UNIDAD 4

Tenemos que hacer muchos corazones para decorar la sala.

Yo puedo hacer un corazón más rápido, doblando el papel.

¿Qué otras figuras se pueden hacer de la misma manera?

¿Por qué puedes crear un corazón recortando solo una parte del papel doblado?

En esta unidad aprenderás a:

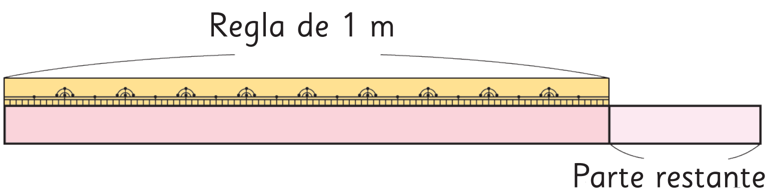
- Usar fracciones para describir situaciones.
- Sumar y restar fracciones de igual denominador.
- Resolver ecuaciones de un paso de adición y de sustracción.
- Resolver inecuaciones.
- Identificar y aplicar transformaciones isométricas en figuras y objetos.
- Registrar y comparar resultados de experimentos aleatorios.
- Identificar diversas vistas de cuerpos geométricos y objetos.

Capítulo

17 Fracciones

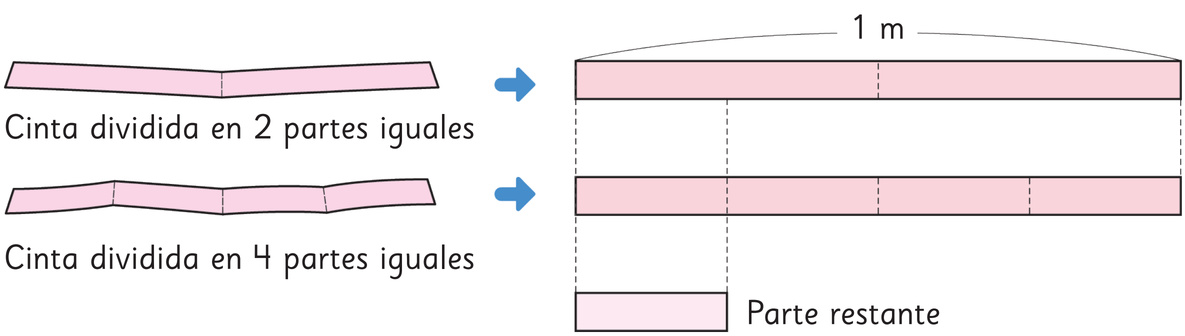
Tenemos una cinta de 1 m. Midamos las longitudes de diferentes objetos usando esa cinta de 1 m.

Pedro tomó el largo de una repisa cortando la longitud de la cinta. Luego, midió la longitud de la cinta con una regla de 1 m. Obtuvo una longitud de 1 m y una parte más pequeña.



La longitud de la parte restante es menos de 1 m.

1 Divide una cinta de 1 m en 2 partes iguales y en 4 partes iguales, respectivamente.



a) Comparemos las longitudes de las partes divididas respectivamente, con la longitud de la parte restante.

Pensemos en cómo representar la longitud de la parte restante usando fracciones.

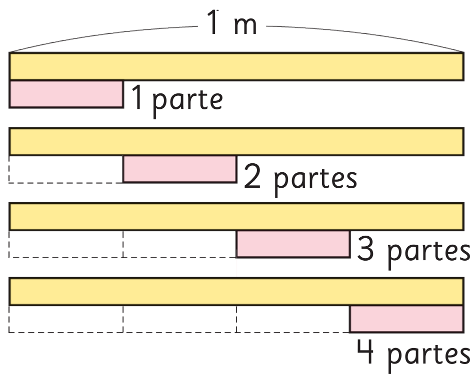
La longitud de la parte restante es igual a una de las partes que se obtuvo al dividir la cinta de 1 m en 4 partes iguales.

En 3° básico aprendimos que una parte de un entero que fue dividido en 4 partes iguales se expresa como $\frac{1}{4}$ del entero.

A cada parte que se obtiene al dividir 1 m en 4 partes iguales se le llama **un cuarto de metro** y se escribe $\frac{1}{4}$ m.

$$\frac{1}{4}$$

2 ¿Con cuántas de estas partes se forma 1 m?

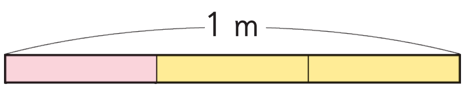


Un cuarto de metro $\left(\frac{1}{4}\text{ m}\right)$ es la longitud de una parte que cabe exactamente 4 veces en 1 m.

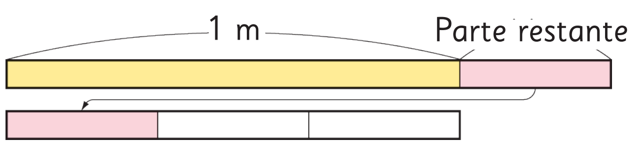
Ejercita

¿Cuántos metros mide?

a) La longitud de una parte, al dividir 1 m en 3 partes iguales, es $\frac{\square}{\square}$ m.



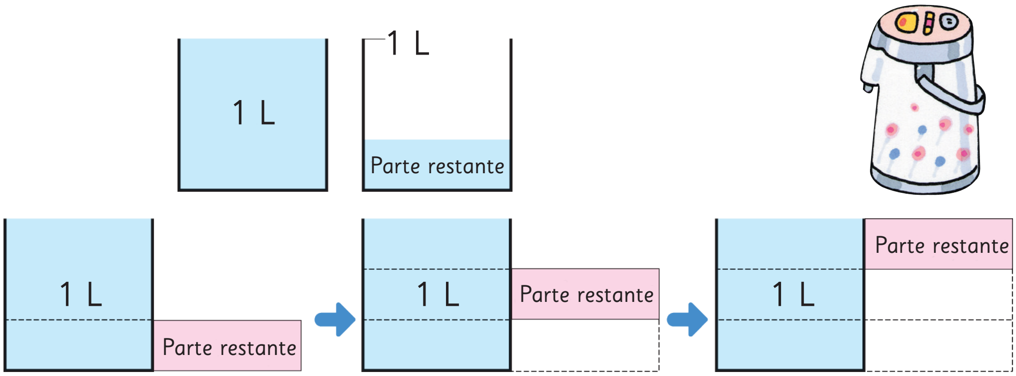
b) La longitud de la parte restante, donde 3 trozos son iguales a 1 m, es $\frac{\square}{\square}$ m.



c) La longitud de una parte, al dividir 1 m en 5 partes iguales, es $\frac{\square}{\square}$ m.

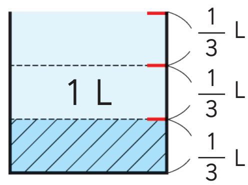
d) La longitud de la parte restante, donde 2 trozos son iguales a 1 m, es $\frac{\square}{\square}$ m.

3 La cantidad de agua de este termo es 1 L y ¿cuántos litros más?

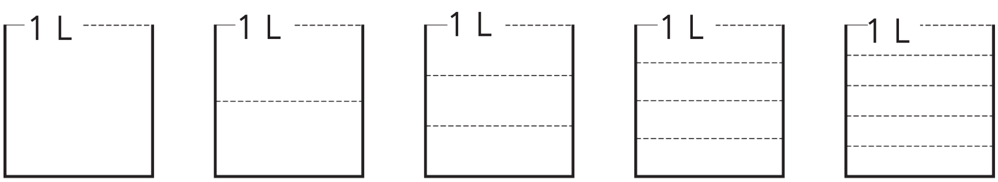


☐ partes restantes corresponden a 1 L.

Si 1 L se divide en 3 porciones iguales, la medida de cada porción se llama **un tercio de litro** y se escribe $\frac{1}{3}$ L.

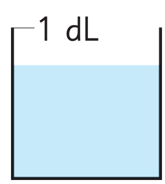


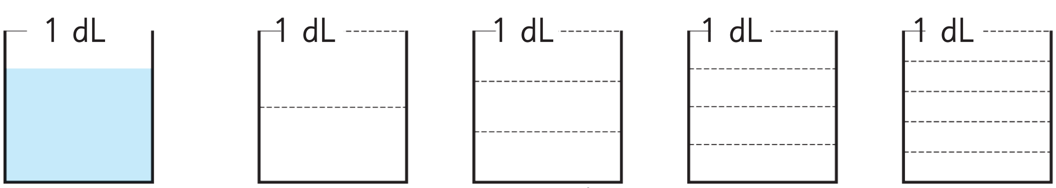
4 Pinta las medidas que se indican.



1 L $\frac{1}{2}$ L $\frac{1}{3}$ L $\frac{1}{4}$ L $\frac{1}{5}$ L

5 ¿Cuántos decilitros de agua caben en esta taza?
¿Cuál de los siguientes vasos graduados usarías para encontrar esa medida?

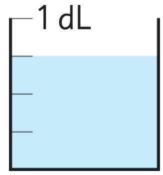




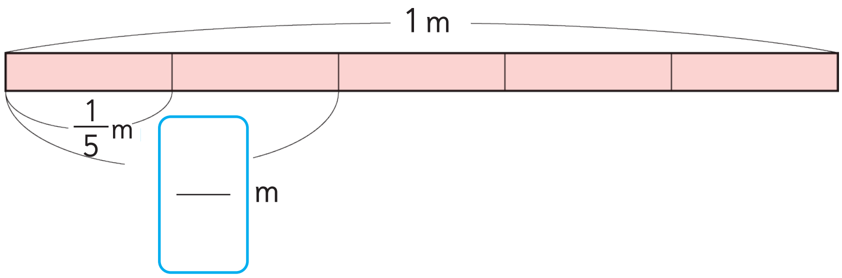
Escala de $\frac{1}{2}$ dL   Escala de $\frac{1}{3}$ dL   Escala de $\frac{1}{4}$ dL   Escala de $\frac{1}{5}$ dL

La escala indica cómo están graduados los vasos.

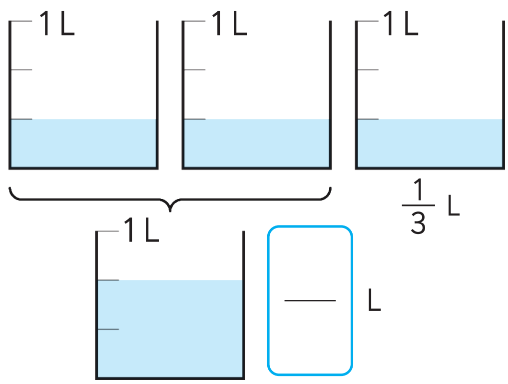
3 veces $\frac{1}{4}$ dL se llama: **tres cuartos de decilitro** y se escribe $\frac{3}{4}$ dL.

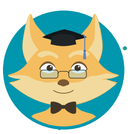


6 Si una cinta de 1 m se divide en 5 partes iguales, ¿cuántos metros miden 2 de esas partes?



7 Si repartimos equitativamente 1 L de leche entre 3 personas, ¿cuántos litros de leche le corresponden a 2 personas?





Números como $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{2}{5}$ se llaman **fracciones**.

El número que está sobre la línea se llama **numerador** y el que está debajo, **denominador**.

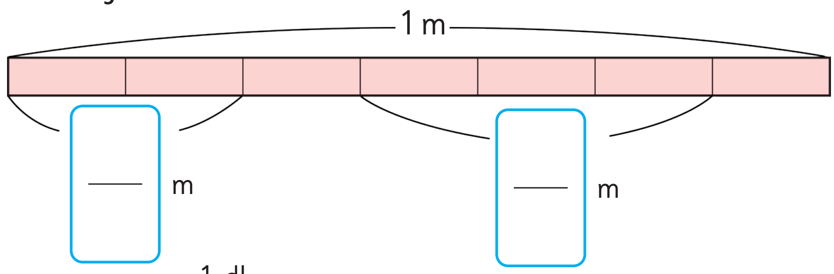
$\frac{3}{4}$ 3 → numerador, 4 → denominador

El denominador representa el número de partes iguales en que se dividió la medida original o el entero, como 1 m o 1 L.

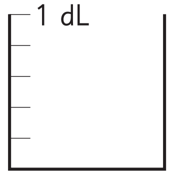
El numerador representa el número de partes que se consideraron.

Ejercita

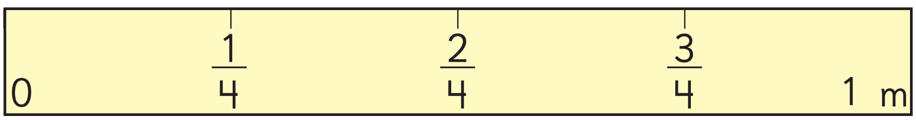
1. Representa las fracciones.



2. Colorea $\frac{4}{5}$ dL.

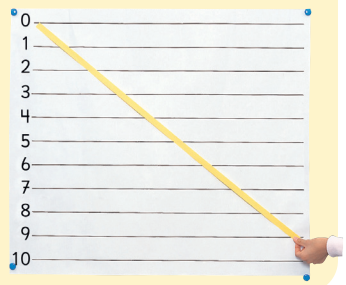


Mide usando fracciones

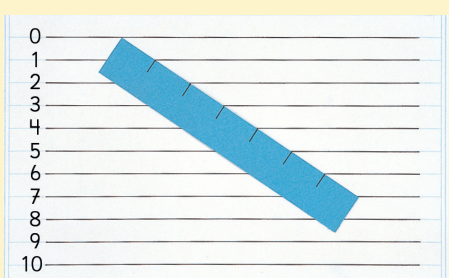


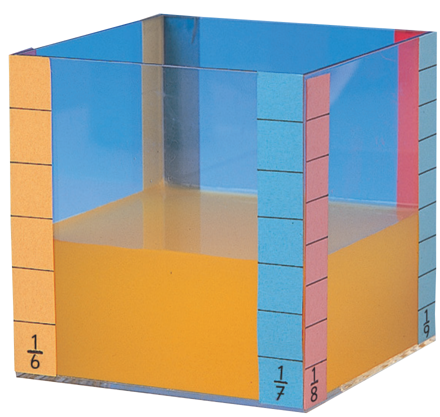
1. Hagamos distintas reglas para medir con fracciones, dividiendo 1 m de cinta en partes iguales.
2. Hagamos reglas para medir con fracciones con denominadores 3, 5, 6, 7, 9 y 10.
3. Luego, midamos longitudes de diferentes objetos.
4. Hagamos un recipiente que nos permita medir cantidades de líquidos usando fracciones con distintas escalas.

