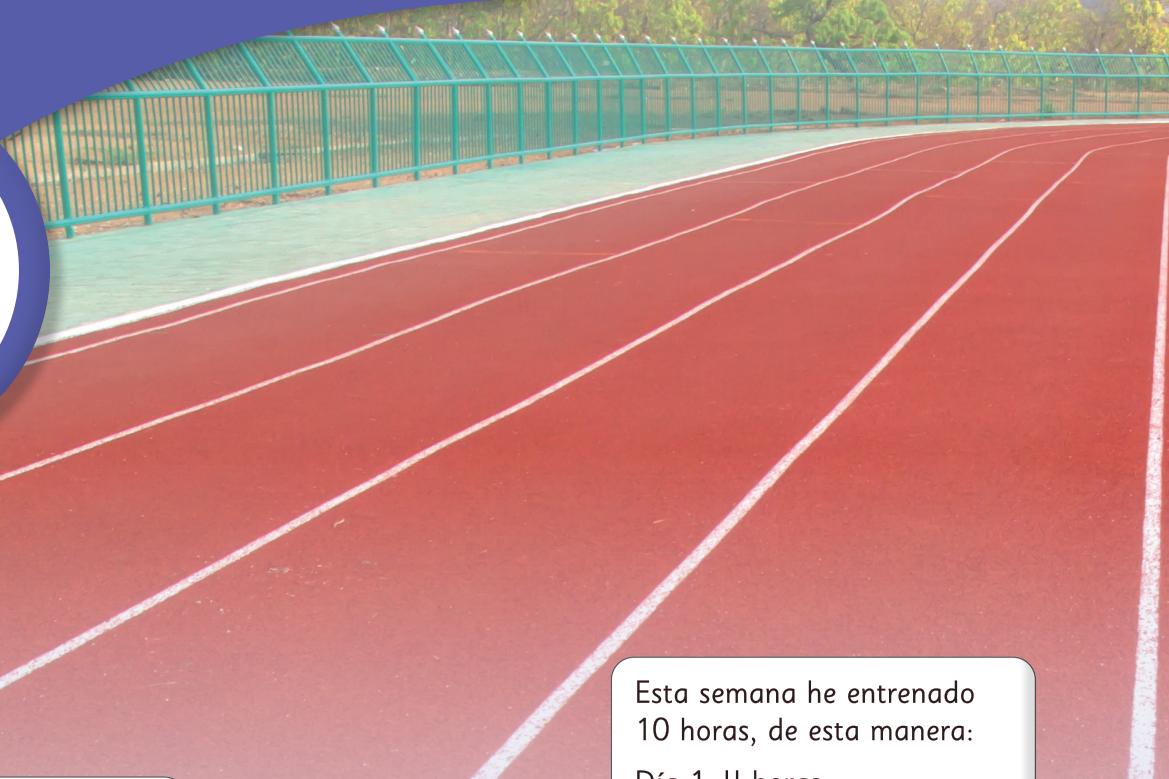


UNIDAD
3



¡El próximo sábado es el Campeonato Interescolar de Atletismo! Competiré en los 100 m planos y he entrenado casi todos los días durante un año!



Sofía



Sami

Esta semana he entrenado 10 horas, de esta manera:

Día 1: 4 horas

Día 2: 2 horas

Día 3: 3 horas

Día 4: 1 hora



Ema

Yo también competiré en esa carrera, pero no he podido entrenar...



¿Quién crees que tiene más posibilidades de ganar:
Sami, Sofía o Ema?, ¿por qué?

Si la próxima semana Ema quiere entrenar 10 horas en total, pero de lunes a viernes, y entrenando cada día la misma cantidad de horas, ¿cuántas horas diarias debe entrenar?



Juan



¿Cómo son las líneas marcadas en la pista?



Matías

Competiré en 2 carreras de 100 m planos
y en una de 200 m planos.
¿Cuántos metros recorreré en total?



Gaspar

En esta unidad aprenderás a:

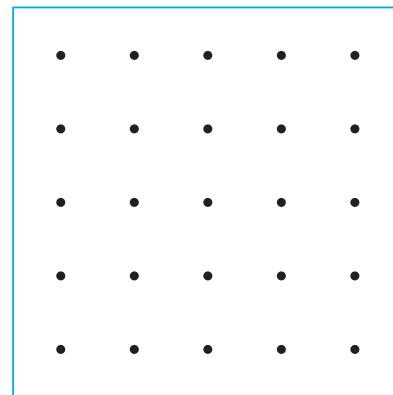
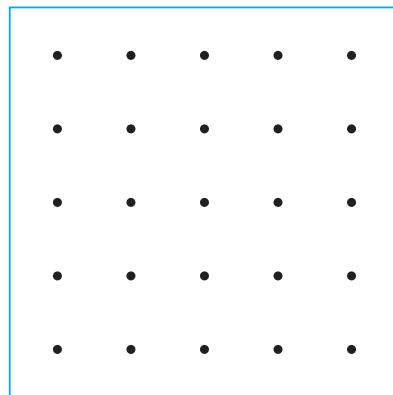
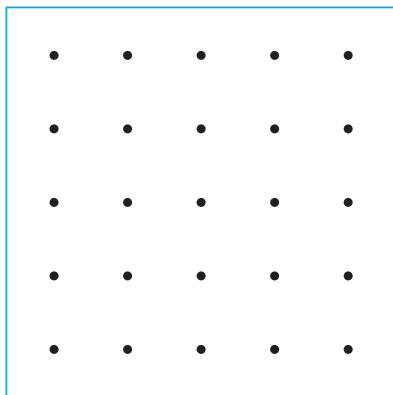
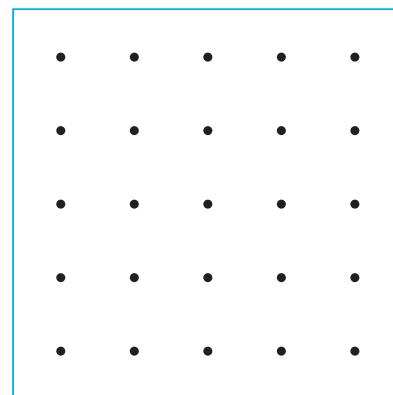
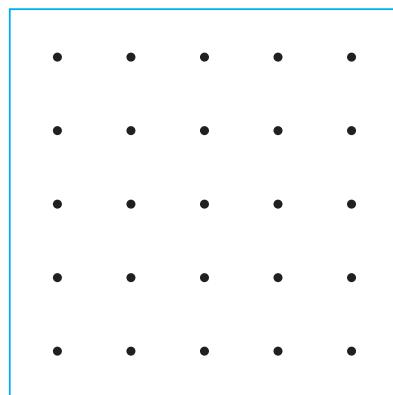
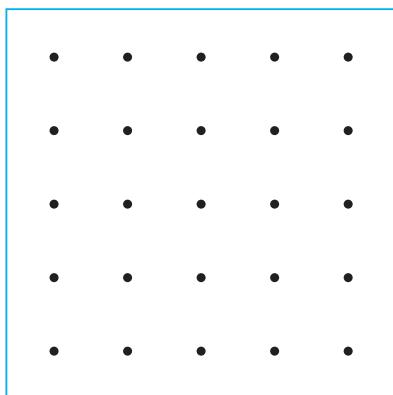
- Identificar lados paralelos y perpendiculares en figuras geométricas.
- Identificar aristas y caras paralelas y perpendiculares en cuerpos geométricos.
- Describir la posibilidad de ocurrencia de un evento usando los términos seguro, posible, poco posible e imposible.
- Resolver problemas con las cuatro operaciones combinadas.
- Calcular el promedio de datos e interpretarlo en su contexto.

Paralelismo y perpendicularidad en figuras y cuerpos geométricos

1

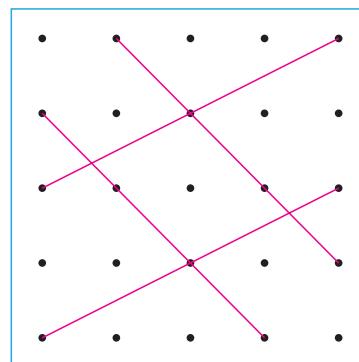
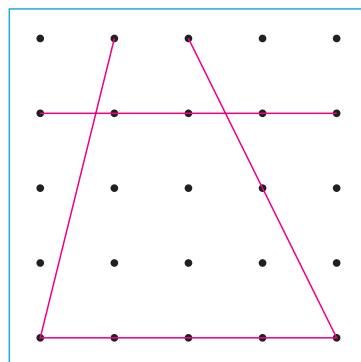
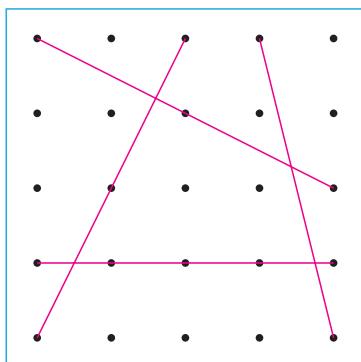


En cada uno de estos recuadros dibuja un cuadrilátero diferente uniendo los puntos con cuatro líneas rectas. Usa una regla.



a) Clasifica las figuras que dibujaste.

b) Compáralas con las siguientes:



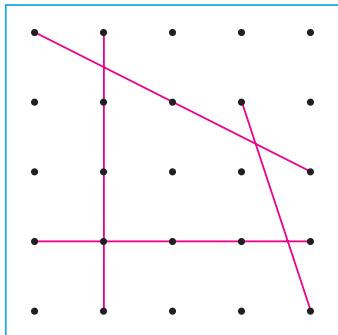
2

Observa los siguientes cuadriláteros que hicieron en el curso de Sami.

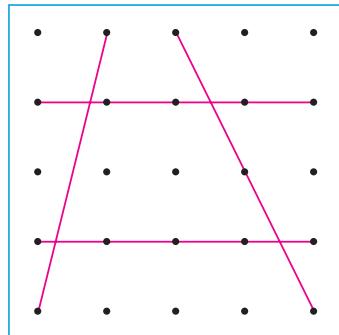
a) ¿En qué se parecen a los que hiciste?

b) ¿En qué se diferencian?

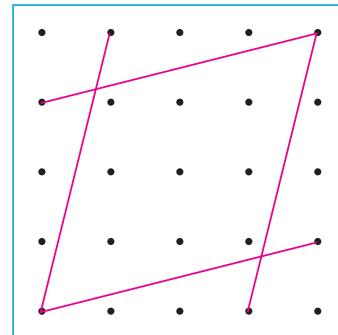
(A)



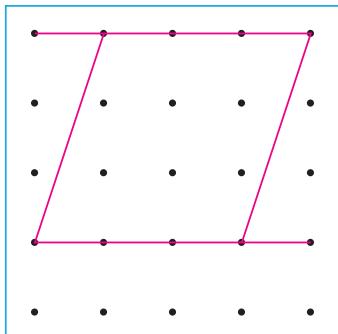
(B)



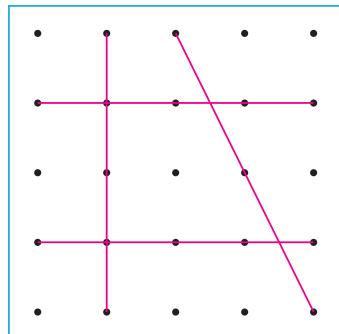
(C)



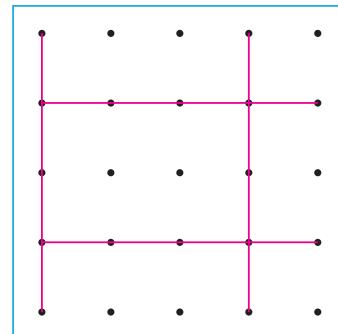
(D)



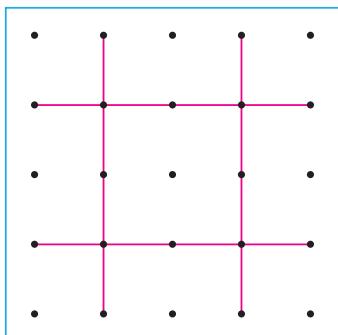
(E)



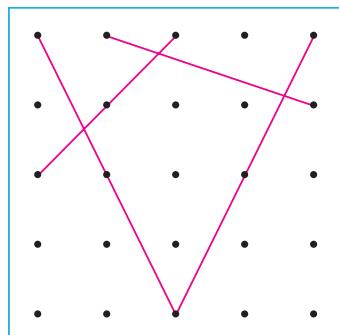
(F)



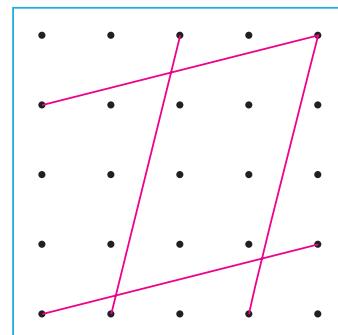
(G)



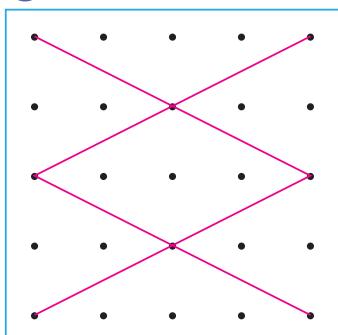
(H)



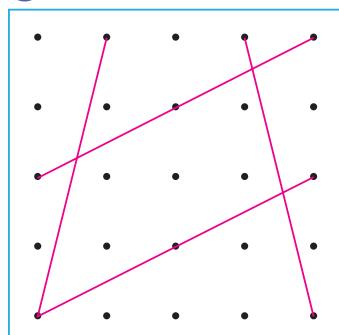
(I)



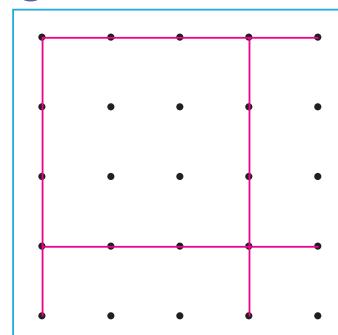
(J)



(K)



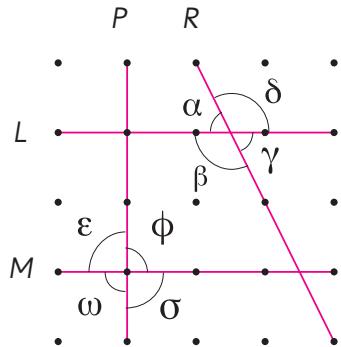
(L)



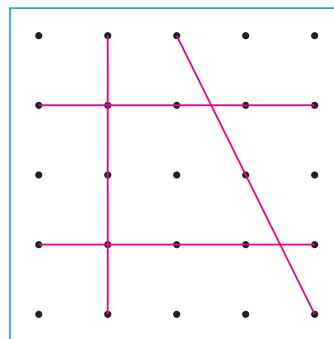
Líneas rectas perpendiculares

- 1 Exploraremos el cuadrilátero E de la página anterior.

Identifiquemos las líneas rectas y los ángulos.



- a) ¿Qué ángulos se forman cuando se cortan las líneas rectas L y R ?
Mide los ángulos α , β , γ y δ , usando un transportador.
- b) ¿Qué ángulos se forman cuando se cortan las líneas rectas M y P ?
Mide los ángulos ϵ , ω , σ y ϕ , usando un transportador.



Las líneas rectas se pueden nombrar usando una letra mayúscula.

Los ángulos se pueden nombrar usando letras griegas. Sus nombres son:

α : alfa	δ : delta	σ : sigma
β : beta	ϵ : épsilon	ω : omega
γ : gamma	ϕ : fi	

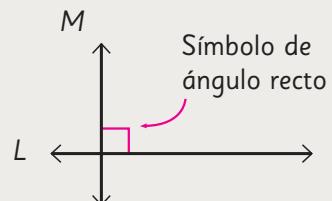


A las líneas rectas les podemos llamar rectas.

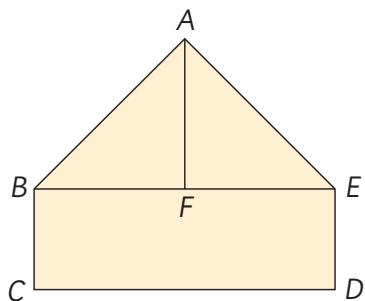


Dos rectas M y L son **perpendiculares** si se intersectan en un ángulo recto.

M y L son perpendiculares se escribe $M \perp L$.



- 2 ¿Cuántos pares de segmentos perpendiculares hay en esta figura?
Comprueba midiendo los ángulos. Usa una escuadra o un transportador.



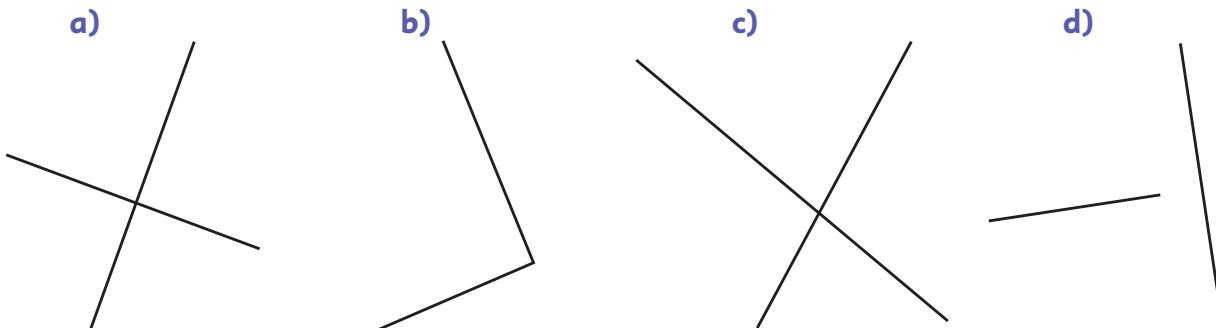
Un **segmento** es una línea recta que tiene un punto de inicio y uno de término. Los lados rectos entre dos vértices de una figura son segmentos. En este caso AB es un segmento y se escribe \overline{AB} .





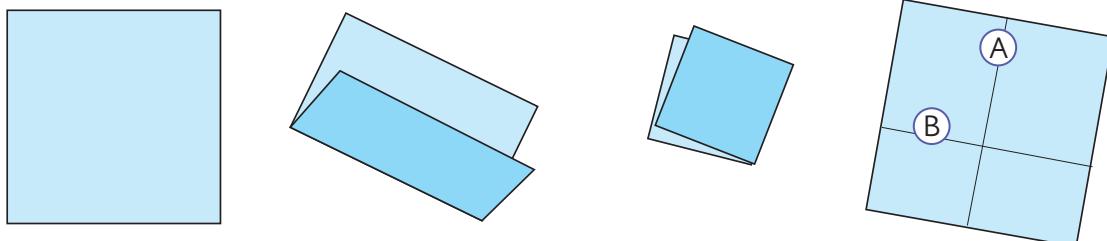
Una recta se puede extender para verificar si es perpendicular con otra recta.

- 3** ¿Cuáles rectas son perpendiculares? Comprueba midiendo con un transportador o una escuadra.



- 4** Identifica los cuadriláteros de la página 11 que tengan pares de lados perpendiculares.

- 5** Dobra un papel para hacer rectas perpendiculares como A y B.



Encontremos rectas perpendiculares

Usando el papel doblado de la actividad anterior o una escuadra, encuentra rectas perpendiculares en tu entorno.



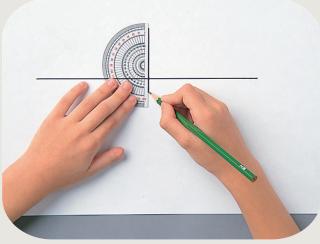
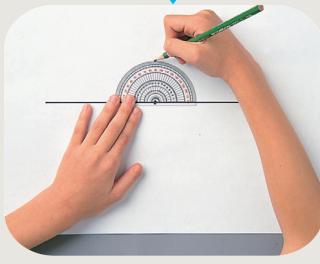
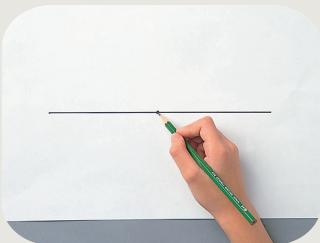
6

Dibuja rectas perpendiculares usando la estrategia de cada estudiante.



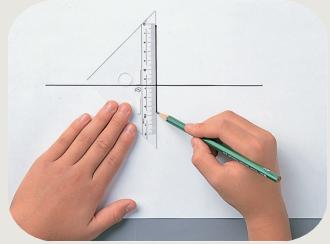
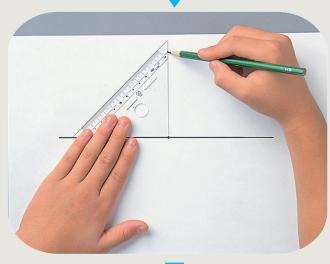
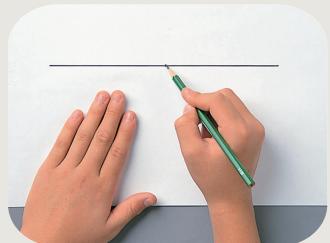
Idea de Matías

Uso un transportador para dibujar un ángulo recto y las rectas perpendiculares.



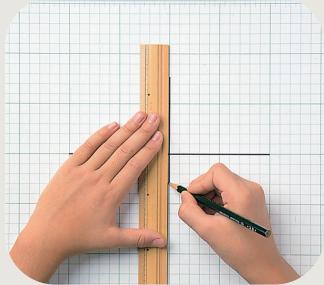
Idea de Ema

Uso una escuadra para dibujar un ángulo recto y las rectas perpendiculares.



Idea de Sami

Uso las líneas del papel cuadriculado.



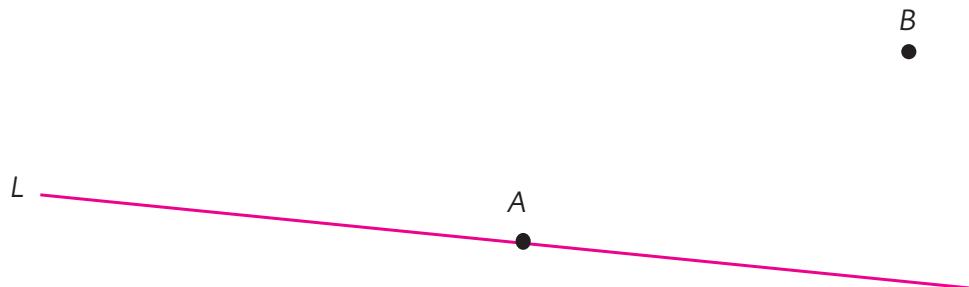
Cada estudiante usa un instrumento diferente.



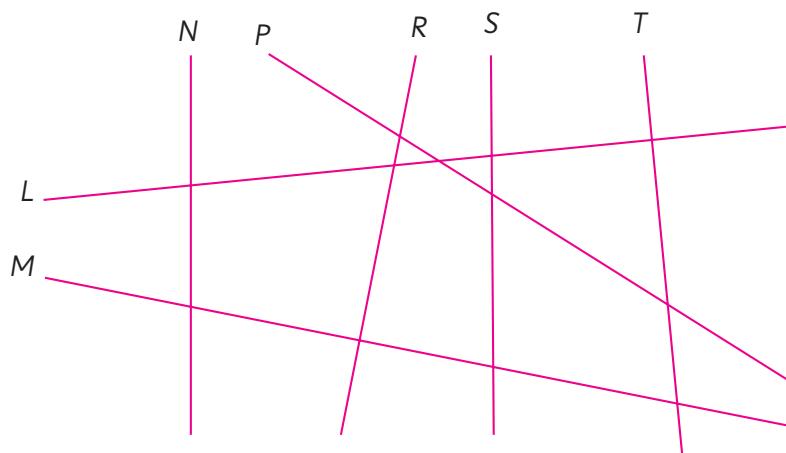
7

Dibuja una recta que:

- pase por el punto A y sea perpendicular a la recta L .
- pase por el punto B y sea perpendicular a la recta L .

