

¿Se puede describir una figura solo con palabras?

Victoria dibujó un triángulo en una hoja cuadriculada con cuadrados de 1 cm.

Pidió a sus amigos que dibujen la misma figura, explicándoles solo con palabras sus características, como se muestra en el recuadro.

Dibujen un triángulo ABC que cumpla lo siguiente:

El lado \overline{BC} debe medir 3 cm.

Al trazar una recta perpendicular desde el vértice A al lado \overline{BC} , debe medir 2 cm.



Dos figuras son **congruentes** si al superponerlas coinciden.

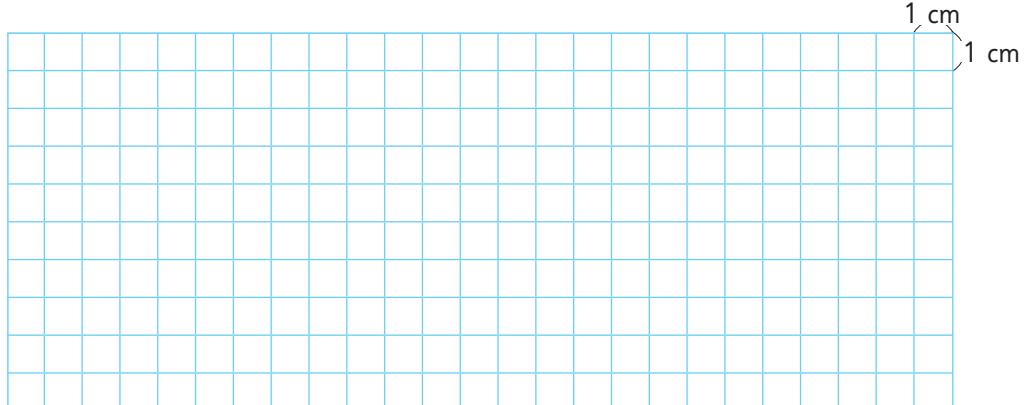
Congruencia de triángulos

1



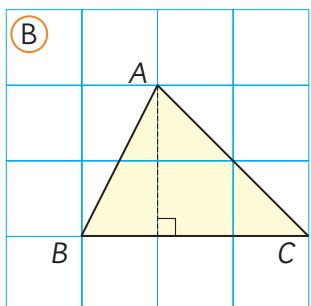
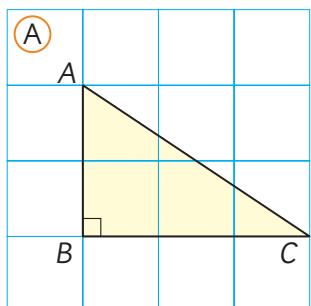
Pensemos cómo dibujar un triángulo congruente al triángulo ABC que describió Victoria.

a) Dibuja en esta cuadrícula y utiliza una regla si es necesario.

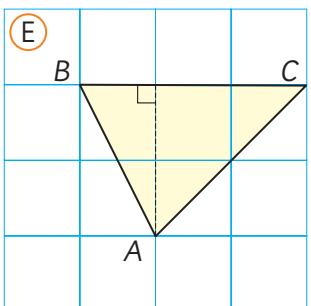
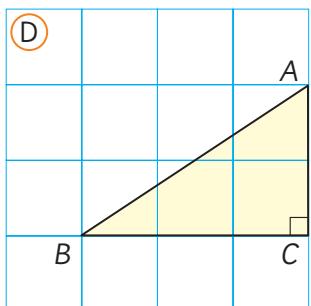
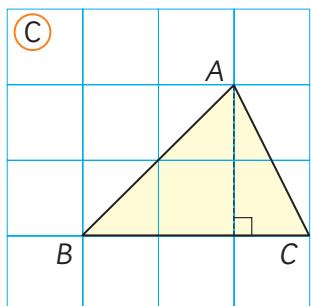


b) ¿Cuál de estos triángulos es el que dibujó Victoria?

Considera que cada cuadrado de la cuadrícula tiene 1 cm de lado.



¿Cuáles son las condiciones para construir los mismos triángulos?



c) Dibuja un triángulo congruente al que describe Matías. Usa un transportador.



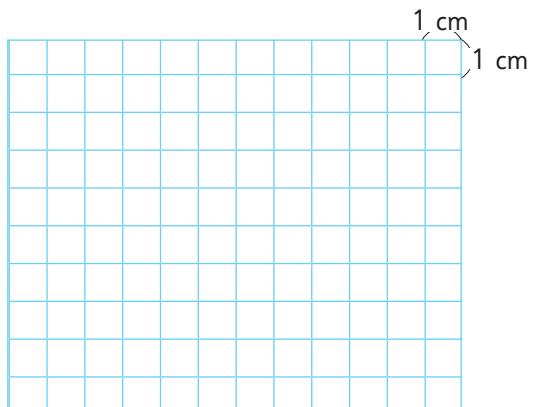
Idea de Matías

Tengo un triángulo ABC que cumple lo siguiente:

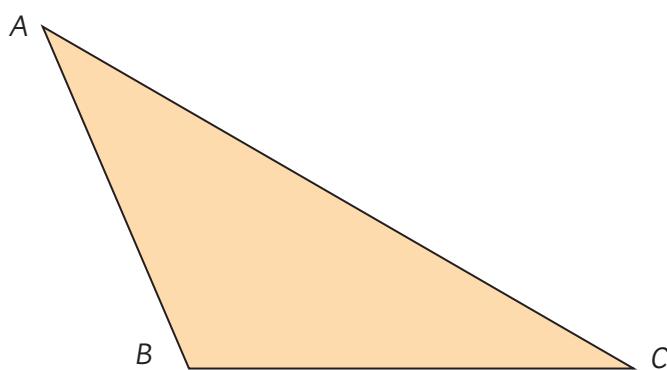
El lado \overline{BC} mide 6 cm.

El lado \overline{AB} mide 5 cm.

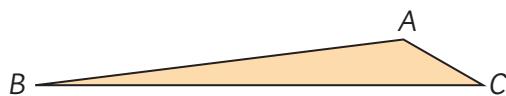
El ángulo en C mide 30° .



d) ¿Cuál es el triángulo de Matías?



¿Dibujaste un triángulo diferente?





Para los problemas que nos plantearon Victoria y Matías obtuvimos más de un triángulo. ¿Qué dato nos falta para obtener solo uno?



Tengo una idea, pero necesito ocupar otra herramienta, el compás.

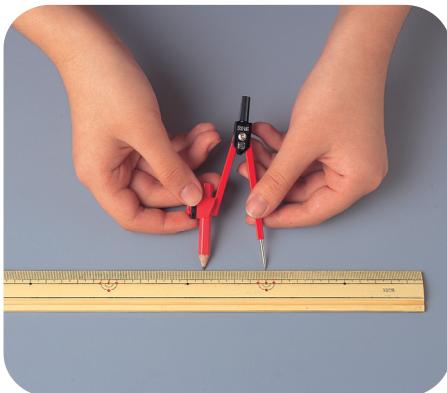
Conozcamos el compás

El **compás** es una herramienta que te permite dibujar circunferencias y arcos de circunferencia.

1



Dibuja una circunferencia usando un compás.



Abre el compás en 4 cm.