Cómo hacer una regla de denominador 9



Cómo construir una escala de fracción de denominador 7

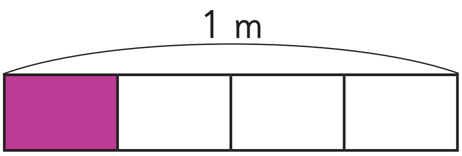




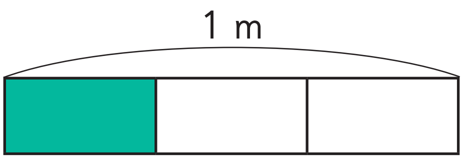
Practica

1 Si 1 m se divide en partes iguales, ¿cuántos metros mide cada parte obtenida?

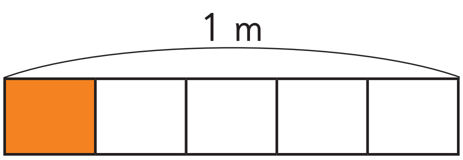
a)



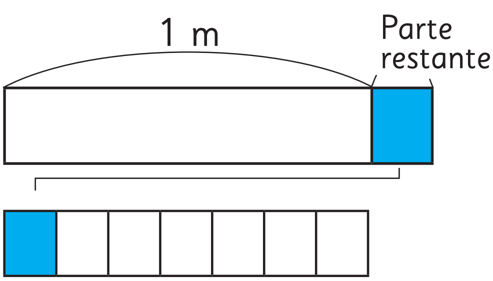
b)



c)

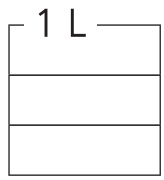


2 ¿Cuál es la longitud en metros de la parte restante donde 7 pedazos son iguales a 1 m?

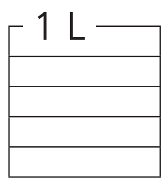


3 Pinta cada medida.

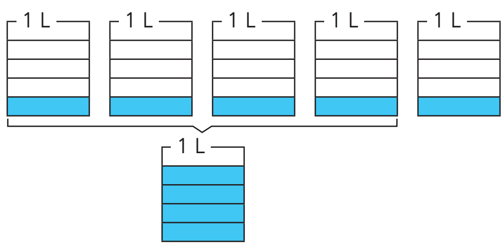
a) $\frac{1}{3}$ L



b) $\frac{3}{5}$ L



4 Si se reparte equitativamente 1 L de leche entre 5 personas, ¿cuántos litros de leche le corresponden a 4 personas?



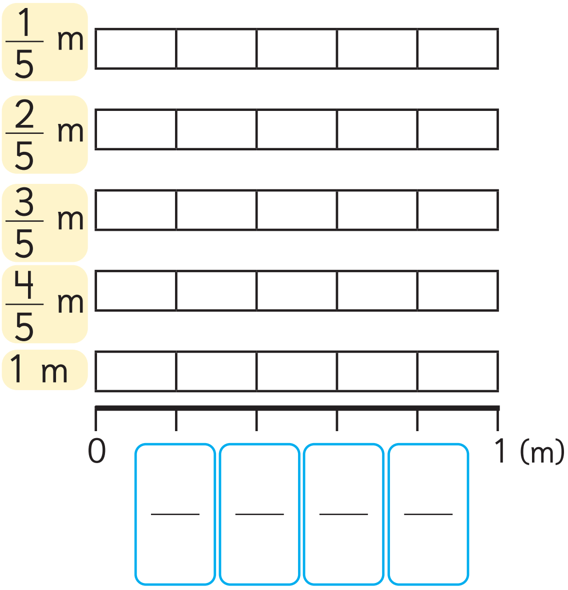
5 ¿Cuál es el numerador y el denominador de la fracción $\frac{4}{7}$?

Numerador:

Denominador:

La estructura de las fracciones

1 Pinta cada barra para representar las medidas.



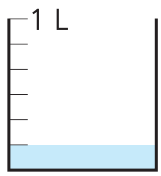
a) ¿Cuántas veces $\frac{1}{5}$ m son $\frac{3}{5}$ m?

b) Completa los $\boxed{\frac{}{}}$ con las fracciones que correspondan.

c) ¿Cuántas veces $\frac{1}{5}$ m es 1 m?

d) ¿Cuál es más largo, $\frac{3}{5}$ m o $\frac{4}{5}$ m?

2 ¿Cuántos litros son 6 veces $\frac{1}{6}$ L?



Las fracciones con el mismo numerador y denominador son iguales a 1.

$$\frac{6}{6} = 1$$

Ejercita

Compara las siguientes fracciones y representa las relaciones usando los signos > o <.

a) ¿Cuál es más largo, $\frac{3}{4}$ m o $\frac{2}{4}$ m?

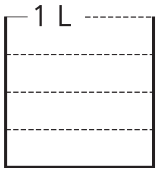
b) ¿Cuál es más largo, $\frac{5}{7}$ m o $\frac{6}{7}$ m?

c) ¿Dónde hay más, $\frac{7}{8}$ dL o 1 dL?

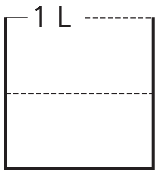
Practica

1 Pinta cada medida.

a) $\frac{1}{4}$ L



b) $\frac{1}{2}$ L



2 Completa.

a) $\frac{4}{5}$ es $\square$ veces $\frac{1}{5}$.

b) 4 veces $\frac{1}{4}$ L es $\square$ L.

c) $\frac{6}{10}$ es $\square$ veces $\frac{1}{10}$.

d) 5 veces $\frac{1}{5}$ m es $\square$ m.

3 Compara usando >, < o =.

a) $\frac{7}{10}$ ◯ $\frac{3}{10}$

b) $\frac{2}{7}$ ◯ $\frac{4}{7}$

c) $\frac{6}{9}$ ◯ $\frac{5}{9}$

d) 1 ◯ $\frac{2}{3}$

e) $\frac{1}{6}$ ◯ $\frac{3}{6}$

f) 1 ◯ $\frac{4}{5}$

g) $\frac{4}{4}$ ◯ $\frac{3}{4}$

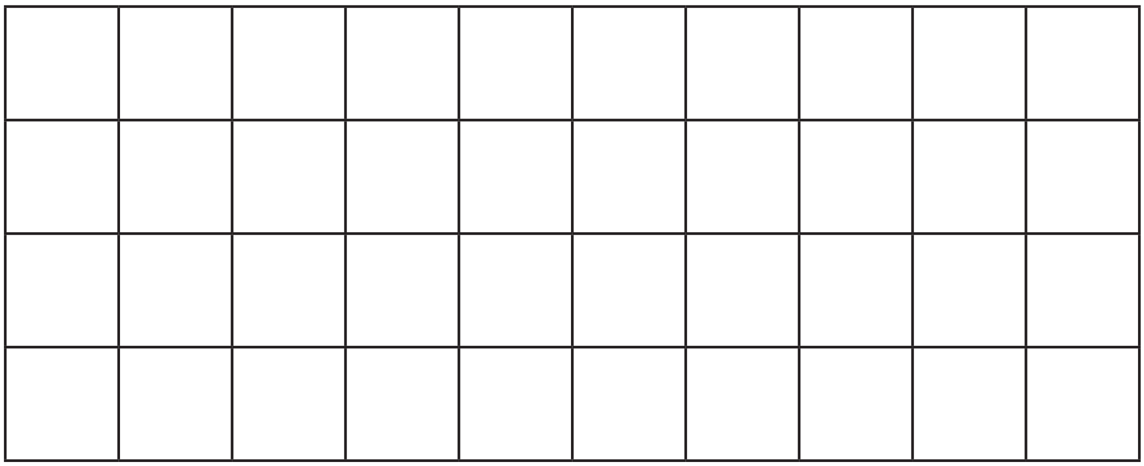
4 Ordena las fracciones de mayor a menor.

a) $\frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}, \frac{1}{8}, \frac{8}{8}$

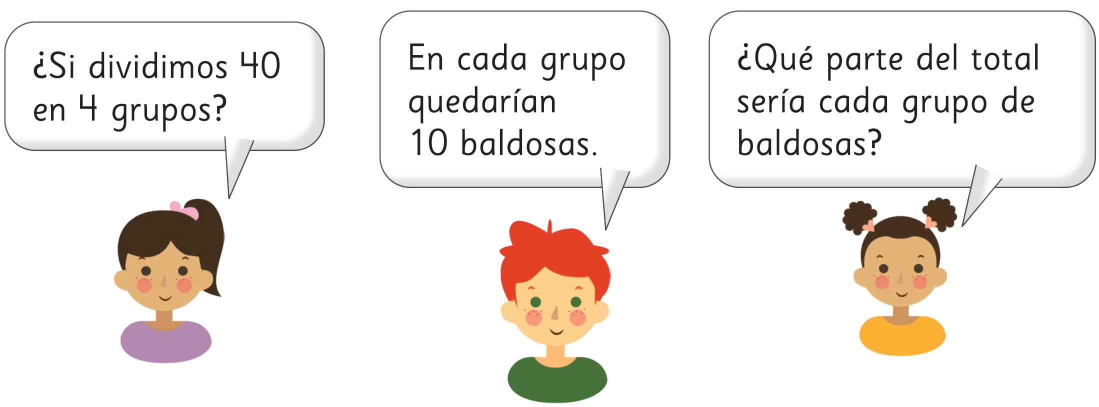
b) $\frac{2}{9}, \frac{6}{9}, \frac{7}{9}, \frac{1}{9}, \frac{8}{9}$

La fracción de un conjunto

1 A Sergio le pidieron poner baldosas en el muro de una cocina.
Le pidieron poner $\frac{1}{4}$ de las baldosas de color verde y el resto de color café.
Se necesitan 40 baldosas en total.



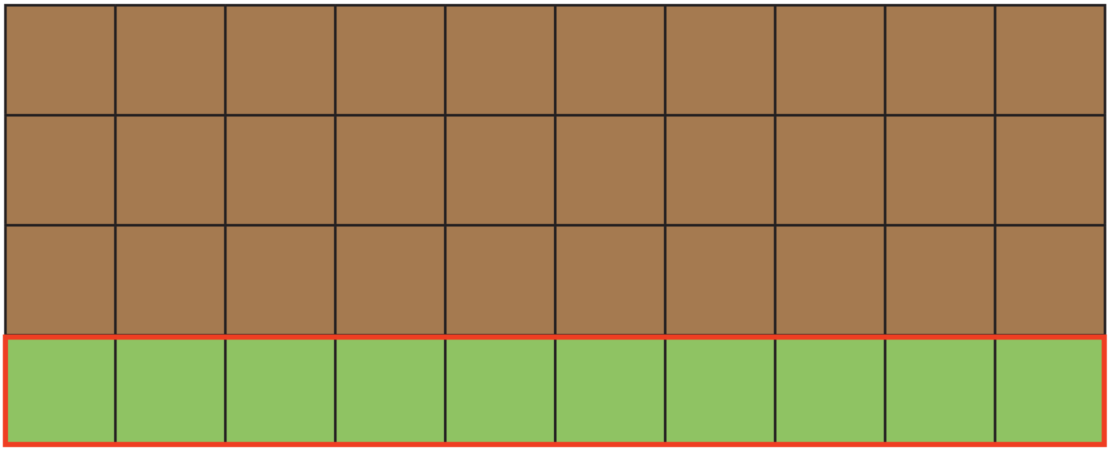
a) Pensemos cómo averiguar cuántas baldosas verdes necesita.



b) Pinta las baldosas que son de color verde y completa.

Se necesitan $\boxed{}$ baldosas verdes.

c) Pensemos qué parte del total corresponden a las baldosas de color café.



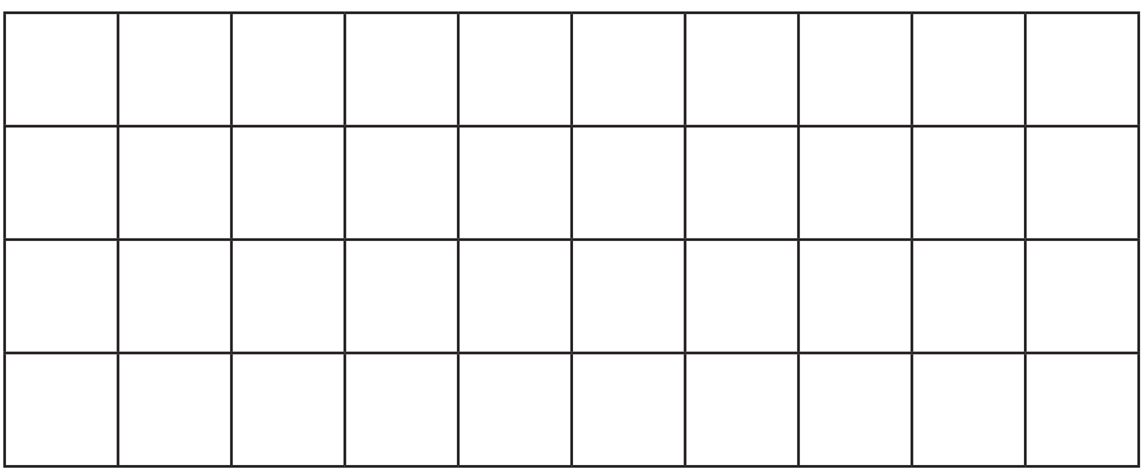
$\frac{1}{4}$ del total

$\frac{1}{4}$ son 10 baldosas.

