



1  En la clase de Sami, jugaron a la bolsa misteriosa. En este juego, se colocaron 3 cartas dentro de una bolsa: 2 de ellas eran de color rojo y la otra azul. Los estudiantes debían sacar de la bolsa 2 cartas y, antes de hacerlo, debían adivinar el color de las cartas que sacarían.

a) ¿Podemos anticipar qué combinación de cartas saldrá?



Como hay dos cartas rojas, creo que es muy posible que salgan las 2 de color rojo.



Como es un juego de azar, podrían salir cartas de cualquiera de los dos colores.

b) Repite el juego varias veces devolviendo las cartas que salen y registra los resultados.

- 2 Este es el registro de Gaspar de los resultados del juego. ¿Qué resultado se repitió más veces?

| Resultados del juego |             |
|----------------------|-------------|
| Resultados           | Nº de veces |
| 2 cartas rojas       | 11          |
| 1 roja y 1 azul      | 27          |



Creo que si seguimos jugando un rato, debería aumentar el número de veces que salen las dos cartas rojas.

- 3 Al ver los resultados del curso, Matías propuso dividirse en grupos y jugar 15 veces más. A continuación, se muestran los resultados de algunos de los grupos que jugaron.

Resultados Grupo 1

| Resultados      | Nº de veces |
|-----------------|-------------|
| 2 cartas rojas  | 6           |
| 1 roja y 1 azul | 9           |

Resultados Grupo 3

| Resultados      | Nº de veces |
|-----------------|-------------|
| 2 cartas rojas  | 5           |
| 1 roja y 1 azul | 10          |

Resultados Grupo 5

| Resultados      | Nº de veces |
|-----------------|-------------|
| 2 cartas rojas  | 7           |
| 1 roja y 1 azul | 8           |

Resultados Grupo 2

| Resultados      | Nº de veces |
|-----------------|-------------|
| 2 cartas rojas  | 4           |
| 1 roja y 1 azul | 11          |

Resultados Grupo 4

| Resultados      | Nº de veces |
|-----------------|-------------|
| 2 cartas rojas  | 6           |
| 1 roja y 1 azul | 9           |

Resultados Grupo 6

| Resultados      | Nº de veces |
|-----------------|-------------|
| 2 cartas rojas  | 4           |
| 1 roja y 1 azul | 11          |

- a) ¿Qué resultado es el que más se repite?  
 b) Si cada pareja juega 30 veces más, ¿puedes anticipar cuál es el resultado que más se repetirá?  
 c) ¿Qué puedes concluir del juego anterior?



El resultado 1 carta roja y 1 carta azul tiene el doble de posibilidades de salir.



Entonces, podríamos decir que este no era un juego justo, ya que un resultado podía salir más que el otro.



¿Qué podríamos hacer para que este sea un juego justo?

Ema sugirió agregar una carta azul a la bolsa del juego. Así, el juego de la bolsa misteriosa sería un juego justo. De esta manera, los resultados posibles son:

- 2 cartas de color azul.
- 2 cartas de color rojo.
- 1 carta roja y 1 carta azul.



4 Para probarlo, Juan sugirió dividirse nuevamente en grupos y jugar 30 veces. Estos son los resultados.

Resultados Grupo 1

| Resultados      | Nº de veces |
|-----------------|-------------|
| 2 cartas rojas  | 5           |
| 2 cartas azules | 5           |
| 1 roja y 1 azul | 20          |

Resultados Grupo 2

| Resultados      | Nº de veces |
|-----------------|-------------|
| 2 cartas rojas  | 7           |
| 2 cartas azules | 6           |
| 1 roja y 1 azul | 17          |

Resultados Grupo 3

| Resultados      | Nº de veces |
|-----------------|-------------|
| 2 cartas rojas  | 9           |
| 2 cartas azules | 6           |
| 1 roja y 1 azul | 15          |

Resultados Grupo 4

| Resultados      | Nº de veces |
|-----------------|-------------|
| 2 cartas rojas  | 6           |
| 2 cartas azules | 6           |
| 1 roja y 1 azul | 18          |

Resultados Grupo 5

| Resultados      | Nº de veces |
|-----------------|-------------|
| 2 cartas rojas  | 4           |
| 2 cartas azules | 9           |
| 1 roja y 1 azul | 17          |

Resultados Grupo 6

| Resultados      | Nº de veces |
|-----------------|-------------|
| 2 cartas rojas  | 8           |
| 2 cartas azules | 7           |
| 1 roja y 1 azul | 15          |

a) ¿Qué resultado es el que más se repite?

b) Si te tocara sacar dos cartas de la bolsa al azar, ¿qué resultado tiene más posibilidades de salir?

c) ¿Qué puedes concluir del juego anterior?