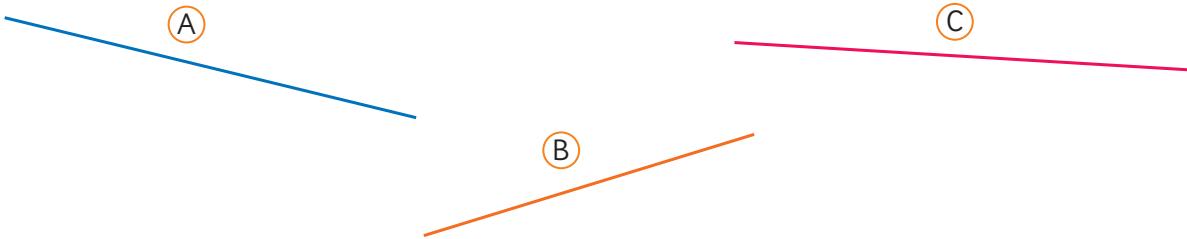
Gira el compás para dibujar la circunferencia.

La distancia del centro a cualquiera de los puntos de la circunferencia es de 4 cm y le llamamos **radio**.



2

Usa un compás para comparar las longitudes de estas líneas. ¿Cuál de estas líneas es la más larga?



3



Con un compás puedes copiar la longitud de una línea.

- Copia las líneas A, B y C una a continuación de la otra en una sola línea.
- Usando las longitudes anteriores, construye un triángulo usando las líneas A, B y C.

2

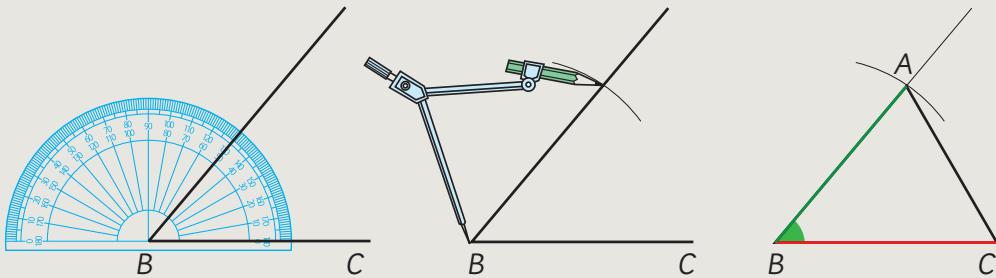


Conozcamos algunas ideas para dibujar un triángulo congruente a uno dado.



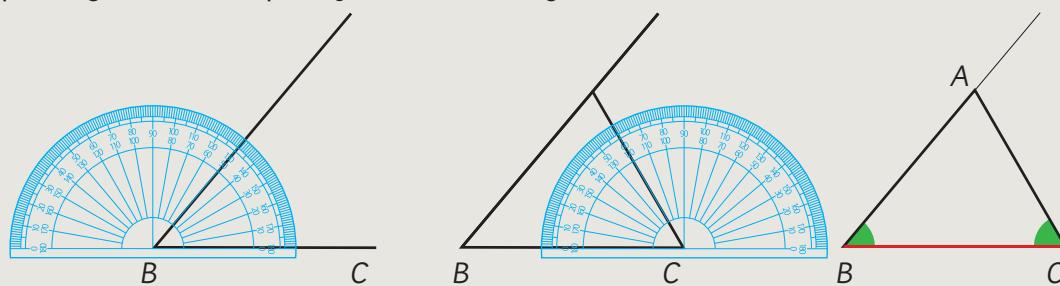
Idea de Matías

Usando un compás y un transportador, copié las longitudes de dos lados y el ángulo que hay entre ellos para hacer el triángulo.



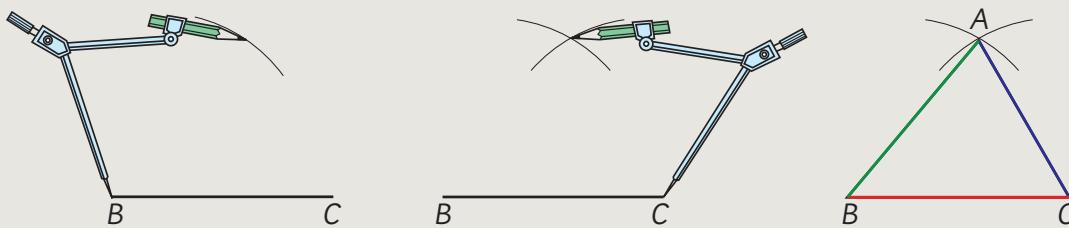
Idea de Ema

Usando un transportador y una regla, medí dos ángulos y la longitud del lado que hay entre ellos para formar el triángulo.



Idea de Sami

Usando un compás, copié la longitud de los tres lados para dibujar el triángulo.

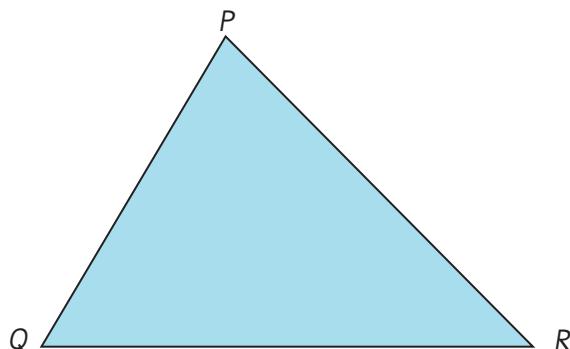


En las figuras congruentes, los puntos que coinciden, se llaman **vértices correspondientes**, los lados que coinciden se llaman **lados correspondientes** y los ángulos que coinciden se llaman **ángulos correspondientes**.

3

 Dibuja un triángulo congruente al triángulo PQR utilizando alguna de las ideas anteriores.

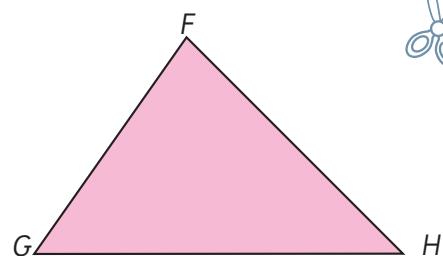
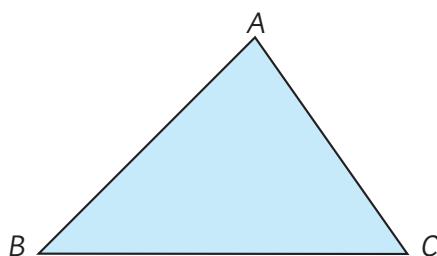
Recorta tu triángulo y comprueba que sean congruentes.



La idea de Sami para dibujar un triángulo congruente solo requiere un compás y no necesita medir ángulos...

**4**

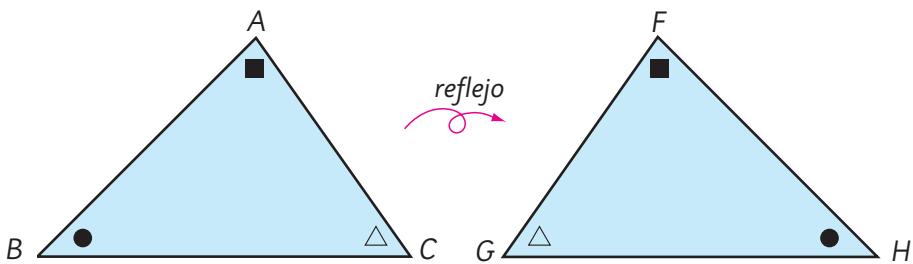
El triángulo FGH se obtiene al reflejar el triángulo ABC . Usa el **Recortable 3** para confirmar de qué manera ambos triángulos coinciden.



