llaman **ángulos suplementarios**.

Cálculo de medidas de ángulos

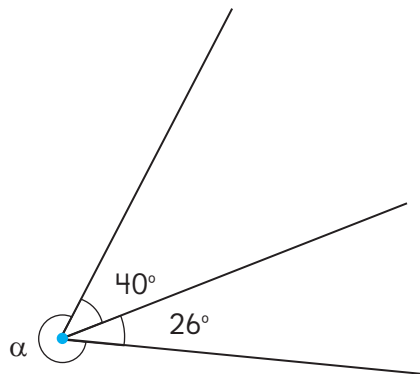
5 ¿Cuánto mide el $\angle ROT$?



6 ¿Cuánto mide el $\angle POR$, el $\angle ROQ$ y el $\angle POQ$?

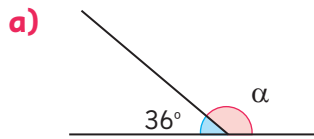


7 El ángulo α es cóncavo. ¿Cuánto mide?

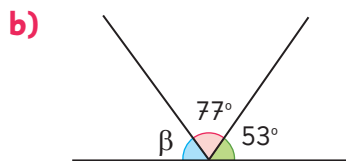


Practica

1 Calcula la medida de los ángulos.

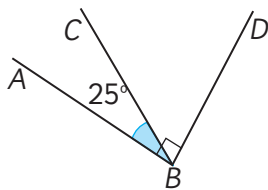


$\alpha =$

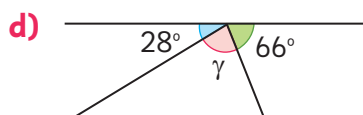


$\beta =$

c) $\angle DBA$ es recto.



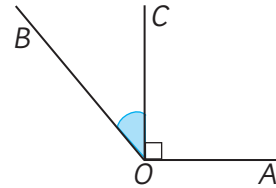
$\angle DBC =$



$\gamma =$

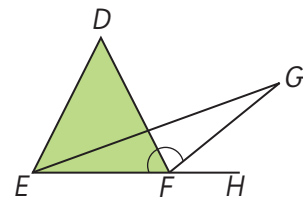
2 Calcula la medida de los ángulos pedidos en cada caso.

a) $\angle AOB = 134^\circ$ y $\angle AOC$ es recto.



$\angle COB =$

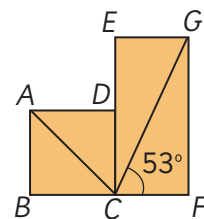
b) $\angle DFE = 60^\circ$ y $\angle GFE = 144^\circ$.



$\angle GFD =$

$\angle HFG =$

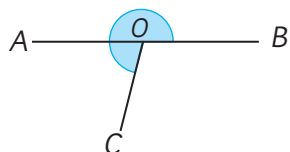
c) $ABCD$ es un cuadrado y $ECFG$ es un rectángulo.
 $\angle ACB = 45^\circ$ y $\angle FCG = 53^\circ$.



$\angle GCA =$

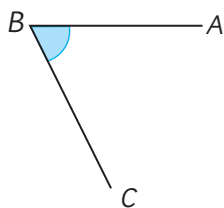
3 Calcula la medida de los ángulos indicados.

a) En la figura, el $\angle AOC$ mide 75° .
¿Cuánto mide el $\angle BOC$?



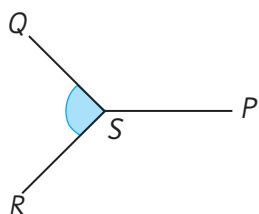
$\angle BOC =$

b) En la figura, el $\angle ABC$ mide 305° .
¿Cuánto mide el $\angle CBA$?



$\angle CBA =$

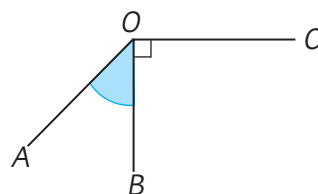
c) $\angle RSP = \angle PSQ = 135^\circ$.
¿Cuánto mide el $\angle QSR$?



$\angle QSR =$

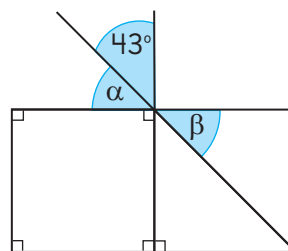
4 Calcula la medida de los ángulos pedidos en cada caso.

a) En la figura, el $\angle COA$ mide 225° .
¿Cuánto mide el $\angle AOB$?