¡El resultado 1 carta roja y 1 carta azul sigue saliendo más veces!



- 5 Finalmente, se colocaron 3 cartas rojas y solo 1 carta azul en la bolsa para jugar el juego de la bolsa misteriosa.



- a) ¿Cuál crees que es la combinación de cartas que más se repetirá?



Ahora que hay 3 cartas rojas y 1 azul, debería ser mucho más fácil sacar 2 cartas rojas.



¡Pero entonces tampoco sería un juego justo!

- 6 Para averiguarlo, en el curso de Sami nuevamente se dividieron en grupos y jugaron 30 rondas. Las tablas muestran algunos resultados.

Resultados Grupo 1

| Resultados      | Nº de veces |
|-----------------|-------------|
| 2 cartas rojas  | 15          |
| 1 roja y 1 azul | 15          |

Resultados Grupo 2

| Resultados      | Nº de veces |
|-----------------|-------------|
| 2 cartas rojas  | 13          |
| 1 roja y 1 azul | 17          |

Resultados Grupo 3

| Resultados      | Nº de veces |
|-----------------|-------------|
| 2 cartas rojas  | 16          |
| 1 roja y 1 azul | 14          |

Resultados Grupo 4

| Resultados      | Nº de veces |
|-----------------|-------------|
| 2 cartas rojas  | 18          |
| 1 roja y 1 azul | 12          |

- a) Mirando los datos en general, ¿podemos decir que hay un resultado que **siempre** se repite más que el otro?
- b) Si te tocara sacar dos cartas de la bolsa al azar, ¿qué resultado crees que se repetirá más?
- c) ¿Qué puedes concluir de este juego?

¡Recién ahora ambos resultados tienen las mismas posibilidades de salir!



## Practica

- 1 En una caja vacía se colocan 10 pelotas verdes y 2 rojas.



- a) Si se saca 1 pelota al azar, ¿es posible que sea verde?
- b) Si se saca 1 pelota al azar, ¿es posible que sea roja?
- c) Si se saca 1 pelota al azar, ¿es más posible que sea verde o roja?
- d) Si se sacan 2 pelotas al azar, ¿es posible que sean verdes?
- e) Si se sacan 2 pelotas al azar, ¿es posible que sean rojas?
- f) Si se sacan 2 pelotas al azar, ¿es más posible que sean verdes o rojas?
- g) Si se sacan 3 pelotas al azar, ¿es posible que sean rojas?
- h) Si se sacan 3 pelotas al azar, ¿es posible que sean verdes?
- i) Si se sacan 3 pelotas al azar, ¿es más posible que sean verdes o rojas?

# Jugando con monedas

- 1 En la clase de Gaspar, jugaron a lanzar monedas para ver si salía cara o sello. Antes de lanzar las monedas, cada uno debía anticipar los resultados de 5 secuencias de 10 lanzamientos consecutivos y luego realizarlos.



## Idea de Juan

Creo que cara y sello se deberían turnar y que, a veces, puede pasar que salgan 2 caras o 2 sellos seguidos.

1. 

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C | S | C | S | C | S | C | S | C | S |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
2. 

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C | S | C | C | S | S | C | S | S | C |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
3. 

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| S | S | C | S | C | S | C | C | S | C |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
4. 

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C | S | C | S | C | C | S | C | S | C |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
5. 

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| S | C | S | C | C | S | S | C | S | C |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|



## Idea de Sofía

También creo que se turnan. Pero también creo que a veces nos podría salir uno de los dos tres veces seguidas.

1. 

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| S | C | S | C | S | C | S | C | S | C |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
2. 

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C | S | C | C | C | S | C | S | C | S |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
3. 

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| S | C | S | C | C | S | C | S | C | S |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
4. 

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C | S | C | S | C | S | S | C | S | C |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
5. 

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| S | C | S | C | S | C | S | C | C | C |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

- a) ¿Puedes anticipar los resultados de 5 secuencias de 10 lanzamientos? Explica lo que pensaste al anticipar cada una de las secuencias del juego.