Dos figuras también son congruentes si coinciden al invertirlas.



En figuras congruentes, los lados correspondientes tienen la misma longitud y los ángulos correspondientes también tienen la misma medida.



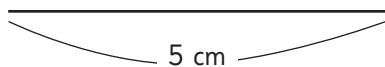
La figura reflejada queda invertida. Y si el triángulo ABC se rota, ¿se obtienen figuras congruentes?



Practica

1 Usando compás, regla y transportador dibuja triángulos que tengan las características que se indican en cada caso.

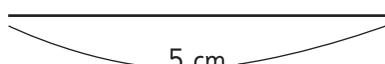
a) Un triángulo de lados 3 cm, 4 cm y 5 cm.



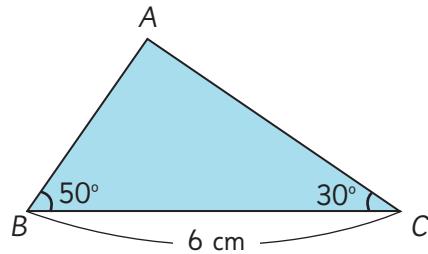
b) Un triángulo con un lado de 6 cm y que los ángulos que tienen el vértice en sus extremos midan 40° y 60° .



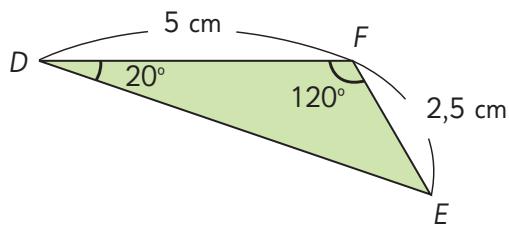
c) Un triángulo con lados de 5 cm y 2 cm y un ángulo de 80° entre ellos.



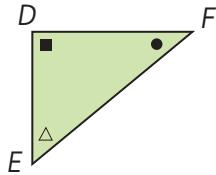
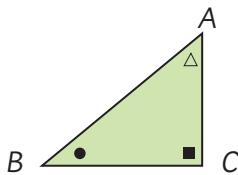
2 Dibuja un triángulo congruente al triángulo ABC e indica las medidas que se corresponden.



3 Dibuja un triángulo congruente al triángulo EDF e indica las medidas que se corresponden.

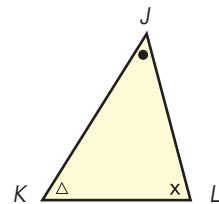
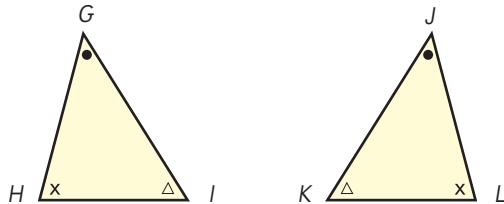


4 Los triángulos ABC y DEF son congruentes. El triángulo DEF se obtuvo mediante una rotación del triángulo ABC :



- a) ¿Cuál es el lado del triángulo DEF que se corresponde con el lado \overline{AB} ?
- b) ¿Cuál es el ángulo del triángulo DEF que se corresponde con el ángulo en B ?
- c) ¿Cuál es el lado del triángulo DEF que se corresponde con el lado \overline{AC} ?
- d) ¿Cuál es el vértice de ABC que se corresponde con el vértice D ?
- e) ¿Cuál es el lado del triángulo ABC que se corresponde con el lado \overline{DF} ?

5 Los triángulos JKL y GHI son congruentes. El triángulo JKL se obtuvo mediante una reflexión del triángulo GHI :



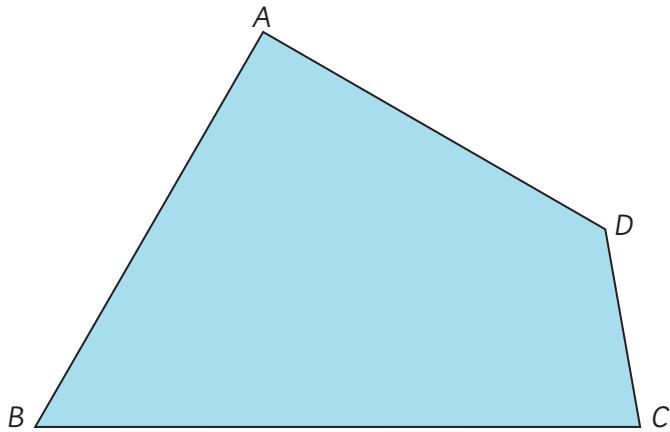
- a) ¿Cuál es el ángulo del triángulo JKL que se corresponde con el ángulo en I ?
- b) ¿Cuál es el ángulo del triángulo GHI que se corresponde con J ?
- c) ¿Cuál es el lado del triángulo GHI que se corresponde con el lado \overline{LJ} ?
- d) ¿Cuál es el lado del triángulo JKL que se corresponde con el lado \overline{HI} ?
- e) Dibuja un triángulo congruente al triángulo GHI , usando un compás.

Congruencia de cuadriláteros

1



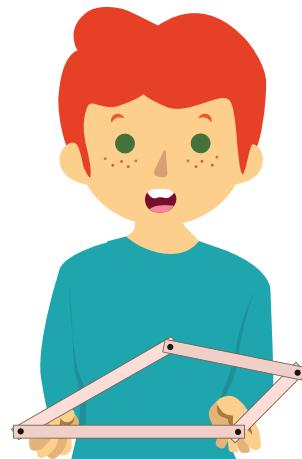
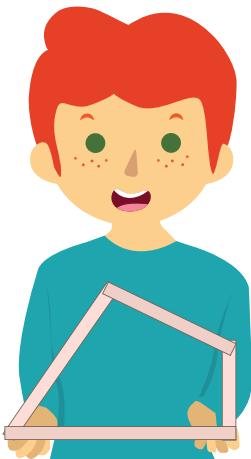
Pensemos cómo dibujar un cuadrilátero congruente al que se muestra a continuación:



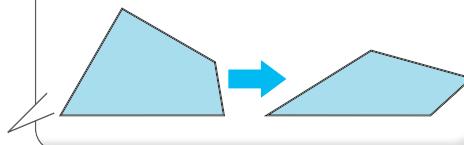
¿Podemos usar estrategias como las que usamos para dibujar triángulos congruentes?



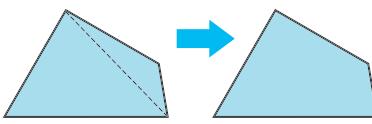
a) Si mides los cuatro lados del cuadrilátero $ABCD$, ¿puedes dibujar un cuadrilátero congruente a éste?



Medí los cuatro lados y dibujé un cuadrilátero con esas medidas, pero me resultó un cuadrilátero diferente.



Usando una de las diagonales, dividí el cuadrilátero en dos triángulos. Así dibujé un cuadrilátero congruente.