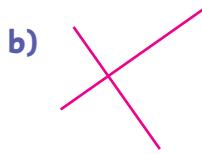


¿Qué pares de rectas son perpendiculares?
Comprueba usando una escuadra o transportador.



Practica

- 1 Encierra los pares de rectas que son perpendiculares. Comprueba tu respuesta usando cualquier instrumento ya usado.

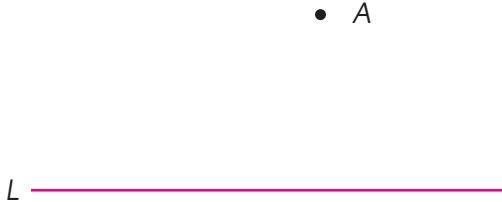


- 2 Dibuja en cada caso una recta perpendicular a L y que pase por el punto A .

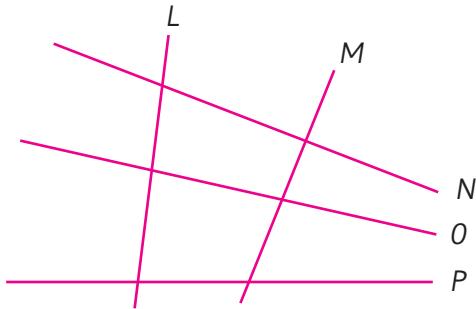
a)



b)

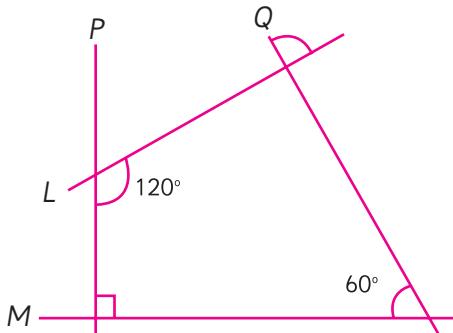


- 3 En la siguiente figura, ¿qué pares de rectas son perpendiculares?



Respuesta:

- 4 Observa la figura y deduce si los pares de rectas indicados son perpendiculares. Responde V si es verdadero o F si es falso.



a) $P \perp Q$

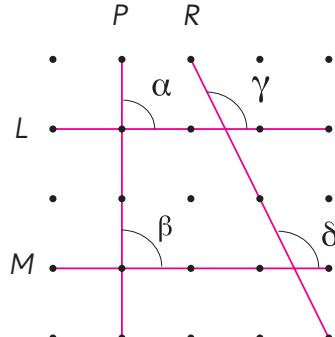
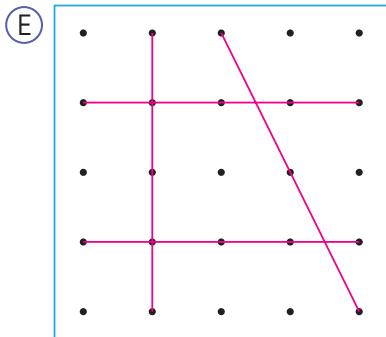
b) $M \perp Q$

c) $L \perp M$

d) $M \perp P$

Líneas rectas paralelas

- Sigamos explorando el cuadrilátero E de la página 11.

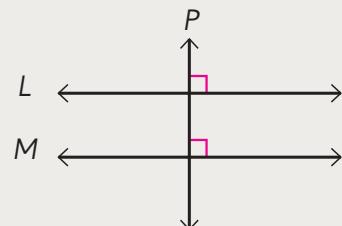


- ¿Qué ángulos se forman cuando se cortan las rectas L y M con la recta P ?



Dos rectas L y M son **paralelas** cuando una tercera recta las interseca, formando ángulos rectos.

L y M son paralelas, se escribe $L \parallel M$.

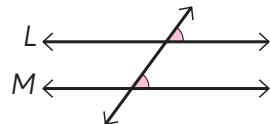


- Mide los ángulos γ y δ , con un transportador. Compara sus medidas.



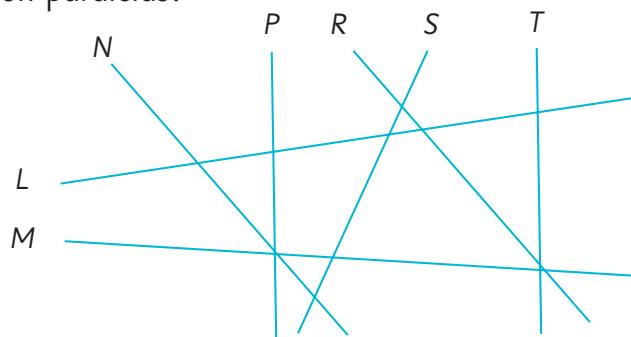
Cuando una recta intersecta a dos rectas L y M , formando los mismos ángulos entre ellas, las rectas L y M son paralelas.

Si una recta intersecta a dos rectas paralelas, los ángulos entre ellas son iguales.

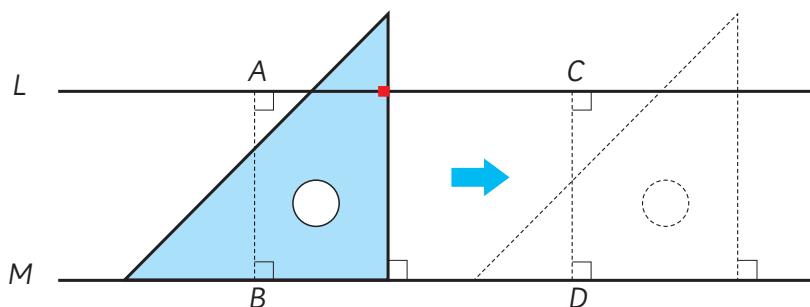


Ejercita

- ¿Qué pares de rectas son paralelas?



- 2** En esta figura se cumple que $L \parallel M$.



- Compara la distancia entre los puntos A y B y la distancia entre los puntos C y D .
- Al extender las rectas L y M , ¿se intersectan?
- La escuadra puesta en M intersecta a L en la marca roja.
Al deslizar la escuadra sobre M , ¿qué pasa con la marca?



La distancia entre dos rectas paralelas es igual en cualquier punto.

Dos rectas paralelas nunca se intersectan, por mucho que se extiendan.

- 3** Identifica los cuadriláteros de la página 11 que tengan pares de lados paralelos.

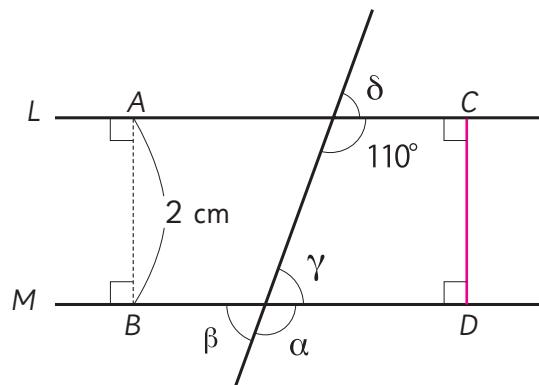
¿Es necesario usar la escuadra para identificar los pares de lados paralelos?
Explica a tus compañeros.



Ejercita

Las rectas L y M son paralelas.

- Encuentra las medidas de los ángulos α , β , γ y δ .
- Encuentra la medida de \overline{CD} .



4 Dibuja rectas paralelas a la recta L .

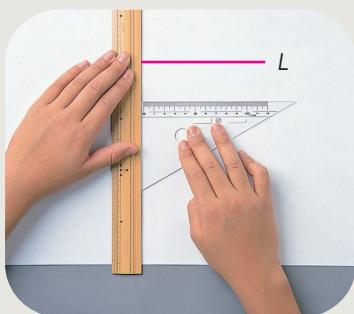
L _____

Compara tu estrategia con las ideas de Juan y Sofía.



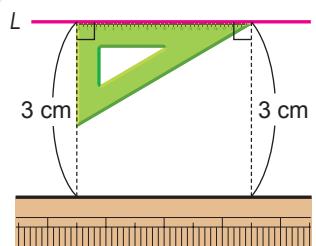
Idea de Juan

Primero hice coincidir los bordes de la escuadra con la recta L y la regla, y luego arrastré la escuadra.

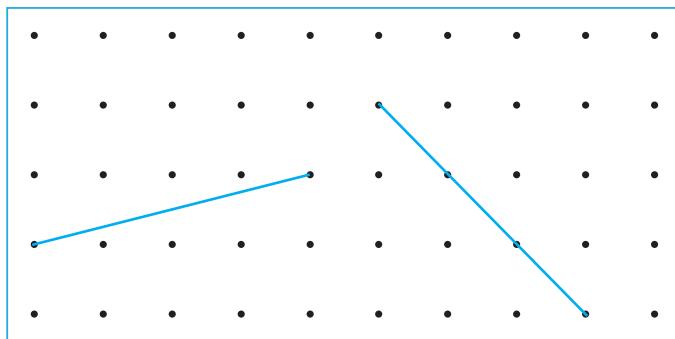


Idea de Sofía

Dibujé dos segmentos de igual longitud perpendiculares a la recta L , usando la escuadra.



5 Dibuja rectas paralelas a las siguientes, conectando puntos.



Ejercita

Dibuja rectas con las siguientes condiciones:

- Dibuja una recta que pase por el punto A y que sea paralela a la recta L .
- Dibuja dos rectas que sean paralelas a la recta L y que estén separadas por 2 cm.

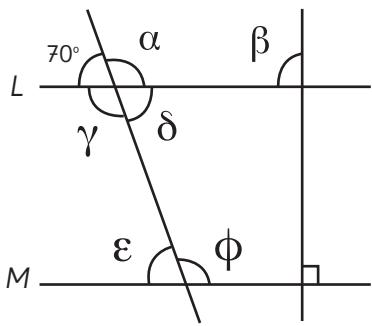
A

L _____

Practica

- 1 Observa la figura y responde.

La recta L es paralela a la recta M .



- a) ¿Cuál es la medida de los ángulos?

$$\alpha = \boxed{}$$

$$\beta = \boxed{}$$

$$\gamma = \boxed{}$$

$$\delta = \boxed{}$$

$$\epsilon = \boxed{}$$

$$\phi = \boxed{}$$

- b) ¿Qué sucedería si extendieras las rectas L y M más allá de la hoja del libro? Explica.

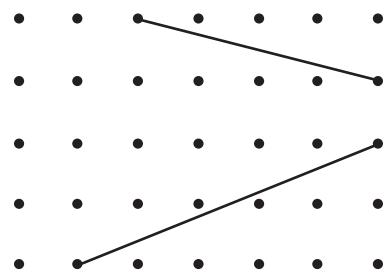
Respuesta:

- 2 Utilizando la escuadra, dibuja una recta que sea paralela a la recta L y que pase por el punto A .

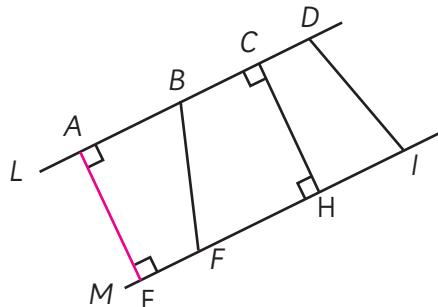
• A



- 3 Dibuja una recta paralela a cada una de estas rectas, conectando los puntos.



- 4 En esta figura, la recta L y la recta M son paralelas. ¿Qué segmento tiene la misma longitud que \overline{AE} ?



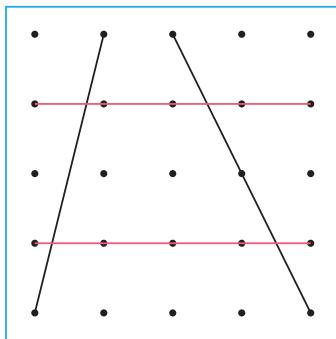
Respuesta:

Rectas paralelas y perpendiculares en figuras geométricas

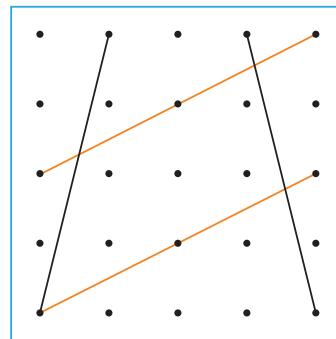
Trapecios

- 1 Verifica si las rectas del mismo color son paralelas en los cuadriláteros **(B)** y **(K)** de la página 11.

(B)



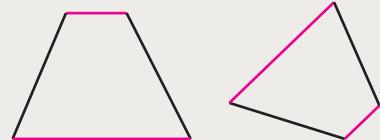
(K)



- 2 ¿Qué otros cuadriláteros de la página 11 tienen un par de lados paralelos?



Un cuadrilátero que tiene un par de lados paralelos se llama **trapecio**.



- 3 Busca trapecios en tu entorno.



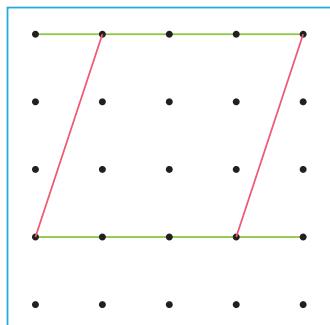
- 4 Usa un par de rectas paralelas para dibujar un trapecio.



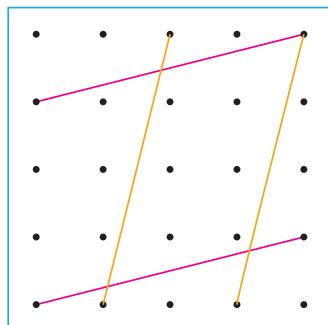
Paralelogramos

- 5 Verifica si las rectas del mismo color son paralelas en los cuadriláteros D e I de la página 11.

D



I



- 6 ¿Qué otros cuadriláteros de la página 11 tienen dos pares de lados paralelos?



Un cuadrilátero que tiene dos pares de lados paralelos se llama **paralelogramo**.

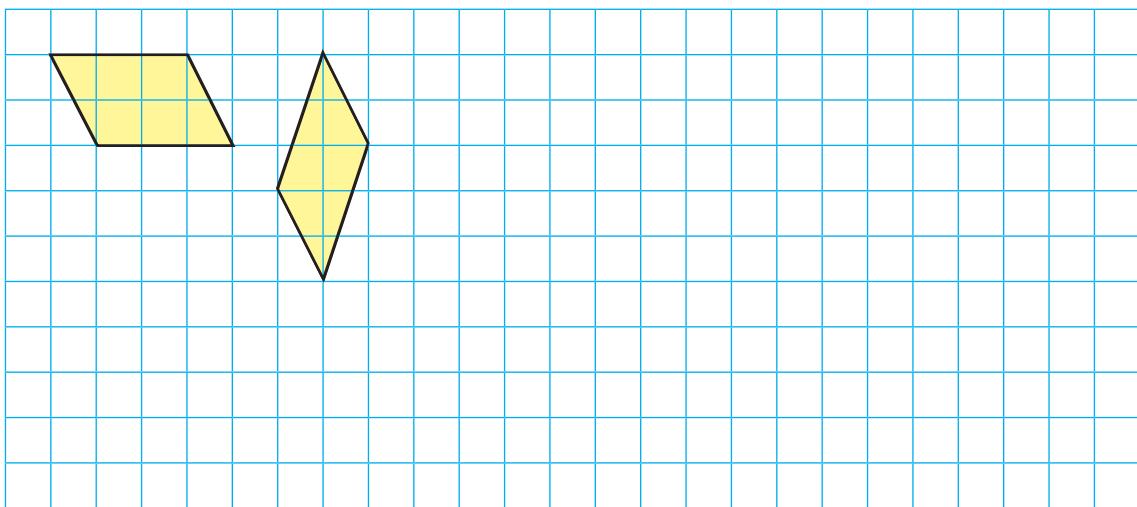


- 7 Busca paralelogramos en tu entorno.

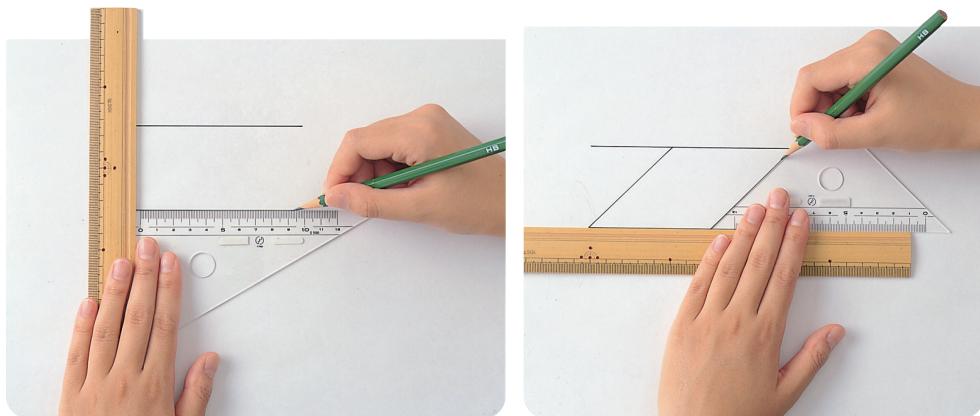


Ejercita

Usa este cuadriculado para dibujar paralelogramos.



- 8 Usa una regla y una escuadra para dibujar distintos paralelogramos.

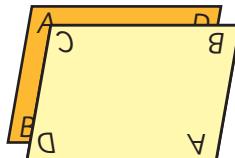
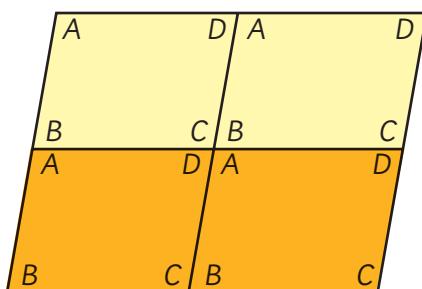


Hazlo en un
papel en blanco.

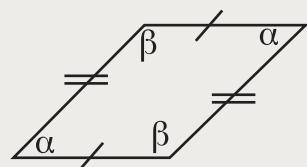


- 9 Vamos a confirmar las propiedades de los paralelogramos usando el **Recortable 1**.

- a) Comprueba que la longitud de los lados opuestos es la misma.
b) Comprueba que la medida de los ángulos opuestos es la misma.



En un paralelogramo, los lados opuestos tienen la misma longitud y los ángulos opuestos son de igual medida.

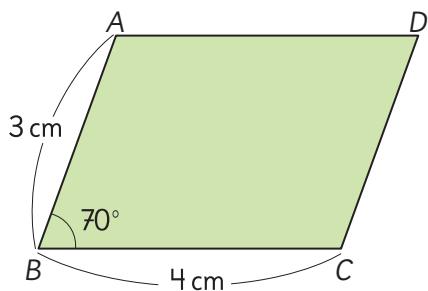
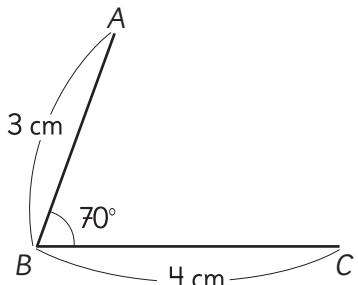


- 10 ¿Cuál es la suma de dos ángulos consecutivos en un paralelogramo?

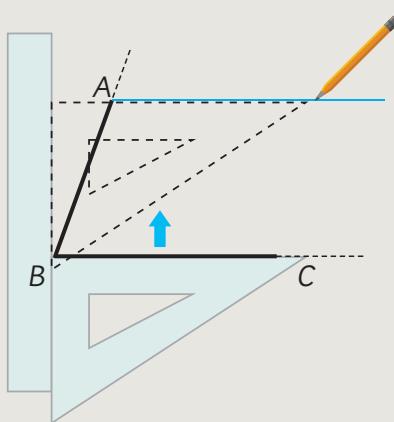


- 11** Piensa en cómo dibujar un paralelogramo como el que se muestra a continuación.
Lee y explica las ideas de Sofía y Gaspar.

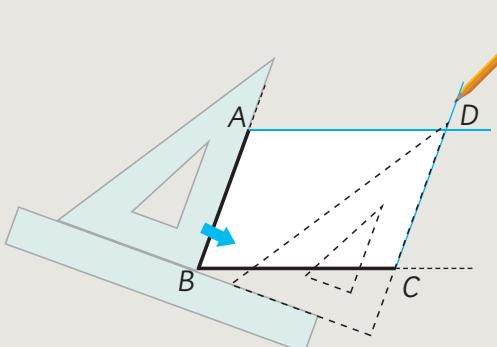
¿Cómo podemos determinar la ubicación del punto D?



Idea de Sofía



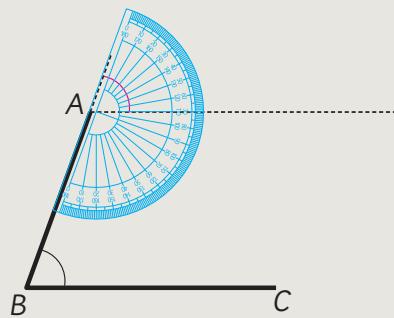
Ubique la escuadra en \overline{BC} , la deslicé hasta A y dibujé una línea.



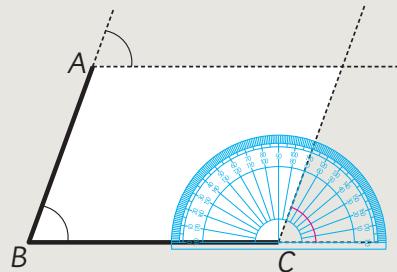
Luego, ubique la escuadra en \overline{AB} , la deslicé hasta C y dibujé otra línea.



Idea de Gaspar



Copié la medida del ángulo que está en B en A.

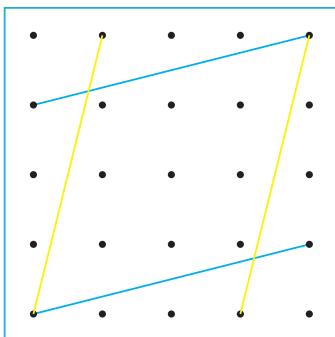


Después copié la medida del ángulo que está en B en C.

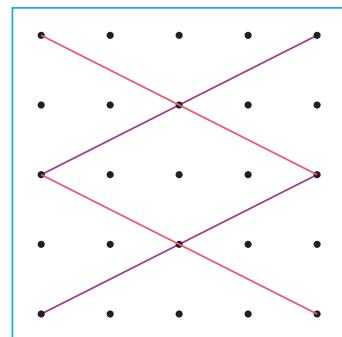
Rombos

- 12 Verifica si las líneas del mismo color son paralelas en los cuadriláteros C y J de la página 11.

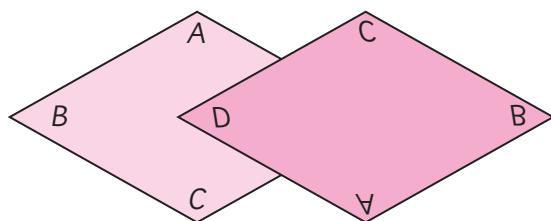
C



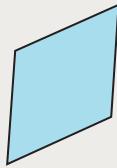
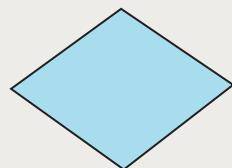
J



- 13 Usando los rombos idénticos del Recortable 1, compara las longitudes de sus lados y los tamaños de sus ángulos.