**2** Despues de que cada uno de los estudiantes anticipara los resultados de 5 secuencias, en el curso de Gaspar se juntaron en grupos y jugaron a lanzar las monedas, registrando sus resultados a continuación.

**Grupo 1**

|    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | C | S | C | S | C | S | S | C | S | S |
| 2. | C | S | C | C | S | C | S | C | S | S |
| 3. | C | S | S | S | S | S | C | S | C | C |
| 4. | C | S | S | C | S | C | C | C | S | C |
| 5. | S | C | C | S | S | S | S | S | C | S |

**Grupo 2**

|    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | S | C | S | S | S | C | S | C | C | C |
| 2. | S | C | C | S | C | C | C | S | C | C |
| 3. | C | C | C | S | C | C | C | S | C | S |
| 4. | C | S | C | C | S | C | S | C | C | C |
| 5. | C | C | C | C | C | C | C | S | C | S |

**Grupo 3**

|    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | S | S | C | C | S | C | C | S | S | S |
| 2. | S | S | C | C | C | C | S | C | S | S |
| 3. | C | S | S | C | C | S | S | S | C | S |
| 4. | C | S | S | C | C | C | S | S | S | C |
| 5. | S | S | C | S | C | C | S | S | C | S |

**Grupo 4**

|    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | C | S | C | S | C | S | S | C | C | S |
| 2. | S | S | S | C | C | S | S | S | C | C |
| 3. | S | C | S | C | S | S | C | S | C | S |
| 4. | C | S | S | C | S | S | S | S | S | C |
| 5. | C | S | C | S | C | S | C | C | S | C |

**Grupo 5**

|    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | S | S | S | C | S | S | S | C | S | C |
| 2. | C | S | C | C | C | S | C | S | S | S |
| 3. | S | S | S | C | S | C | C | S | C | S |
| 4. | C | S | S | C | S | S | S | C | S | S |
| 5. | S | C | S | S | C | S | C | S | S | S |

**Grupo 6**

|    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | S | C | S | C | S | C | C | S | C | C |
| 2. | C | S | S | C | C | C | C | C | S | C |
| 3. | C | S | C | C | C | S | C | S | S | S |
| 4. | C | S | C | C | S | C | S | C | C | C |
| 5. | C | C | C | S | C | S | S | C | S | C |

**a)** Observa los resultados que se registraron. ¿Qué ves?



No hay ninguna secuencia igual a la otra.  
¡Todos los resultados fueron distintos!



No siempre la secuencia se turna entre cara y sello. Varias caras o sellos seguidos se repiten mucho más de lo que esperaba.



¡Hay un grupo al que le salieron 8 caras en una ronda!

**b)** Si lanzas una moneda 4 veces, ¿puedes anticipar cuántas veces saldrá cara y cuántas veces saldrá sello?, ¿y si la lanzas 30 veces?



En los juegos de azar, puede ocurrir que un mismo resultado se repita varias veces seguidas.



Una **racha** se refiere a la secuencia de resultados consecutivos que son iguales.

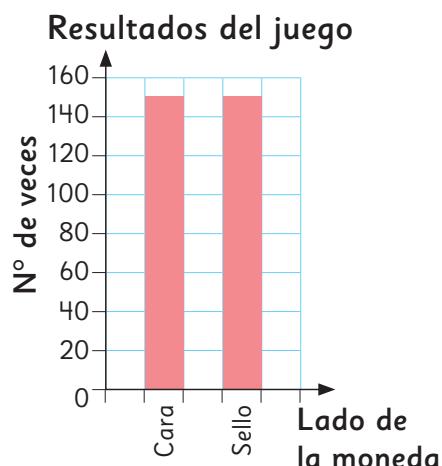


Si lanzo una moneda solo 4 veces, creo que podría tener una racha de 3 o 4 caras.

Si existen las rachas en los juegos, ¿es verdad que cara y sello tienen iguales posibilidades de salir?



- 3 Para comprobar si al lanzar una moneda cara y sello tienen la misma posibilidad de salir, Sofía sumó los resultados e hizo un gráfico de barras para observar los resultados.



- a) Si lanzas una moneda una vez, ¿puedes anticipar el resultado que saldrá?
- b) En este juego, ¿tienen los dos lados de la moneda las mismas posibilidades de salir?
- c) ¿Qué puedes concluir respecto a lo que ocurre al lanzar una moneda 1 vez? ¿Y al lanzarla 10 veces?, ¿y 50?