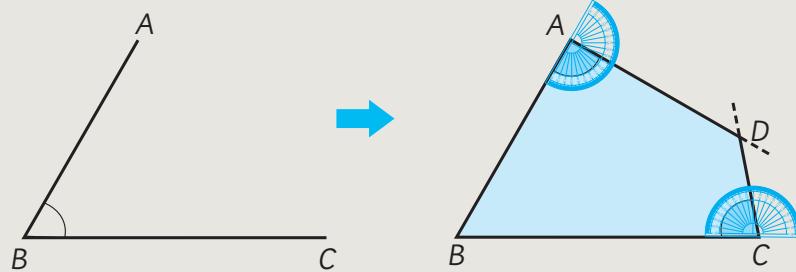
b) Piensa con tus compañeros de curso cómo dibujar un cuadrilátero congruente. ¿Cómo podemos ubicar el cuarto punto?

Conozcamos algunas ideas para dibujar un cuadrilátero congruente a uno dado.



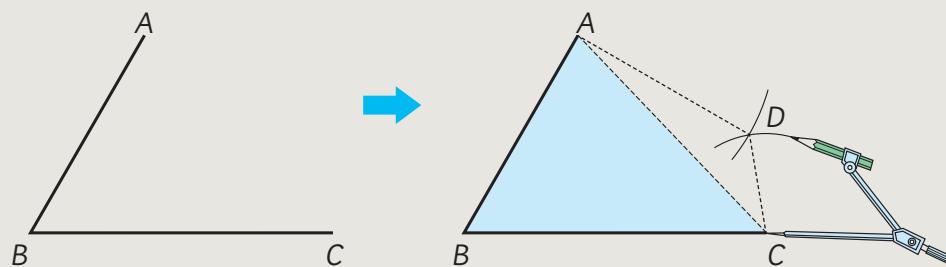
Idea de Juan

Usando un transportador, copié los ángulos en A y en C , y usando una regla encontré el punto D en la intersección de los lados faltantes.



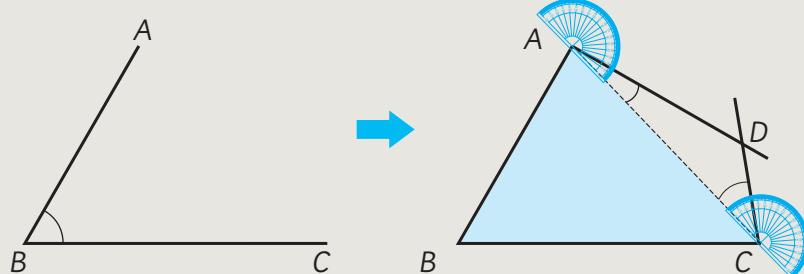
Idea de Sofía

Copié los lados \overline{AD} y \overline{CD} usando un compás y encontré el punto D en la intersección de los arcos.



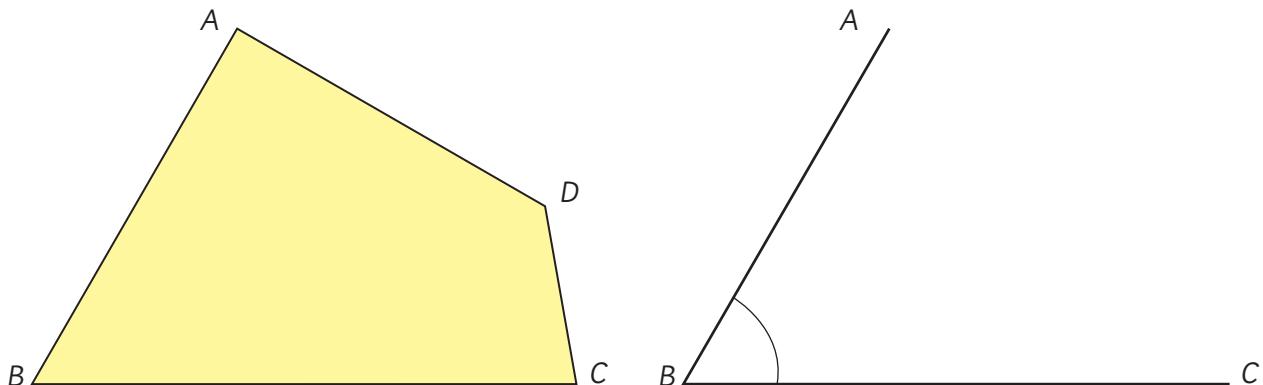
Idea de Gaspar

Usando un transportador, copié los ángulos en A y en C del triángulo ACD y encontré el vértice D en la intersección de los lados faltantes.



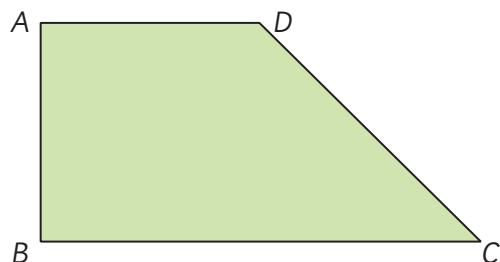
2

Dibuja un cuadrilátero congruente al cuadrilátero $ABCD$. Comprueba que los cuadriláteros sean congruentes.



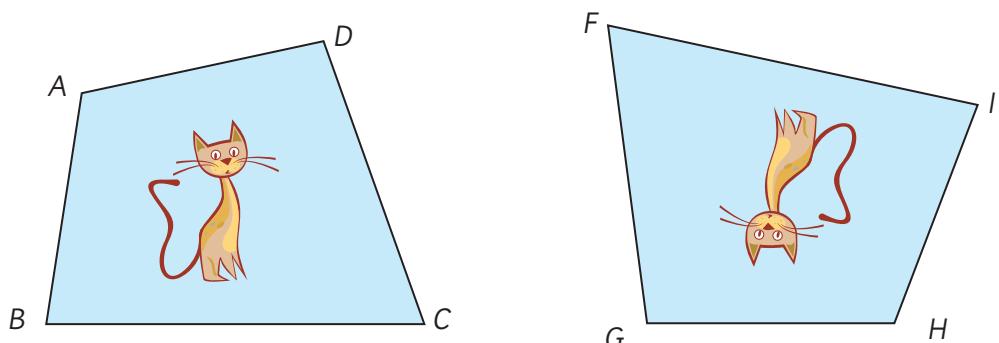
3

Dibuja un cuadrilátero congruente al cuadrilátero $ABCD$ usando la idea de Sofía o la de Gaspar.



4

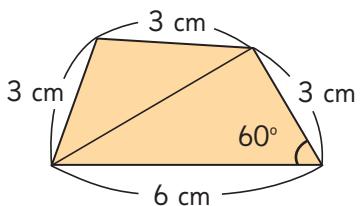
Los cuadriláteros $ABCD$ y $FGHI$ son congruentes.



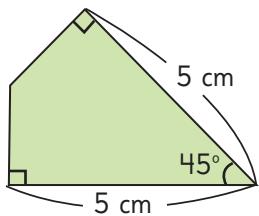
- El vértice correspondiente a A es H . Encuentra los demás vértices correspondientes.
- El lado correspondiente al lado \overline{CD} es el lado \overline{FG} . Encuentra los demás lados correspondientes.
- El ángulo correspondiente al ángulo en B es el ángulo en I . Encuentra los demás ángulos correspondientes.