$\angle AOB =$

b)

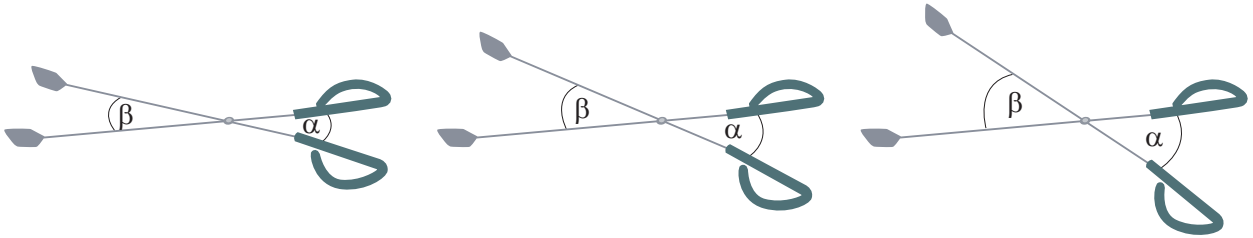


$\alpha =$

$\beta =$

Ángulos entre dos rectas que se cortan

- 1** Los brazos de estas tenazas forman 4 ángulos. Observemos que cuando las tenazas se abren, los ángulos marcados como α y β se agrandan.

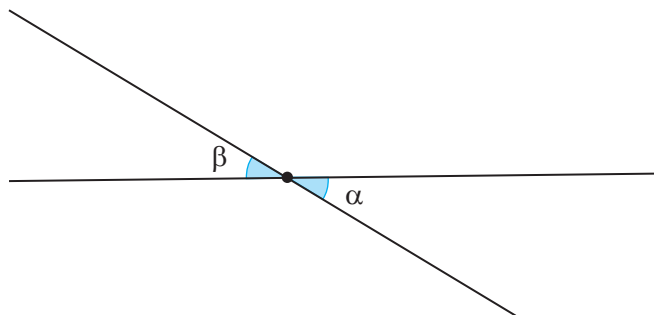


- a) ¿Qué relación hay entre los ángulos α y β en cada posición de las tenazas?



Parece que esos ángulos son iguales.

Para estudiarlo, Ema dibuja dos rectas que se cortan como los brazos de las tenazas y marca los ángulos α y β .

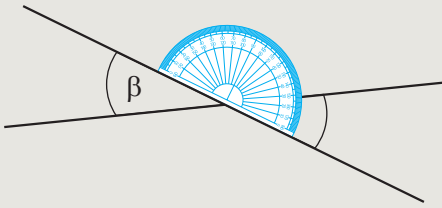


- b) ¿Medirán lo mismo los ángulos α y β ? Compruébalo.



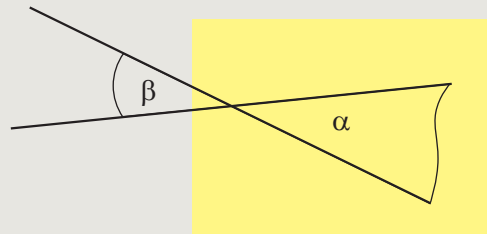
Idea de Gaspar

Los medí con el transportador. Vi que son iguales.



Idea de Sofía

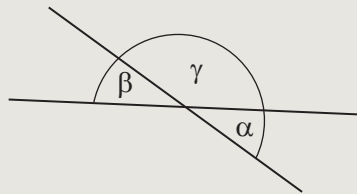
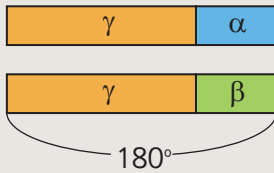
Calqué el ángulo β y lo puse encima del ángulo α .



Idea de Sami

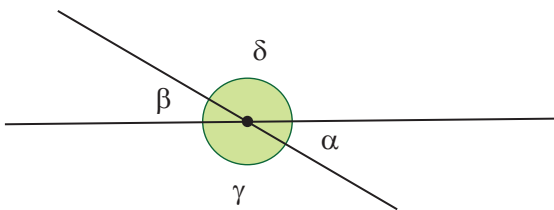
Me di cuenta de que α con γ están en una recta, por lo que suman 180° y me fijé que β con γ también están en una recta, entonces, también suman 180° .

Lo representé así:



Entonces, los ángulos α y β tienen que medir lo mismo.