Un cuadrilátero con cuatro lados de igual medida se llama **rombo**.



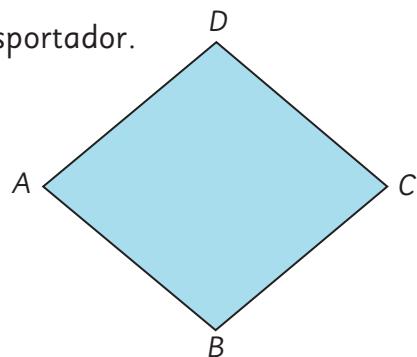
- 14 ¿Qué otros cuadriláteros de la página 11 son rombos?



Utiliza la regla y la escuadra para buscar los lados paralelos.

15 Verifica las características de este rombo. Puedes usar transportador.

a) ¿Cómo es la medida de los ángulos opuestos?

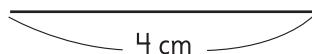
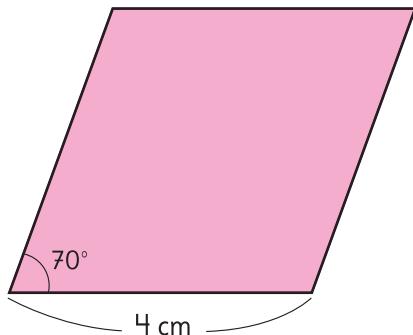


b) ¿Son los lados opuestos paralelos?



En un rombo, los ángulos opuestos tienen igual medida y los lados opuestos son paralelos.

16 Piensa en cómo dibujar este rombo usando solo regla y transportador.



Encontremos rombos en nuestro entorno

Busca rombos en tu entorno.



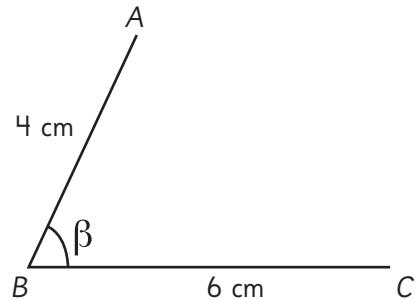
Relaciones entre cuadriláteros

17



Dibuja paralelogramos de lados 4 cm y 6 cm y las siguientes condiciones:

- a) El ángulo β de 80° o 120° .
- b) El ángulo β de 90° . ¿Qué cuadrilátero es este?

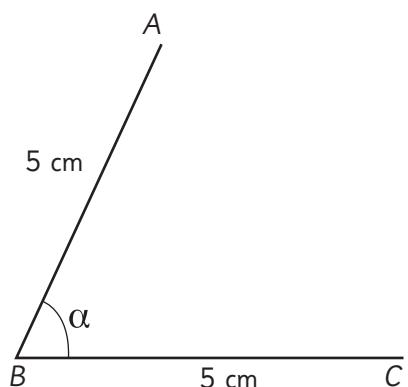


18



Dibuja rombos de lados 5 cm y las siguientes condiciones:

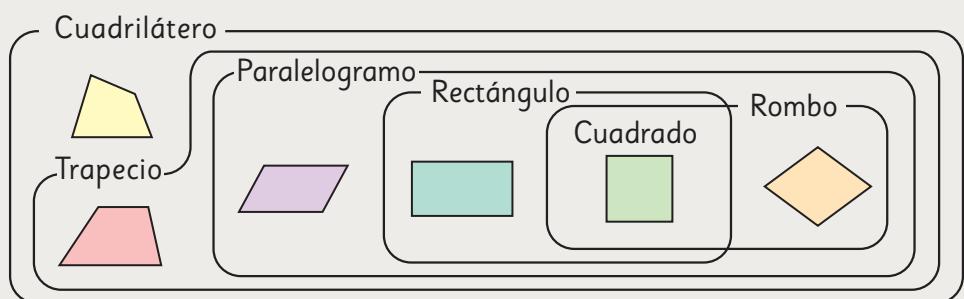
- a) El ángulo α de 60° .
- b) El ángulo α de 120° .
- c) El ángulo α de 90° . ¿Qué cuadrilátero es este?



¿Cuánto miden los otros tres ángulos?



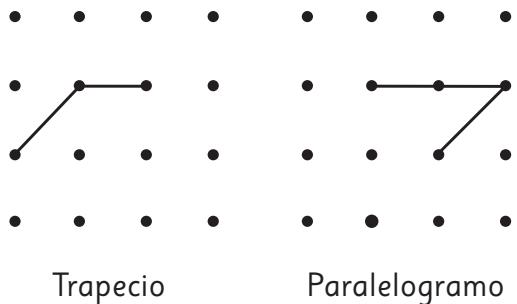
Este diagrama representa la relación entre los cuadriláteros.



- ¿Qué conclusiones puedes obtener a partir de este diagrama?

Practica

- 1 Conecta los puntos para formar un trapezio y un paralelogramo.



Trapecio

Paralelogramo

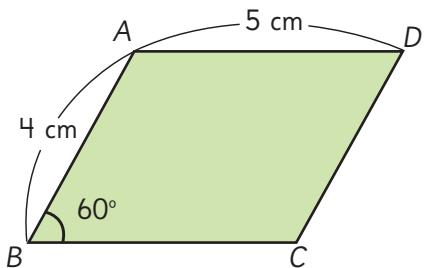
- 2 Escribe los nombres de los cuadriláteros correspondientes.

- a) Un cuadrilátero que tiene un par de lados paralelos es:

- b) Un cuadrilátero que tiene dos pares de lados paralelos es:

- c) Un cuadrilátero con todos sus lados de igual longitud es:

- 3 Observa el siguiente paralelogramo.

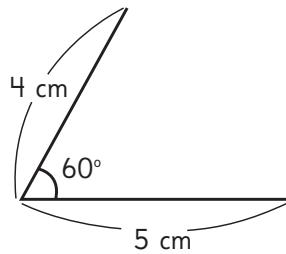


- a) ¿Cuántos centímetros mide el lado \overline{BC} ?

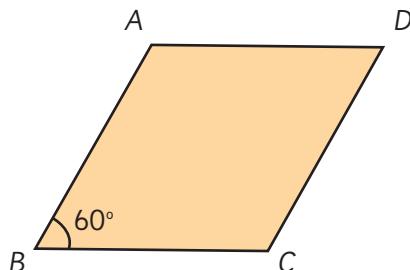
- b) ¿Cuál es la medida del ángulo en D?

- c) ¿Cuánto suman las medidas de los ángulos en A y B?

- d) Dibuja un paralelogramo con la misma forma y tamaño que el anterior, usando transportador o escuadra.



- 4 *ABCD* es un rombo.



- a) El lado \overline{AB} mide 4 cm. ¿Cuál es la longitud de cada uno de los tres lados restantes?

El lado \overline{BC} mide cm.

El lado \overline{CD} mide cm.

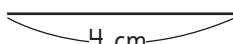
El lado \overline{DA} mide cm.

- b) ¿Cuánto miden los ángulos en D y en C , respectivamente?

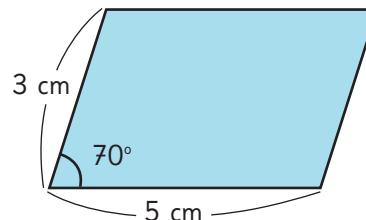
La medida del ángulo en D es

La medida del ángulo en C es

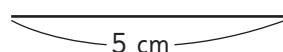
- c) Dibuja un rombo igual al de arriba.



- 5 Observa el siguiente paralelogramo.

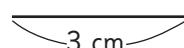


- a) Cambia el ángulo del paralelogramo de 70° a 90° sin cambiar la longitud de los lados. ¿Qué tipo de cuadrilátero se formará? Dibújalo.



Respuesta:

- b) Mantén el ángulo de 70° y cambia los cuatro lados del paralelogramo a 3 cm de largo. ¿Qué tipo de cuadrilátero se formará? Dibújalo.

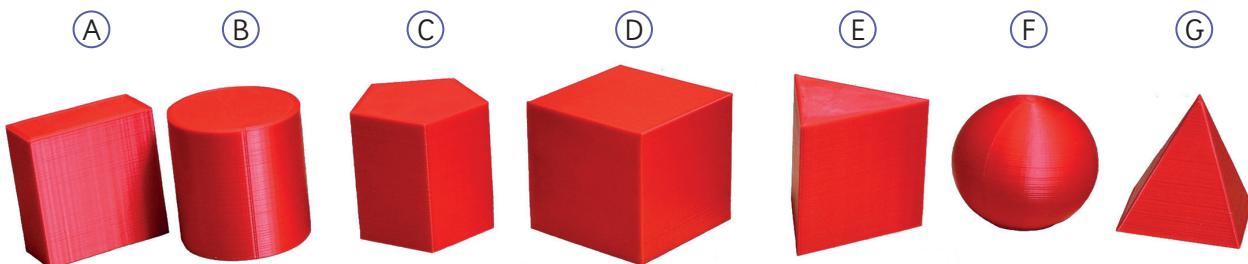


Respuesta:

Cuerpos geométricos



Juguemos a adivinar el cuerpo geométrico que está dentro de una caja, usando pistas.



Clasifica los cuerpos geométricos de diversas maneras.



Puedo separar los que tienen vértices de los que no tienen.

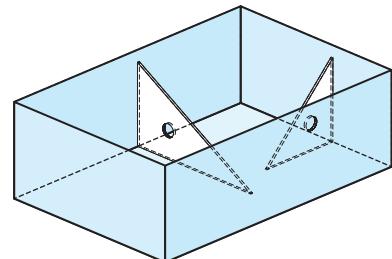


Puedo separar según la forma de sus caras.

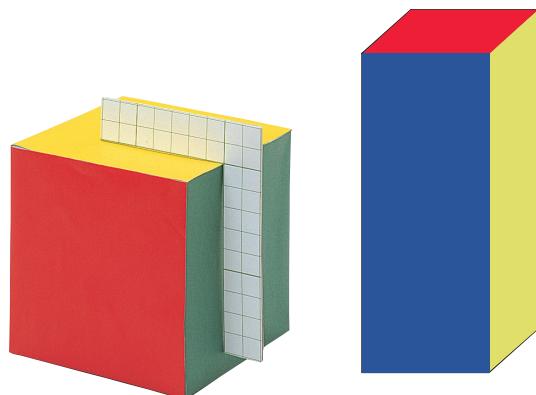
Caras y aristas paralelas y perpendiculares en cuerpos geométricos

Caras

- 1 Usa una escuadra en una caja con forma de paralelepípedo para verificar que en este prisma las caras son perpendiculares.



- 2 Construye la herramienta mostrada en la imagen formada por un trozo de papel cuadriculado con forma de L. Usa esta herramienta para identificar caras perpendiculares en objetos como estos.

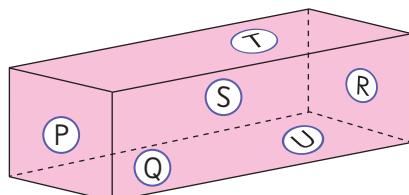


En un paralelepípedo y en un cubo, las caras adyacentes son perpendiculares entre sí.

Las **caras adyacentes** son aquellas que comparten una arista.

- 3 Observa este cuerpo y las letras de cada cara.

- a) ¿Qué caras son perpendiculares entre sí?
b) ¿Qué caras son paralelas entre sí?



Dos caras son paralelas cuando no se intersectan y la distancia entre ellas no cambia.

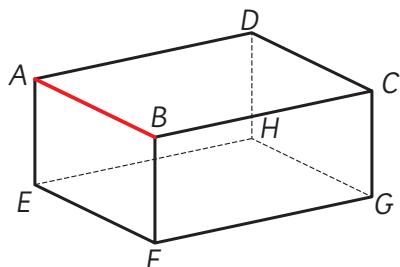
En el paralelepípedo anterior, $P \parallel R$; $S \parallel Q$ y $T \parallel U$.

Aristas

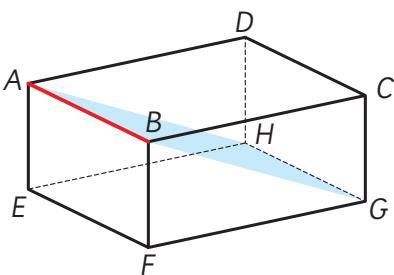
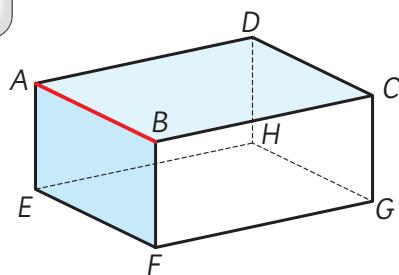
4 Observa el paralelepípedo y la arista \overline{AB} destacada.

a) ¿Qué aristas son perpendiculares a la arista \overline{AB} ?

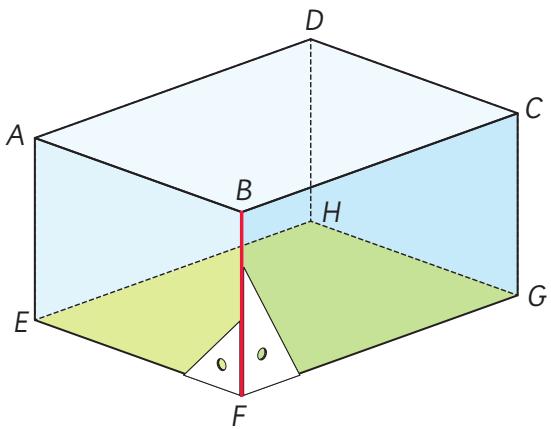
b) ¿Qué aristas son paralelas a la arista \overline{AB} ?



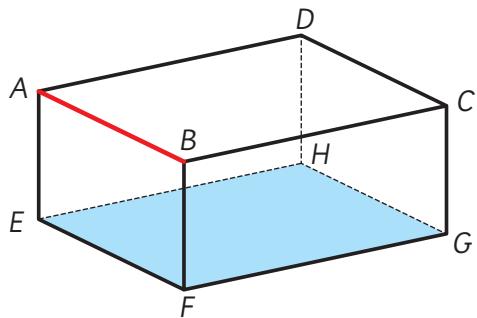
Fíjate en los rectángulos coloreados en celeste.



5 En este mismo prisma rectangular, la arista \overline{BF} es perpendicular a la cara $EFGH$. ¿Qué otras aristas son perpendiculares a la cara $EFGH$?



6 En el paralelepípedo, la arista \overline{AB} es paralela a la cara $EFGH$. ¿Qué otras aristas son paralelas a la cara $EFGH$?

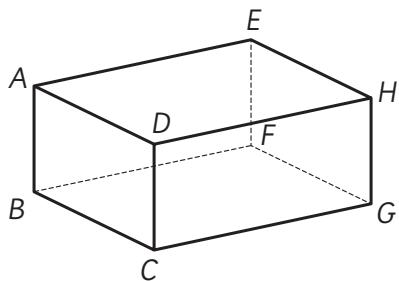


Las caras $EFGH$ y $ABCD$ son paralelas, así que...



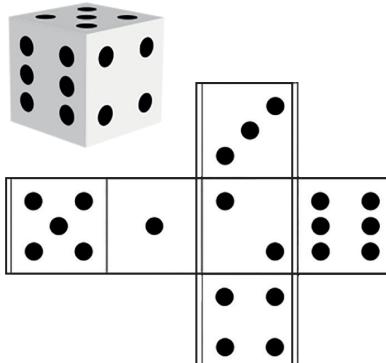
Practica

- 1 Observa el paralelepípedo.



- a) ¿Qué aristas son paralelas a la arista \overline{AB} ? Escríbelas todas.
- b) ¿Qué aristas son perpendiculares a la arista \overline{AB} ? Escríbelas todas.
- c) ¿Qué cara es paralela a la cara $ADHE$?
- d) ¿Cuántas aristas son paralelas a la cara $ADHE$?
- e) ¿Cuántas caras son perpendiculares a la cara $ADHE$?

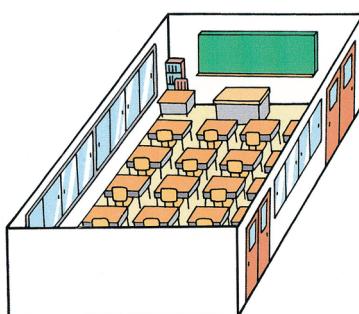
- 2 Observa la plantilla para armar este dado con forma de cubo.



- a) Al armar el dado, ¿cuál de las caras es paralela a la cara con 5 puntos?
- b) Al armar el dado, ¿cuáles de las caras son perpendiculares a la cara con 5 puntos?

- 3 Busca en tu sala de clases.

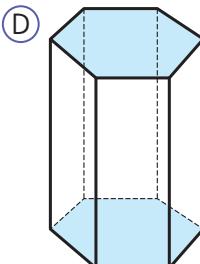
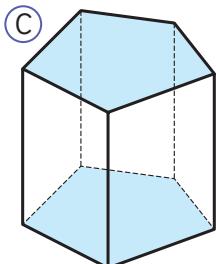
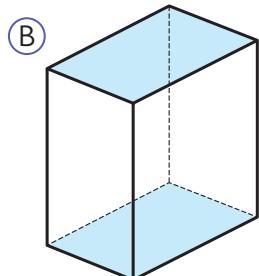
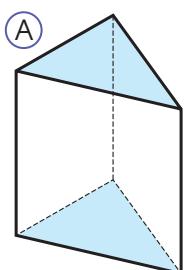
- a) Caras paralelas.
- b) Caras perpendiculares.
- c) Aristas que sean paralelas al piso.
- d) Aristas que sean perpendiculares al piso.





Prismas

- 7 Estos cuerpos geométricos están formados solo por caras planas. Observa las caras coloreadas.



Para cada cuerpo geométrico:

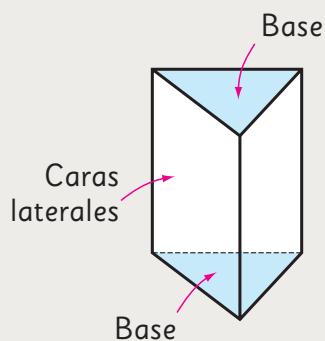
- ¿Qué tienen en común las caras coloreadas?
- ¿Cuál es la forma de las caras coloreadas?
- ¿Cuál es la forma de las caras que no están coloreadas? ¿Y cuántas hay?
- ¿Qué caras son perpendiculares entre si?



Los cuerpos geométricos como A, B, C y D se llaman **prismas**.

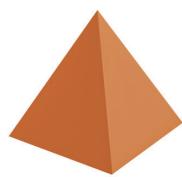
Las dos caras iguales y paralelas se llaman **bases**, y las caras rectangulares adyacentes a las bases se llaman **caras laterales**.

En este caso, como la base es un triángulo se llama **prisma de base triangular**.



8

¿Por qué estos cuerpos no son prismas? Explica.



9

Completa esta tabla indicando la cantidad de caras, vértices y aristas que tienen los prismas A, B, C y D de la página 34.

Prisma	Cantidad de caras	Cantidad de vértices	Cantidad de aristas
A			
B			
C			
D			

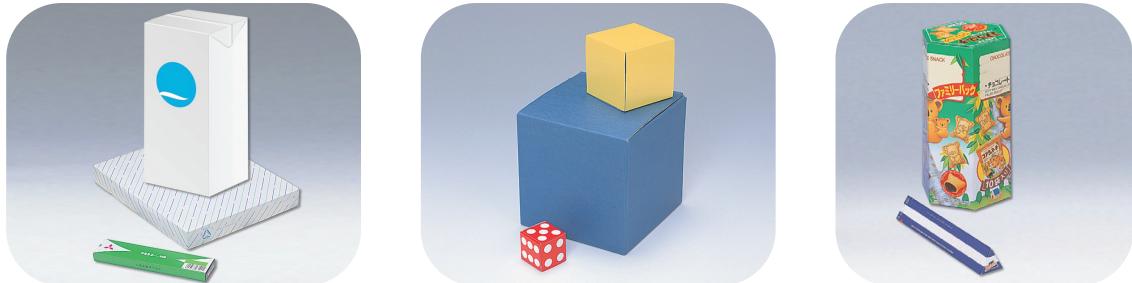
- a) ¿Qué relación observas entre la cantidad de caras y la cantidad de lados de la figura de la base, en cada prisma?
- b) ¿Qué relación observas en la cantidad de vértices de los prismas?
- c) ¿Qué relación observas en la cantidad de aristas de los prismas?

10

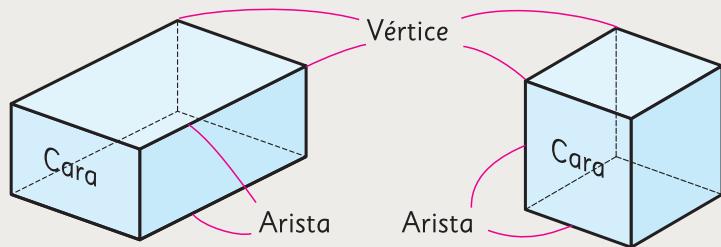
Los estudiantes compararon algunos objetos con forma de prisma.



a) Clasificaron los objetos en tres grupos. ¿Qué criterio usaron?



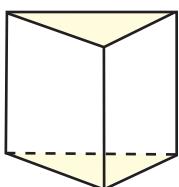
Un **prisma rectangular** tiene caras laterales y basales con forma de rectángulo. También se denomina **paralelepípedo**.



Un prisma con todas sus caras cuadradas es un **cubo**.

Practica

- 1 Observa el prisma.



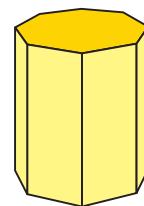
- a) ¿Qué forma tienen las caras paralelas?
- b) ¿Cómo se llaman las caras paralelas e iguales?
- c) ¿Qué forma tienen las caras laterales de este cuerpo?

- 2 Observa el dado y la caja de pañuelos.



- a) ¿A qué cuerpo se parece el dado? ¿Y la caja?
- b) ¿Cuántas caras tiene cada objeto?

- 3 Observa el cuerpo geométrico.



- a) ¿Qué nombre recibe este prisma?

- b) ¿Cuántas caras, aristas y vértices tiene en total?

Caras:

Aristas:

Vértices:

- 4 Completa la tabla.

Cuerpo geométrico		Prisma rectangular	Cubo
Características			
Caras	forma	Rectángulo	
	cantidad		6
Aristas	longitud	Tiene tres medidas: largo, ancho y alto. Tiene 4 aristas de cada medida.	
	cantidad		12
Vértices	cantidad	8	

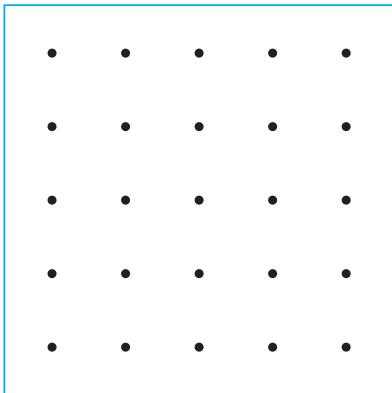
Ejercicios

1 Completa las oraciones con las palabras que correspondan.

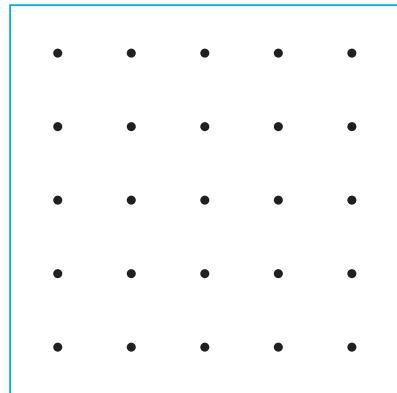
- a) Dos rectas que nunca se intersectan son [] .
- b) Dos rectas son [] si se intersectan en un ángulo recto.
- c) Un cuadrilátero que tiene un par de lados [] se llama trapecio.
- d) Un cuadrilátero que tiene dos pares de lados paralelos se llama [] .
- e) Un cuadrilátero con todos sus lados de igual medida se llama [] y sus lados opuestos son [] .
- f) Los cuadriláteros que tienen todos sus lados de igual longitud son el [] y el [] .
- g) Los cuadriláteros con todos sus ángulos interiores rectos son el [] y el [] .