Practica

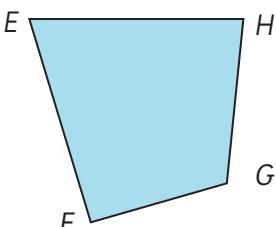
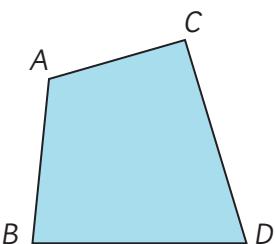
1 Usa compás, regla y transportador para dibujar un cuadrilátero congruente al siguiente.



2 Usa compás, regla y transportador para dibujar un cuadrilátero congruente al siguiente.



3 Estos cuadriláteros son congruentes.



- a)** ¿Cuál es el lado que se corresponde con el lado \overline{CD} ?
- b)** ¿Cuál es el lado que se corresponde con el lado \overline{FG} ?
- c)** ¿Cuál es el ángulo que se corresponde con el ángulo en B ?
- d)** ¿Cuál es el ángulo que se corresponde con el ángulo en F ?
- e)** ¿Cuál es el vértice que se corresponde con el vértice A ?
- f)** ¿Cuál es el vértice que se corresponde con el vértice G ?

Traslación, reflexión y rotación en el plano cartesiano



En esta máquina, para poder comprar el agua tengo que marcar C5 en la botonera.



Se usan dos coordenadas para describir una posición.



Sí, porque la botella de agua está en la columna C y la fila 5.



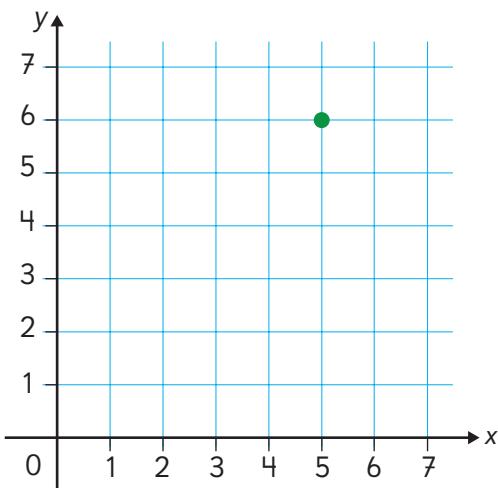
El plano cartesiano es un plano definido por dos rectas numéricas perpendiculares que se cortan en el cero. Permite describir la ubicación de puntos mediante dos números, cada uno asociado a una de las rectas numéricas.

1



Observemos el punto verde en el plano cartesiano.

¿Cómo podríamos describir su posición?



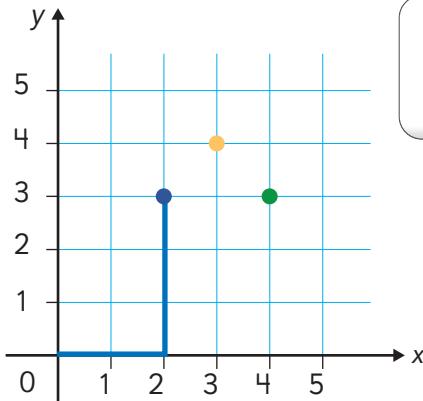
Se podría usar un número de cada recta numérica.



La recta numérica horizontal es x y la recta numérica vertical es y.

2

Observa cómo Sami describe la posición del punto azul mediante dos números, que son sus coordenadas. El primer número es la distancia horizontal y la segunda, la distancia vertical al cero.



Las coordenadas del punto azul son 2 y 3 y se representan como el par ordenado (2, 3).



a) ¿Cuál es el color del punto que está en (4, 3)?

b) ¿Cuál es el color del punto que está en (3, 4)?

3

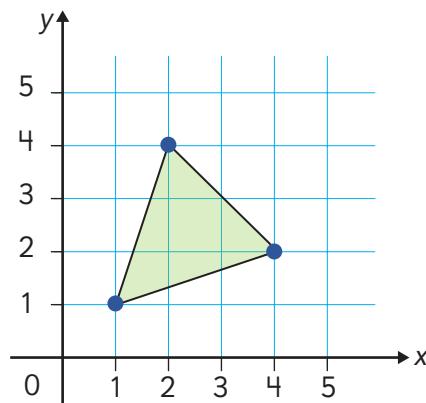
Observa el triángulo que dibujó Matías en el plano cartesiano.

a) Matías cree que las coordenadas de los vértices del triángulo son (2, 4), (1, 1) y (5, 2). ¿En qué vértice cometió un error?

b) ¿Cuáles son las coordenadas correctas de los vértices del triángulo que dibujó Matías?

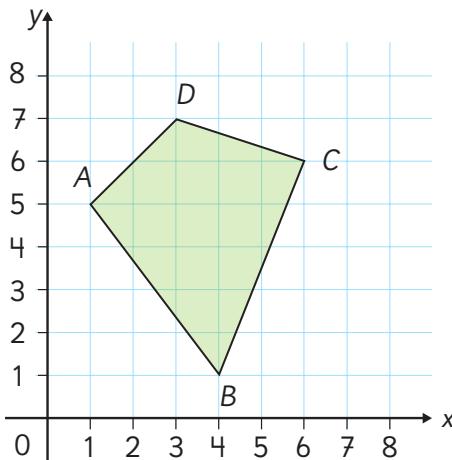
c) ¿De qué manera podrías dibujar un triángulo congruente al triángulo de Matías?

Piensa en instrucciones que permitan obtener un triángulo congruente.



Practica

1 Observa el cuadrilátero $ABCD$ en el plano cartesiano.



¿Cuáles son las coordenadas de cada vértice?

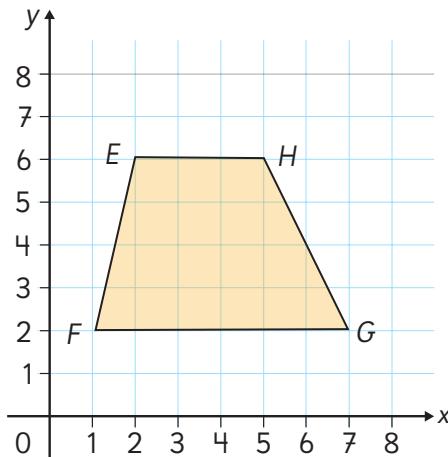
$$A(\quad , \quad)$$

$$C(\quad , \quad)$$

$$B(\quad , \quad)$$

$$D(\quad , \quad)$$

2 Observa el trapezio $EFGH$ en el plano cartesiano.



¿Cuáles son las coordenadas de cada vértice?