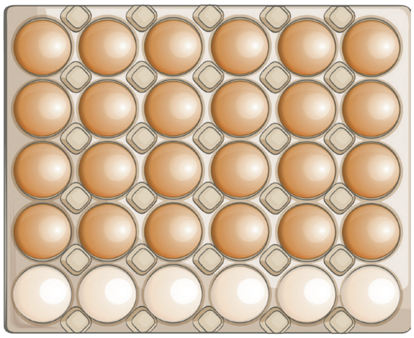
$\frac{2}{4}$ es 2 veces $\frac{1}{4}$, entonces son 20 baldosas.

$\frac{3}{4}$ es 3 veces $\frac{1}{4}$, entonces son 30 baldosas.

2 La dueña de casa ahora quiere poner 12 de las baldosas de color verde. ¿Cuántas baldosas de cada color debe poner? Pinta.



3 En la bandeja hay huevos de dos colores.



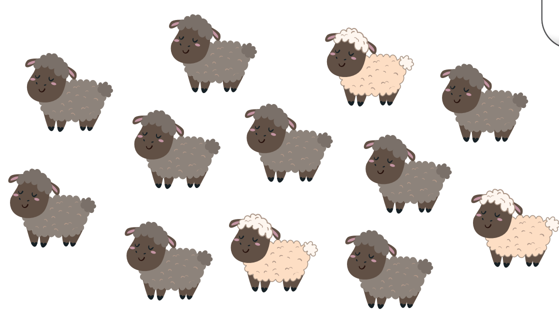
a) ¿Qué parte del total de huevos son blancos?

Los huevos blancos son $\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$ del total.

b) ¿Qué parte del total de huevos son cafés?

Los huevos cafés son $\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$ del total.

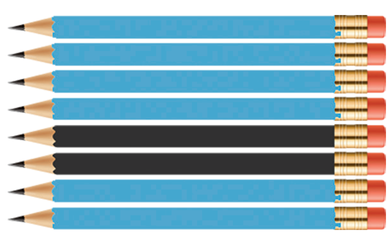
4 ¿Qué parte del total de ovejas son blancas?



Ejercita

1. ¿Qué parte del total de lápices son azules?

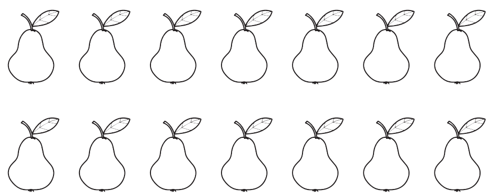
2. ¿Qué parte del total de lápices son negros?



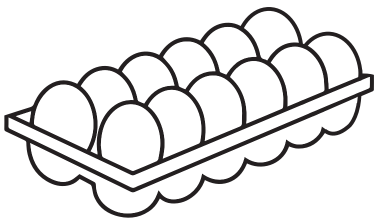
Practica

1 Pinta $\frac{1}{2}$ del total de cada grupo de objetos.

a)

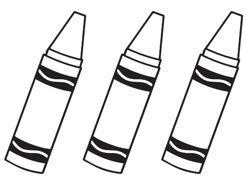


b)

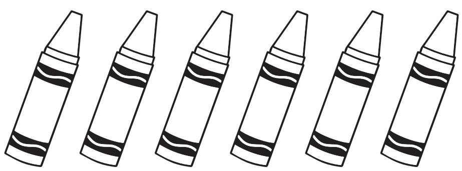


2 Pinta $\frac{1}{3}$ del total de cada grupo de objetos.

a)

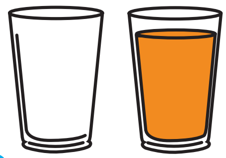


b)



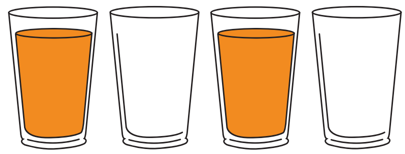
3 Completa qué parte del total corresponde a la cantidad de vasos con jugo.

a)



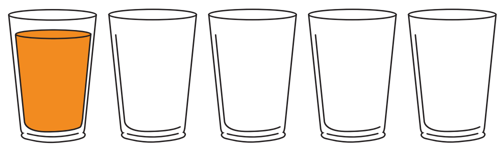
___ del total de vasos tienen jugo.

b)



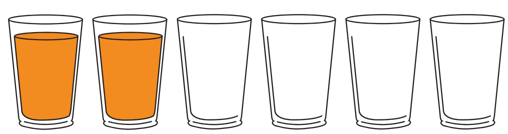
___ del total de vasos tienen jugo.

c)



___ del total de vasos tienen jugo.

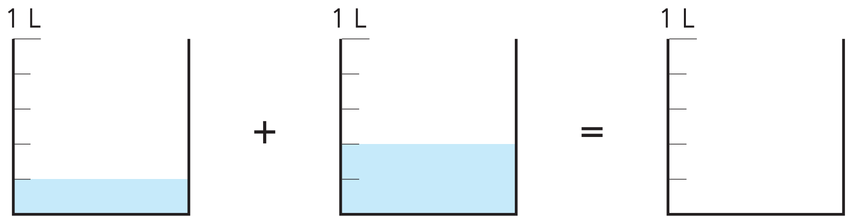
d)



___ del total de vasos tienen jugo.

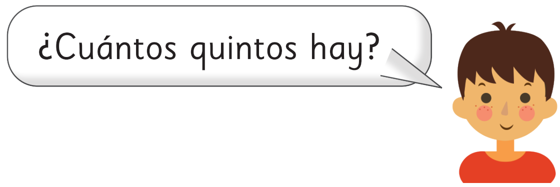
Adición y sustracción de fracciones

1 Ana tomó $\frac{1}{5}$ L de leche ayer y $\frac{2}{5}$ L de leche hoy.
¿Cuántos litros de leche tomó en total?



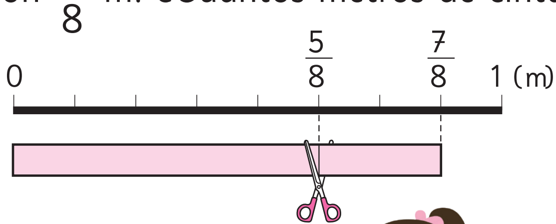
$\frac{1}{5}$ L $\qquad$ $\frac{2}{5}$ L $\qquad$ $\boxed{\frac{}{}}$ L

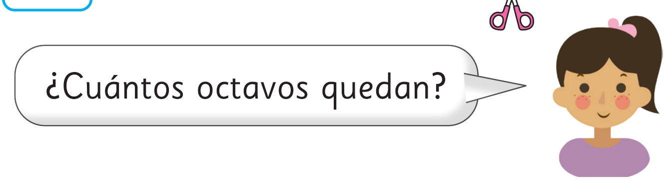
$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \boxed{\frac{}{}}$$



2 De $\frac{7}{8}$ m de cinta, se cortaron $\frac{5}{8}$ m. ¿Cuántos metros de cinta quedan?

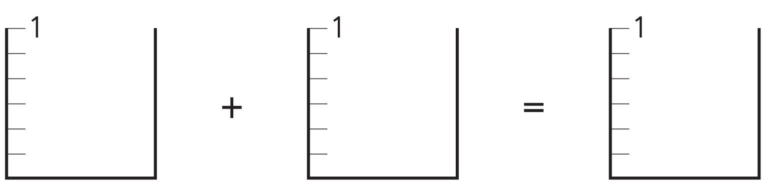
$$\frac{7}{8} - \frac{5}{8} = \boxed{\frac{}{}}$$





Ejercita

1. Representa $\frac{2}{6} + \frac{3}{6}$.



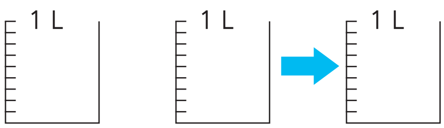
2. Calcula.

a) $\frac{2}{7} + \frac{4}{7} =$ $\qquad$ **b)** $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} =$ $\qquad$ **c)** $\frac{4}{5} - \frac{2}{5} =$

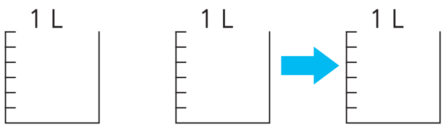
Practica

1 Representa y calcula.

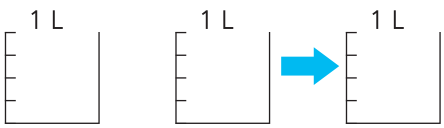
a) $\frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \boxed{\frac{\quad}{\quad}}$



b) $\frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

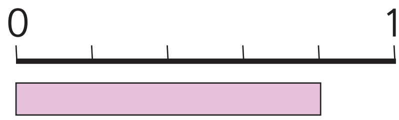


c) $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

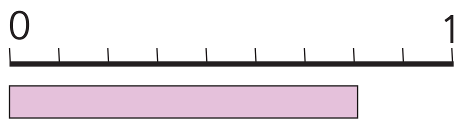


2 Representa y calcula.

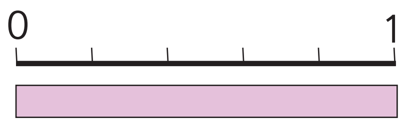
a) $\frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \boxed{\frac{\quad}{\quad}}$



b) $\frac{7}{9} - \frac{4}{9} = \boxed{\frac{\quad}{\quad}}$



c) $1 - \frac{1}{5} = \boxed{\frac{\quad}{\quad}}$



3 Suma.

a) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} =$

b) $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} =$

c) $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} =$

d) $\frac{2}{6} + \frac{3}{6} =$

e) $\frac{1}{10} + \frac{8}{10} =$

f) $\frac{2}{5} + \frac{2}{5} =$

g) $\frac{2}{9} + \frac{3}{9} =$

h) $\frac{2}{8} + \frac{5}{8} =$

i) $\frac{4}{7} + \frac{2}{7} =$

j) $\frac{7}{8} + \frac{1}{8} =$

4 Resta.

a) $\frac{8}{10} - \frac{4}{10} =$

b) $\frac{7}{9} - \frac{2}{9} =$

c) $\frac{6}{8} - \frac{3}{8} =$

d) $\frac{3}{5} - \frac{1}{5} =$

e) $\frac{2}{6} - \frac{1}{6} =$

f) $\frac{3}{7} - \frac{2}{7} =$

g) $\frac{5}{10} - \frac{3}{10} =$

h) $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} =$

i) $1 - \frac{2}{8} =$

j) $1 - \frac{2}{6} =$

Ejercicios

1 Completa.

a) $\frac{3}{5}$ dL es $\boxed{}$ veces $\frac{1}{5}$ dL.

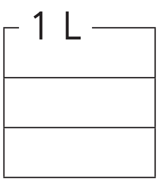
b) $\boxed{}$ veces $\frac{1}{8}$ L es $\frac{3}{8}$ L.

c) $\boxed{\frac{}{}}$ m es 5 veces $\frac{1}{6}$ m.

d) 5 veces $\frac{1}{5}$ cm es $\boxed{}$ cm.

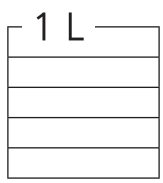
2 Pinta cada medida.

a)



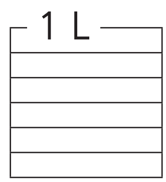
$\frac{2}{3}$ L

b)



$\frac{3}{5}$ L

c)



$\frac{4}{6}$ L

3 ¿Cuál es mayor? Compara usando <, > o =.

a) $\frac{2}{3}$ ◯ $\frac{1}{3}$

b) $\frac{5}{8}$ ◯ $\frac{7}{8}$

c) 1 ◯ $\frac{3}{4}$

4 Calcula.

a) $\frac{1}{4} + \frac{3}{4}$

b) $\frac{2}{8} + \frac{4}{8}$

c) $\frac{5}{6} - \frac{4}{6}$

d) $1 - \frac{1}{3}$

Problemas

1 Una cinta de 1 m se cortó en 6 partes iguales y se tomaron 4 de esas partes. Representa el trozo que se tomó usando fracciones.

2 Completa.

a) 3 veces $\frac{1}{4}$ m es $\frac{\square}{\square}$ m.

b) 4 veces $\frac{\square}{\square}$ m es $\frac{4}{10}$ m.

c) $\square$ veces $\frac{1}{7}$ L es $\frac{4}{7}$ L.

d) $\square$ veces $\frac{1}{4}$ dL es 1 dL.

3 Completa los $\square$ para que la frase numérica sea correcta.

$$\frac{\square}{8} + \frac{\square}{8} = \frac{7}{8}$$

4 Usa tarjetas del 1 al 5 para formar fracciones con denominador 5.

1 2 3 4 5 $\frac{\square}{5}$

a) Forma una fracción que al repetirla 3 veces resulte $\frac{3}{5}$.

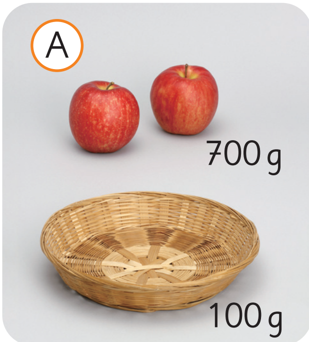
b) Forma una fracción igual a 1.

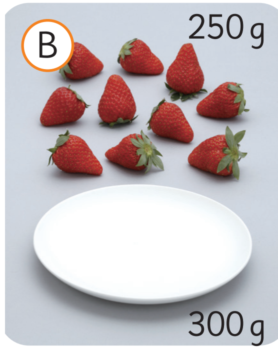
c) Forma fracciones menores que $\frac{4}{5}$.