En un juego de azar, como lanzar una moneda, si repetimos muchas veces el juego, el número de veces que sale cara será similar a la cantidad de veces que sale sello.

## Practica

- 1 Se realizó un experimento que consistió en lanzar varias veces un dado y anotar si el número obtenido era par: 2, 4 y 6 o impar: 1, 3 y 5. Los resultados se registraron en la siguiente tabla.

Resultados del experimento

| Tipo de número | Nº de veces |
|----------------|-------------|
| Par            | 10          |
| Impar          | 9           |

a) Construye un gráfico con los datos de la tabla.

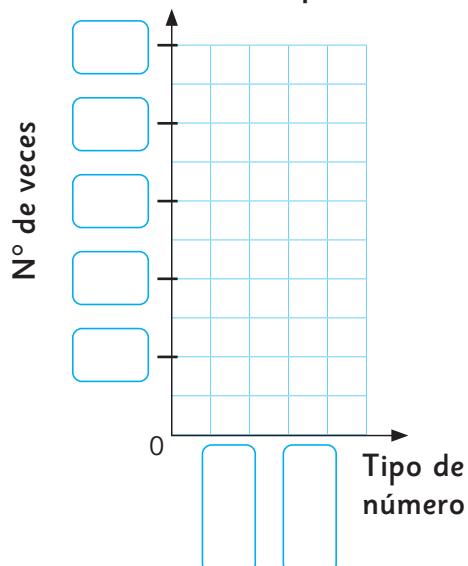
b) ¿Cuántas veces se lanzó el dado?

c) ¿Salió más veces un número par o impar? ¿Cuál es la diferencia?

d) Si se hubiese lanzado el dado solo 4 veces, ¿puedes anticipar si habría salido más veces un número par o impar? ¿Por qué?

e) Si se repite el experimento, ¿qué resultados crees que se pueden obtener? ¿Por qué?

Resultados del experimento

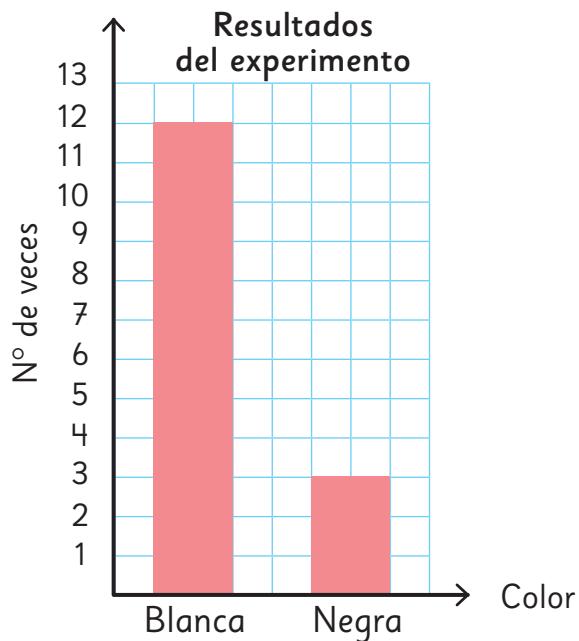


- 2 Pinta las pelotas de la caja para que, al sacar al azar varias veces una pelota, se obtenga más el color azul que el verde o el rojo.