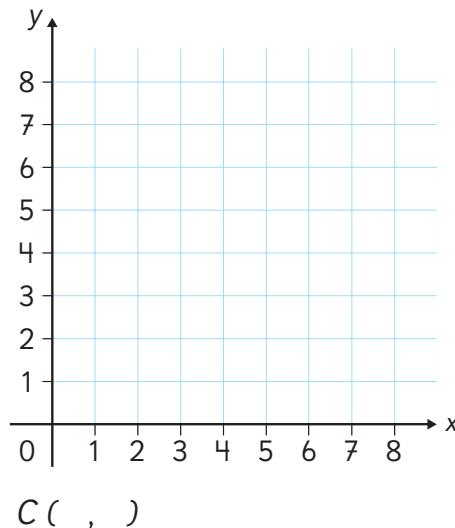
$$E(\quad , \quad)$$

$$G(\quad , \quad)$$

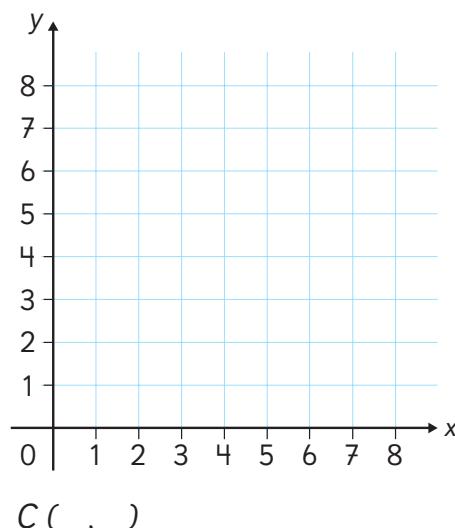
$$F(\quad , \quad)$$

$$H(\quad , \quad)$$

3 Los puntos $A(2, 7)$; $B(2, 3)$ y $D(5, 7)$ son vértices de un rectángulo. Dibuja el rectángulo y escribe las coordenadas del vértice C .



4 Los puntos $A(2, 4)$; $B(2, 8)$ y $D(6, 8)$ son vértices de un cuadrado. Dibuja el cuadrado y escribe las coordenadas del vértice C .



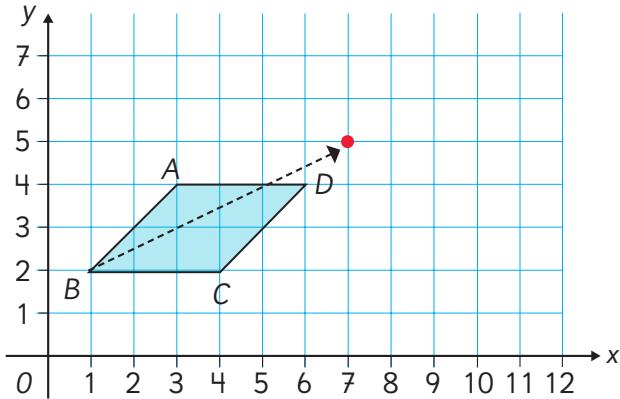
Traslación

1



Observa el paralelogramo $ABCD$ en el plano cartesiano. Ema quiere dibujar un paralelogramo congruente trasladando la figura $ABCD$ original de acuerdo a la flecha que dibujó. Las coordenadas del vértice correspondiente a B son $(7, 5)$.

- Dibuja en el plano la figura congruente al paralelogramo $ABCD$ de acuerdo a lo realizado por Ema.
- Identifica vértices, lados y ángulos que se correspondan en ambas figuras.
- Compara las medidas de los lados y de los ángulos correspondientes.
- ¿Cuáles son las coordenadas del paralelogramo trasladado?



En una **traslación**, la figura original y la trasladada son congruentes. Tienen la misma forma, tamaño y orientación.

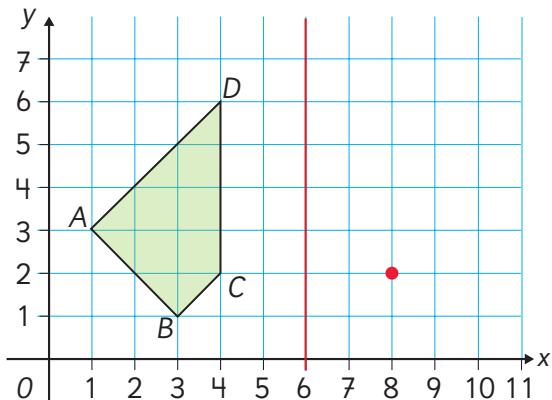
Reflexión

1



Observa el cuadrilátero $ABCD$ en el plano cartesiano. La línea roja es un eje de simetría respecto del que se debe reflejar el cuadrilátero. Las coordenadas del vértice correspondiente a C son $(8, 2)$.

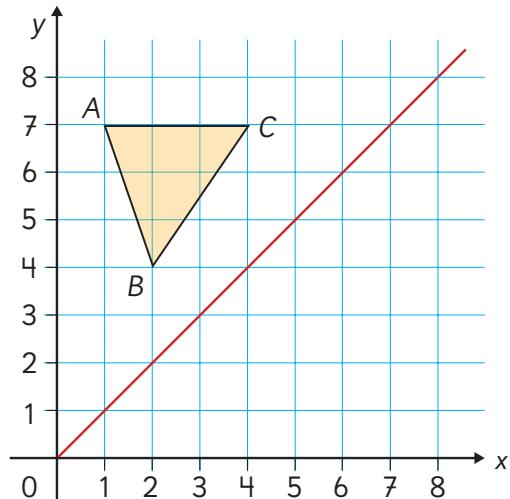
- Dibuja en el plano la figura congruente al cuadrilátero $ABCD$ según las instrucciones.
- Identifica vértices, lados y ángulos que se correspondan en ambas figuras.
- Compara las medidas de los lados y de los ángulos correspondientes.
- ¿Cuáles son las coordenadas del cuadrilátero reflejado?



2

Observa el triángulo ABC en el plano cartesiano. La línea roja corresponde a un eje de simetría.

- Dibuja el triángulo reflejado y escribe las coordenadas de sus vértices.
- ¿Qué ideas usaste para encontrar los vértices correspondientes?
- ¿Qué se puede concluir sobre el triángulo ABC y la figura reflejada?



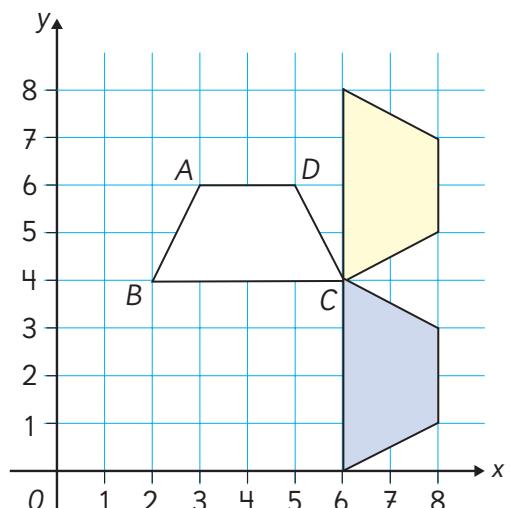
En una **reflexión**, la figura original y la reflejada son congruentes. Tienen la misma forma y tamaño, pero diferente orientación. Para superponerlas, hay que voltear una de ellas.

Rotación

1

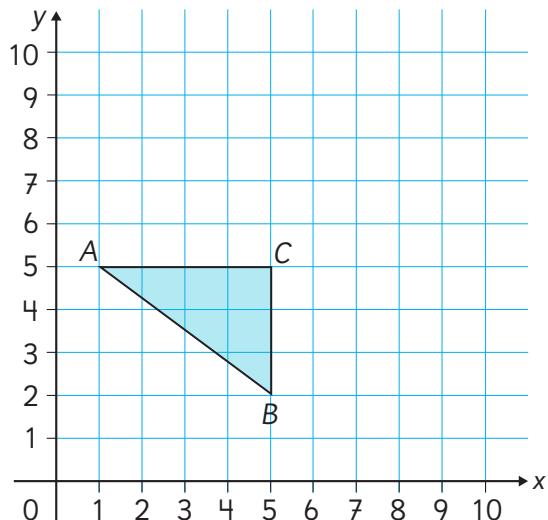
¿Cuál de las dos figuras coloreadas se obtuvo mediante una rotación del trapezio $ABCD$ en torno al vértice C ?