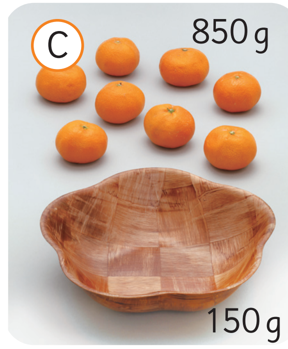
d) Forma una fracción mayor que $\frac{3}{5}$ y menor que 1.

18 Ecuaciones e inecuaciones

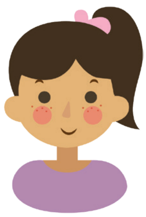
1 Observa las imágenes y piensa en la información que se puede obtener.



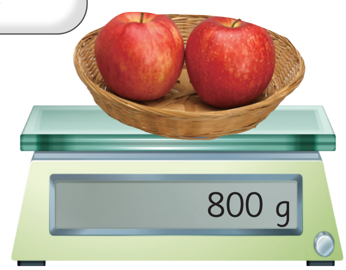




Hay dos tipos de masas: el de las frutas y el de los recipientes.



Puedo inventar problemas que se resuelvan con adiciones.



a) Representa las siguientes situaciones usando frases numéricas.

(A) La masa total de las dos manzanas dentro de un plato de mimbre.

(B) La masa total de las diez frutillas en un plato de loza.

(C) La masa total de las ocho mandarinas en un plato de madera.

Frase numérica (A)	$\square$	+	$\square$	=	$\square$
Frase numérica (B)	$\square$	+	$\square$	=	$\square$
Frase numérica (C)	$\square$	+	$\square$	=	$\square$
	Masa de las frutas		Masa del plato		Masa total

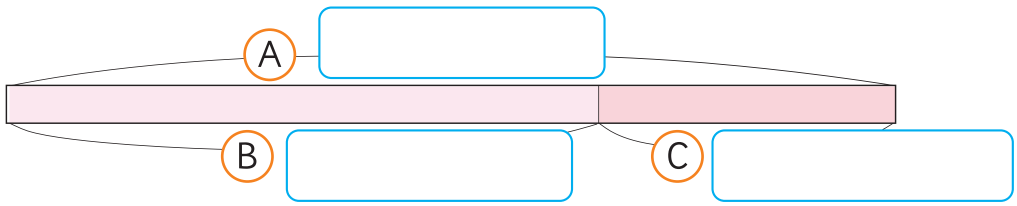
Ecuaciones de adición

1 Pensemos en el siguiente problema:

Una caja tiene una masa de 300 g.
La caja con naranjas en su interior masa 900 g.
¿Cuántos gramos masan las naranjas?

a) Completemos el diagrama poniendo en las letras A, B y C las palabras que se presentan a continuación.

Masa de las frutas | Masa de una caja | Masa Total



b) Completemos la frase numérica con las palabras del diagrama anterior.

☐ + ☐ = ☐

c) Escribamos una frase numérica con los números y representemos el número desconocido usando ☐.

☐ + ☐ = ☐

d) Pensemos cómo encontrar el número desconocido ☐.

Pruebo poniendo números en ☐ siguiendo un orden.

Pienso en el diagrama.

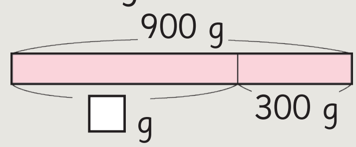
Idea de Sofía

Pruebo con los números 100, 200, ...
en $\square$ hasta que se cumpla
$\square + 300 = 900$,

$$100 + 300 < 900$$
$$200 + 300 < 900$$
$$\vdots$$
$$600 + 300 = 900$$

Idea de Juan

Hago un diagrama.



$$\square + 300 = 900$$
$$\square = 900 - 300$$
$$\square = 600$$

Respuesta: Las naranjas masan $\boxed{}$ g.

Le llamamos **ecuación** a una frase numérica que tiene un número desconocido $\square$.
En una ecuación como $\square + 300 = 900$, puedes restar para encontrar el valor de $\square$.

$$\begin{aligned} \square + 300 &= 900 \\ \square &= 900 - 300 \\ \square &= 600 \end{aligned}$$

Ejercita

1. Hay 400 g de plátanos dentro de un recipiente. El recipiente y los plátanos tienen una masa total de 600 g.
¿Cuál es la masa del recipiente, en gramos?
Escribe una ecuación representando la masa del plato con $\square$ g y encuentra el valor de $\square$.

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\square + 50 = 80$

b) $12 + \square = 18$

c) $\square + 8 = 20$

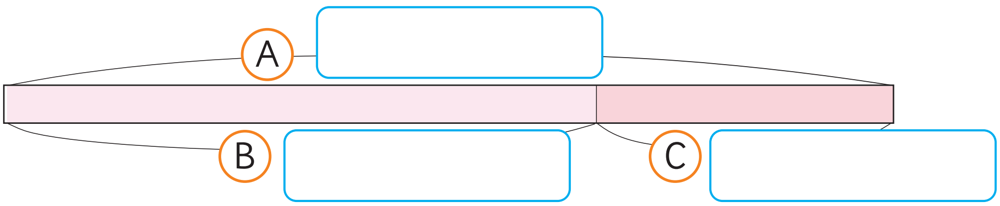
d) $600 + \square = 900$

Ecuaciones de sustracción

1 Gaspar fue a una librería y compró un lápiz por $1 150. Si recibió de vuelto $350, ¿con cuánto dinero pagó?

a) Completemos el diagrama poniendo en las letras A, B y C las palabras que se presentan a continuación.

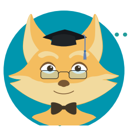
Precio de un lápiz | Dinero con que se paga | Vuelto



b) Escribamos una ecuación y representemos el número desconocido usando □.

□ − □ = □

c) Pensemos cómo encontrar el número desconocido □.



En una ecuación como □ − 1 150 = 350 , puedes sumar para encontrar el valor de □.

$$\square - 1\,150 = 350$$
$$\square = 350 + 1\,150$$
$$\square = 1\,500$$

Respuesta: Pagó con □ pesos.

Ejercita

Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) □ − 50 = 80

b) □ − 20 = 12

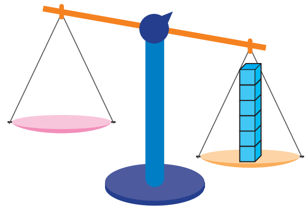
c) □ − 30 = 20

d) □ − 50 = 200

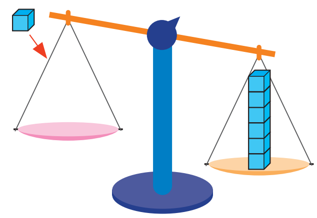
Inecuaciones

Recordemos el uso de la balanza

1 Observemos la balanza con los cubos.

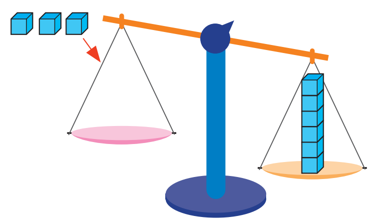


a) ¿Qué sucede si se agrega 1 cubo al plato rosado?



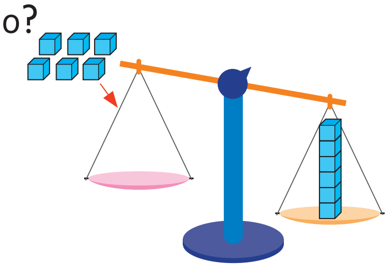
$1 < 6$

b) ¿Qué sucede si se agregan 3 cubos al plato rosado? Completa.



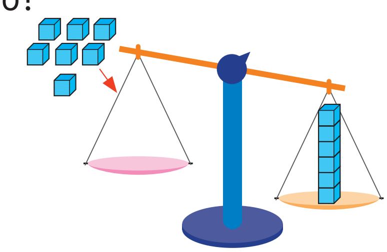
$\square \bigcirc 6$

c) ¿Qué sucede si se agregan 6 cubos al plato rosado? Completa.



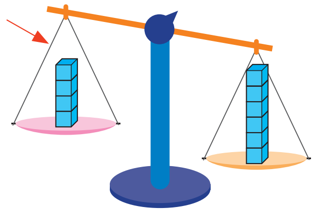
$\square \bigcirc 6$

d) ¿Qué sucede si se agregan 7 cubos al plato rosado? Completa.



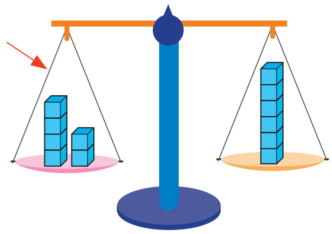
$\square \bigcirc 6$

¿Qué sucede cuando se agregan más de 6 cubos al plato rosado?



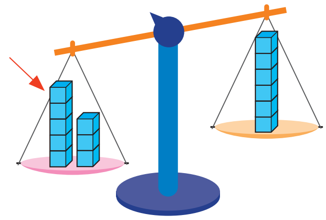
$4 < 6$

Si agregamos menos de 6 cubos, por ejemplo 4, la balanza se mantiene inclinada en el plato anaranjado.



$6 = 6$

Si agregamos 6 cubos, la balanza se equilibra.

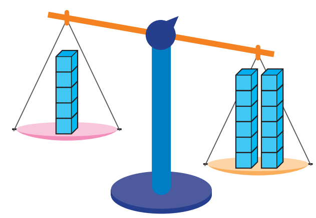


$8 > 6$

Si agregamos más de 6 cubos, por ejemplo 8, la balanza se inclina hacia el plato rosado.

A expresiones como $4 < 6$ y $8 > 6$, le llamamos **desigualdad**.

2 Observemos la balanza y los cubos.



a) ¿Cuántos cubos se pueden agregar al plato rosado para que la balanza se mantenga inclinada hacia el plato anaranjado?

b) Representemos la cantidad de cubos que se agregan usando $\square$.

$5 + \square < 12$

¿5 más qué número es menor que 12?

c) Pensemos cómo encontrar el número desconocido $\square$.

Idea de Matías

Pruebo con números.

$5 + 1 < 12$
$5 + 2 < 12$
$\vdots$
$5 + 6 < 12$

Puedo agregar 0, 1, 2, 3, 4, 5 o 6 cubos.

Idea de Ema

Uso la estrategia para resolver ecuaciones.

$$5 + \square < 12$$
$$\square < 12 - 5$$
$$\square < 7$$
$$\square = 0, 1, 2, 3, 4, 5 \text{ o } 6.$$

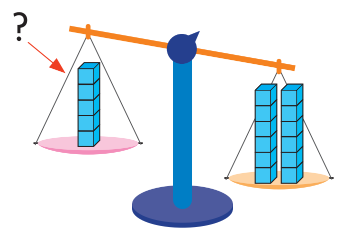
Podemos agregar desde 0 a 6 cubos.

A una expresión como $5 + \square < 12$, le llamamos **inecuación**.
Resolver una inecuación consiste en encontrar valores de $\square$ que hagan la desigualdad verdadera.

$$5 + \square < 12$$
$$\square < 12 - 5$$
$$\square < 7$$

Por tanto, en este caso los valores de $\square$ pueden ser 0, 1, 2, 3, 4, 5 o 6.

3 Observemos la balanza y los cubos.



a) ¿Cuántos cubos se pueden agregar al plato rosado para que la balanza se incline hacia ese lado?

b) Representemos la cantidad de cubos que se agregan usando $\square$ y luego, resolvamos la inecuación.

En este caso, la inecuación tiene el símbolo de desigualdad en el otro sentido. También puedes usar la resta para encontrar las soluciones.

$$5 + \square > 12$$
$$\square > 12 - 5$$
$$\square > 7$$

Por tanto, en este caso los valores de $\square$ pueden ser 8, 9, 10,...

Ejercita

Encuentra el valor de $\square$ en las siguientes inecuaciones.

a) $12 + \square < 20$

b) $\square + 14 > 16$

c) $\square + 10 < 15$

d) $13 + \square > 17$

Ejercicios

1 Un pastel de 350 g se guardó en un pote.
El pastel y el pote tienen una masa total de 420 g.
¿Cuántos gramos masa el pote?

a) Escribe la ecuación que representa la situación y expresa la masa del pote como $\square$ g.

b) Encuentra el valor de $\square$.

2 En un plato cuya masa es de 200 g puse frutillas. El plato y las frutillas tienen una masa total de 700 g. ¿Cuántos gramos de frutillas puse en el plato?

a) Escribe una ecuación que represente la situación y expresa el valor desconocido con $\square$.

b) Encuentra el valor de $\square$ y responde la pregunta.

3 Florencia compró unos aros por $2 800. Si recibió de vuelto $2 200, ¿con cuánto dinero pagó?

a) Escribe una ecuación que represente la situación y expresa el valor desconocido con $\square$.

b) Encuentra el valor de $\square$ y responde la pregunta.

4 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $\square + 50 = 80$

b) $\square - 10 = 8$

c) $\square - 23 = 15$

d) $12 + \square = 20$

e) $14 + \square = 42$

f) $\square - 5 = 59$

5 Resuelve las siguientes inecuaciones.

a) $\square + 5 < 8$

b) $\square + 10 > 12$

c) $4 + \square > 15$

d) $17 + \square < 20$

e) $18 + \square < 29$

f) $25 + \square > 40$

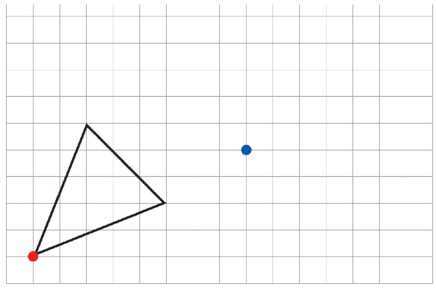
6 Crea un problema que se represente con la ecuación $\square + 50 = 200$.
Luego, responde a la pregunta del problema.