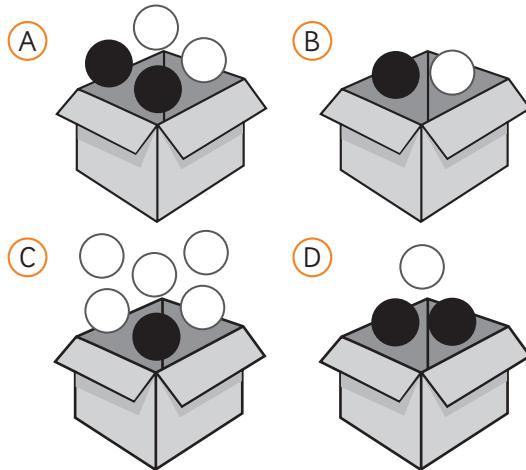


# Ejercicios

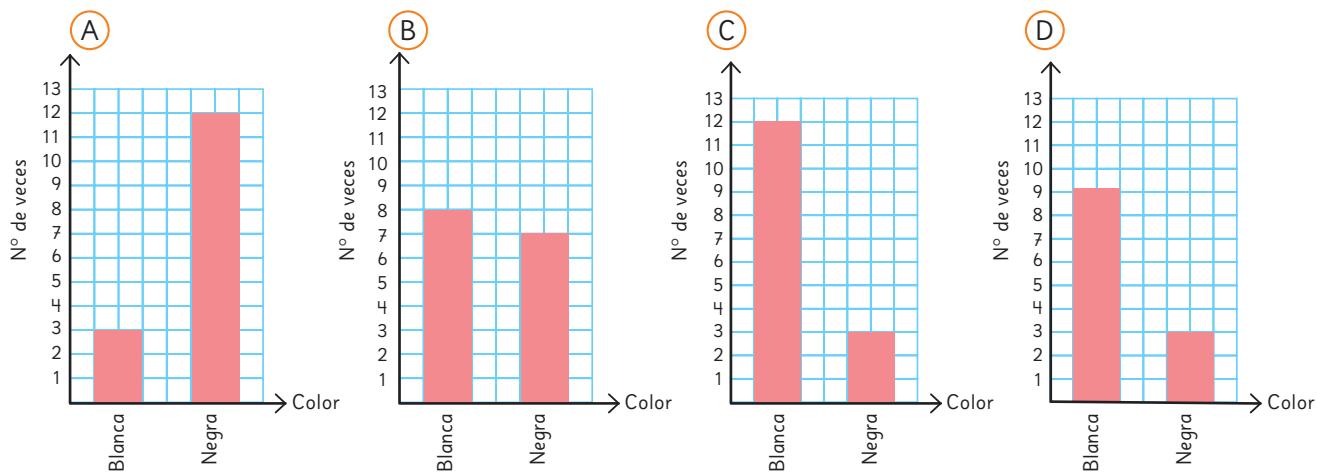
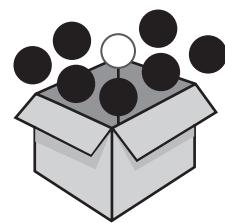
- 1 Unos estudiantes realizaron un experimento. Sacaron al azar y volvieron a poner varias veces una pelota en una caja. Con los resultados que obtuvieron, hicieron el siguiente gráfico.



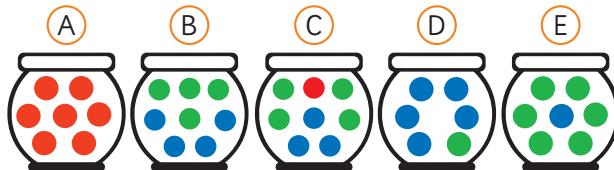
- a) ¿Cuántas veces sacaron una pelota de la caja?
- b) ¿Cuál podría ser la caja con las pelotas que usaron?



- 2 Unos estudiantes realizaron un experimento. Sacaron al azar y volvieron a poner 15 veces una pelota en una caja. Utilizaron esta caja y pelotas. ¿Cuál podría ser el gráfico del experimento?



**3** Analiza los frascos con bolitas.



- a)** Si se saca una bolita al azar, ¿en cuál frasco será más posible sacar una bolita verde?
- b)** Si se saca una bolita al azar, ¿en cuál frasco será más posible sacar una bolita azul?
- c)** Si se saca una bolita al azar, ¿en cuál frasco será más posible sacar una bolita roja?
- d)** Si se sacan dos bolitas al azar, ¿en cuál frasco serán siempre rojas?
- e)** Si se sacan dos bolitas al azar, ¿en cuál frasco serán siempre verdes?