- ¿Cuál es la medida del ángulo en que se giró el lado \overline{BC} ?
- Indica la medida de los ángulos en que se giraron los otros lados.
- Compara las medidas de los lados y ángulos que se corresponden.
- ¿Qué se puede concluir sobre el trapezio $ABCD$ y la figura rotada?



2 Encuentra la figura que se obtiene al rotar el triángulo ABC en un ángulo de 180° en torno al vértice C . Dibújala en este plano cartesiano.

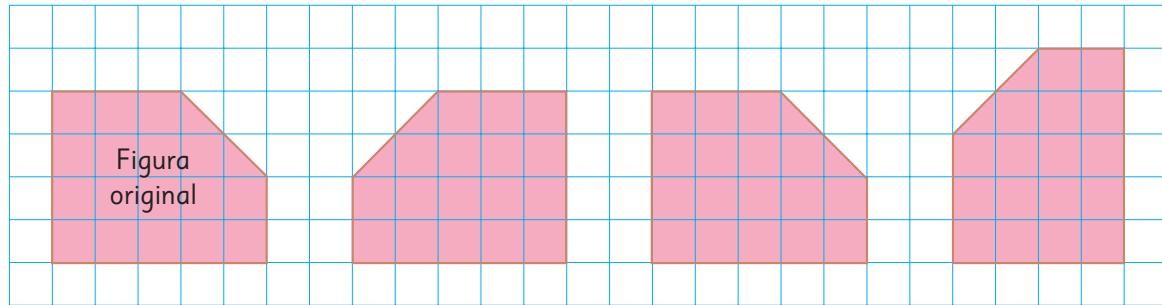
- a) Describe el recorrido de los vértices A y B hasta sus vértices correspondientes.
- b) Identifica vértices, lados y ángulos correspondientes en ambas figuras.
- c) ¿Son congruentes el triángulo ABC y la figura obtenida mediante la rotación en 180° ?
- d) ¿Cuáles son las coordenadas del triángulo rotado?



En una **rotación**, la figura original y la rotada son congruentes. Tienen la misma forma y tamaño, y la orientación de la imagen obtenida depende del ángulo de giro.

Ejercita

Identifica cuál es la figura que se obtuvo por traslación, por reflexión o por rotación de la figura original.



La traslación, la reflexión y la rotación son **transformaciones isométricas**. Cambian la posición y la orientación de una figura, manteniendo su forma y tamaño.

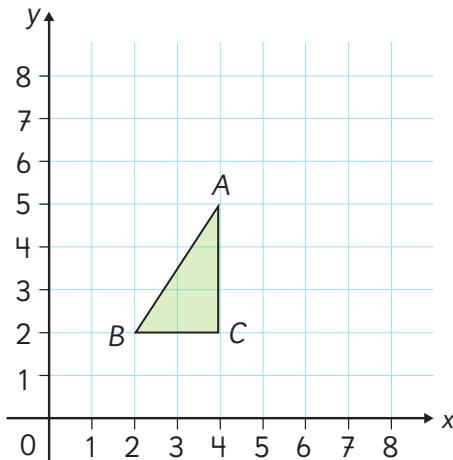
Iso significa igual y
métrica significa medida.



Practica

1 Se tiene el triángulo ABC en el plano cartesiano.

a) Escribe las coordenadas de los vértices A , B y C .



$$A(\quad , \quad)$$

$$B(\quad , \quad)$$

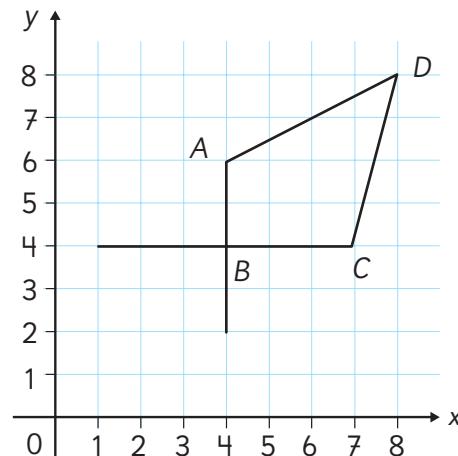
$$C(\quad , \quad)$$

b) Dibuja el triángulo ABC al rotarlo en 90° en sentido horario en torno al vértice C .

c) Escribe las coordenadas de los vértices que se corresponden con los vértices A y B .

2 El cuadrilátero $ABCD$ ha sido rotado en torno al vértice B , pero la figura rotada está incompleta.

Completa el dibujo de la imagen.



a) ¿Cuáles son las coordenadas del vértice que se corresponden con D ?

b) ¿Cuál es la medida del ángulo de rotación?

Ejercicios

1



Dibuja triángulos que cumplan las siguientes condiciones.

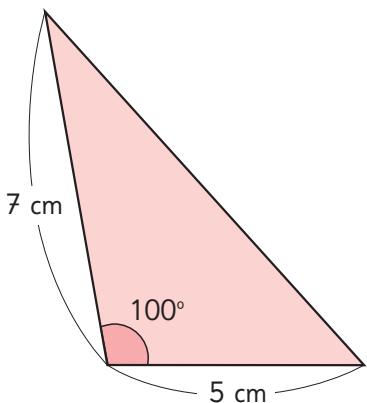
- Un triángulo con lados de 4 cm, 7 cm y 8 cm.
- Un triángulo con lados de 5 cm y 8 cm, y un ángulo de 75° entre ellos.
- Un triángulo con ángulos de 45° y 60° , y un lado de 6 cm entre ellos.

2

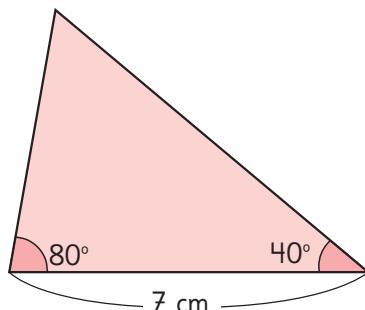


Dibuja triángulos congruentes a los siguientes.

a)



b)

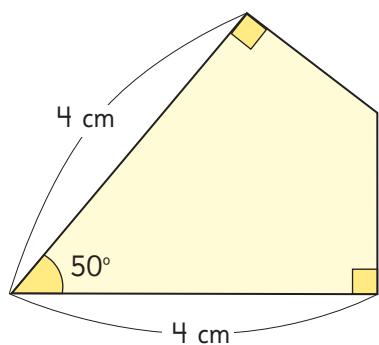


3

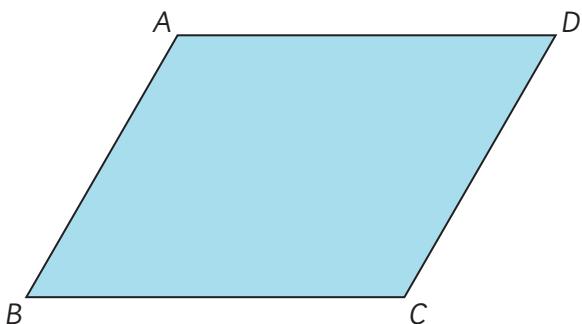


Dibuja cuadriláteros congruentes a los siguientes.

a)

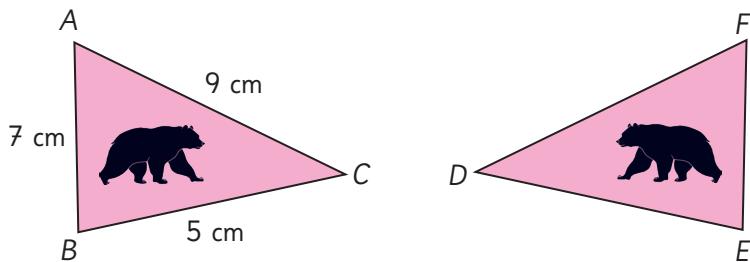


b)



4

Estos triángulos son congruentes.



a) ¿Qué transformación isométrica relaciona a los triángulos anteriores?

b) Escribe los vértices correspondientes.