2 Dibuja un trapecio y un paralelogramo.

Trapecio

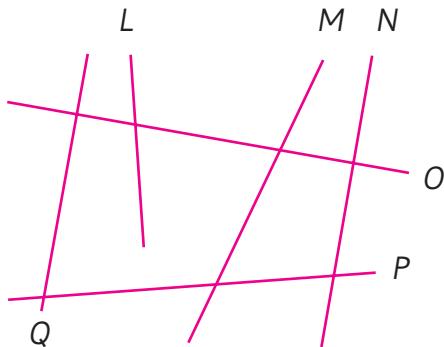


Paralelogramo



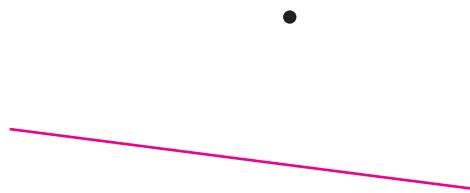
- 3** Encuentra rectas perpendiculares y rectas paralelas.

Comprueba tu respuesta usando una escuadra o un transportador.

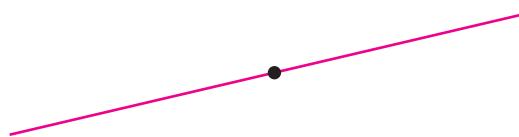


- 4** Dibuja rectas con las siguientes condiciones. Usa los instrumentos que necesites de acuerdo a la estrategia que escojas.

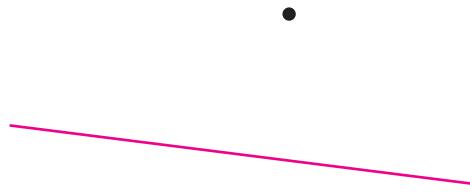
a) Que sea perpendicular a una recta dada y pase por un punto fuera de ella.



b) Que sea perpendicular a una recta dada y pase por un punto de ella.

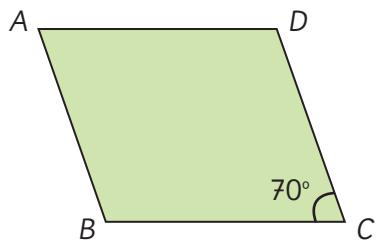


c) Que sea paralela a una recta dada y pase por un punto fuera de ella.



5 Observa el paralelogramo.

- a) ¿Cuáles son las medidas de los ángulos en A y en B?
- b) ¿Cuánto suman las medidas del ángulo en A y el ángulo en D?
- c) ¿Qué lado es paralelo al lado \overline{AD} ?
- d) Si la medida del ángulo en C fuera 90° , ¿qué cuadrilátero se formaría?



6 Considera las siguientes propiedades de los cuadriláteros.

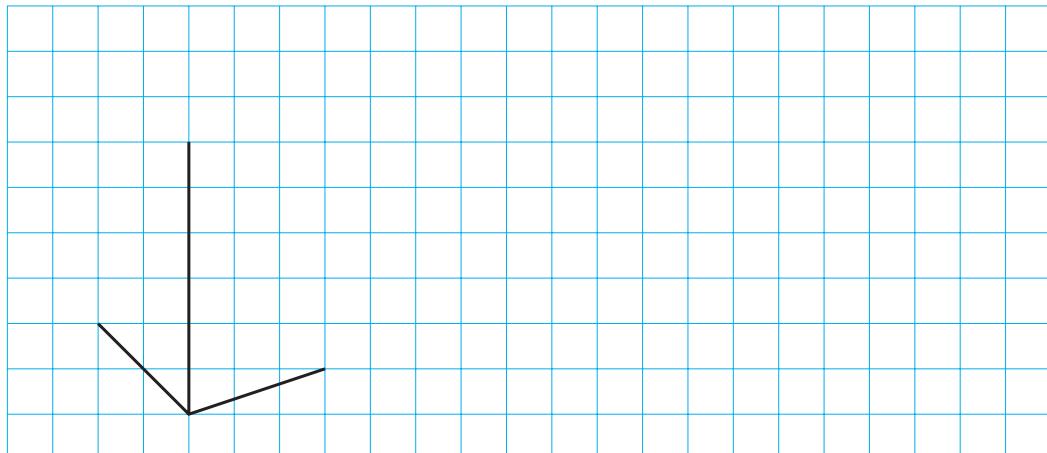
- (A) Tienen al menos un par de lados paralelos.
- (B) Los ángulos opuestos miden lo mismo.
- (C) Las longitudes de todos sus lados son iguales.

Indica cuáles propiedades tienen en común los siguientes cuadriláteros.
Escribe las letras.

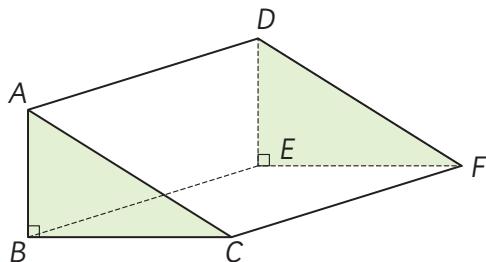
- a) Trapecio y rombo.
- b) Cuadrado y rombo.
- c) Cuadrado y paralelogramo.

7 Dibuja un prisma con dos pares de caras laterales paralelas.

Además, dibuja un prisma que no tenga pares de caras laterales paralelas.

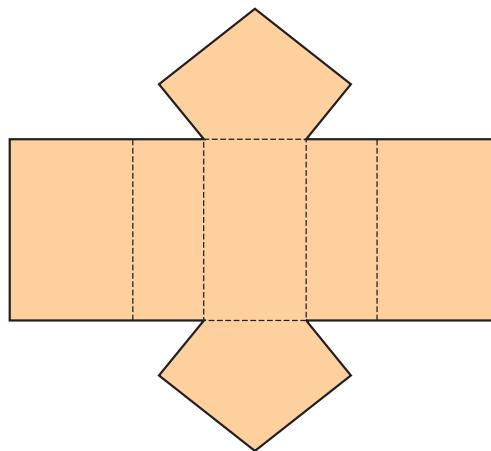


- 8 Observa el cuerpo geométrico.



- a) ¿Qué nombre recibe este cuerpo?
- b) ¿Cuántas caras y aristas tiene?
- c) ¿Cuáles aristas son paralelas a la arista \overline{CF} ?
- d) ¿Cuáles aristas son perpendiculares a la cara ABC ?
- e) ¿Cuáles caras son paralelas a la cara ABC ?
- f) ¿Cuáles caras son perpendiculares a la cara ABC ?

- 9 Observa la red que permite armar un prisma.

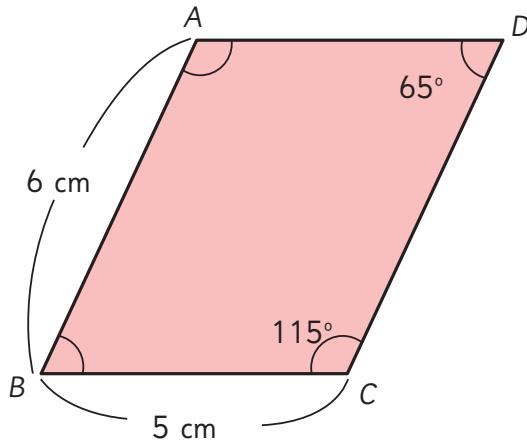


- a) ¿Qué nombre recibe el prisma que se puede armar con esta red?
- b) Cuando se arma el prisma, ¿qué par de caras son paralelas?
- c) Cuando se arma el prisma, ¿se puede asegurar que las caras laterales son paralelas? ¿Por qué?

Problemas

1

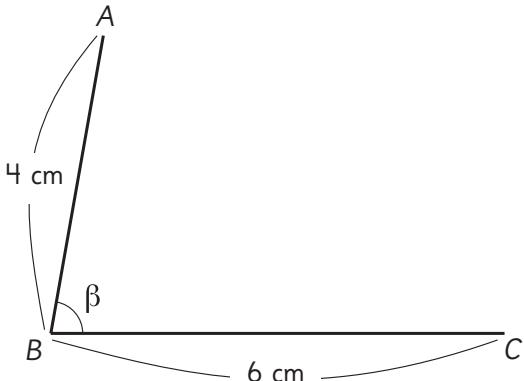
- 1 En el siguiente paralelogramo determina cuáles son los lados paralelos, el perímetro de la figura, la medida de los ángulos y los pares de ángulos que suman 180° .



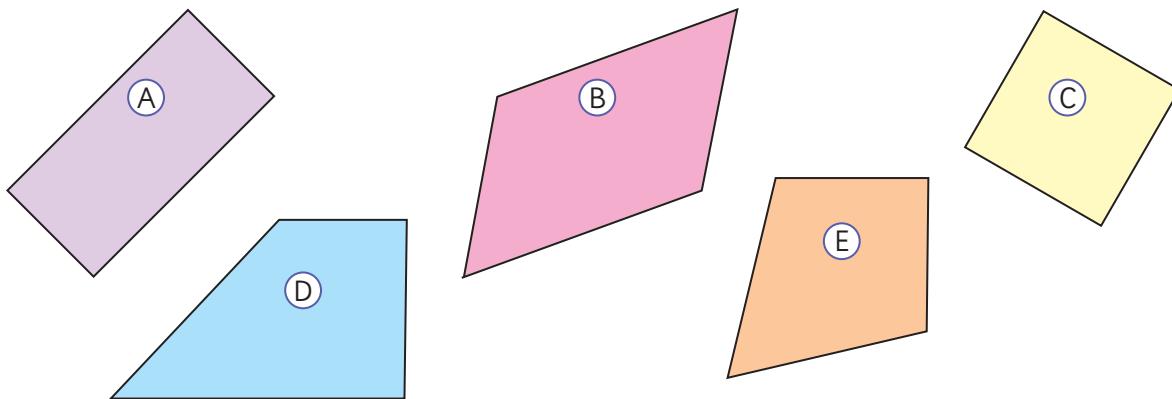
- Ángulo en A: °.
- Lado \overline{AD} : cm.
- Ángulo en B: °.
- Lado \overline{CD} : cm.

- 2  Dibuja paralelogramos que tengan las medidas señaladas en la figura y la medida del ángulo que se indica en cada caso.

- a) $\beta = 60^\circ$
- b) $\beta = 90^\circ$
- c) $\beta = 105^\circ$

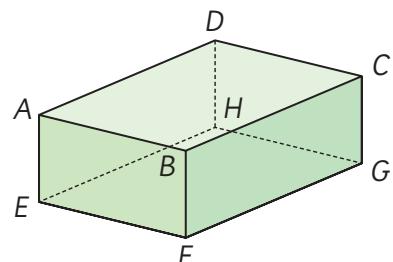


- 3 Clasifica en dos grupos las siguientes figuras y explica el criterio que utilizaste. ¿Puedes clasificarlas de otras maneras?



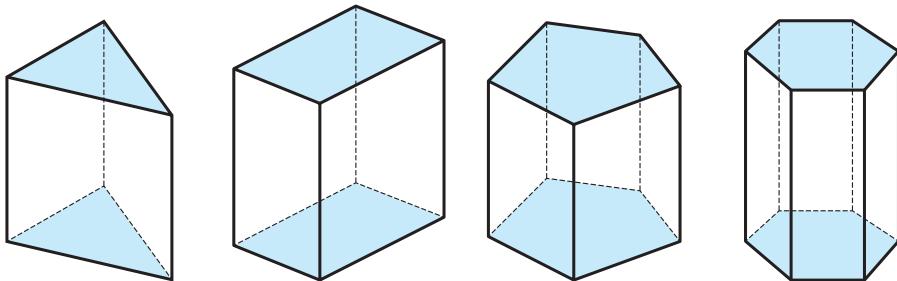
4 Observa el prisma rectangular o paralelepípedo.

- ¿Qué aristas son perpendiculares a la arista \overline{AE} ?
- ¿Qué aristas son paralelas a la arista \overline{AE} ?
- ¿Cuál cara es paralela a la cara $ABCD$?
- ¿Qué aristas son perpendiculares a la cara $AEFB$?



5 Revisa las expresiones matemáticas que aparecen en la tabla.

- ¿Qué relaciones observas en la cantidad de vértices, aristas y caras de cada prisma?



Prisma Características	Prisma triangular	Prisma rectangular	Prisma pentagonal	Prisma hexagonal
Forma de la base	Triángulo	Rectángulo	Pentágono	Hexágono
Forma de las caras laterales	Rectángulo	Rectángulo	Rectángulo	Rectángulo
Cantidad de vértices	$2 \cdot 3$	$2 \cdot 4$	$2 \cdot 5$	
Cantidad de aristas	$2 \cdot 3 + 3$	$2 \cdot 4 + 4$	$2 \cdot 5 + 5$	
Cantidad de caras	$2 + 3$	$2 + 4$	$2 + 5$	

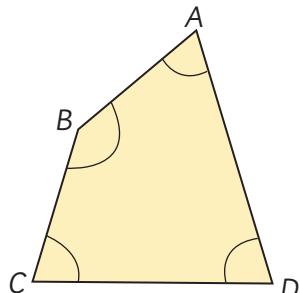
- Determina la cantidad de vértices, aristas y caras que tiene un prisma hexagonal usando las relaciones anteriores.

Problemas 2

- 1  Cambia el cuadrilátero $ABCD$ modificando los lados y ángulos, según las siguientes condiciones aplicadas en orden:

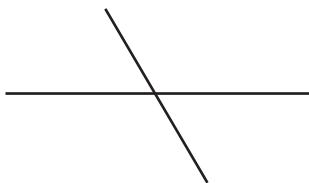
- ① Igualar las medidas de los ángulos en A y en B .
- ② Igualar las longitudes de los lados \overline{AB} y \overline{CD} .
- ③ Igualar las longitudes de los lados \overline{AB} y \overline{BC} .

¿Qué figura se obtiene al final?

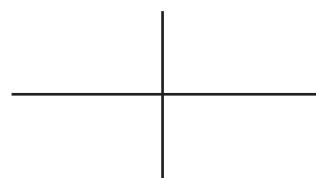


- 2 Las figuras a continuación muestran solo las diagonales de varios cuadriláteros. Encuentra los nombres de los cuadriláteros con estas diagonales midiendo sus lados y ángulos.

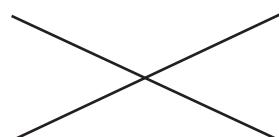
a)



b)



c)



- 3 De acuerdo a las relaciones observadas anteriormente, completa esta tabla.

	Prisma			
	Prisma heptagonal	Prisma octogonal	Prisma eneagonal	Prisma decagonal
Propiedades	Base de 7 lados	Base de 8 lados	Base de 9 lados	Base de 10 lados
Cantidad de vértices				
Cantidad de aristas				
Cantidad de caras				

- 4 Si \star representa la cantidad de lados de la cara basal de un prisma, ¿qué expresión algebraica representa la cantidad de vértices, aristas y caras de este cuerpo geométrico?

a) Expresión para la cantidad de vértices:

b) Expresión para la cantidad de aristas:

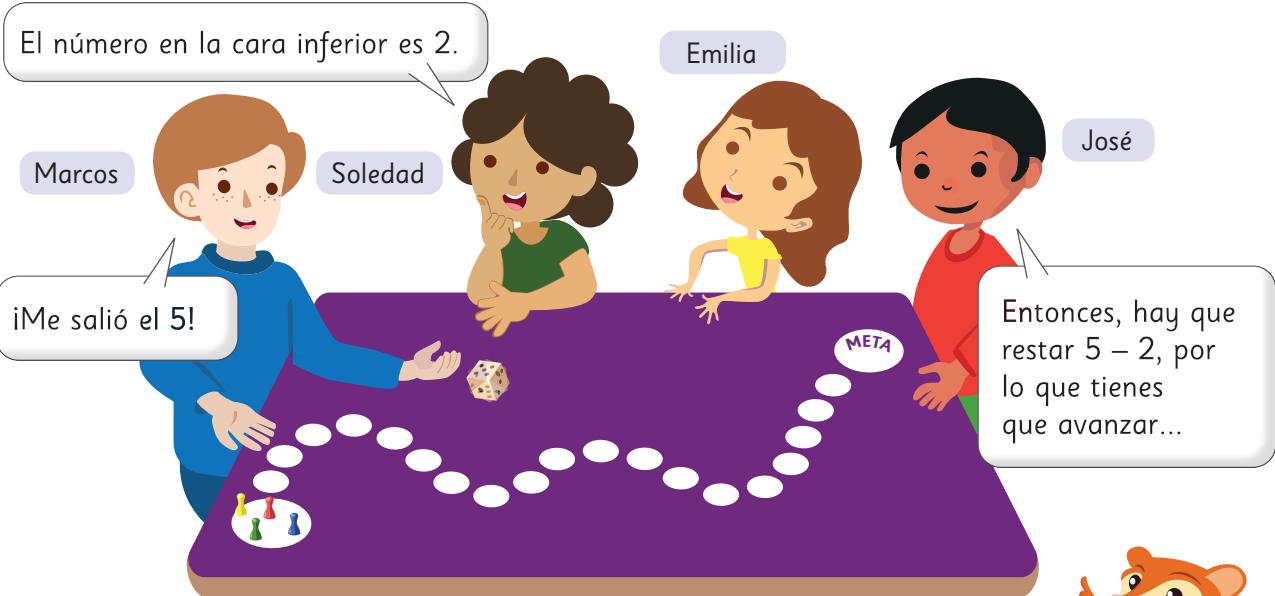
c) Expresión para la cantidad de caras:

11

Explorando posibilidades

Experimentos aleatorios

- 1 Marcos y sus amigos idearon un juego. En cada turno, lanzan un dado y restan los puntos de las caras superior e inferior. Después, avanzan esa cantidad de casillas.



- a) Si Marcos obtuvo un 5, ¿cuántas casillas debe avanzar?
 b) ¿Crees que alguno de los amigos logrará adelantar a Marcos en su turno?

Usa el Recortable 2 para jugar con tus compañeros.



- 2 Despues de jugar dos rondas, los puntos de la cara superior fueron los siguientes:

Turno	Ronda 1				Ronda 2			
	Marcos	Soledad	Emilia	José	Marcos	Soledad	Emilia	José
Dado								
Casillas que avanzaron								

- a) ¿Quién lleva la delantera luego de la ronda 2?
 b) ¿Puede Soledad sobreponer a José en la ronda 3? Justifica.

c) ¿Puedes predecir cuánto avanzará Emilia en la ronda 3? Justifica.

d) ¿Se puede saber quién ganará este juego? ¿por qué?



El término **azar** se aplica a cualquier situación cuyo resultado sea incierto.

3



Emilia propone una forma distinta de juego.



¿Y si en vez de restar las caras de arriba y abajo, las sumamos? Así podríamos avanzar más rápido.



¡Que buena idea!

Junto con 3 compañeros jueguen de la manera que propone Emilia, y luego respondan las siguientes preguntas.

a) ¿Quién lleva la delantera después de la ronda 1?

b) ¿Puedes anticipar la casilla que ocuparán los otros jugadores después de la ronda 2? ¿por qué?

c) ¿Se puede anticipar quién ganará la partida del juego de Emilia? Justifica.

d) Si todos lanzaran simultáneamente, ¿se puede anticipar quién ganará? ¿por qué?



¿Hay azar en el juego de Emilia?



Un procedimiento se conoce como **experimento aleatorio** cuando no es posible predecir el resultado que se quiere observar. Al definir un experimento aleatorio, se debe indicar lo que se quiere observar.

En el juego de Marcos, no se puede anticipar cuántas casillas se avanza en cada lanzamiento, mientras que en el de Emilia sí.

Por lo tanto, el juego de Marcos es un experimento aleatorio y el de Emilia no.

Ejercita

Indica si las siguientes situaciones son experimentos aleatorios o no:

a) Lanzar una moneda y observar la cara que queda arriba.

b) Escuchar tu canción favorita y registrar el tiempo que dura.

c) Extraer sin mirar una ficha de una bolsa que contiene fichas de distintos colores y observar su color.

d) Lanzar un dado y observar el número que se obtiene.

Practica

1 Indica si las siguientes situaciones son experimentos aleatorios o no.

- a) Registrar las patentes de los autos que pasan por mi calle y observar el último dígito.

Sí No

- b) Soltar una piedra y ver si cae al suelo.

Sí No

- c) Echar un puñado de tierra a un litro de agua y ver si se pone turbia.

Sí No

- d) Lanzar una moneda y anotar lo que sale en la cara de arriba.

Sí No

- e) Lanzar 2 dados y registrar la suma de los puntos.

Sí No

2 Pedro lanza una moneda y dice: "Si sale cara, yo gano; si sale sello, tú pierdes".

- a) ¿Conviene jugar al juego de Pedro? ¿Por qué?

- b) ¿Hay azar en el juego de Pedro? ¿Por qué?

3 Josefa registra su hora de llegada al trabajo durante la semana.

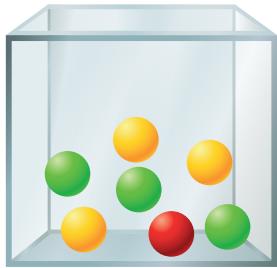
Día	Hora de llegada
Lunes	8:05
Martes	8:03
Miércoles	8:00
Jueves	8:00
Viernes	8:01

- a) Si sale todos los días a la misma hora, ¿por qué crees que ocurre esto?

- b) ¿Podrías anticipar la hora de llegada del siguiente lunes?

- c) ¿Hay azar involucrado en esta situación? Explica.

- 4** Carla y sus amigos juegan a extraer, sin mirar, una bolita al azar de una caja. Luego de ver su color, la devuelven. La caja contiene 3 bolitas de color amarillo, 3 verdes y una roja. Gana el que saca la bolita roja.



- a)** ¿Puedes anticipar qué bolita sacará el primer jugador? Explica.
- b)** ¿Se puede anticipar quién ganará el juego? ¿Por qué?

- 5** A partir del lanzamiento de un dado de 6 caras, crea un experimento:

- a)** Que sea aleatorio.
- b)** Que no sea aleatorio.

- 6** Lanza una moneda 3 veces.

- a)** Registra los resultados en la tabla.

Lanzamiento	Resultado (cara o sello)
1	
2	
3	

- b)** ¿Es posible saber qué resultado obtendrás en un cuarto lanzamiento? Justifica tu respuesta.

- c)** Describe dos experimentos aleatorios a partir de esta situación.

- d)** Si juegas con un amigo y deciden que tú ganas si obtienes sello y él gana si obtiene cara en el próximo lanzamiento, ¿se puede saber quién ganará? Explica.

Grados de posibilidad



Se selecciona al azar un estudiante de una escuela. Le piden lanzar una pelota de tenis y se mide la distancia hasta donde la pelota cae al suelo.