Capítulo

19 Transformaciones isométricas

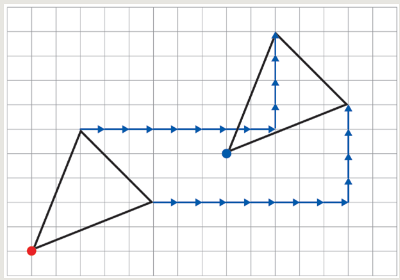
Traslación

1 Sofía, Matías y Sami quieren trasladar el triángulo de la cuadrícula, de manera que el vértice marcado en rojo corresponda al punto azul. ¿De qué manera podrían hacer esto?



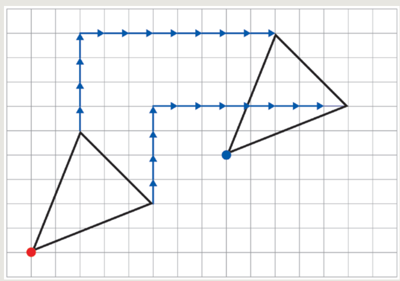
Idea de Sami

Para llevar el vértice rojo al punto azul, vi que había que trasladarlo 8 unidades a la derecha y 4 hacia arriba. Luego, trasladé los otros dos vértices de la misma manera y los uní para formar el triángulo.



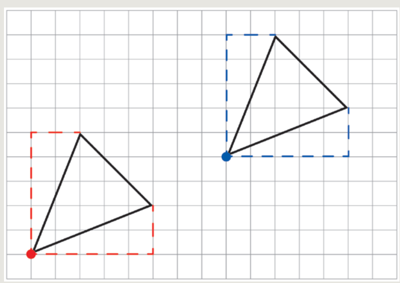
Idea de Matías

Para trasladar el vértice rojo al punto azul, vi que había que moverlo 4 unidades hacia arriba y 8 a la derecha. Trasladé los otros vértices de igual manera y los uní para formar el triángulo.



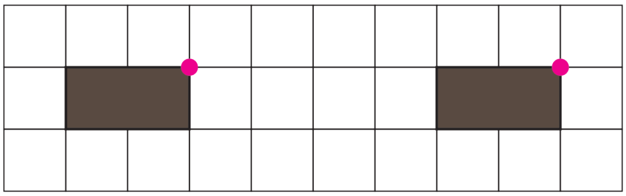
Idea de Sofía

Me fijé en el trayecto desde el vértice rojo a los otros dos vértices. Luego, hice los mismos trayectos desde el punto azul para encontrar los vértices y dibujar el triángulo.

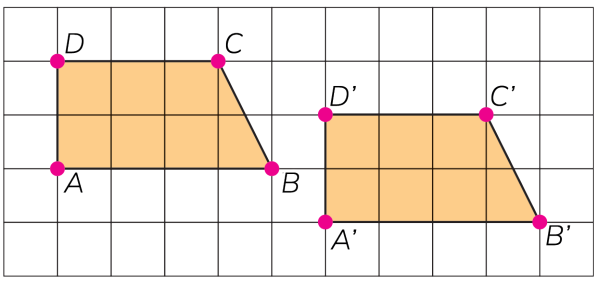


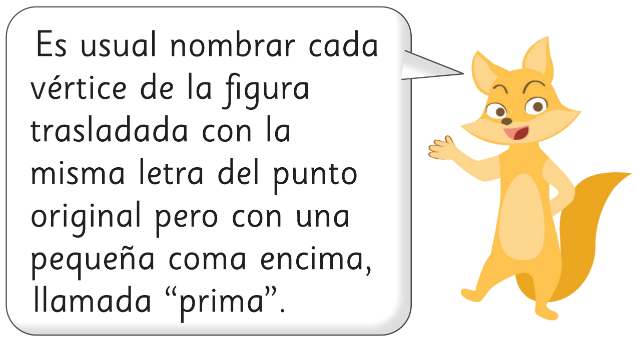
Trasladar una figura en el plano es moverla, sin girarla, conservando su forma y tamaño. En una traslación, todos los puntos se mueven la misma distancia y en la misma dirección.

2 Sofía pregunta si el rectángulo café se trasladó 4 o 6 unidades a tu derecha. Argumenta.

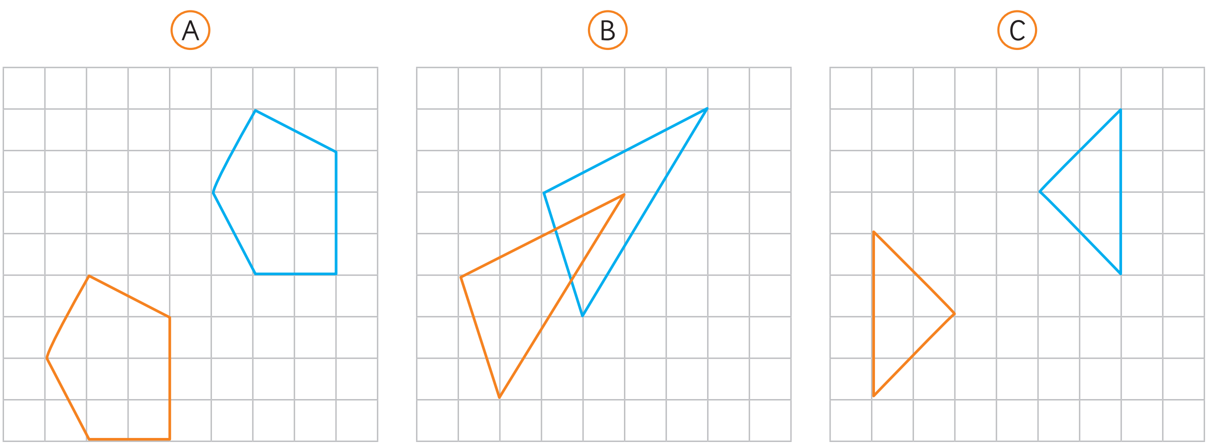


3 Describe la traslación de la figura *ABCD* a la posición *A'B'C'D'*. Compara tu descripción con la de tus compañeros.





4 Indica en cuál o cuáles de los siguientes casos se realizó una traslación.

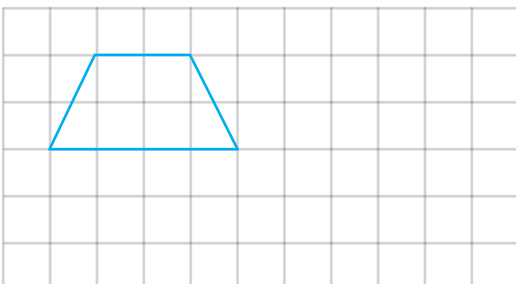


Practica

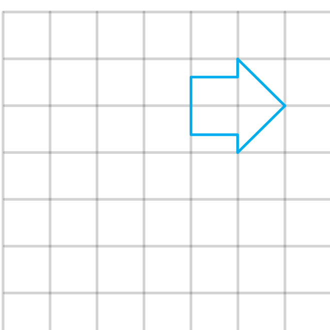
1 Traslada las siguientes figuras.

a) 7 unidades a tu derecha.

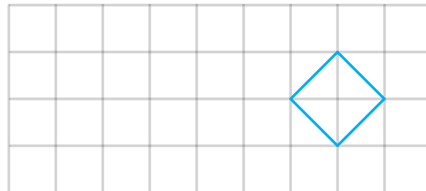
b) 2 unidades hacia abajo y 5 hacia a tu derecha.



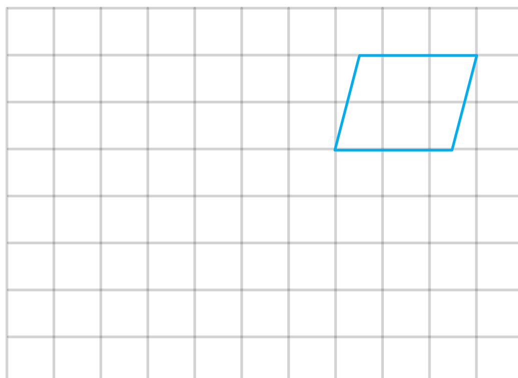
c) 3 unidades hacia abajo y 3 a tu izquierda.



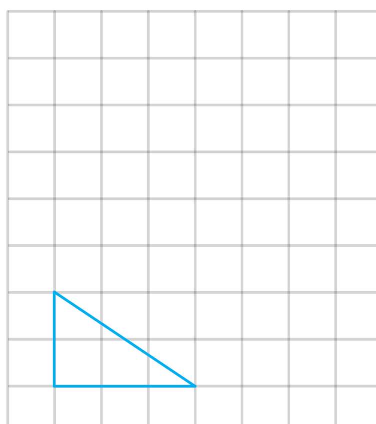
d) 5 unidades a tu izquierda.



e) 5 unidades a tu izquierda y 4 hacia abajo.

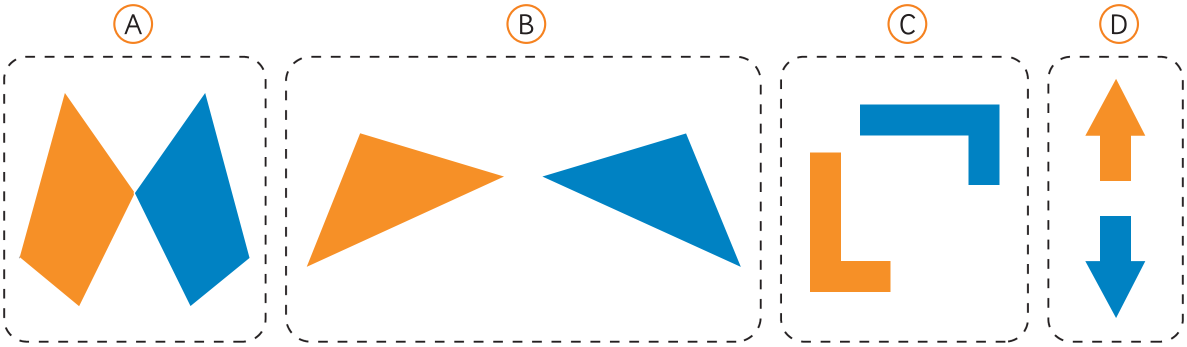


f) 5 unidades hacia arriba y 3 a tu derecha.



Reflexión

1 Observa los siguientes pares de figuras.



a) ¿Qué relación hay entre la figura anaranjada y la figura azul?

La **reflexión** invierte la posición de una figura respecto de una línea que denominamos **eje de reflexión**.

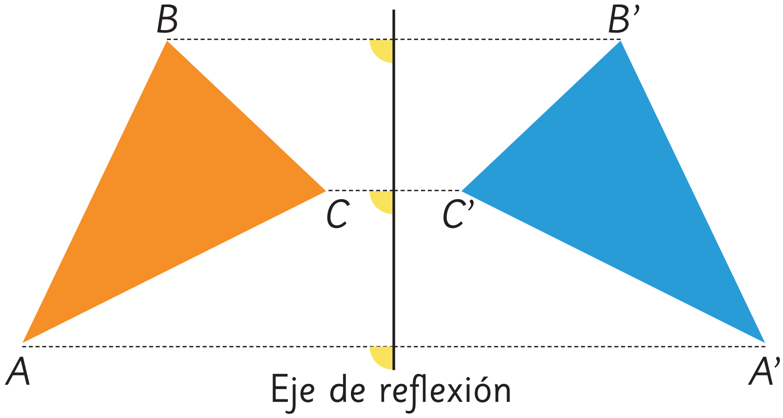
Reflejar una figura no cambia su forma o tamaño, solo la da vuelta.

b) Coloca un lápiz entre los abejorros para que uno sea el reflejo del otro.

eje de reflexión

c) En las figuras iniciales Ⓐ, Ⓑ, Ⓒ y Ⓓ ubica el lápiz en la posición donde debería estar el eje de reflexión.

2 El triángulo *ABC* tiene como reflejo el triángulo *A'B'C'*.

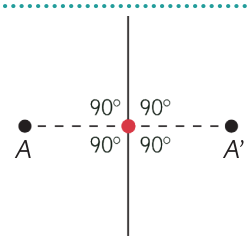


a) ¿Cuánto mide el ángulo que se forma entre la línea que pasa por *A* y *A'* y el eje de reflexión? ¿Cuánto miden los otros ángulos marcados con amarillo?

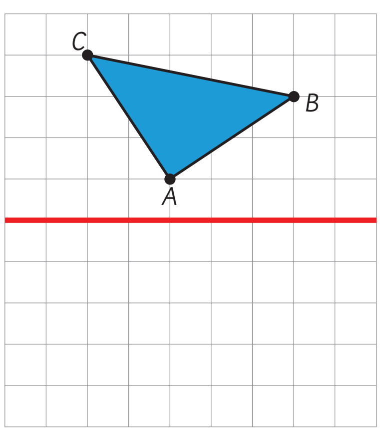
b) Mide con tu regla la distancia del vértice *A* al eje de reflexión y compárala con la distancia del vértice *A'* al mismo eje.

c) Haz lo mismo con *B* y *B'*, y con *C* y *C'*. ¿Qué observaste?

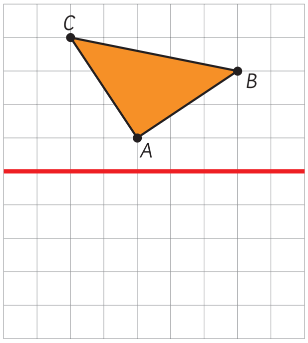
Si el punto reflejado de *A* es *A'*, entonces la distancia entre *A* y el eje de reflexión es la misma que entre *A'* y el eje. La línea entre *A* y *A'* y el eje de reflexión forman un ángulo recto.