- Vértice correspondiente al vértice A:
- Vértice correspondiente al vértice B:
- Vértice correspondiente al vértice C:

c) Escribe la longitud de los lados del triángulo DEF.

- Longitud del lado \overline{DE} :
- Longitud del lado \overline{EF} :
- Longitud del lado \overline{FD} :

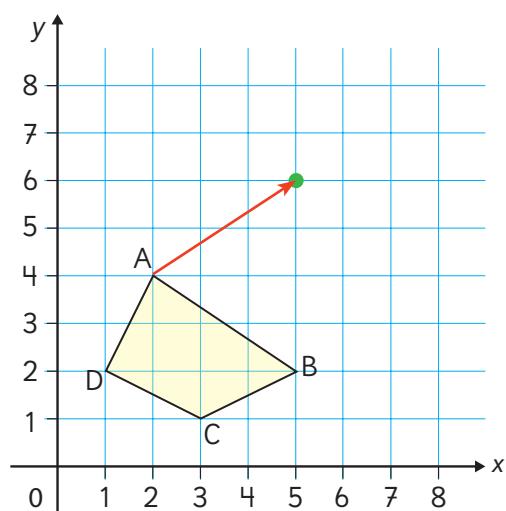
5

Dibuja la figura congruente al cuadrilátero ABCD que se encuentra aplicando la traslación definida por la flecha roja.

a) ¿Cuáles son las coordenadas de los vértices correspondientes al cuadrilátero ABCD?

- Vértice correspondiente al vértice A:
- Vértice correspondiente al vértice B:
- Vértice correspondiente al vértice C:
- Vértice correspondiente al vértice D:

b) Si el perímetro del cuadrilátero ABCD es P , ¿cuál es el perímetro de la figura trasladada?

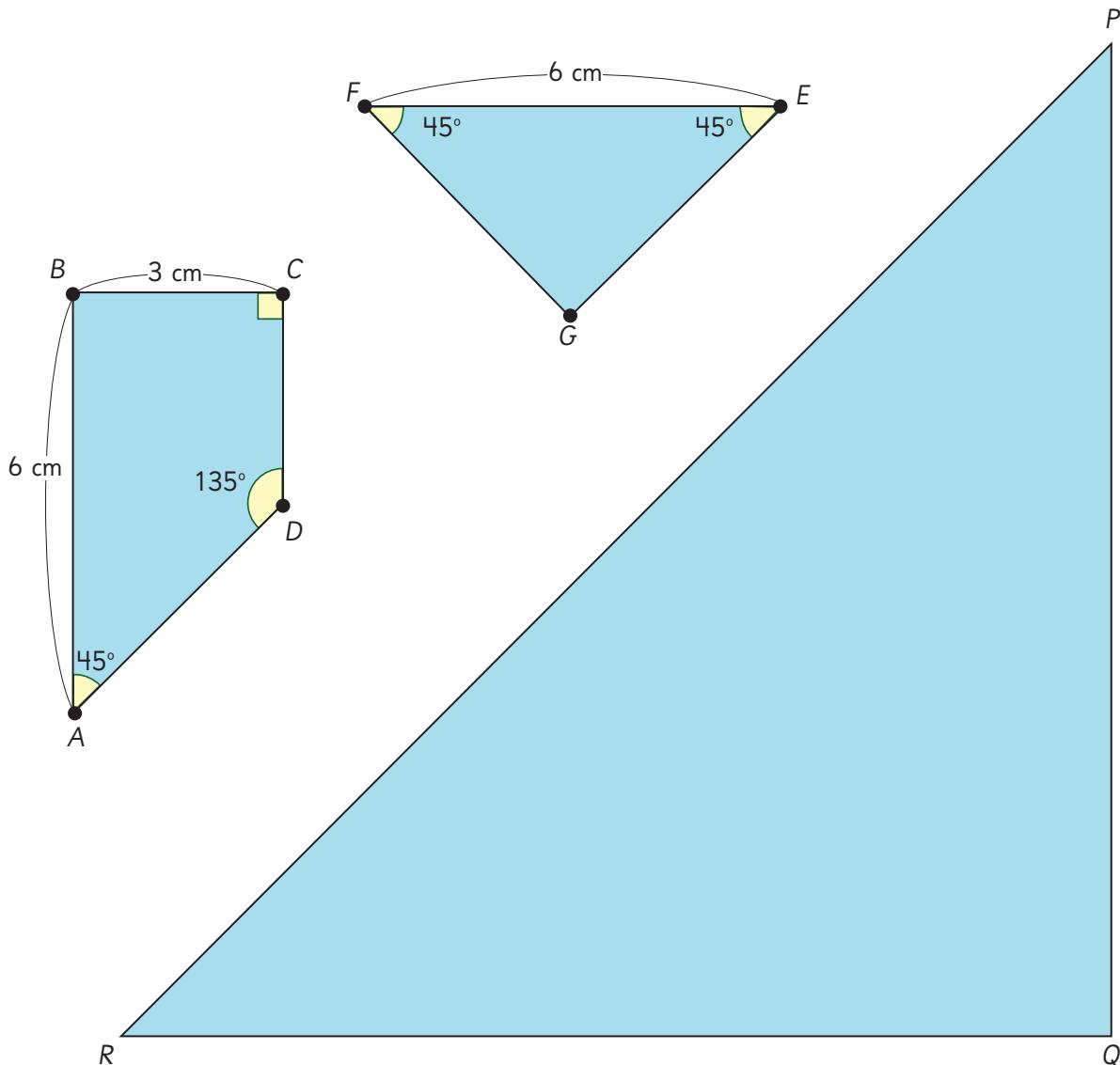


Problemas

1 En esta imagen se han identificado las piezas de un tangrama.

Usando las medidas que se indican, dibuja el cuadrilátero $ABCD$ y el triángulo EFG . Piensa con cuántas de estas piezas puedes cubrir el triángulo PQR .

¿De cuántas maneras se puede cubrir el triángulo PQR ?



2 En un cuadrado en el plano cartesiano, las coordenadas de uno de sus vértices son $(4, 4)$ y las de otro vértice son $(6, 6)$.

a) Dibuja el cuadrado en un plano cartesiano.

b) ¿Cuántos cuadrados puedes dibujar? ¿Cuáles son las coordenadas de sus vértices?