- c) Compara lo que hiciste con las ideas de Gaspar, Sofía y Sami.
- d) ¿En qué se diferencian las ideas de Gaspar y Sofía, de la de Sami?
- e) Observa la siguiente figura. ¿Qué relación hay entre los ángulos γ y δ ?



Los ángulos α y β son opuestos por el vértice y los ángulos α y γ son adyacentes.

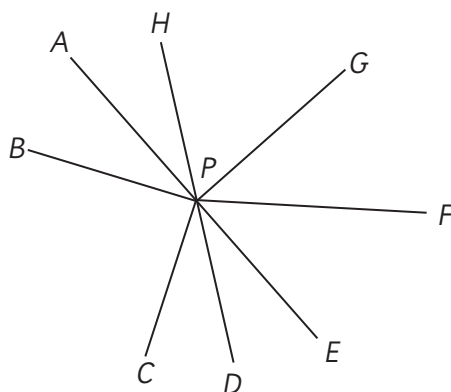


- f) Utiliza la idea de Sami para explicar por qué los ángulos γ y δ miden lo mismo.



En dos rectas que se cortan o intersectan se forman cuatro ángulos. Los **ángulos opuestos por el vértice** son iguales. Los **ángulos adyacentes** son suplementarios, es decir, suman 180° .

2 Observa esta figura.



a) ¿Cuáles de los siguientes pares de ángulos son opuestos por el vértice?

$\angle APB$ y $\angle CPD$

$\angle HPA$ y $\angle DPE$

$\angle CPD$ y $\angle GPH$

Como los ángulos CPD y GPH no son iguales, no pueden ser opuestos por el vértice.



Juan

Como los ángulos APB y CPD son iguales, deben ser opuestos por el vértice.



Ema

Los únicos ángulos opuestos por el vértice son HPA y DPE .



Sofía

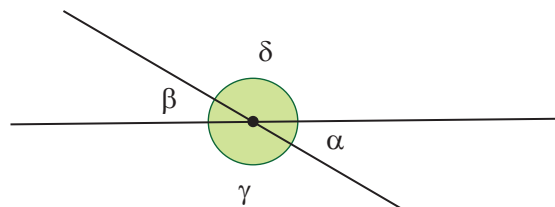
b) Comenta con tus compañeros sobre las ideas de Juan, Ema y Sofía. ¿Quién tiene la razón y por qué?



Dos ángulos son opuestos por el vértice si comparten el vértice y sus lados forman rectas.

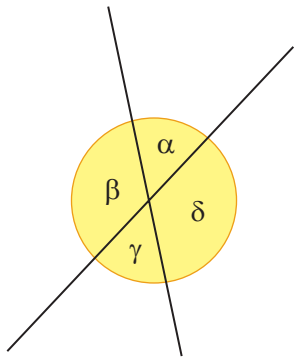
Ejercita

En esta figura busca pares de ángulos opuestos por el vértice y pares de ángulos suplementarios. ¿Cuántos de cada tipo encuentras?



Practica

1 Observa y completa.



α y γ miden lo mismo porque:

$$\beta + \boxed{} = 180^\circ$$

$$\beta + \boxed{} = 180^\circ$$

Se puede deducir que:

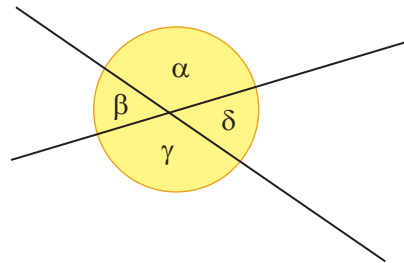
$$\alpha = 180^\circ - \boxed{}$$

$$\gamma = 180^\circ - \boxed{}$$

Y por lo tanto, concluir que:

$$\boxed{} = \boxed{}$$

2 Observa y completa.



Son ángulos opuestos por el vértice:

$$\alpha \text{ y } \boxed{}$$

$$\delta \text{ y } \boxed{}$$

Los ángulos opuestos por el vértice tienen $\boxed{}$ medida.