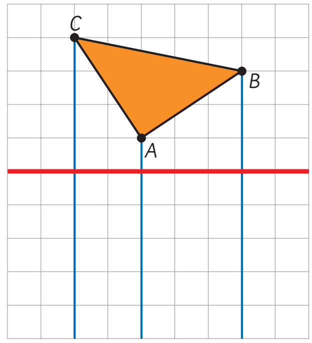
3 Dibuja el triángulo reflejado con respecto al eje de reflexión marcado con rojo.



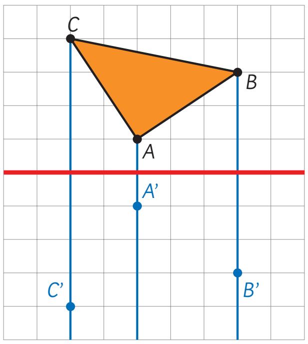
Cómo reflejar una figura formada por líneas rectas



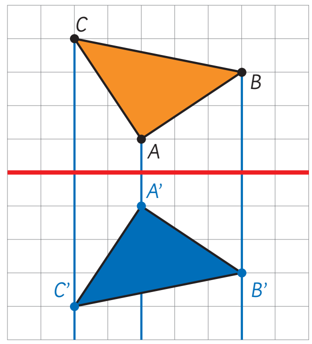
① Marca y nombra los vértices.



② Traza líneas rectas por los vértices y que formen ángulos rectos con el eje de reflexión.



③ Para cada vértice, dibuja su reflejo del otro lado del eje y la misma distancia.

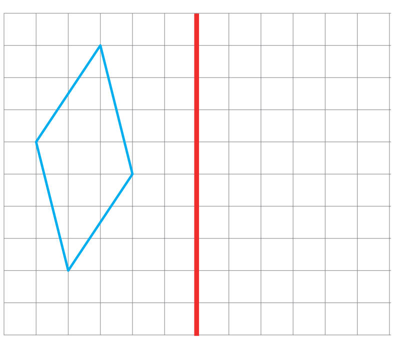


④ Nombra los vértices y une en el mismo orden.

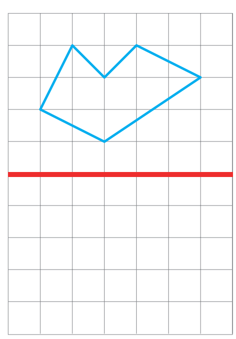
Yo me fijo en la ubicación de un vértice y luego doy vuelta la figura.

4 Refleja las figuras con respecto al eje de reflexión indicado con rojo

a)

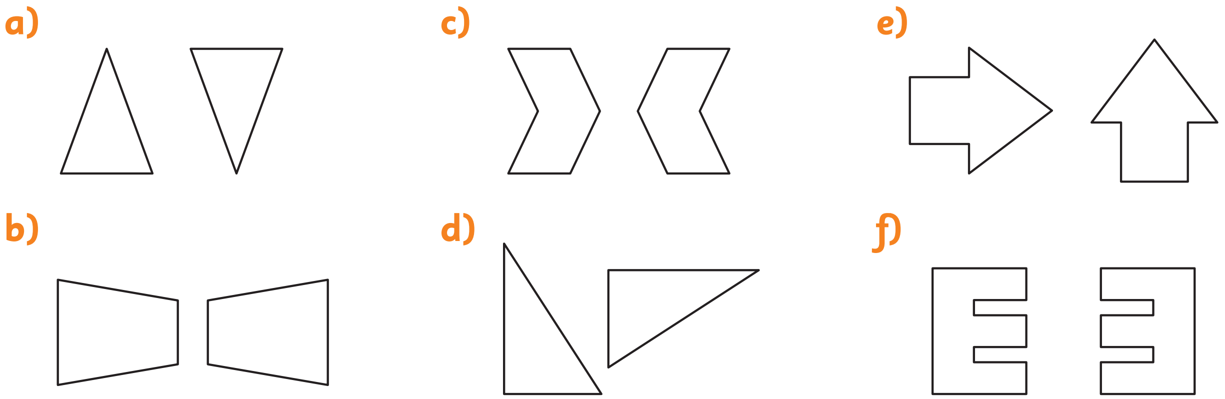


b)

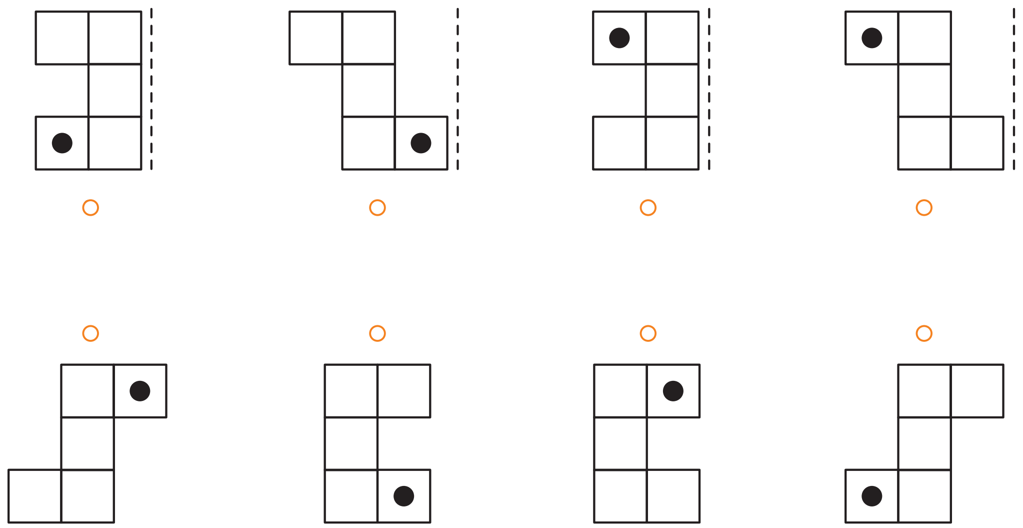


Practica

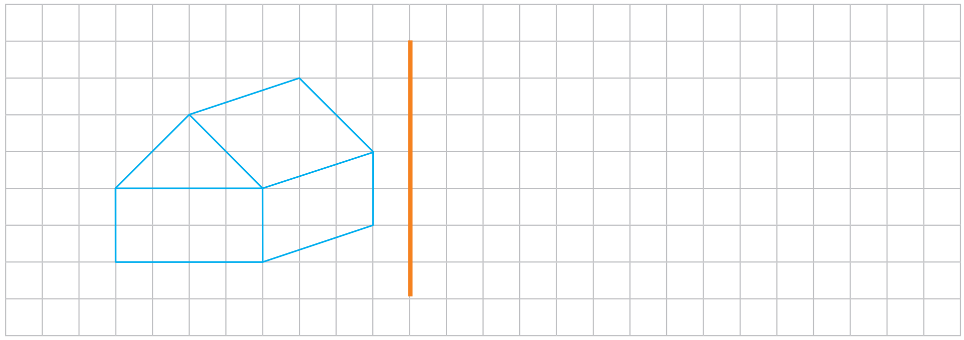
1 Encierra las imágenes que muestran una reflexión.



2 Une cada figura con la que corresponda a su reflexión.
La línea punteada indica el eje de reflexión.



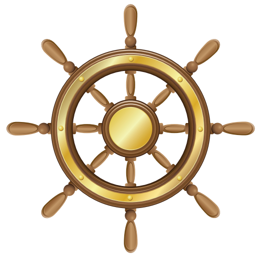
3 Refleja la figura con respecto al eje de reflexión indicado con anaranjado.



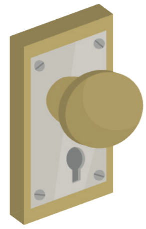
Rotación

1 Piensa en los movimientos de:

el minutero



el timón

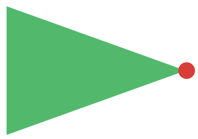


la manilla

a) ¿Qué tienen en común?

b) ¿Cambian de tamaño, forma, posición u orientación el minutero, el timón o la manilla?

2 Gira la figura dejando el vértice rojo fijo.

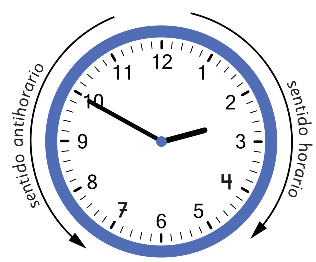


a) ¿Por qué las respuestas de Juan y Ema son distintas?

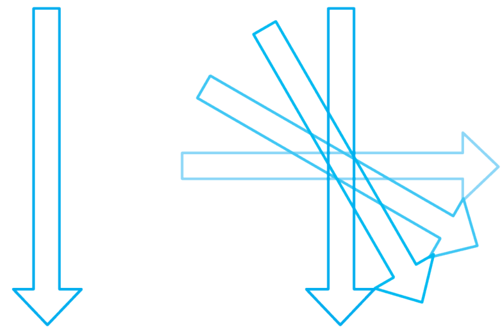
b) ¿Cómo harías para que la instrucción de girar la figura fuera más precisa?

Le llamamos **rotación** al giro de figuras.
En una rotación, la figura se mueve de acuerdo a un ángulo alrededor de un punto fijo, llamado **centro de rotación.**

El sentido de la rotación puede ser horario o antihorario.



3 La figura fue rotada en 30°, 60° y 90°.

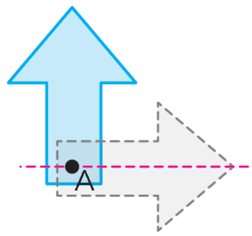


a) ¿Dónde está el centro de rotación?

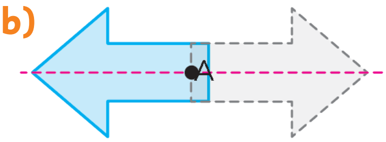
b) ¿En qué sentido se rotó?

4 La flecha celeste fue rotada.
Indica el ángulo y sentido de la rotación en cada caso.

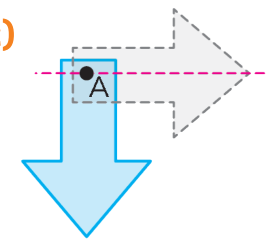
a)



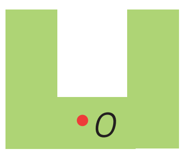
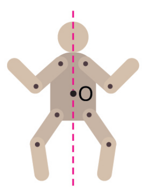
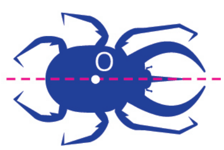
b)



c)



5 Usa el **Recortable 3** y rota cada una de las figuras en 90°, 180° y 270° en sentido horario, considerando como centro de rotación el punto *O*. Recorta y pega el resultado de cada rotación.

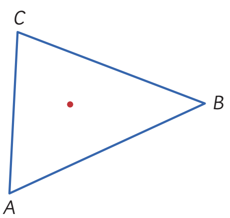
Figura	Rotación en 90°	Rotación en 180°	Rotación en 270°
			
			
			

Página 213

Cómo rotar una figura formada por líneas rectas

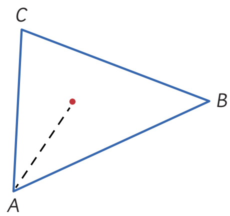
Rotemos el triángulo con respecto al centro de rotación, marcado en rojo, en un ángulo de 45° en el sentido horario.

1



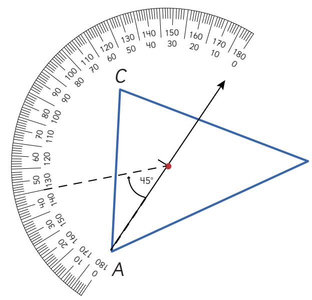
Marca y nombra los vértices.

2



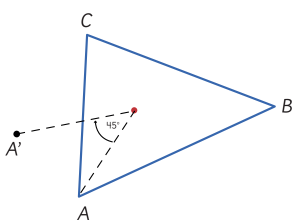
Traza una línea que pase por el centro de rotación y un vértice.

3



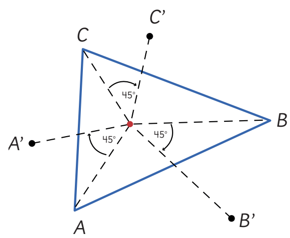
Dibuja un ángulo de 45° en el sentido horario apoyado en la línea.

4



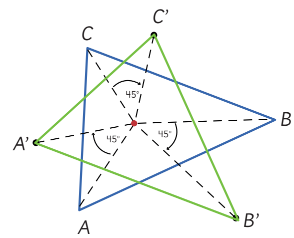
Marca el punto que esté a la misma distancia del centro. Este punto corresponde al vértice rotado.

5



Haz lo mismo con los otros vértices.

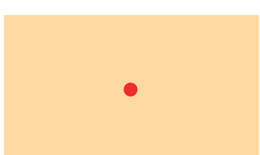
6



Une los nuevos vértices en orden para obtener la figura.

6 Rota las siguientes figuras en los ángulos indicados. El centro de rotación corresponde al punto marcado.

a) Rotar en 90° en sentido antihorario.



b) Rotar en 30° en sentido horario.