**4** Analiza las siguientes ruletas.

Ruleta A



Ruleta B



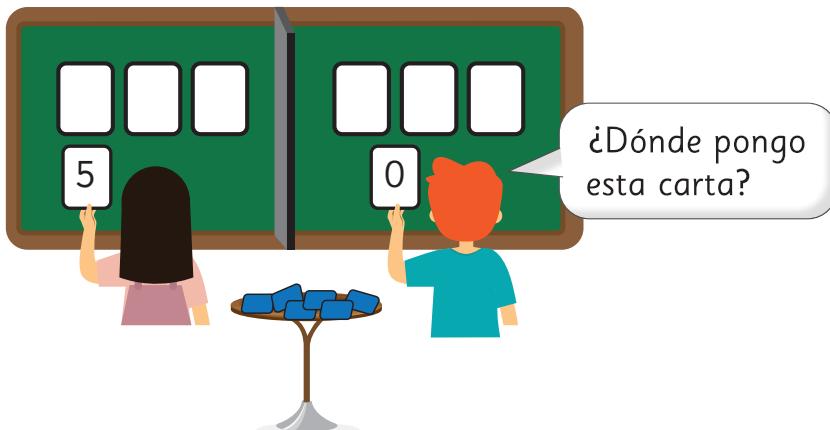
- a)** ¿Cuál ruleta elegirías para que al girar la flecha varias veces, se obtenga con mayor frecuencia el color azul?
- b)** ¿Cuál ruleta elegirías para que al girar la flecha varias veces, se obtenga con mayor frecuencia el color verde?
- c)** ¿Cuál ruleta elegirías para que al girar la flecha varias veces, se obtenga con mayor frecuencia el color rojo?

# Problemas

- 1 Usa el **Recortable 4** para jugar con tus compañeros. Hay un tablero y 10 cartas numeradas, del 0 al 9.

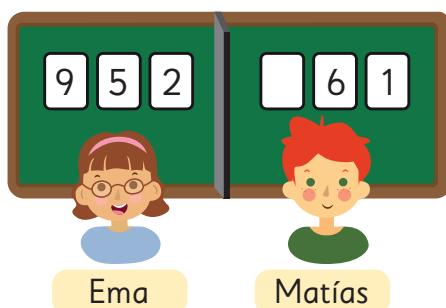


0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

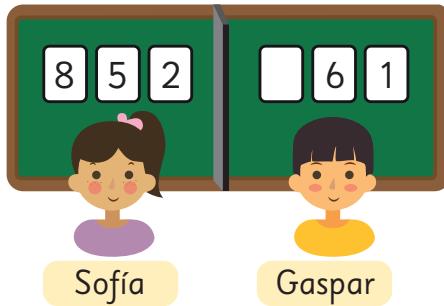


## Instrucciones del juego

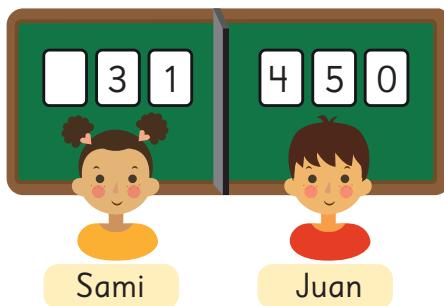
- El objetivo del juego es formar el número de tres dígitos más grande posible.
- Se colocan las 10 cartas numeradas boca abajo.
- Los estudiantes se turnan para sacar una carta del mazo.
- Luego de ver su carta, los estudiantes deben colocar su carta en la posición de la Unidad, la Decena o la Centena.
- Gana el estudiante que logre formar el número mayor.



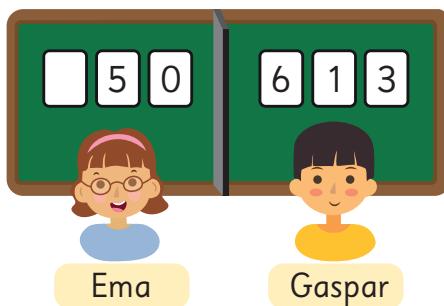
- a)** Si Matías debe sacar la última carta, ¿qué números puede sacar?
- b)** ¿Es posible que Matías pueda ganar?, ¿por qué?



- c) Si Gaspar debe sacar la última carta, ¿qué números puede sacar?
- d) ¿Es posible que Gaspar pueda ganar?
- e) ¿Es más posible que gane Gaspar o Sofía?, ¿por qué?



- f) Si Sami debe sacar la última carta, ¿qué números puede sacar?
- g) ¿Es posible que Sami pierda?
- h) ¿Es más posible que gane Sami o Juan?, ¿por qué?



- i) Si Ema debe sacar la última carta, ¿qué números puede sacar?
- j) ¿Es posible que gane Ema?
- k) ¿Es más posible que gane Ema o Gaspar?, ¿por qué?
- l) Si tuvieras que jugar este juego, ¿qué estrategia utilizarías para ganar?
- m) El ganar o perder el juego, ¿depende únicamente de la estrategia que utilices? Explica.