1 Si el estudiante seleccionado tiene 8 años:

- a) ¿Qué tan posible es que la pelota toque el suelo a los 5 m de distancia?
- b) ¿Qué tan posible es que llegue a 40 m de distancia?
- c) ¿Qué tan posible es que la distancia sea de más de 1 m?

2 Ordena las tres situaciones anteriores según qué tan posible es que ocurran. Compara con tus compañeros y comenten los criterios que utilizaron.

3 Si la estudiante seleccionada cursa 2º año medio:

a) ¿Qué tan posible es que la pelota llegue a 20 m de distancia?

b) ¿Qué tan posible es que llegue a 100 m?

c) ¿Qué tan posible es que llegue a 5 m?

4 Ordena las tres situaciones anteriores según qué tan posible es que ocurran. Explica el criterio que usaste.



Los niños menores de 8 años no son tan fuertes, así que es **poco posible** que la pelota llegue a los 40 m.

La marca de los 5 m es **possible** que algunos puedan pasarla, pero de seguro la pueden lanzar a más de 1 m.

Una estudiante de 2º medio **seguro** que pasa los 5 m, pero es **imposible** que alcance los 100 m.



¿Qué tan lejos puedes lanzar tú una pelota de tenis?



Se usan palabras como “poco posible” y “possible” para describir distintos **grados de posibilidad** de que ocurra una situación. Estos términos se emplean cuando no hay certeza de lo que sucederá.

Por otro lado, las palabras “imposible” y “seguro” describen grados de posibilidad para situaciones donde hay certeza de lo que ocurrirá.

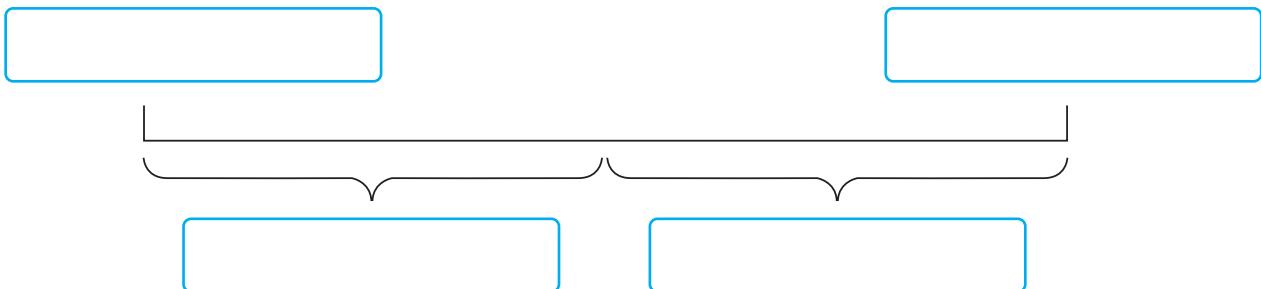
5 Completa la escala con los grados de posibilidad.

Possible

Imposible

Seguro

Poco posible



6 Si se lanza una pelota de tenis, ¿en qué lugar de la escala de posibilidades ubicarías las siguientes situaciones?

- a) Un estudiante de 6 años llega a 18 m de distancia.
- b) Magdalena, de 12 años, que entrena tenis desde pequeña, alcanza los 18 m.
- c) José, de 4º año medio, lanza a 18 m de distancia.



Una **escala de posibilidad** permite ordenar los grados de posibilidad desde “imposible” hasta “seguro”.

La escala ayuda a comparar posibilidades.



- d) ¿Qué es más posible que ocurra: que la distancia de 18 m sea alcanzada por Magdalena o por José?

Magdalena es menor que José, así que tendrá menos fuerza, por lo que es **poco posible** que pase la marca.

En cambio José es **seguro** que la pasa.



Magdalena está entrenada y José no. Aunque sea menor, es más posible de que ella pase esa marca.



Practica

1 ¿A qué grado de posibilidad se hace referencia en cada afirmación?
Marca la que más se ajusta.

a) Cuando estás de cumpleaños recibes muchos saludos.

① Bastante posible.

② Poco posible.

b) Que salga un número entre 1 y 6 al lanzar un dado.

① Seguro.

② Bastante posible.

c) Que llueva un día en verano.

① Imposible.

② Poco posible.

2 Pablo tiene 10 años, es sano y le gusta correr. ¿Qué grado de posibilidad le asignarías a las siguientes situaciones de Pablo?

a) Correr 100 m en menos de 15 s.

b) Correr 5 min y no respirar más rápido.

3 Describe situaciones de la vida diaria que se asocien a cada uno de los grados de posibilidad.

a) Seguro:

b) Bastante posible:

c) Poco posible:

d) Imposible:

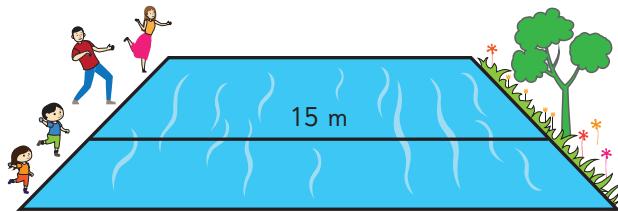
4 Daniel tiene 12 años y su hermana tiene 10.

a) ¿Qué tan posible es que midan lo mismo?

b) ¿Qué tan posible es que Daniel mase más que su hermana?

c) ¿Cuál de las situaciones, a) o b), crees que es más posible? Justifica.

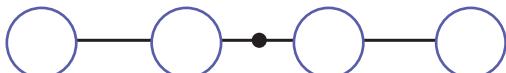
- 5** La familia de Macarena está jugando a lanzar piedras, de modo que crucen el río que tiene 15 m de ancho.



a) Ubica en la escala a cada miembro de la familia, según el grado de posibilidad de que logren cruzar el río con su lanzamiento.

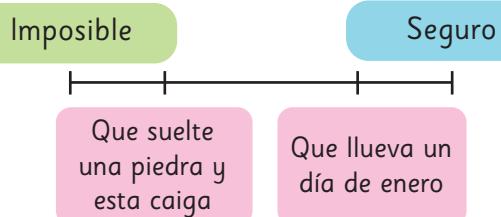
- (A) La mamá juega tenis, y le gusta hacer deporte.
- (B) El papá ha estado enfermo, y no tiene fuerzas.
- (C) El hermano tiene 10 años.
- (D) Macarena tiene 6 años.

Impossible Seguro



b) Si al paseo va también su primo de 16 años, ¿dónde lo ubicarías en la escala? Justifica.

- 6** Se han ubicado en la escala dos situaciones según su grado de posibilidad.



a) ¿Es correcto lo que muestra la escala? Explica.

b) Escribe 4 situaciones con distinto grado de posibilidad y ubícalas en la escala.

• Situación 1:

• Situación 2:

• Situación 3:

• Situación 4:

Comparando posibilidades

- 1 En la feria de la escuela hay un puesto donde se puede lanzar una vez la ruleta y obtener el premio que salga.

¡Usa un lápiz y un clip para jugar!



- ¿Qué es más posible, ganar algún premio o no ganar?
- ¿Cuán posible es ganarse una bicicleta?
- ¿Qué es más posible: ganar una batidora o una cafetera?



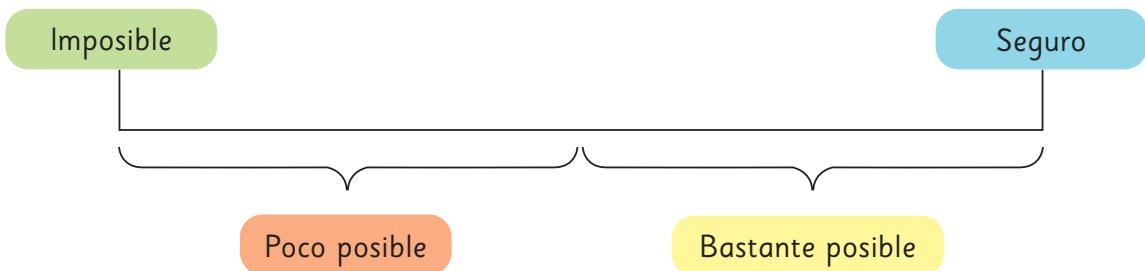
Si hay premios que aparecen la misma cantidad de veces, entonces, es **igualmente posible** ganarlos.



Los premios que aparecen pocas veces, es **poco posible** ganarlos.

- 2 A partir de la ruleta, considera los resultados “Ganar un arco de fútbol”, “Ganar una pelota”, “No ganar”:

- a) Ubica los resultados en la siguiente escala de posibilidad.



- b) Señala otro resultado y asígnale un grado de posibilidad.

- c) Piensa en un resultado imposible. ¿Cuál podría ser?

- 3 A partir de la ruleta, indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

- a) Ganar un peluche es tan posible como ganar un juego de mesa.

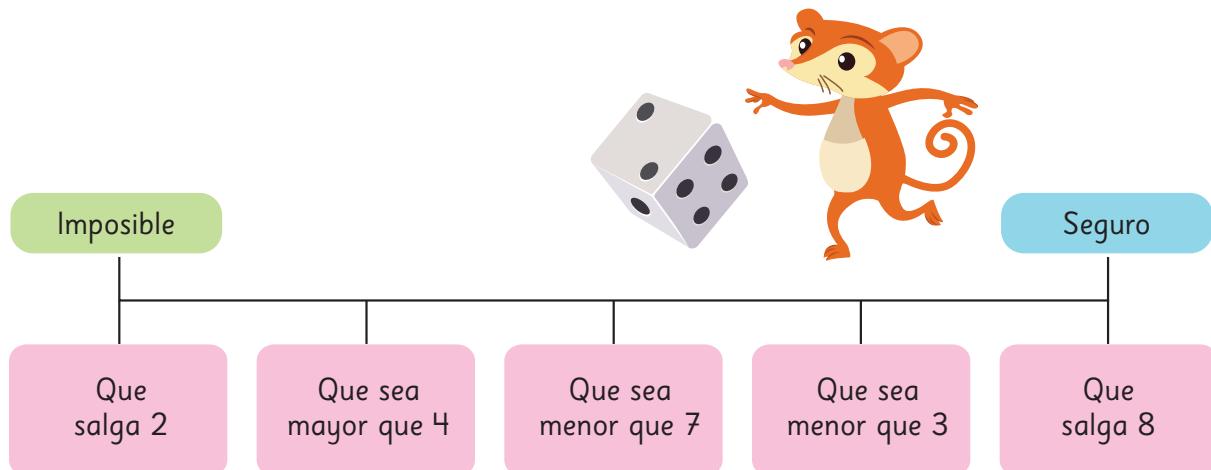
- b) El premio con menor grado de posibilidad de salir es la bicicleta.

- c) Es menos posible ganar una mesa de ping pong que una cafetera.

- d) Ganar algún electrodoméstico es bastante posible.

4

Al lanzar un dado, se registra la cara que queda hacia arriba. Observa la siguiente escala de posibilidad y responde las preguntas.



- a) ¿Es correcto el orden de los resultados propuestos en la escala? Si no lo es, corrígetlo.
- b) Define dos resultados que tengan distinto grado de posibilidad a los que ya se encuentran en la escala.

Ejercita

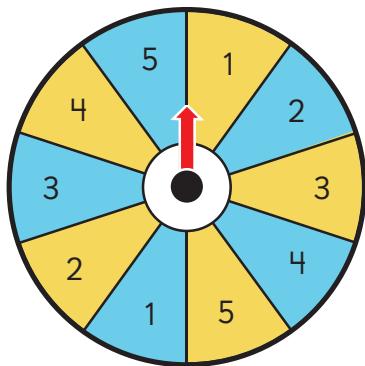
De una bolsa de 10 fichas numeradas del 1 al 10, se extrae una al azar:



- a) ¿Qué tan posible es que salga un número mayor que 5?
- b) ¿Qué tan posible es que salga un número menor que 10?
- c) ¿Qué tan posible es que salga 4?
- d) ¿Es más posible que salga un número par o un número impar? Justifica tu respuesta.

Practica

- 1 Se hace girar la siguiente ruleta y se observa el resultado.



- a) ¿Qué es más posible: obtener el 2 celeste u obtener un 5?
- b) ¿Cuán posible es caer en el amarillo?
- c) ¿Cuán posible es que la ruleta se detenga en un número menor que 4?
- d) ¿Qué tan posible es no obtener el 3 celeste?
- e) Dibuja una escala y ordena las situaciones b), c) y d).

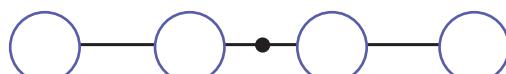
- 2 Considera los siguientes resultados de lanzar un dado de 6 caras.

- (A) Que salga 4.
- (B) Que sea mayor que 0.
- (C) Que salga 7.
- (D) Que sea mayor que 1.

- a) Ubica los resultados en la escala.

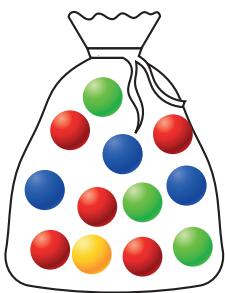
Imposible

Seguro



- b) ¿Qué tan posible es que no salga 5? ¿Por qué?
- c) Escribe un resultado que puedas ubicar en el punto negro de la escala. ¿En qué te fijaste para hacerlo?
- d) Escribe un segundo resultado que puedas ubicar sobre el punto negro de la escala.

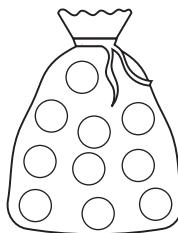
- 3** Una bolsa contiene 5 pelotas rojas, 3 pelotas verdes, 1 pelota amarilla y 3 pelotas azules. Se saca una pelota sin mirar.



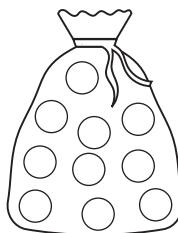
- a) Escribe un resultado poco posible.
- b) Escribe dos resultados que sean igualmente posibles.
- c) Escribe un resultado bastante posible.
- d) ¿Cuán posible es que al sacar una pelota no sea amarilla?
- e) ¿Cuán posible es que al sacar una pelota sea roja o verde?

- 4** Considera una bolsa con 10 pelotas de colores. Pinta de color las pelotas en cada caso, para que al sacar una pelota:

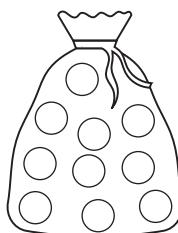
- a) sea poco posible que salga verde.



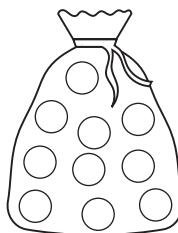
- b) sea bastante posible que salga amarilla.



- c) sea imposible que salga una pelota azul.



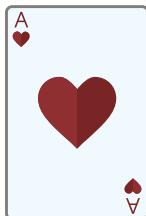
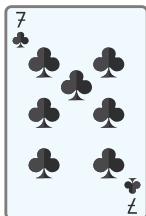
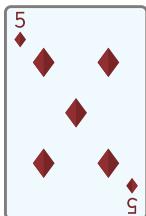
- d) sea seguro que salga una pelota amarilla.



Ejercicios

1 Indica si son o no experimentos aleatorios.

- a) Extraer un naipe de un mazo y registrar el color que se obtiene.



- b) Sacar una pelota blanca sin mirar de una bolsa llena de pelotas verdes.
- c) Echar 2 cucharadas de sal a un vaso de agua y verificar si toma un sabor salado.
- d) Observar automóviles pasar durante un rato y anotar el color.

2 ¿Qué tan posibles son las siguientes situaciones?

- a) Correr 100 m planos en 9 s.
- b) Subir al décimo piso por las escaleras en menos de 8 hrs.
- c) Tocarse las puntas de los pies con las piernas estiradas.
- d) Lanzar una moneda y observar si sale cara.

3 Al lanzar dos dados y sumar los puntos de las caras superiores, ¿qué es más posible que ocurra: obtener 4 u obtener 10? Explica.

4 Marca los experimentos aleatorios.

- (A) Lanzar un dado y registrar la suma de la cara superior y la inferior.
- (B) Hacer girar una moneda y observar si es cara o sello lo que muestra al caer.
- (C) Colgar una piedra de 4 kg de un hilo de coser y registrar si éste se rompe.
- (D) Empujar un auto de juguete y observar la distancia que avanza.
- (E) Ver tu película favorita y anotar el tiempo de duración.

5 Kevin registra el tiempo, en minutos, que demora en tren para llegar al pueblo.

Día 1	18 min
Día 2	22 min
Día 3	16 min
Día 4	20 min

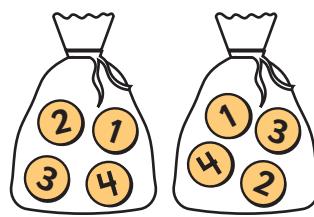
¿Podrías anticipar cuánto será el tiempo registrado el Día 5? Explica tu respuesta.

6 Los estudiantes de la escuela marcan la distancia que alcanzan al saltar con los pies juntos hacia adelante.

- a) Si Renato tiene 8 años, ¿qué tan posible es que pase los 40 cm?
¿Qué tan posible es que alcance los 120 cm?
- b) Si Manuela tiene 26 años, ¿qué tan posible es que pase los 10 cm?
¿Qué tan posible es que alcance los 150 cm?
- c) Describe las características que debería tener una persona que intenta alcanzar los 90 cm para que su resultado sea:
 - **Seguro:**
 - **Imposible:**
 - **Bastante posible:**

7

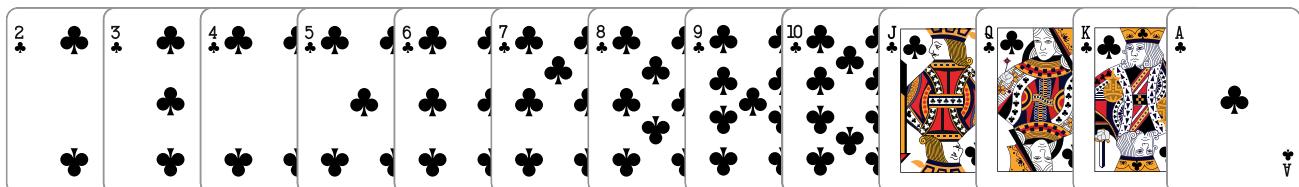
Se tienen 2 bolsas con fichas numeradas hasta el 4.
Se saca sin mirar una ficha de cada bolsa y se suman los valores.



- ¿Qué resultados se pueden obtener?
- Dibuja una escala de posibilidad y ubica resultados considerando los grados: imposible, poco posible, bastante posible y seguro.
- ¿Dónde ubicarías en la escala “obtener 2”? ¿Y “obtener 8”?
- ¿Dónde ubicarías en la escala “obtener 3”?
- Escribe una situación que puedas ubicar justo en el punto medio de la escala.

8

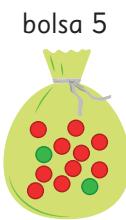
Camila y Boris juegan a sacar la carta mayor de un mazo de naipes ingleses.



- Si Camila saca una Q, ¿qué tan posible es que Boris gane?
- ¿Qué carta podría sacar Camila para que sea bastante posible que gane Boris? ¿Por qué?
- Si el as es la carta mayor y Boris saca un as, ¿qué podrías afirmar?
- Si Boris saca un 4, ¿qué tan posible es que gane?
- Si Boris saca un as, ¿qué tan posible es que gane Camila? Explica tu respuesta.

Problemas

- 1 Observa las bolsas de la imagen.



- a) ¿Qué bolsa elegirías para que extraer una pelota roja sea imposible?
- b) ¿Qué bolsa elegirías para que extraer una pelota roja sea bastante posible?
- c) ¿Qué bolsa elegirías para que extraer una pelota roja sea seguro?

- 2 Se tienen 2 bolsas con 5 fichas numeradas del 1 al 5. Se saca, sin mirar, una ficha de cada bolsa y se suman los números.



- a) ¿Qué resultados se pueden obtener?
- b) Dibuja una escala de posibilidad y ubica resultados considerando los grados: imposible, poco posible, bastante posible y seguro.
- c) ¿Dónde ubicarías en la escala “obtener 10”?
- d) ¿Qué resultado es el que tiene menos posibilidad de ocurrir?

Cálculo con números naturales

Resumamos cómo hacer cálculos con números naturales.



Puede ser más fácil calcular usando algoritmos.

$$\begin{array}{r}
 215 \\
 + 143 \\
 \hline
 358
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 328 \\
 - 215 \\
 \hline
 113
 \end{array}$$



Recuerda siempre considerar los valores posicionales.

$$\begin{array}{r}
 32 \cdot 13 \\
 \hline
 96 \\
 + 32 \\
 \hline
 416
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 324 : 4 = 81 \\
 - 32 \\
 \hline
 04 \\
 - 4 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Adición y sustracción

- 1 Según los registros, en la región de Ñuble hay 521 711 habitantes y en la región de Los Ríos hay 411 205 habitantes.

a) ¿Cuál es la cantidad de habitantes de ambas regiones?

Expresión matemática:

	5	2	1	7	1	1
+	4	1	1	2	0	5



Aproximadamente, ¿cuántos grupos de cien mil estudiantes hay?



Recuerda alinear los números según el valor posicional.

b) ¿Hay más habitantes en la región de Ñuble o en la de Los Ríos?, ¿cuántos más?

Expresión matemática:

Practica

1 Calcula.

a)
$$\begin{array}{r} 135 \\ + 261 \\ \hline \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 968 \\ + 457 \\ \hline \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 2261 \\ + 6523 \\ \hline \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{r} 6764 \\ + 5299 \\ \hline \end{array}$$

e)
$$\begin{array}{r} 35\,327 \\ + 57\,886 \\ \hline \end{array}$$

f)
$$\begin{array}{r} 145\,089 \\ + 43\,871 \\ \hline \end{array}$$

g)
$$\begin{array}{r} 178\,345 \\ + 378\,655 \\ \hline \end{array}$$

h)
$$\begin{array}{r} 129\,363 \\ + 976\,865 \\ \hline \end{array}$$

i)
$$\begin{array}{r} 894 \\ - 712 \\ \hline \end{array}$$

j)
$$\begin{array}{r} 765 \\ - 267 \\ \hline \end{array}$$

k)
$$\begin{array}{r} 4332 \\ - 2845 \\ \hline \end{array}$$

l)
$$\begin{array}{r} 6001 \\ - 5038 \\ \hline \end{array}$$

m)
$$\begin{array}{r} 73\,126 \\ - 49\,837 \\ \hline \end{array}$$

n)
$$\begin{array}{r} 3004 \\ - 1027 \\ \hline \end{array}$$

o)
$$\begin{array}{r} 85\,098 \\ - 34\,912 \\ \hline \end{array}$$

p)
$$\begin{array}{r} 231\,907 \\ - 75\,356 \\ \hline \end{array}$$



Multiplicación y división

- 2** Hay 13 estudiantes y a cada uno se le entregan 25 hojas de papel de colores. ¿Cuántas hojas de papel se entregaron en total?

Expresión matemática:

Puedes calcular descomponiendo uno de los factores.

También puedes calcular usando el algoritmo.

$$13 \cdot 25$$
$$\begin{array}{r} \xrightarrow{\hspace{1cm}} 3 \cdot 25 = 75 \\ \xrightarrow{\hspace{1cm}} 10 \cdot 25 = 250 \\ \hline \text{Total} = 325 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 25 \cdot 13 \\ \hline 75 \\ +25 \\ \hline 325 \end{array}$$

- 3** Hay que llenar tantas botellas como sea posible con 200 L de agua. Si cada botella se llena con 3 L, ¿cuántas se podrán llenar?