Practica

1 Indica el ángulo de giro.

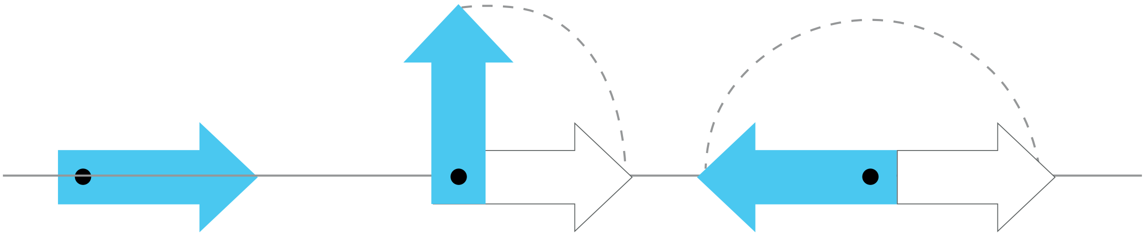


Figura inicial Giro de $\boxed{}$ Giro de $\boxed{}$

2 Se realiza una rotación de la figura, con centro en *O*.
Indica el ángulo de giro.

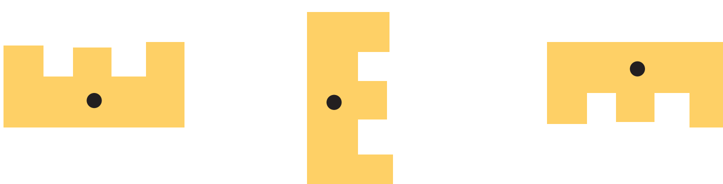
Figura inicial

Giro de $\boxed{}$

3 Dibuja la figura que continúa la secuencia de rotaciones.

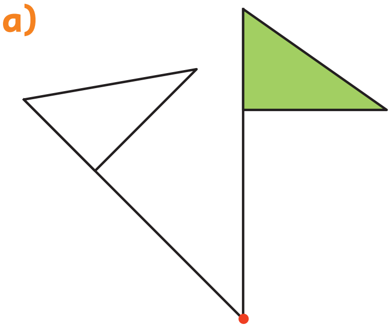
a)

b)



4 La bandera verde se rota alrededor del centro de rotación marcado con rojo. Mide con tu transportador el ángulo de la rotación e indica su sentido.

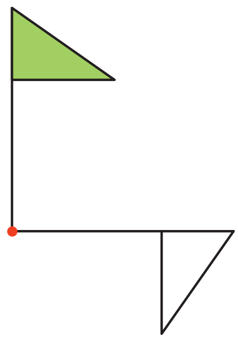
a)



Ángulo:

Sentido:

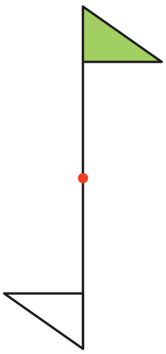
c)



Ángulo:

Sentido:

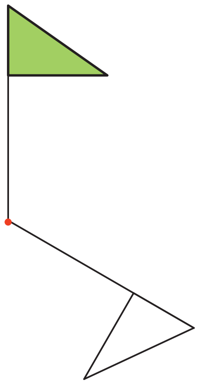
e)



Ángulo:

Sentido:

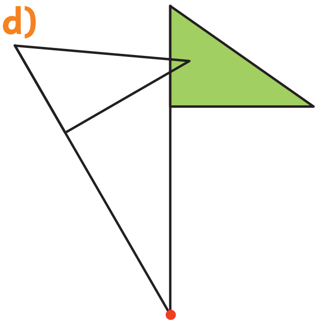
b)



Ángulo:

Sentido:

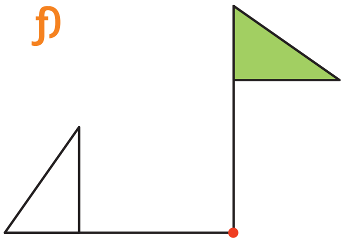
d)



Ángulo:

Sentido:

f)

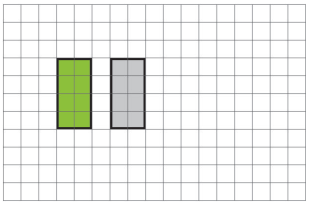


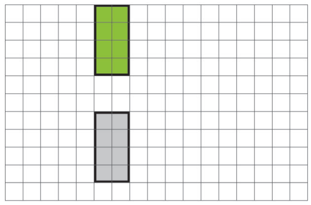
Ángulo:

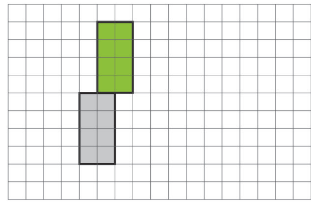
Sentido:

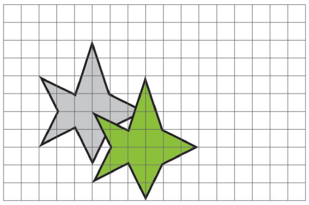
Ejercicios

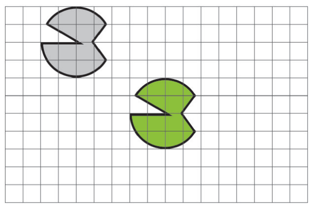
1 La figura verde es la imagen de la figura gris después de ser trasladada. Describe cada traslación.

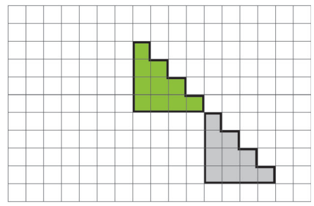
a)


c)


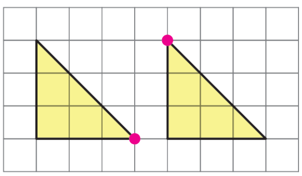
e)


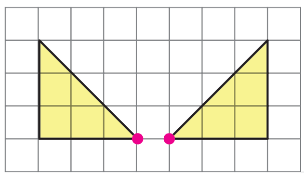
b)


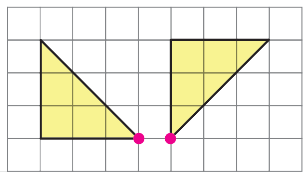
d)


f)


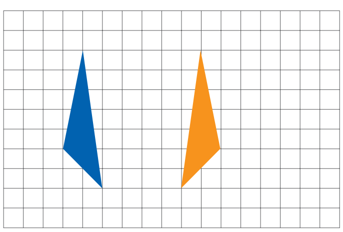
2 Para los siguientes pares de triángulos, encierra los que corresponden a una reflexión.

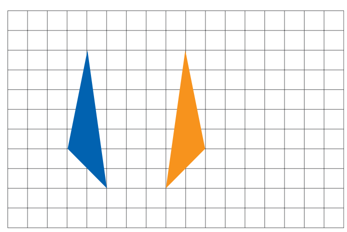
A


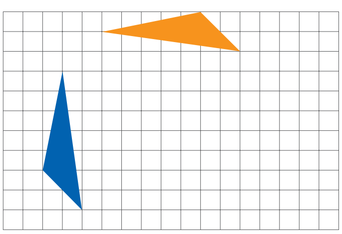
B


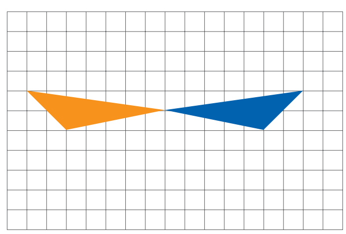
C


3 El triángulo anaranjado se obtuvo al reflejar el azul. En cada caso, dibuja el eje de reflexión.

a)


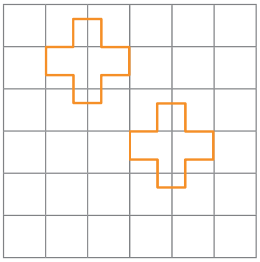
c)


b)


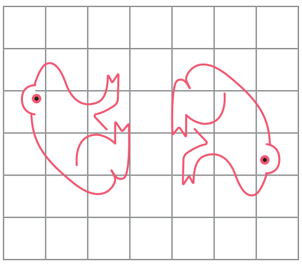
d)


4 Indica si las siguientes imágenes corresponden a una traslación, reflexión, rotación, o a ninguna de estas transformaciones.

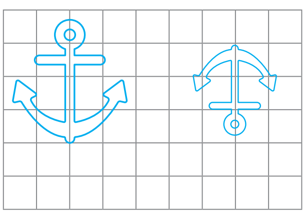
a)



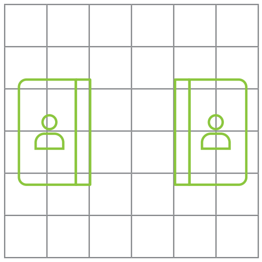
b)



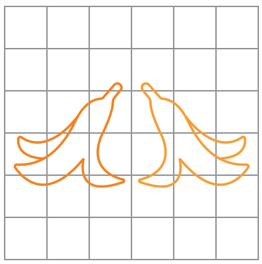
c)



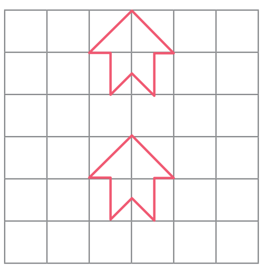
d)



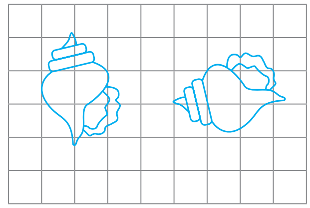
e)



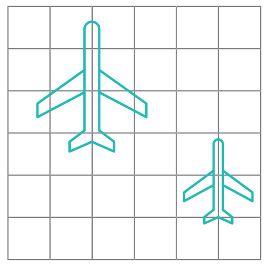
f)



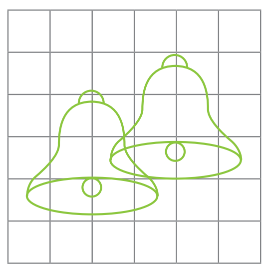
g)



h)

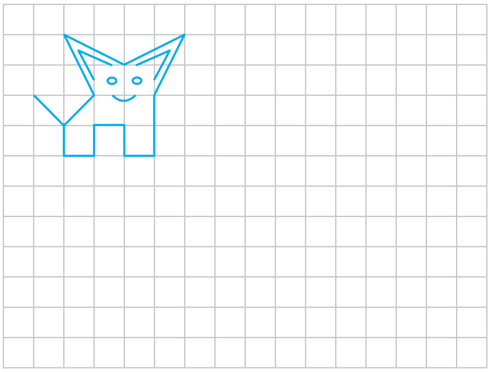


i)

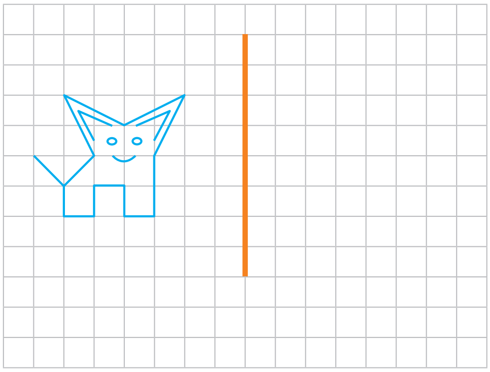


5 En cada caso, mueve la figura según las instrucciones.

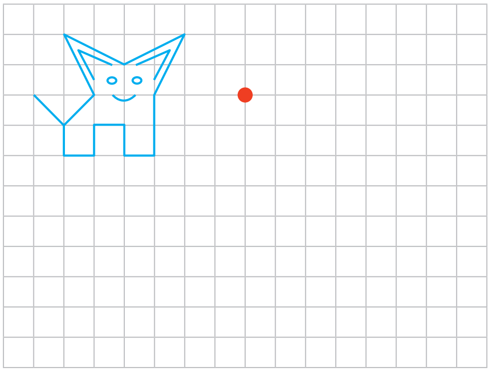
a) Traslada 5 unidades a la derecha.



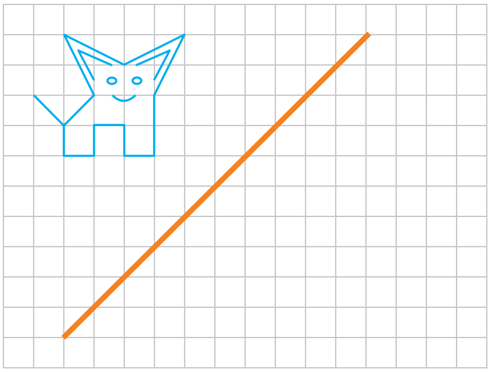
b) Refleja con respecto al eje de reflexión anaranjado.



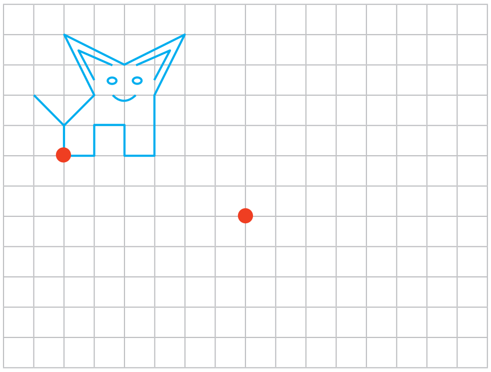
c) Rota en 180° alrededor del centro marcado con rojo.



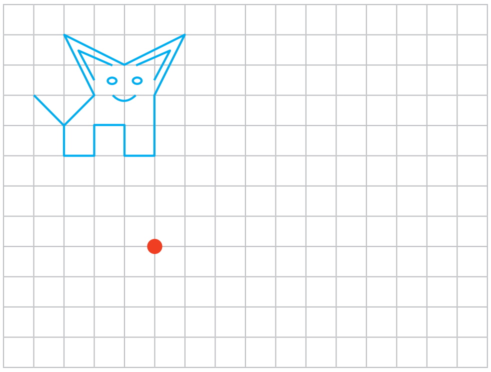
d) Refleja con respecto al eje de reflexión anaranjado.



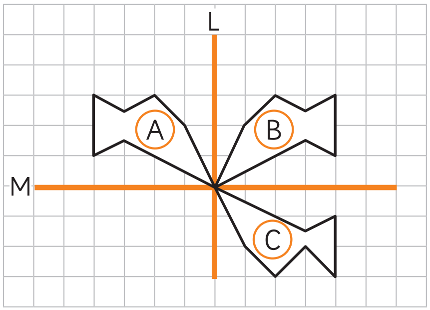
e) Traslada de manera que los puntos marcados con rojo coincidan.



f) Rota en 90° en sentido horario alrededor del punto marcado con rojo.