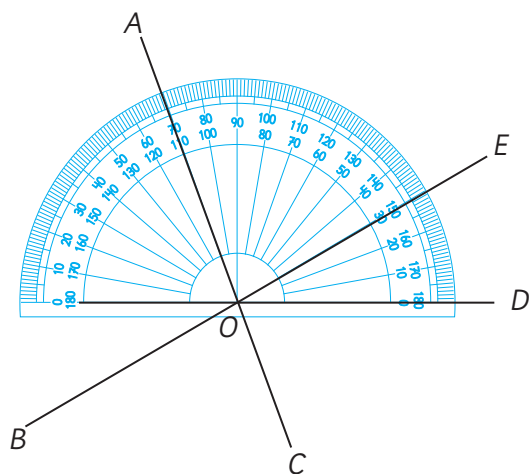
Son ángulos suplementarios:

$$\alpha \text{ y } \boxed{}$$

$$\gamma \text{ y } \boxed{}$$

Los ángulos adyacentes son $\boxed{}$, es decir, suman $\boxed{}$.

- 3 Observa la figura y calcula la medida de los ángulos.



¿Cuánto miden los siguientes ángulos?

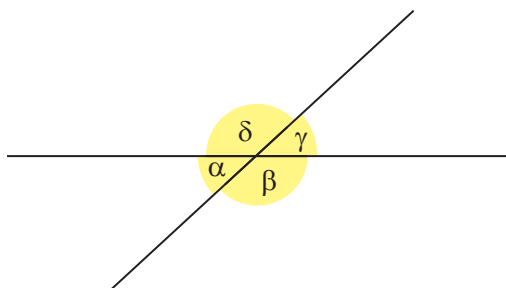
$\angle AOB =$

$\angle COD =$

$\angle BOC =$

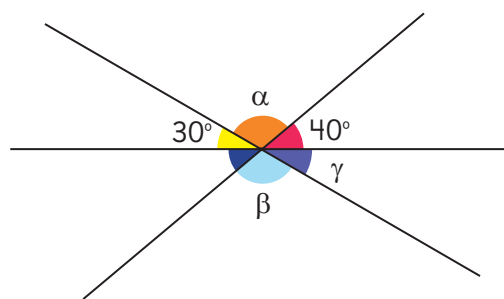
$\angle EOA + AOB =$

- 4 En la siguiente figura, si el ángulo α mide 40° , ¿cuál es la medida de los demás ángulos?



$\beta =$ $\gamma =$ $\delta =$

- 5 ¿Cuál es el valor de los siguientes ángulos?

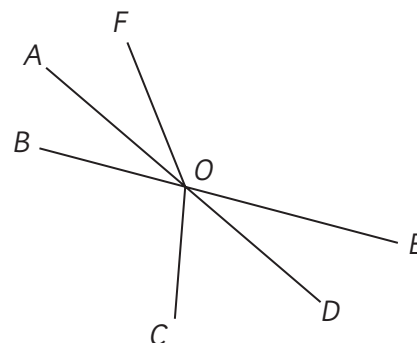


$\alpha =$

$\beta =$

$\gamma =$

- 6 Observa y luego, marca sí o no.



¿Son ángulos opuestos por el vértice?

$\angle AOB$ y $\angle DOE$ Sí No

$\angle AOF$ y $\angle DOE$ Sí No

$\angle BOF$ y $\angle COD$ Sí No

¿Son ángulos que suman 180° ?

$\angle AOF$ y $\angle EOF$ Sí No

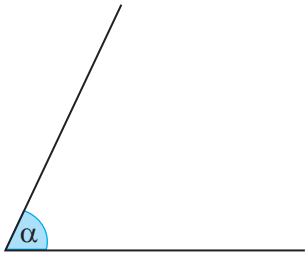
$\angle AOC$ y $\angle COD$ Sí No

$\angle DOE$ y $\angle EOF$ Sí No

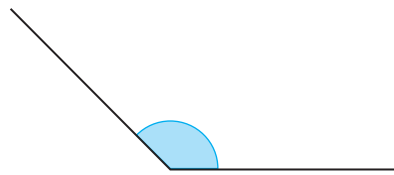
Ejercicios

1 Mide los siguientes ángulos.

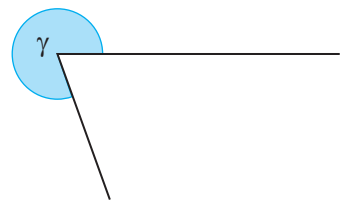
a)



b)

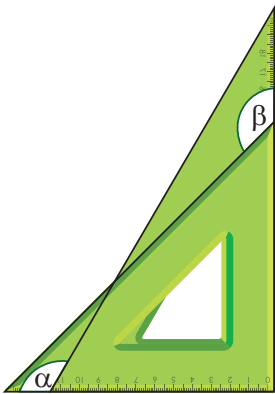


c)