Expresión matemática:

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 0 \\ \hline 0 \end{array}$$



¿Cuál posición ocupará el primer dígito del cociente?



¿Podrías calcular con el algoritmo?

Practica

1 Calcula.

a) $\underline{32} \cdot 2$

b) $\underline{87} \cdot 67$

c) $\underline{54} \cdot 36$

d) $\underline{687} \cdot 50$

e) $\underline{764} \cdot 53$

f) $\underline{329} \cdot 27$

g) $51 : 3 =$

h) $92 : 4 =$

i) $748 : 6 =$

j) $366 : 7 =$

k) $876 : 8 =$

l) $905 : 7 =$



4

Crea preguntas que permitan encontrar nueva información a partir de los datos de la siguiente historia. Luego intercambia tu pregunta con un compañero y resuélvela.

Se celebró un festival musical en una ciudad del sur.

Se otorgaron premios a los participantes del concurso.

El presupuesto para los premios era de \$500 000 y se gastaron \$438 000.

También se prepararon 3 colaciones diarias para los 45 jueces.

Asistieron al festival 1 757 hombres y 1 564 mujeres en total, que se repartían en igual cantidad para participar en uno de los 3 conciertos que se hacían en forma simultánea por la mañana.

Varios eventos se llevaron a cabo por la tarde y la fogata atrajo la mayor cantidad de participantes, 18 grupos de 7 personas.

En el último show de la noche solo hubo 1 050 espectadores.

¿Cuántas personas participaron en total en el festival?

$$\text{Expresión: } 1\,757 + 1\,564 = 3\,321$$

Respuesta: 3 321 personas.

Ejercita

Calcula.

a) $3064 + 1987$

d) $5006 + 3997$

g) $6102 - 2938$

b) $4000 - 3016$

e) $38 \cdot 24$

h) $73 \cdot 52$

c) $652 : 6$

f) $643 : 7$

i) $387 : 6$

Practica

- 1 El precio de la entrada a un parque de diversiones es \$12500. Si los días martes hay un descuento de \$2990 por entrada, ¿cuál es el precio de las entradas ese día?

Expresión matemática:

Respuesta:

- 2 Hay un paquete con 500 hojas de colores.

- a) Si se quieren repartir en igual cantidad entre 9 estudiantes, ¿cuántas le corresponden a cada uno?, ¿cuántas hojas sobran?

Expresión matemática:

Respuesta:

- b) Si se reparten 9 hojas a cada estudiante, ¿para cuántos estudiantes alcanzan?, ¿cuántas hojas sobran?

Expresión matemática:

Respuesta:

- 3 En un supermercado hay 85 paquetes con 8 cajas de jugo cada uno y 65 paquetes con 12 cajas de jugo cada uno. ¿Cuántas cajas de jugo hay en total?

Expresión matemática:

Respuesta:

- 4 En un pueblo del norte hay 26 432 habitantes y en uno del sur hay 18 593 habitantes.

- a) ¿Cuántos habitantes hay entre estos dos pueblos?

Expresión matemática:

Respuesta:

- b) ¿Cuál pueblo tiene más habitantes?, ¿cuántos más?

Expresión matemática:

Respuesta:

Representando las situaciones

1



Sofía con su mamá fueron de compras con \$5 000. Compraron un cuaderno en \$1 590 y una botella de champú en \$3 390. ¿Cuánto les darán de vuelto?



Idea de Sofía

¿Podremos comprar ambos?



Primero, calculé cuánto dinero nos queda luego de comprar el cuaderno.



De lo que nos queda, calculé lo que nos sobra luego de comprar el champú.



a) Escribe la idea de Sofía como frases numéricas.

$$5\,000 - \boxed{} = \boxed{}$$
$$\boxed{} - 3\,390 = \boxed{}$$



Idea de la mamá de Sofía

¿Por qué no pensamos primero en el total?



\$1 590



\$3 390



b) Escribe la idea de la mamá de Sofía como frases numéricas.

$$1\,590 + 3\,390 = \boxed{}$$
$$5\,000 - \boxed{} = \boxed{}$$



Pensemos cómo representar una situación y el orden de los cálculos.

c) Escribe la idea de Sofía en una frase numérica.

$$5000 - \boxed{\quad} - \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$$

d) Escribe la idea de la mamá de Sofía en una frase numérica.

$$5000 - (\boxed{\quad}) = \boxed{\quad}$$

Dinero que tienen

Dinero que gastan

Dinero que les queda



Una expresión matemática combinada es aquella que involucra más de una operación.

En estas expresiones matemáticas utilizamos paréntesis para indicar qué operaciones se deben calcular primero.

$$\begin{aligned} 5000 - (1590 + 3390) &= 5000 - 4980 \\ &= 20 \end{aligned}$$

2 Un par de calcetines que cuestan \$3500 está con un descuento de \$300.

Si compras un par de calcetines con \$10000, ¿cuánto dinero te darán de vuelto?

Encuentra la respuesta representando el problema como una frase numérica.

$$\boxed{\quad} - (\boxed{\quad}) = \boxed{\quad}$$

Dinero que pagas

Valor de los calcetines

Vuelto

3 Crea un problema que se resuelva con cada expresión matemática.

a) $7000 - (5000 + 1800)$

b) $5000 - (4500 - 400)$



Piensa en cosas que cuestan \$5000 y \$1800.



Piensa en una situación que se resuelva con la operación del paréntesis.

Ejercita



Crea un problema que se resuelva con cada expresión matemática.

a) $4000 - (500 + 3000)$

b) $6000 - (1500 - 1100)$

El orden de las operaciones

4



Gaspar compró una raqueta en \$9 000 y dos plumas en \$1 000 cada una.



- a) Escribamos una expresión matemática para encontrar el costo total.
- b) Pensemos en el orden de los cálculos.

$$9\,000 + 2 \cdot 1\,000$$

Costo de raqueta Costo de plumas

Si primero calculamos
9 000 + 1 000,
¿qué significa?



- ¿Cuánto pagó Gaspar en total?

Gaspar pagó \$ en total.

5

El precio del ticket para subir a la montaña rusa en un parque de diversiones es de \$950 para un adulto y la mitad de este valor para un niño.

¿Cuánto se debe pagar por dos adultos y un niño?

Encuentra la respuesta representando el problema como una expresión matemática.

$$\boxed{} + \boxed{}$$

Precio de la entrada para dos adultos Precio de la entrada para un niño



En una expresión matemática que incluya adición, sustracción, multiplicación y división, la multiplicación y la división se deben calcular primero, aunque no estén entre paréntesis.



Calcula.

a) $1\,200 + 240 : 4$ b) $7\,500 - 60 \cdot 60$ c) $80 \cdot 50 + 200 : 5$

6 Calcula. Piensa en el orden de los cálculos.

$$1200 + 150 : (5 - 2)$$

Calcularemos esta expresión en orden alfabético: A, B y C.

$$1200 + 150 : (5 - 2)$$

A
B
C

$$1200 + 150 : (5 - 2)$$

$$1200 + 150 : (5 - 2)$$

$$1200 + 150 : (5 - 2)$$

$$1200 + 150 : (5 - 2)$$

= 1200 + 150 :

$$1200 + 150 : (5 - 2)$$

= 1200 + 150 : 3

= 1200 +

$$1200 + 150 : (5 - 2)$$

= 1200 + 150 : 3

= 1200 + 50

=



En una expresión matemática, el orden para realizar los cálculos es:

- Usualmente, se empieza a calcular de izquierda a derecha.
- Si la expresión incluye un paréntesis, se debe resolver primero lo que está dentro de este.
- Si están mezcladas las operaciones +, −, × y : se debe resolver primero la multiplicación y la división.

Ejercita



Calcula.

a) $120 : 2 \cdot 3$

c) $90 - 50 : (4 + 6)$

e) $50 + 40 \cdot (60 - 20)$

b) $(50 + 40) \cdot (60 - 20)$

d) $120 : (2 \cdot 3)$

f) $(90 - 50) : 4 + 6$

Practica

- 1 Si con un billete de \$1000 compré una galleta en \$350 y un chocolate en \$480, ¿cuánto dinero me dieron de vuelto?
- a) Primero, considera la compra de la galleta. Luego, considera la compra del chocolate.
- $$1000 - \boxed{} = \boxed{}$$
- $$\boxed{} - 480 = \boxed{}$$
- Respuesta:
- b) Primero, considera la compra de la galleta y el chocolate juntos. Luego, calcula el vuelto.
- $$350 + \boxed{} = \boxed{}$$
- $$1000 - \boxed{} = \boxed{}$$
- Respuesta:
- c) Escribe la idea b) en una sola expresión matemática.
- Expresión matemática:
- 2 Si compro una revista en \$700 y dos lápices a \$80 cada uno, ¿cuánto debo pagar en total? Resuelve utilizando una sola expresión y responde.
- Expresión matemática:
- 3 Calcula considerando el orden de las operaciones.
- a) $16 : 8 \cdot 2$
- b) $16 : (8 \cdot 2)$
- c) $7 + 36 : 4 : 3$
- d) $60 - 40 : 8 \cdot 7$
- e) $50 - 40 \cdot 2 : 8$

- 4** Si reparto a cada uno de los 18 estudiantes, 12 lápices de colores y 3 lápices mina, ¿cuántos lápices reparto en total? Resuelve utilizando una sola expresión y responde.

Expresión matemática:

Respuesta:

- 5** Calcula considerando el orden de las operaciones.

- a) $460 : 2 + 3$
- b) $460 : (2 + 3)$
- c) $60 \cdot 87 - 40$
- d) $60 \cdot (87 - 40)$

- 6** Escribe los paréntesis donde corresponda y responde.

Un helado que cuesta \$600 tiene una rebaja de \$150 por el día de hoy. Si se compran 4 helados, ¿cuánto se debe pagar?

$$4 \cdot 600 - 150$$

Respuesta:

- 7** Crea un problema que se resuelva con cada expresión matemática.

a) $70 - 180 : 4$

b) $60 + 8 \cdot 7$

c) $12 \cdot (40 + 15)$

d) $(35 + 20) : 5$

Propiedades de las operaciones

1 Calcula de una manera más fácil.

Pensemos por qué podemos calcular como se muestra después de la ➔.

- a) $50 + 3970 \rightarrow 3970 + 50$
- b) $3890 + 2340 + 2660 \rightarrow 3890 + (2340 + 2660)$
- c) $5 \cdot 480 \rightarrow 480 \cdot 5$
- d) $18 \cdot 25 \cdot 4 \rightarrow 18 \cdot (25 \cdot 4)$



Podemos hacerlo así si son cálculos de adición o multiplicación.



¿Podemos hacer cálculos de sustracción y de división de la misma manera?



Propiedad conmutativa

Cuando se suman 2 números, la suma es la misma si se invierte el orden de los sumandos.

$$\square + \triangle = \triangle + \square$$

Adición

Propiedad asociativa

Cuando se suman 3 números, la suma es la misma si se agrupan de distinta manera.

$$(\square + \triangle) + \bullet = \square + (\triangle + \bullet)$$

Multiplicación

Propiedad conmutativa

Cuando se multiplican 2 números, el producto es el mismo si se invierte el orden de los factores.

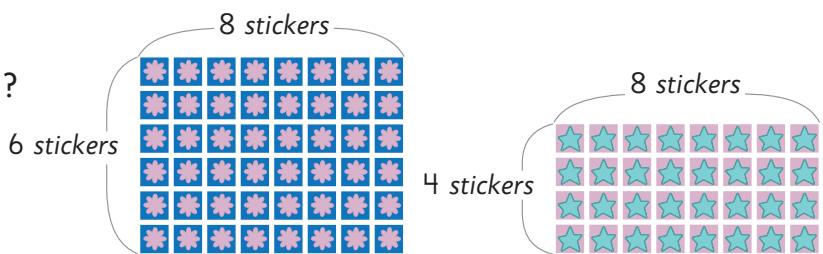
$$\square \cdot \triangle = \triangle \cdot \square$$

Propiedad asociativa

Cuando se multiplican 3 números, el producto es el mismo si se agrupan de distinta manera.

$$(\square \cdot \triangle) \cdot \bullet = \square \cdot (\triangle \cdot \bullet)$$

- 2** Hay dos hojas con *stickers*.
¿Cuántos stickers hay en total?



Idea de Juan

$$6 \cdot \boxed{\quad} + 4 \cdot \boxed{\quad} = 48 + \boxed{\quad}$$

$$= \boxed{\quad}$$



Idea de Ema

$$(6 + \boxed{\quad}) \cdot 8 = \boxed{\quad} \cdot 8$$

$$= \boxed{\quad}$$

- 3** En una tienda cada pelota la venden a \$2 000.
Por hoy hay un descuento de \$200 por cada pelota, así que compré 6.
¿Cuánto pagué en total?
Representemos esta situación usando dos maneras distintas.

a) $\boxed{\quad} - \boxed{\quad}$

Costo original de 6 pelotas

Descuento total de 6 pelotas

b) $(\boxed{\quad}) \cdot \boxed{\quad}$

Costo de una pelota con descuento

Cantidad de pelotas



Propiedad distributiva.

$$(\square + \triangle) \cdot \bullet = \square \cdot \bullet + \triangle \cdot \bullet$$

$$(\square - \triangle) \cdot \bullet = \square \cdot \bullet - \triangle \cdot \bullet$$



Ejercita



Calcula.

- a) $(4 + 16) \cdot 30$ b) $25 \cdot 4 + 15 \cdot 4$ c) $50 \cdot (140 - 90)$ d) $300 \cdot 7 - 280 \cdot 7$

Práctica

1 Completa.

a) $250 + 388 + 250 = 250 + \boxed{} + 388$

$$= \boxed{} + 388$$

$$= \boxed{}$$

b) $15 \cdot 18 \cdot 4 = \boxed{} \cdot \boxed{} \cdot 18$

$$= \boxed{} \cdot 18$$

$$= \boxed{}$$

c) $25 \cdot 3 + 25 \cdot 7 = 25 \cdot (\boxed{} + \boxed{})$

$$= 25 \cdot \boxed{}$$

$$= \boxed{}$$

d) $14 \cdot 18 - 6 \cdot 18 = (\boxed{} - \boxed{}) \cdot 18$

$$= \boxed{} \cdot 18$$

$$= \boxed{}$$

e) $5 \cdot 20 + 5 \cdot 45 = \boxed{} \cdot (\boxed{} + \boxed{})$

$$= \boxed{} \cdot \boxed{}$$

$$= \boxed{}$$

2 Calcula.

a) $35 - (28 + 3 - 2)$

b) $65 - 12 \cdot 4$

c) $9 \cdot 8 - 30 \cdot 2$

d) $16 + 4 + 8$

e) $16 + (4 + 8)$

f) $8 + 6 \cdot 7 - 5$

g) $(8 + 6) \cdot 7 - 5$

h) $8 + 6 \cdot (7 - 5)$

i) $(8 + 6) \cdot (7 - 5)$

3 Calcula.

a) $10 \cdot 3 \cdot 6$

b) $10 \cdot (3 \cdot 6)$

c) $(14 + 16) \cdot 2$

d) $3 \cdot (16 - 9) + 4$

e) $(12 - 7) + 8 - 4$

f) $(12 - 7) \cdot (8 - 4)$

g) $16 \cdot 8 - 6 \cdot 8$

h) $(16 - 6) \cdot 8$

i) $35 \cdot 4 + 15 \cdot 4$

j) $(35 + 15) \cdot 4$

4

Utiliza las propiedades de las operaciones para completar.

a) $25 \cdot 98 = 25 \cdot (\square - 2)$

$$= 25 \cdot \square - 25 \cdot 2$$

$$= \square$$

b) $105 \cdot 6 = (\square + 5) \cdot 6$

$$= \square \cdot 6 + 5 \cdot \square$$

$$= \square$$

c) $25 \cdot 24 = 25 \cdot \square \cdot 6$

$$= \square \cdot 6$$

$$= \square$$

d) $99 \cdot 9 = (\square - 1) \cdot 9$

$$= \square \cdot 9 - 1 \cdot 9$$

$$= \square$$

Uso de calculadora

- 1 ¿Cómo calcularías usando la calculadora? Explica.

$$5 \cdot (230 + 400)$$



Idea de Sami



Idea de Juan



- a) ¿Por qué obtienen resultados distintos?
b) ¿Cómo habrán calculado usando la calculadora?



Al usar la calculadora, no olvides el orden para calcular expresiones matemáticas combinadas.

De izquierda a derecha:

paréntesis → multiplicación y división → adición y sustracción



Calcula usando la calculadora.

- a) $38675 - (22645 - 7340) =$
b) $9312 \cdot 39 + 12430 =$
c) $88670 - 3450 : 5 =$
d) $3468 \cdot 3 + 2110 \cdot 4 =$
e) $63478 - 322 \cdot 45 =$
f) $7850 : 50 + 45630 - 11230 =$

Practica

1 Calcula.

a)
$$\begin{array}{r} 5348 \\ + 26814 \\ \hline \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 47056 \\ - 8077 \\ \hline \end{array}$$

c) $64 \cdot 28$

d) $59 \cdot 47$

e) $108 : 5 =$

f) $851 : 8 =$

2 Calcula.

a) $700 - (420 - 90)$

b) $8 \cdot (25 + 35)$

c) $28 - 24 : 3$

3 Completa y responde.

- a) Juan compró 6 pasteles con crema a \$350 cada uno. Si pagó con un billete de \$5 000, ¿cuánto dinero recibió de vuelto?

$$\begin{array}{r} \boxed{} - 6 \cdot 350 \\ = \boxed{} - \boxed{} \\ = \boxed{} \end{array}$$

Respuesta:

- b) Se tiene una caja con 160 lápices de colores y 8 lápices mina. Si los lápices se reparten entre 8 personas, ¿cuántos recibe cada una?

$$\begin{array}{r} (160 + \boxed{}) : \boxed{} \\ = \boxed{} : \boxed{} \\ = \boxed{} \end{array}$$

Respuesta:

- 4 Se tienen 3 cajas con 15 naranjas cada una. Se entregan 2 naranjas a cada uno de los 20 niños del 5º básico. ¿Cuántas naranjas quedan en la caja?

Expresión matemática:

Respuesta:

5 Completa y responde.

- a) Teníamos 3 alcancías con 500 monedas de \$500 cada una. Si mi mamá usó 650 monedas el mes pasado y 740 este mes, ¿cuántas monedas quedan?

$$3 \cdot 500 - (650 + \boxed{})$$

$$= \boxed{} - \boxed{}$$

$$= \boxed{}$$

Respuesta:

- b) Compré 2 barras de cereal a \$120 cada una y 3 cajas de jugos a \$350 cada una. ¿Cuánto pagué en total?

$$2 \cdot 120 + 3 \cdot \boxed{}$$

$$= \boxed{} + \boxed{}$$

$$= \boxed{}$$

Respuesta:

6 Escribe los paréntesis donde corresponda y responde.

Se tienen 54 rosas rojas y 34 rosas blancas. Si se quieren hacer 8 ramos con igual cantidad de flores, ¿cuántas flores tendrá cada ramo?

$$54 + 34 : 8$$

Respuesta:

7 Completa para calcular.

- a) $24 \cdot 8 + 6 \cdot 8$

$$= (24 + \boxed{}) \cdot \boxed{}$$

$$= \boxed{} \cdot \boxed{}$$

$$= \boxed{}$$

- b) $20 \cdot 7 - 14 \cdot 7$

$$= (\boxed{} - \boxed{}) \cdot \boxed{}$$

$$= \boxed{} \cdot 7$$

$$= \boxed{}$$

- 8** Utiliza la siguiente información para crear un problema que se resuelva con la expresión matemática dada.

Información:

5 personas, \$800 cada pastel,
\$120 cada jugo.

Expresión matemática:

$$(800 + 120) \cdot 5$$

Ejercicios

1 Calcula.

a) $5\ 000 - (800 + 2\ 500)$

b) $(40 + 50) \cdot 77$

c) $120 : (12 - 4)$

d) $(96 - 4) \cdot (35 + 43)$

e) $18 \cdot 8 : 4$

f) $28 - 3 \cdot (13 - 8)$

g) $1\ 549 + 79\ 328$

h) $35 \cdot 25$

i) $65\ 000 - (43\ 379 - 38\ 654)$

j) $65 \cdot (1\ 890 - 1\ 878)$

k) $(155 + 340) : 5$

l) $(140 + 220) : (9 - 5)$

m) $18 \cdot (80 : 4)$

n) $(3\ 238 - 1\ 897) + 44 \cdot 55$

o) $45\ 625 - 3\ 088$

p) $979 : 4$

2 Escribe los paréntesis donde corresponda. Luego, resuelve y responde.

a) Había 60 hojas de papel, ayer usé 15 y hoy 20. ¿Cuántas hojas de papel quedan?

$$60 - 15 + 20$$

b) Hay una promoción en que puedes comprar un cuaderno a \$1 590 y una caja de lápices de colores a \$1 380. Si pagas con \$5 000, ¿cuánto recibes de vuelto?

$$5\ 000 - 1\ 590 + 1\ 380$$

3 Completa y responde.

a) Sí había 5 grupos de 10 lápices y los niños usaron 40, ¿cuántos lápices no se usaron?

$$5 \cdot \boxed{} - \boxed{}$$

Respuesta:

b) Había 100 hojas. Si se entregaron 4 hojas a cada uno de los 18 estudiantes, ¿cuántas hojas de papel quedaron?

$$\boxed{} - \boxed{} \cdot 4$$

Respuesta:

c) Si pagó con \$500 por 6 gomas de borrar que costaban \$80 cada una, ¿cuánto recibió de vuelto?

$$\boxed{} - 6 \cdot \boxed{}$$

Respuesta:

Problemas

1 Resuelve con una sola expresión matemática.

- a) Habían 1 000 hojas. Usaron 250 hojas ayer y 320 hoy.
¿Cuántas hojas quedan?
- b) Si compras con un billete de \$10 000, 3 cajas de jugo de naranja que cuestan \$1 250 cada una y 3 paquetes de galletas que cuestan \$1 150 cada uno,
¿cuánto te deben dar de vuelto?

2  Calcula.

a) $8893 + 12 \cdot 3$

c) $4590 - 129 : (6 : 2)$

b) $42 \cdot 80 - 39 \cdot 76$

d) $3670 + 60 \cdot 8 : 2$

3 Completa.

a) $25 \cdot 58 = 25 \cdot (\boxed{} - 2)$
 $= 25 \cdot \boxed{} - 25 \cdot 2$
 $= \boxed{}$

c) $12 \cdot 24 = 12 \cdot (\boxed{} \cdot 6)$
 $= \boxed{} \cdot 6$
 $= \boxed{}$

b) $85 \cdot 6 = (\boxed{} + 5) \cdot 6$
 $= \boxed{} \cdot 6 + 5 \cdot \boxed{}$
 $= \boxed{}$

d) $88 \cdot 9 = (\boxed{} - 2) \cdot 9$
 $= \boxed{} \cdot 9 - 2 \cdot 9$
 $= \boxed{}$

4 Crea problemas que se resuelvan con cada expresión matemática.

a) $(1 000 + 2 000) \cdot 4$

b) $(1 300 - 349) : 3$



Daniela y Maritza entrenan diariamente para una maratón trotando alrededor de la cancha del colegio. Elaboraron tablas con el número de vueltas realizadas durante la semana anterior.

Vueltas de Daniela

Días	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Total
Cantidad de vueltas	9	7	11	6	7	40

Vueltas de Maritza

Días	Lunes	Martes	Miércoles	Viernes	Total
Cantidad de vueltas	10	8	6	12	36



Daniela entrenó los 5 días de la semana y Maritza estuvo ausente el jueves, por lo que entrenó 4 días. ¿Quién se preparó mejor para la maratón?



Gaspar

Si observas el total, Daniela dio más vueltas.



Sofía

Pero, ¿podemos comparar el total de vueltas si la cantidad de días es distinta?



Juan

Si Maritza no hubiera tenido que faltar un día, ¿cuántas vueltas habría dado?



Ema

Si Maritza hubiera dado 4 vueltas el día que faltó, entonces su total podría haber sido de 40 vueltas. Lo mismo que Daniela.

La media

- 1 Si Daniela y Maritza hubieran dado la misma cantidad de vueltas todos los días, ¿cuántas vueltas por día habría dado cada una?

Si suponemos que cada una dio la misma cantidad de vueltas cada día, podríamos compararlas.

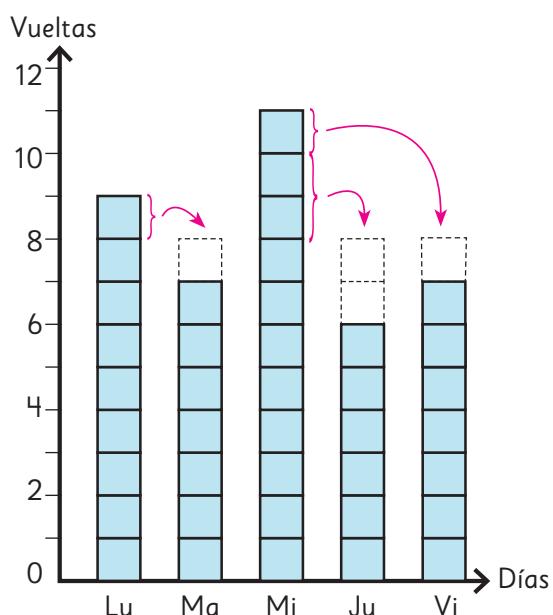


- a) Daniela dio 40 vueltas en total la semana anterior. Si suponemos que cada día dio la misma cantidad de vueltas, ¿cuántas vueltas habría dado por día? Completa el diagrama y responde.

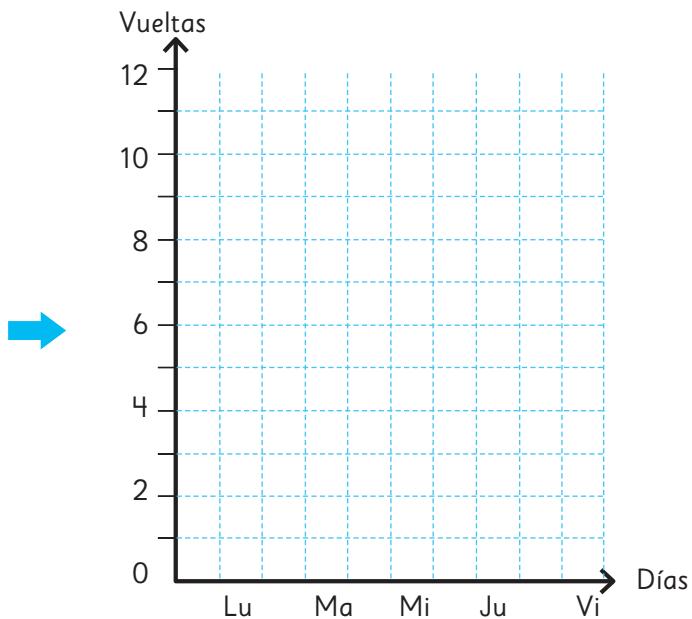


Nivela las columnas para que sean iguales.

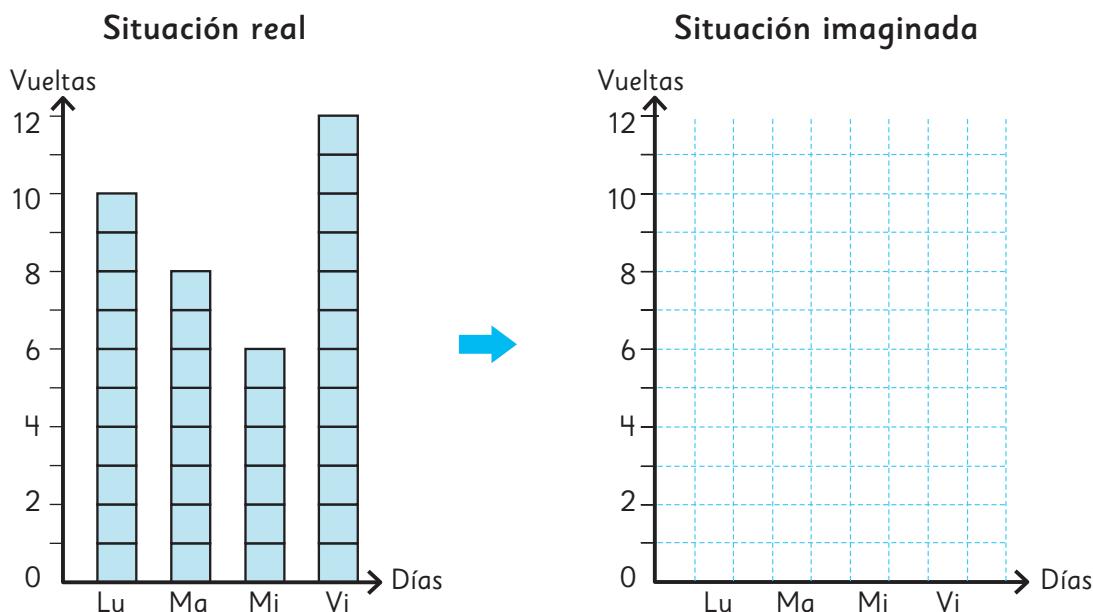
Situación real



Situación imaginada



- b) Maritza dio 36 vueltas en total la semana anterior. Si suponemos que cada día dio la misma cantidad de vueltas, ¿cuántas vueltas habría dado por día?
Completa el diagrama y responde.



c) ¿Cuántas vueltas por día corrió cada una en la situación imaginada?

d) ¿Cuál de las dos niñas practicó más?



El proceso de transformar diferentes medidas para obtener una medida pareja se llama **promediar**.

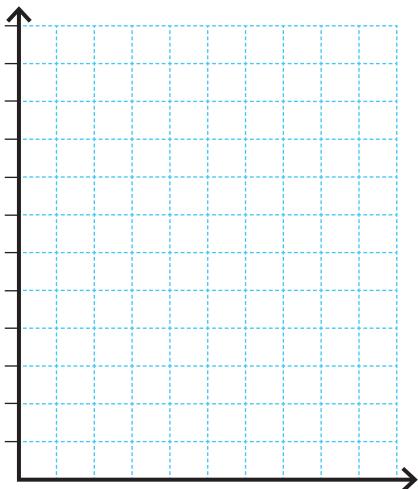
Promediar es equivalente a nivelar.



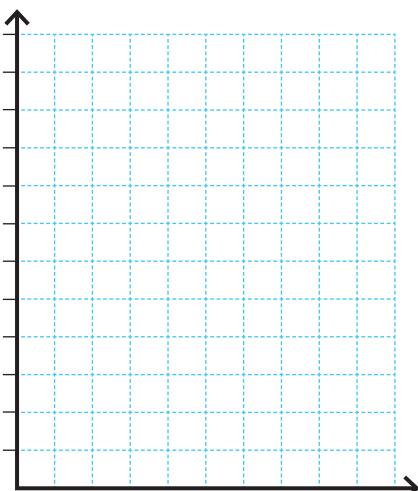
Practica

- 1 El número de libros leídos por cada persona en el último mes es:
3, 2, 1, 0, 4.

a) Representa los datos con barras.

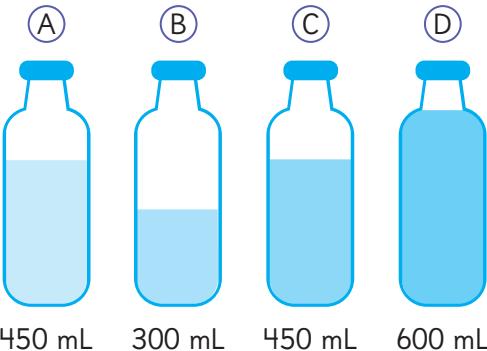


b) Nivela las barras para encontrar el promedio.



c) ¿Cuál es el promedio de libros leídos por estas personas en el último mes?

- 2 Las botellas de la imagen tienen cierta cantidad de agua. Aurora quiere distribuir el agua de las botellas de manera que todas queden niveladas.



a) ¿Qué cantidad de agua debe tener cada botella para que estén niveladas?

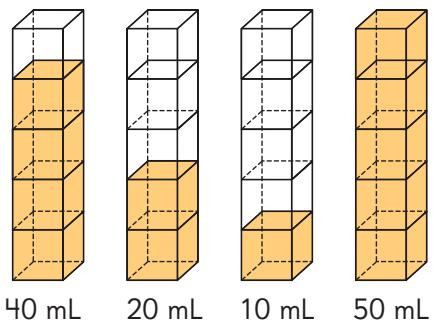
b) ¿Cómo lo calculaste?

c) Busca otra situación en la que debas nivelar para resolverla.

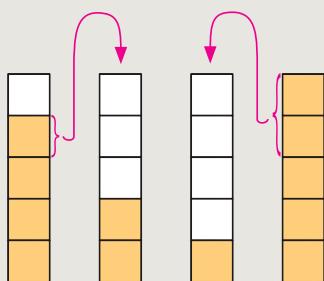


2 Hay 4 envases con distinta cantidad de jugo.

- a) Calculemos el promedio para saber cuánto jugo hay que echar en cada envase para nivelarlos.



Idea de Ema

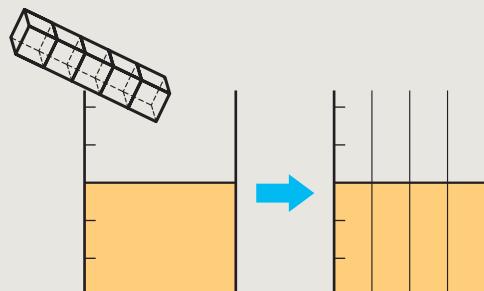


Pasar el jugo de los envases que tienen más a los envases que tienen menos.



Idea de Juan

Juntar todo el jugo y después repartirlo entre todos los envases.



- b) Piensa cómo calcular la cantidad de jugo que queda en cada envase al promediar.

$$(40 + 20 + 10 + 50) : 4 = \boxed{} \text{ mL.}$$

Cantidad total de jugo en los 4 envases

Número de envases

Promedio de jugo por envase.



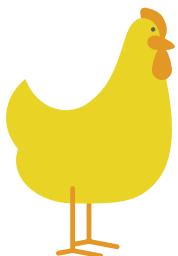
Para obtener el promedio de jugo, se divide por 4 la cantidad total de jugo que hay en los cuatro envases.



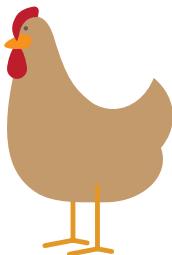
El número o medida que se obtiene al promediar distintos números o medidas se conoce como **promedio o media**.

Media o promedio = suma de números o medidas : cantidad de números o medidas

- 3** ¿Cuál de las dos gallinas puso huevos de mayor masa?
Compara calculando la masa promedio de sus huevos.



56 g 58 g 56 g 61 g 54 g 57 g



57 g 53 g 60 g 58 g 56 g 53 g 55 g



¿Podemos nivelar las masas de los huevos?



Incluso con las cosas que no se pueden nivelar en la vida real, si se conocen sus medidas y el total de elementos, se puede calcular la media o promedio.

- 4** La siguiente tabla muestra la cantidad de libros que leyeron 5 personas durante agosto.
¿Cuál es la cantidad promedio de libros que leyeron?

Cantidad de libros leídos



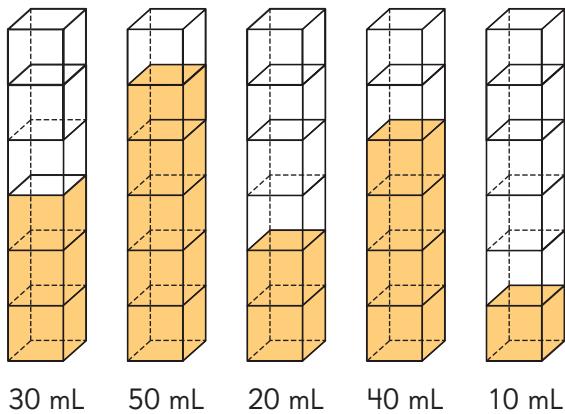
Nombre	Paula	Enrique	Sandra	Natalia	Juan
Cantidad de libros leídos	4	3	0	5	2



Incluso en cosas que no se pueden expresar con números decimales, como la cantidad de libros, la media sí puede estar expresada como decimal.

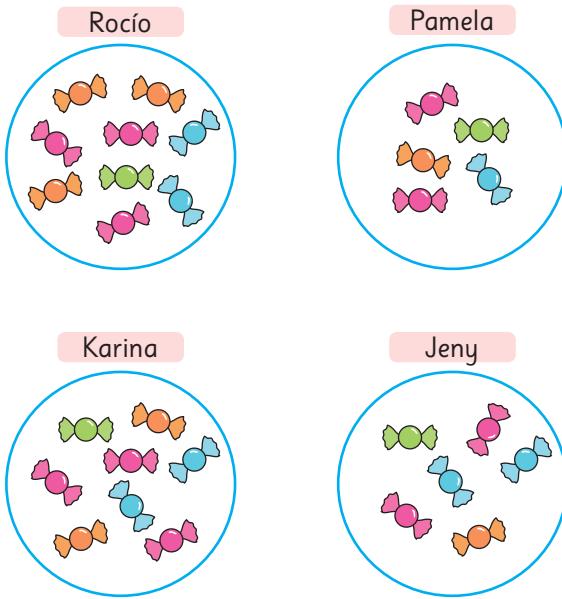
Práctica

- 1 Observa los siguientes envases con distinta cantidad de jugo:



- a) ¿Cuánto líquido puede contener cada envase?
- b) ¿Cómo puedes nivelar la cantidad de jugo en todos los envases?
- c) ¿Cuál es la cantidad de jugo que quedará en cada envase una vez que estén nivelados?

- 2 Rocío y sus amigas se repartieron algunos dulces.



- a) ¿Cuántos dulces recibió cada una?
- b) Si deciden repartirlos para que todas tengan la misma cantidad, ¿cuántos dulces recibe cada una?
- c) Si llega otra amiga, ¿podrían repartir todos los dulces entre todas de modo que cada una reciba lo mismo? Explica.

- 3** Lorena registró los minutos de entrenamiento que dedicó diariamente durante la semana pasada.

Lunes	56 min
Martes	63 min
Miércoles	33 min
Jueves	58 min
Viernes	60 min

- a) Escribe 2 afirmaciones que puedes hacer a partir del registro de Lorena.
- b) ¿Cuál es el tiempo promedio de entrenamiento de la semana?
- c) Si no se considera el miércoles, ¿crees que mejoraría el promedio de la semana? Explica.
- d) ¿Cuál es el tiempo promedio que se obtiene si no se considera el día miércoles?
- e) Compara los resultados obtenidos en b) y d) y escribe una conclusión.

- 4** Calcula el promedio de los siguientes números.

a) 10 20 30 20 10

b) 3 7 4 8 2 5 1 2

c) 43 45 44 43 44 45

d) 5 10 15 20 25 30 35

- 5** Al promediar 4 datos se obtuvo 10. Si se agrega un nuevo dato:

a) ¿Cómo puedes calcular el nuevo promedio?

b) ¿Crees que cambiará el promedio al incluir el nuevo dato?

c) ¿Cuál debería ser el nuevo dato para que el promedio no cambie?

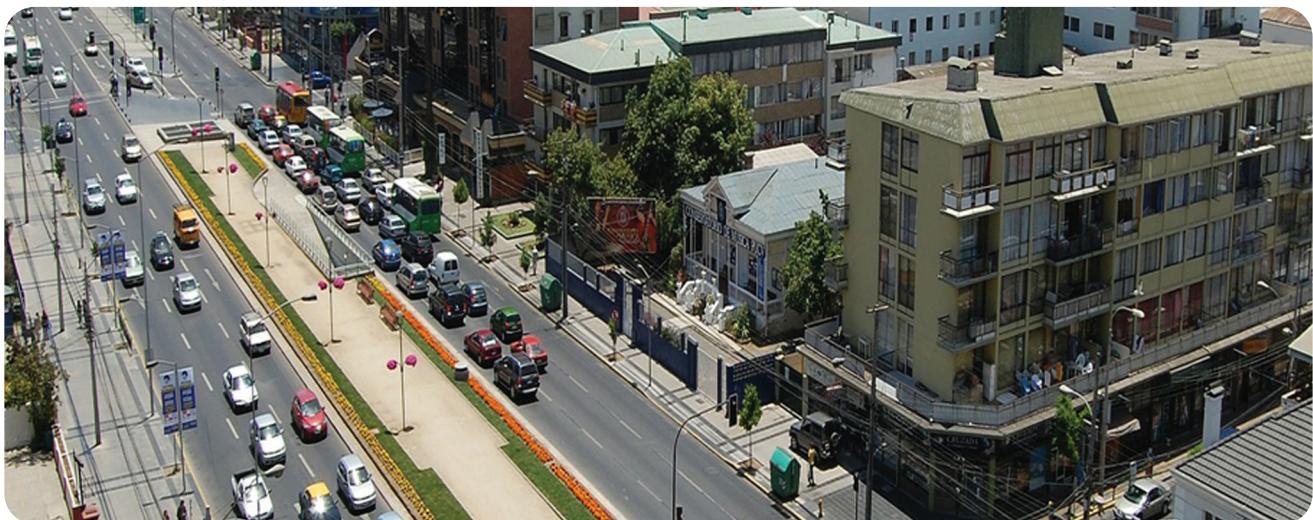
6

Pablo hizo una encuesta a algunos de sus amigos. Los resultados se muestran a continuación.

Nombre	Número de hermanos	Edad (años)	Estatura (cm)
Juan	1	10	138
Pedro	2	11	139
Kevin	0	11	138
Tahiel	3	10	140
Renato	3	12	145
Luis	1	11	140
Alberto	2	10	142
Víctor	0	13	146

- a) ¿Qué edad tienen en promedio los amigos de Pablo?
- b) Javier, otro amigo, tiene 15 años, ¿el promedio aumentará o disminuirá si se incluye en el cálculo? Explica.
- c) ¿Qué estatura tienen en promedio los amigos de Pablo?
- d) Pablo mide 141 cm, ¿si se incluye en la lista disminuirá el promedio? Explica.
- e) ¿Cuál es el promedio de hermanos que tienen los amigos de Pablo?
- f) ¿Cómo interpretas el promedio de hermanos?

Examinar datos usando la media



- 1 Ema y Diego quieren saber si es cierto que las temperaturas han aumentado en las dos últimas décadas en su ciudad. Encontraron la siguiente tabla.

Temperatura máxima mensual en la ciudad (°C)

Mes \ Año	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
1998	36,6	34,8	31,8	31,8	27,5	23,4	23,2	29,8	29,2	31,6	32,1	35,4
2018	34,9	35,4	32,6	27,9	25,8	27,3	24,0	28,2	31,3	28,9	32,7	33,4

- a) ¿Qué conclusiones podemos sacar a partir de los datos de la tabla?

The illustration shows four children in a discussion. Juan (boy with brown hair, red shirt) says: "Hay 6 meses en que las temperaturas máximas en 2018 fueron más altas que en los mismos meses de 1998." Sofía (girl with dark hair, pink top) says: "La temperatura máxima en 1998 fue de 36,6 °C en enero y la máxima en 2018 fue de 35,4 °C en febrero." Matías (boy with red hair, blue shirt) says: "La temperatura máxima en 1998 fue casi 1 °C más alta que la máxima de 2018." Sami (girl with brown hair, yellow top) says: "Podríamos calcular la media."

- b) Ema miró la tabla y decidió comparar los promedios de las temperaturas máximas mensuales de cada año. ¿Cómo calculó la media? Completa el con el número que corresponde y explica.

¿Cómo calcular la media de las temperaturas máximas mensuales del año 1998?

Suma las temperaturas máximas mensuales de enero a diciembre:

- c) Ema también calculó la media de las temperaturas máximas mensuales de 2018 en esta ciudad y afirmó que 1998 fue más caluroso que 2018. Calcula ambas medias y compáralas.
- d) Diego encontró datos de las temperaturas promedio mensuales de 1998 y 2018, y no estuvo de acuerdo con Ema. Analiza estos datos y explica por qué estuvo en desacuerdo.

Temperaturas promedio mensuales en la ciudad (°C)

Mes Año \ Mes	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
1998	22,0	18,5	17,2	14,2	12,0	9,4	7,1	9,5	11,9	15,5	17,6	20,4
2018	21,0	20,7	18,1	15,1	11,7	7,9	8,1	9,7	12,6	14,8	19,3	19,9

¿A qué se deberá el aumento de las temperaturas promedio?



Ejercita

A continuación, se muestran las edades (en años) de los estudiantes que participan en el taller de medioambiente de un colegio.

13, 12, 10, 11, 10, 12, 14, 10, 12, 10, 11, 12, 13, 12, 12, 12

- a) Calcula la media.
- b) ¿Qué puedes decir de la edad de los niños del taller, a partir de la media?

- 2** Los siguientes datos corresponden a las alturas (en cm) de 12 miembros de un equipo de básquetbol.

188	198	179	183	191	205
195	196	185	203	187	194

¿Cuál es la altura promedio de los jugadores del equipo?

Puedes usar una calculadora.



Observa la forma en que Matías y Sofía calcularon el promedio.

Completa los y explica sus ideas.



Idea de Matías

$$(188 + 198 + 179 + 183 + 191 + 205 + 195 + 196 + 185 + 203 + 187 + 194) : 12 = 192$$

Por lo tanto, la media es 192 cm.



Idea de Sofía

Como todos miden más de 170 cm, nivelo en esta medida y calculo el promedio de las diferencias.

$$(18 + 28 + 9 + 13 + 21 + 35 + 25 + 26 + \boxed{} + \boxed{} + \boxed{} + \boxed{}) : 12 = 22$$

$$170 + \boxed{} = 192$$

Por lo tanto, la media es 192 cm.

Práctica

1

Para correr en una competencia, Camilo está estudiando sus tiempos en los 100 m planos. Lleva entrenando varios meses y ha registrado su mejor tiempo cada semana.

Semana	Tiempo (s)
1	15,2
2	15
3	14,8
4	14,5
5	14,7

a) ¿Qué pasó a partir de la semana 3?

b) ¿Qué pasa con los registros de Camilo a medida que avanzan las semanas?

c) ¿Crees que ha tenido un buen desempeño en sus entrenamientos? Explica.

d) Calcula el promedio de los tiempos de Camilo durante las 10 semanas.

e) ¿Cómo interpretas el valor obtenido en d)?

2

Semana	Tiempo (s)
6	14,4
7	14,4
8	14,3
9	14,2
10	14,3

Dominga trabaja haciendo eventos y calculó que durante el año pasado, en promedio, organizó 2,8 eventos mensualmente.

a) ¿Es correcto afirmar que todos los meses organizó cerca de 3 eventos? Explica.

b) ¿Podría haber algún mes en que haya organizado más de 3 eventos? Explica.

c) ¿Es posible que un mes no haya organizado eventos? Explica.