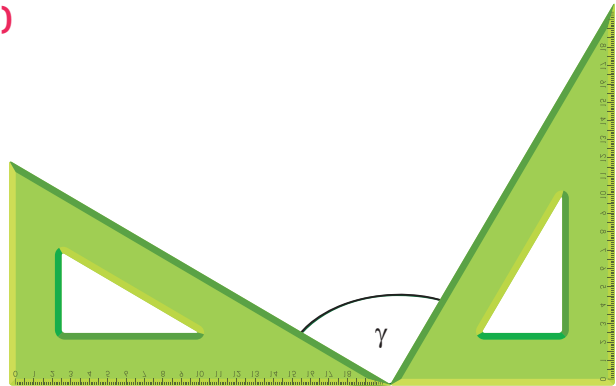


2 Se usan dos escuadras para hacer ángulos. ¿Cuánto miden los ángulos α , β y γ ?

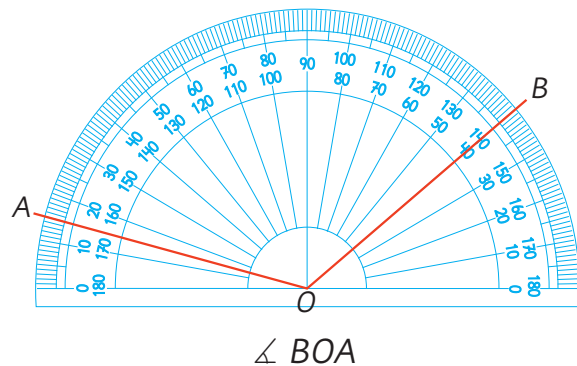
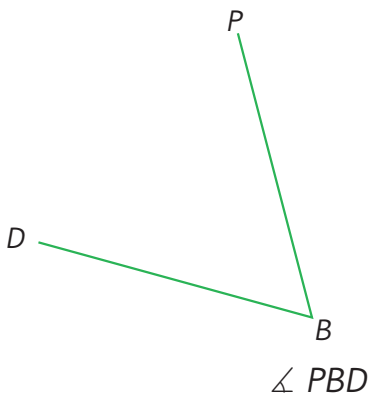
a)



b)



3 Escribe la medida de cada ángulo.



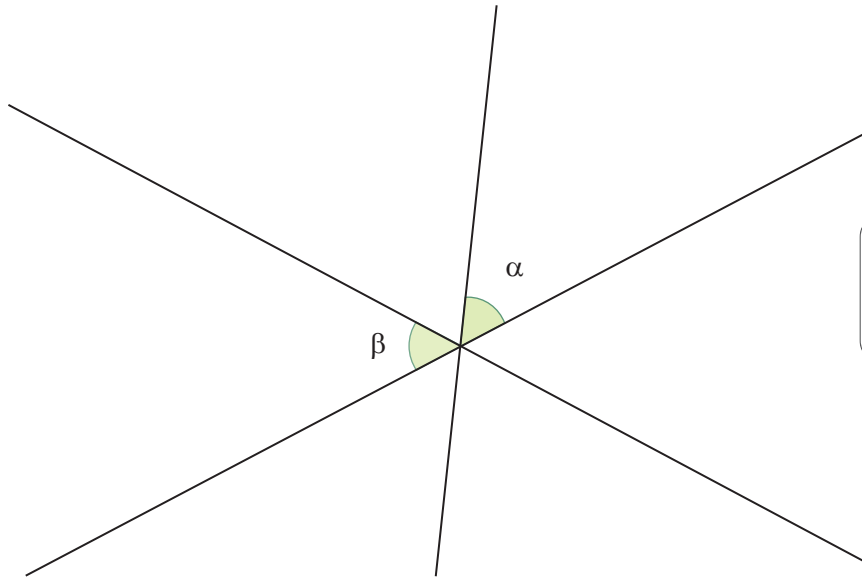
4  Dibuja los siguientes ángulos.

a) 200°

b) 225°

Problemas

- 1 En la siguiente figura α y β miden lo mismo. Si conoces la medida de α , ¿puedes encontrar la medida de los 5 ángulos? Explica cómo lo harías.



Puedes darle un valor cualquiera a α para ayudarte a razonar.



- 2 En la siguiente figura, ¿cuánto mide el ángulo α y qué tipo de ángulo es? ¿Podrías haberte dado cuenta antes de calcularlo? Explica por qué.