- 3** Antonia tiene un puesto en la fonda del pueblo. Ella registra la cantidad de volantines que ha vendido cada día.

Cantidad de volantines vendidos:

23; 23; 28; 20; 26
27; 32; 29; 27; 25

- a) Antonia estima que vendió en promedio 18 volantines, ¿crees que es razonable lo que piensa? Explica.
- b) Sin usar calculadora, calcula el promedio.
- c) Explica cómo lo hiciste.

- 4** Calcula el promedio de los siguientes números, sin usar la calculadora.

a) 65; 54; 57; 61; 59; 60; 57

b) 104; 102; 100; 101; 102; 103

c) 224; 232; 227; 229; 223

d) 37; 36; 35; 36

5

Los siguientes datos corresponden al número de palabras que leen varias personas en 10 segundos:

25; 26; 29; 30; 28; 26; 29; 27

- a) ¿Cuál es el promedio de palabras que leen este grupo de personas en 10 segundos?

- b) Una persona bien entrenada en lectura veloz lee 53 palabras en 10 segundos. ¿Cuál es el promedio si se incorpora esta persona al grupo?

- c) ¿Por qué crees que se modifica el promedio?

- d) ¿Qué pasaría con el promedio si en lugar de incorporar a esta persona, se incluye una que lee 15 palabras en 10 segundos?

6

Salvador quiere calcular sus promedios de notas.

Lenguaje: 6,5; 6,2; 6,0; 6,6; 6,2

Matemática: 6,6; 6,8; 6,7; 6,3

Calculó su promedio de Lenguaje de la siguiente manera:



Me fijo en las décimas:

$$(5 + 2 + 0 + 6 + 2) : 5 = 3$$

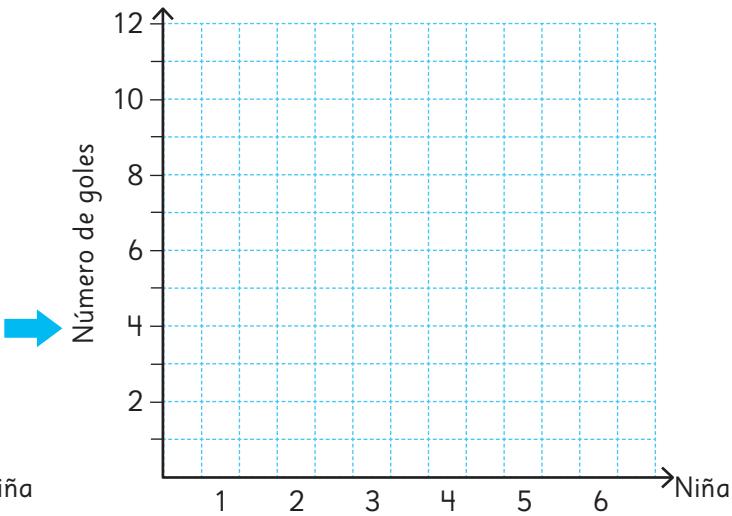
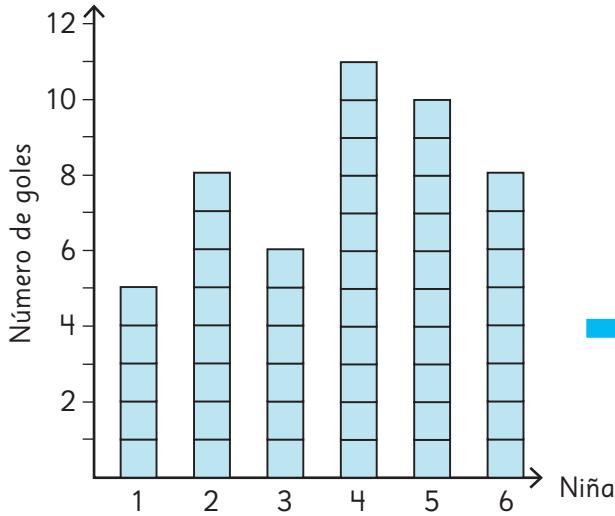
Entonces, mi promedio es 6,3.

- a) Explica el procedimiento que aplicó Salvador.

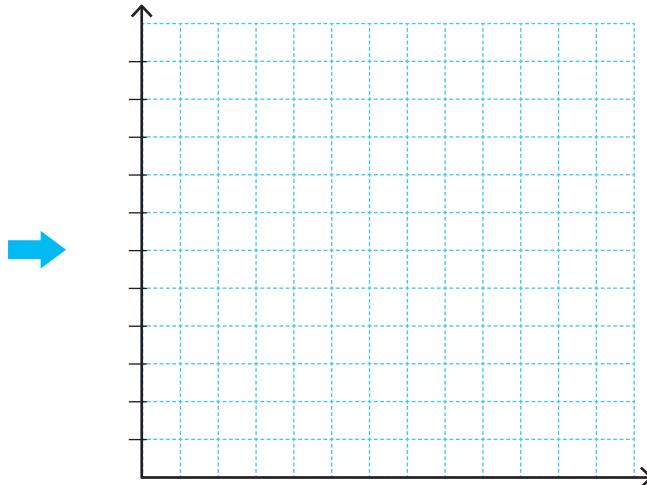
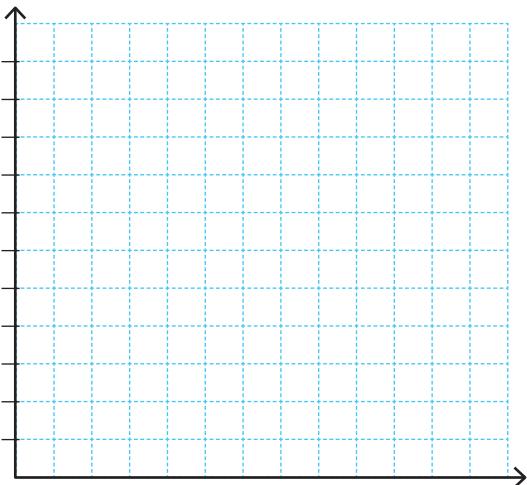
- b) Calcula el promedio de Matemática usando el mismo procedimiento.

Ejercicios

- 1 El número de goles anotados por 6 niñas de un equipo de fútbol fueron 5, 8, 6, 11, 10 y 8. ¿Cuál fue el promedio de goles por niña? Nivela las barras para encontrar la respuesta.



- 2 La cantidad de horas a la semana que las personas de una familia pasan frente al televisor son: 5, 3, 0, 8 y 9. ¿Cuál es el promedio de horas frente al televisor de las personas de la familia? Representa los datos con barras y luego nivela para encontrar el promedio.



- 3 La tabla muestra la cantidad de latas vacías diarias que recolectaron dos cursos.

Día Curso	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
5° A	0	12	20	18	10
5° B	17	15	13	10	10

Calcula el promedio de cada curso y compáralos.

Problemas

1



La siguiente tabla muestra el número de hermanos de los estudiantes de un curso.

Número de hermanos

Nombre	Número de hermanos
Camilo	2
Valentina	1
Gabriela	0
Mateo	2
Carla	3
Nicolás	1
Elena	1
Daniel	2
Alicia	0
Clara	1

Nombre	Número de hermanos
Martín	4
Javier	2
Ana	1
Maite	1
Noelia	1
Mario	2
Andrea	3
Lucas	0
Pilar	1
Álvaro	1

Calcula el promedio de hermanos de los estudiantes de este curso e interprétilo.

2

Los siguientes valores corresponden a las masas (en gramos) de 5 cajas de cereal:

506 g

502 g

504 g

503 g

505 g

Sin usar la calculadora, encuentra la masa promedio de las cajas de cereal. Explica la estrategia que usaste.

3

Una persona, de lunes a sábado, lee 5 páginas cada día. ¿Cuántas páginas debe leer el domingo para que el promedio de páginas diarias leídas durante la semana sea de 6 páginas? Selecciona la respuesta correcta.

5 páginas

6 páginas

12 páginas

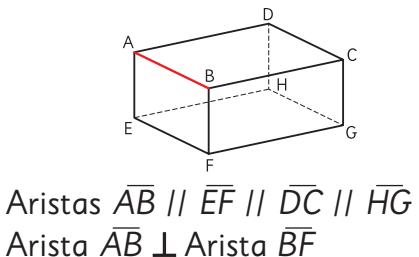
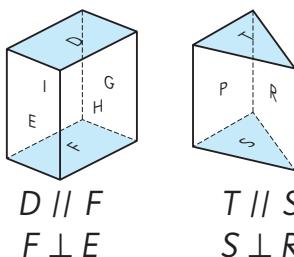
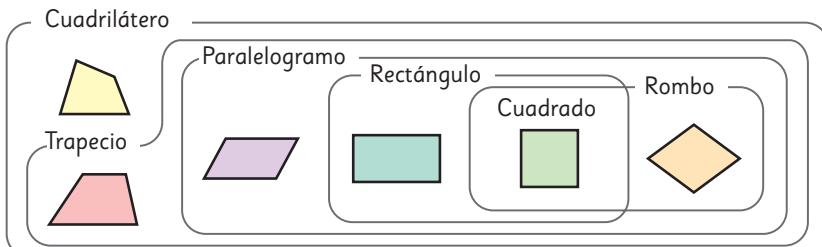
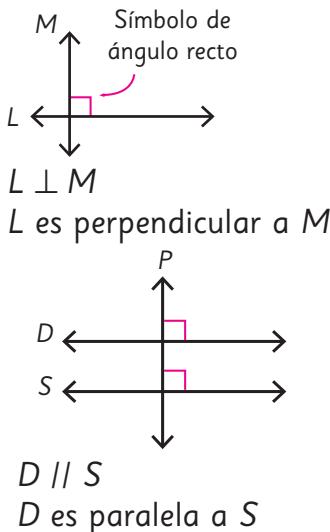
15 páginas

4

Si el promedio de libros solicitados durante un mes en la biblioteca del colegio fue de 2,8 libros por estudiante, ¿son ciertas las siguientes afirmaciones?

- Todos los estudiantes del colegio pidieron cerca de 3 libros durante el mes.
- Es imposible que un niño haya pedido más de 3 libros durante el mes.
- Es posible que haya niños que no pidieron libros este mes.

Paralelismo y perpendicularidad en figuras y cuerpos geométricos



Explorando posibilidades

Ejemplos de grados de posibilidad



Es seguro que saldrá rojo.



Es poco posible que salga blanco.



Es posible que salga verde.



Es imposible que salga azul.

Orden de los cálculos

$$1200 + 150 : (5 - 2)$$

$$1200 + 50$$

- ① Paréntesis.
- ② Multiplicación y división.
- ③ Adición y sustracción.

Operatoria combinada

Propiedades de las operaciones

Adición

$$\blacksquare + \blacktriangle = \blacktriangle + \blacksquare$$

$$(\blacksquare + \blacktriangle) + \bullet = \blacksquare + (\blacktriangle + \bullet)$$

Multiplicación

$$\blacksquare \cdot \blacktriangle = \blacktriangle \cdot \blacksquare$$

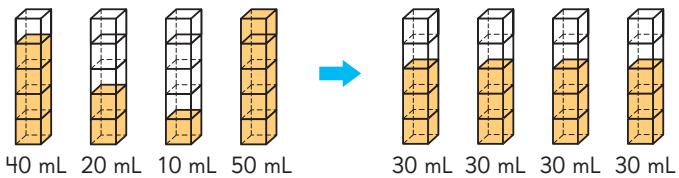
$$(\blacksquare \cdot \blacktriangle) \cdot \bullet = \blacksquare \cdot (\blacktriangle \cdot \bullet)$$

$$(\blacksquare + \blacktriangle) \cdot \bullet = \blacksquare \cdot \bullet + \blacktriangle \cdot \bullet$$

$$(\blacksquare - \blacktriangle) \cdot \bullet = \blacksquare \cdot \bullet - \blacktriangle \cdot \bullet$$

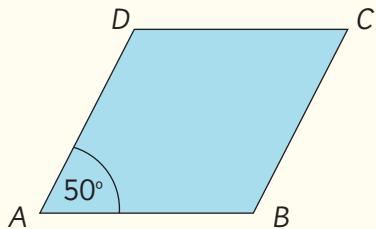
Media

Suma de números o medidas : Cantidad de números o medidas



Repaso

- 1 Observa el rombo $ABCD$ y responde.



- a) Si el lado \overline{BC} mide 6 cm, ¿cuál es la medida de los tres lados restantes?

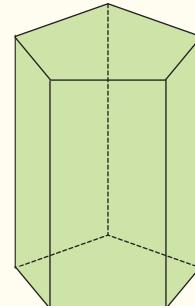
\overline{AB} mide cm. \overline{CD} mide cm. \overline{DA} mide cm.

- b) ¿Cuánto mide el ángulo en D y en C , respectivamente?

Ángulo en D mide . Ángulo en C mide .

- 2 Observa el cuerpo geométrico y responde.

- a) ¿Cuál es el nombre de este prisma?



- b) ¿Cuántas caras, aristas y vértices tiene en total?

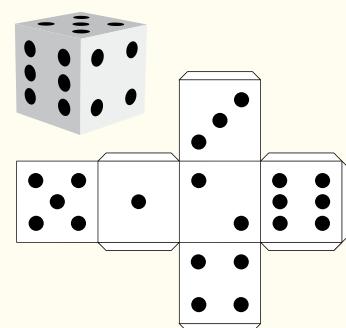
Caras:

Aristas:

Vértices:

- 3 Observa la red para armar el dado con forma de cubo y responde.

- a) Al armar el dado, ¿cuál de las caras es paralela a la cara con 6 puntos?



- b) Al armar el dado, ¿cuáles de las caras son perpendiculares a la cara con 4 puntos?

- 4** Una bolsa contiene 2 pelotas amarillas, 5 pelotas rojas, 1 pelota blanca y 2 pelotas azules. Todas las pelotas son del mismo tamaño. Se va sacando de a una pelota sin mirar.

a) Escribe dos resultados que sean igualmente posibles.

b) Escribe un resultado poco posible.

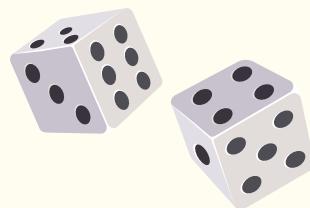
c) Escribe un resultado bastante posible.



d) ¿Cuán posible es que al sacar una pelota sea negra?

e) ¿Cuán posible es que al sacar una pelota sea roja o azul?

- 5** Al lanzar dos dados y sumar los puntos de las caras inferiores, ¿qué es más posible que ocurra: obtener 3 u obtener 10?, ¿por qué?



- 6**  Calcula.

a) $(9 - 6) \cdot 12$

f) $15 : (3 \cdot 5) + 8$

b) $(15 + 7) \cdot 4$

g) $15 : 3 \cdot 5 + 8$

c) $40 - 30 : 5 + 16$

h) $496 : 4 + 12$

d) $(75 + 15) \cdot 30$

i) $6 \cdot (13 - 10) + 4$

e) $26 \cdot 4 + 16 \cdot 4$

j) $34 - (25 + 4 - 2) + 8 \cdot 3$

7

Mariela tenía sus ahorros en 2 alcancías con 250 monedas de \$100 cada una.

- a) Si ella usó 125 monedas para comprarse una polera y 155 monedas para comprarse un pantalón, ¿cuántas monedas le quedan?

$$2 \cdot 250 - (\boxed{} + \boxed{}) = \boxed{} - \boxed{}$$
$$= \boxed{}$$

Respuesta:

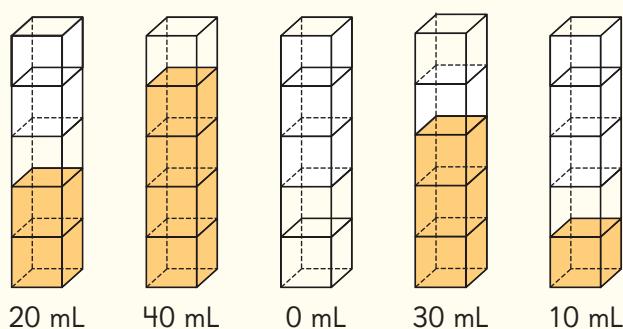
- b) ¿Cuánto dinero le queda?

$$\boxed{} \cdot \boxed{} = \boxed{}$$

Respuesta:

8

Observa los siguientes envases con distintas cantidades de jugo:



- a) ¿Cómo puedes nivelar la cantidad de jugo en todos los envases?

- b) ¿Cuál es la cantidad de jugo que quedará en cada envase una vez que estén nivelados?

Aventura Matemática



Mejorar nuestra calidad de vida y promover un sentido de comunidad, depende de nosotros y de nuestra disposición para modificar nuestros hábitos.

1

Conozcamos la evolución de la temperatura en Rapa Nui

2

Temperatura y cambio climático

3

Discapacidad, ¿ posible o imposible?

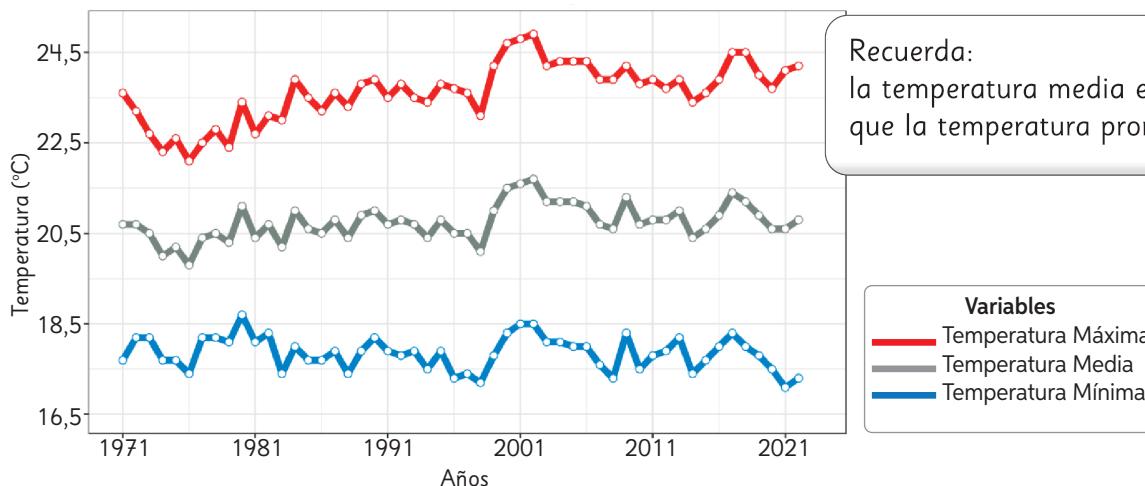
1

Conozcamos la evolución de la temperatura en Rapa Nui

Según el reporte anual de la evolución del clima en Chile elaborado por la Dirección Meteorológica de Chile, la **temperatura media** de Rapa Nui el 2022 fue de 20,8 °C.

Observa el gráfico que muestra la evolución de las temperaturas máximas, media y mínima en Rapa Nui desde 1971 hasta 2022.

Evolución de la Temperatura Máxima, Media y Mínima - Rapa Nui



Recuerda:
la temperatura media es lo mismo
que la temperatura promedio.



- La línea gris muestra la evolución de las temperaturas medias en Rapa Nui. ¿Por qué crees que se presenta entre las otras dos líneas graficadas?
- Describe la evolución de las temperaturas máximas y mínimas a lo largo de los años en Rapa Nui.
- ¿En qué año se registró la temperatura más alta? ¿Y la más baja?
- Aproximadamente, ¿cuál fue la temperatura media del año 2001? Verifica usando las temperaturas mínima y máxima.

¿Cómo habrán calculado el promedio de las temperaturas en cada año?

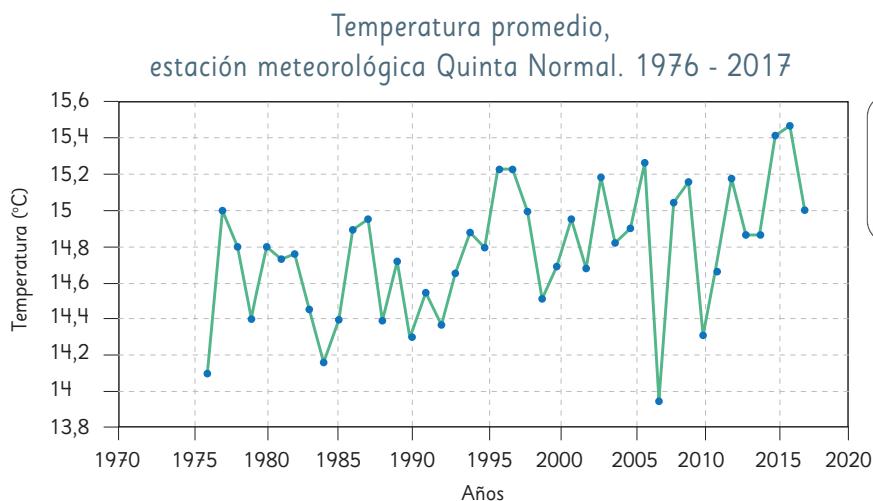


2

Temperatura y cambio climático

El **cambio climático** implica variaciones a largo plazo de las temperaturas y los patrones climáticos. Aunque puede ser causado por factores naturales como la actividad solar o erupciones volcánicas, la actividad humana ha sido su causa principal, debido a la quema de combustibles fósiles como el carbón, el petróleo y el gas. Esta combustión libera gases de efecto invernadero, es decir, gases que retienen el calor solar, aumentando las temperaturas terrestres.

Analiza el siguiente gráfico con las temperaturas promedio de cada año.



¿Cómo habrán obtenido la temperatura promedio de cada año?



- ¿Cuál es la tendencia de la temperatura promedio a lo largo de los años?
- ¿En qué año la temperatura promedio fue más alta? ¿Y en qué año la más baja?
- ¿En qué años hubo temperaturas promedio mayores a 15,2 °C?
- ¿Es posible que durante el 2017 se hayan registrado altas temperaturas, por ejemplo, 32 °C?
- Imagina las temperaturas en Punta Arenas, ¿cómo crees que ha sido la evolución de la temperatura promedio en Punta Arenas a lo largo de los años?



¿Qué podemos hacer para ayudar a revertir o detener el cambio climático?

3

Discapacidad, ¿posible o imposible?

La discapacidad no es una característica de la persona, sino que es el resultado de la interacción entre los déficits de la persona y las barreras físicas o actitudinales de su entorno. Por ejemplo, una persona sorda sin la posibilidad de acceder a la lengua de señas al realizar un trámite presenta una discapacidad.



Déficit de personas + Barreras del entorno



Déficit de personas + Disminución de barreras

¿Sabías que 1 de cada 5 adultos en Chile tiene algún tipo de discapacidad?

La Encuesta Nacional de Discapacidad y Dependencia, ENDIDE 2022, muestra que la posibilidad de presentar una discapacidad aumenta con la edad.

- a) ¿Qué significa que la posibilidad de presentar una discapacidad aumenta con la edad?
- b) Si pudieras escoger al azar una persona adulta de Chile, ¿qué tan posible es que tenga algún tipo de discapacidad?
- c) Según la información dada, al escoger al azar una persona adulta de Chile, ¿cuál de las dos situaciones es más posible?
 - Escoger una persona de 20 años con discapacidad.
 - Escoger una persona de 80 años con discapacidad.

Cuando aumenta la edad, ¿es posible o es seguro presentar una discapacidad?



No es seguro presentar una discapacidad, pero para todos es posible ...

¿Y tú qué harás para fomentar la inclusión de las personas con discapacidad?