6 Observa y responde.



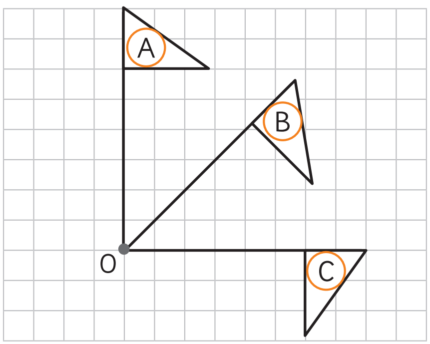
a) Al reflejar la figura A con respecto al eje L se obtiene la figura ___.

b) Al reflejar la figura B con respecto al eje M se obtiene la figura ___.

c) ¿Qué transformación lleva directamente la figura A a la C?

---

7 Observa y responde.



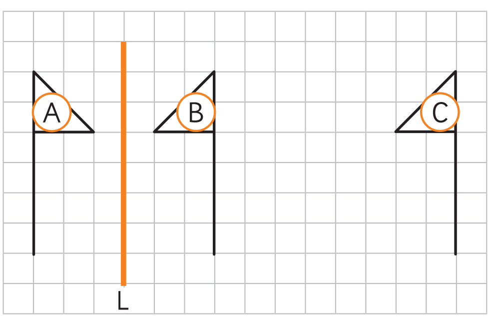
a) Al rotar 45° en sentido horario la figura A alrededor del punto O se obtiene la figura ___.

b) Al rotar 45° en sentido horario la figura B alrededor del punto O se obtiene la figura ___.

c) ¿Qué transformación lleva directamente la figura A a la C?

---

8 Observa y responde.



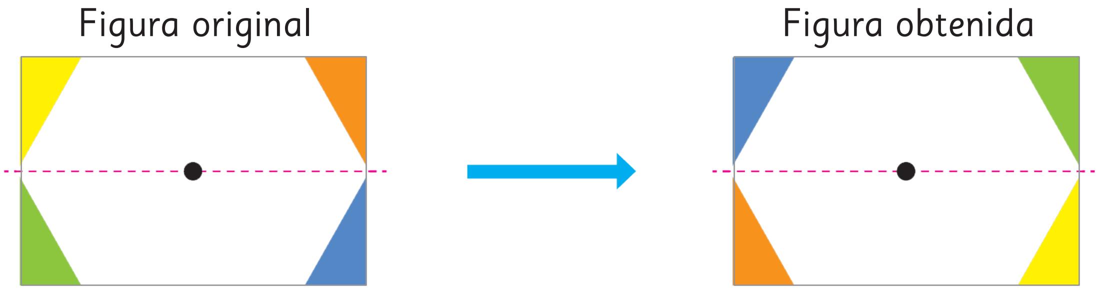
a) Al reflejar la figura A con respecto al eje L se obtiene la figura ___.

b) Al trasladar 8 unidades hacia tu derecha la figura B se obtiene la figura ___.

c) ¿Qué transformación lleva directamente la figura A a la C?

Problemas

1 En esta rotación, ¿cuántos grados se ha girado la figura?



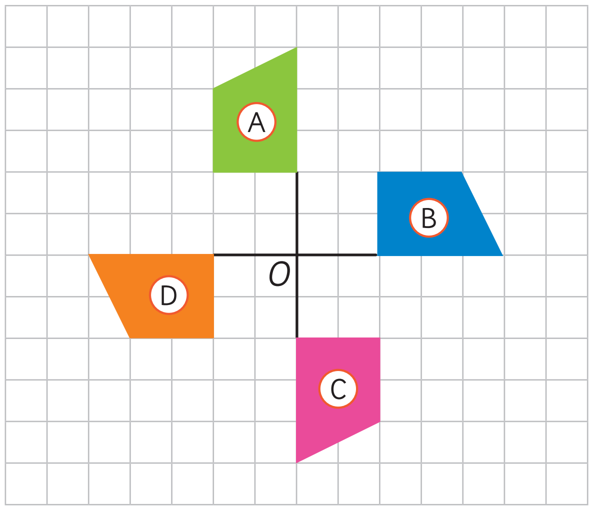
2 Determina el ángulo, sentido de rotación y centro de rotación que lleva:

a) La figura A a la figura B.

b) La figura B a la figura A.

c) La figura C a la figura A.

d) La figura D a la figura C.

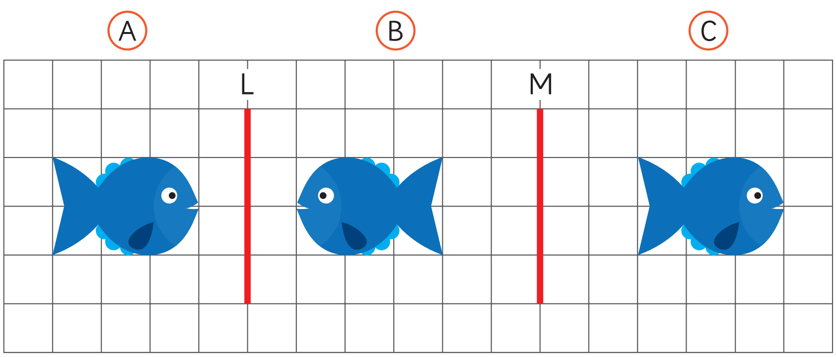


3 Observa las figuras y completa.

a) Al reflejar la figura A con respecto al eje L se obtiene la figura ☐.

b) Al reflejar la figura B con respecto al eje M se obtiene la figura ☐.

c) ¿Qué transformación lleva directamente la figura A a la C ? ☐

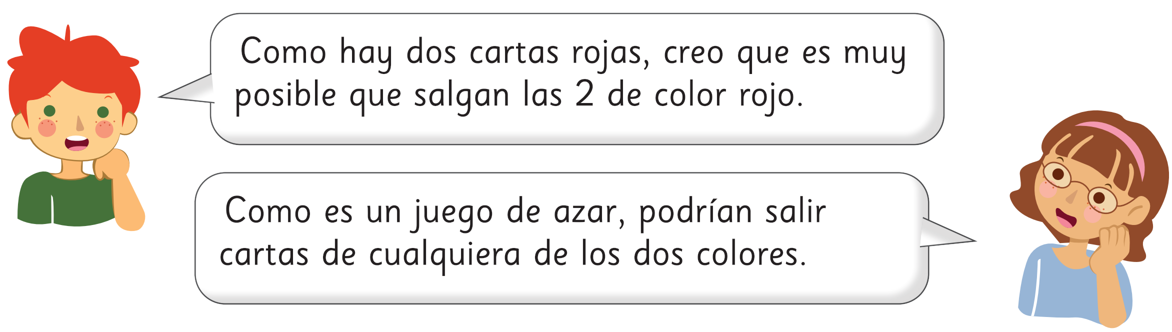


Capítulo

20 Azar

1 En la clase de Sami, jugaron a la bolsa misteriosa. En este juego, se colocaron 3 cartas dentro de una bolsa: 2 de ellas eran de color rojo y la otra azul. Los estudiantes debían sacar de la bolsa 2 cartas y, antes de hacerlo, debían adivinar el color de las cartas que sacarían.

a) ¿Podemos anticipar qué combinación de cartas saldrá?



b) Repite el juego varias veces devolviendo las cartas que salen y registra los resultados.

2 Este es el registro de Gaspar de los resultados del juego.
¿Qué resultado se repitió más veces?

Resultados del juego

Resultados	N° de veces
2 cartas rojas	11
1 roja y 1 azul	27

Creo que si seguimos jugando un rato, debería aumentar el número de veces que salen las dos cartas rojas.

3 Al ver los resultados del curso, Matías propuso dividirse en grupos y jugar 15 veces más. A continuación, se muestran los resultados de algunos de los grupos que jugaron.

Resultados Grupo 1

Resultados	N° de veces
2 cartas rojas	6
1 roja y 1 azul	9

Resultados Grupo 2

Resultados	N° de veces
2 cartas rojas	4
1 roja y 1 azul	11

Resultados Grupo 3

Resultados	N° de veces
2 cartas rojas	5
1 roja y 1 azul	10

Resultados Grupo 4

Resultados	N° de veces
2 cartas rojas	6
1 roja y 1 azul	9

Resultados Grupo 5

Resultados	N° de veces
2 cartas rojas	7
1 roja y 1 azul	8

Resultados Grupo 6

Resultados	N° de veces
2 cartas rojas	4
1 roja y 1 azul	11

a) ¿Qué resultado es el que más se repite?

b) Si cada pareja juega 30 veces más, ¿puedes anticipar cuál es el resultado que más se repetirá?

c) ¿Qué puedes concluir del juego anterior?

El resultado **1 carta roja y 1 carta azul** tiene el doble de posibilidades de salir.

Entonces, podríamos decir que este no era un juego justo, ya que un resultado podía salir más que el otro.

¿Qué podríamos hacer para que este sea un juego justo?

Ema sugirió agregar una carta azul a la bolsa del juego. Así, el juego de la bolsa misteriosa sería un juego justo. De esta manera, los resultados posibles son:

- 2 cartas de color azul.
- 2 cartas de color rojo.
- 1 carta roja y 1 carta azul.

4 Para probarlo, Juan sugirió dividirse nuevamente en grupos y jugar 30 veces. Estos son los resultados.

Resultados Grupo 1

Resultados	N° de veces
2 cartas rojas	5
2 cartas azules	5
1 roja y 1 azul	20

Resultados Grupo 2

Resultados	N° de veces
2 cartas rojas	7
2 cartas azules	6
1 roja y 1 azul	17

Resultados Grupo 3

Resultados	N° de veces
2 cartas rojas	9
2 cartas azules	6
1 roja y 1 azul	15

Resultados Grupo 4

Resultados	N° de veces
2 cartas rojas	6
2 cartas azules	6
1 roja y 1 azul	18

Resultados Grupo 5

Resultados	N° de veces
2 cartas rojas	4
2 cartas azules	9
1 roja y 1 azul	17

Resultados Grupo 6

Resultados	N° de veces
2 cartas rojas	8
2 cartas azules	7
1 roja y 1 azul	15

a) ¿Qué resultado es el que más se repite?

b) Si te tocara sacar dos cartas de la bolsa al azar, ¿qué resultado tiene más posibilidades de salir?

c) ¿Qué puedes concluir del juego anterior?

¡El resultado **1 carta roja y 1 carta azul** sigue saliendo más veces!

5 Finalmente, se colocaron 3 cartas rojas y solo 1 carta azul en la bolsa para jugar el juego de la bolsa misteriosa.

a) ¿Cuál crees que es la combinación de cartas que más se repetirá?

Ahora que hay 3 cartas rojas y 1 azul, debería ser mucho más fácil sacar 2 cartas rojas.

¡Pero entonces tampoco sería un juego justo!

6 Para averiguarlo, en el curso de Sami nuevamente se dividieron en grupos y jugaron 30 rondas. Las tablas muestran algunos resultados.

Resultados Grupo 1

Resultados	N° de veces
2 cartas rojas	15
1 roja y 1 azul	15

Resultados Grupo 2

Resultados	N° de veces
2 cartas rojas	13
1 roja y 1 azul	17

Resultados Grupo 3

Resultados	N° de veces
2 cartas rojas	16
1 roja y 1 azul	14

Resultados Grupo 4

Resultados	N° de veces
2 cartas rojas	18
1 roja y 1 azul	12

a) Mirando los datos en general, ¿podemos decir que hay un resultado que **siempre** se repite más que el otro?

b) Si te tocara sacar dos cartas de la bolsa al azar, ¿qué resultado crees que se repetirá más?

c) ¿Qué puedes concluir de este juego?

¡Recién ahora ambos resultados tienen las mismas posibilidades de salir!

Practica

1 En una caja vacía se colocan 10 pelotas verdes y 2 rojas.

a) Si se saca 1 pelota al azar, ¿es posible que sea verde?

b) Si se saca 1 pelota al azar, ¿es posible que sea roja?

c) Si se saca 1 pelota al azar, ¿es más posible que sea verde o roja?

d) Si se sacan 2 pelotas al azar, ¿es posible que sean verdes?

e) Si se sacan 2 pelotas al azar, ¿es posible que sean rojas?

f) Si se sacan 2 pelotas al azar, ¿es más posible que sean verdes o rojas?

g) Si se sacan 3 pelotas al azar, ¿es posible que sean rojas?

h) Si se sacan 3 pelotas al azar, ¿es posible que sean verdes?

i) Si se sacan 3 pelotas al azar, ¿es más posible que sean verdes o rojas?

Jugando con monedas

1 En la clase de Gaspar, jugaron a lanzar monedas para ver si salía cara o sello. Antes de lanzar las monedas, cada uno debía anticipar los resultados de 5 secuencias de 10 lanzamientos consecutivos y luego realizarlos.

Idea de Juan

Creo que cara y sello se deberían turnar y que, a veces, puede pasar que salgan 2 caras o 2 sellos seguidos.

1.	C	S	C	S	C	S	C	S	C	S
2.	C	S	C	C	S	S	C	S	S	C
3.	S	S	C	S	C	S	C	C	S	C
4.	C	S	C	S	C	C	S	C	S	C
5.	S	C	S	C	C	S	S	C	S	C

Idea de Sofía

También creo que se turnan. Pero también creo que a veces nos podría salir uno de los dos tres veces seguidas.

1.	S	C	S	C	S	C	S	C	S	C
2.	C	S	C	C	C	S	C	S	C	S
3.	S	C	S	C	C	S	C	S	C	S
4.	C	S	C	S	C	S	S	C	S	C
5.	S	C	S	C	S	C	S	C	C	C

a) ¿Puedes anticipar los resultados de 5 secuencias de 10 lanzamientos? Explica lo que pensaste al anticipar cada una de las secuencias del juego.

2 Después de que cada uno de los estudiantes anticipara los resultados de 5 secuencias, en el curso de Gaspar se juntaron en grupos y jugaron a lanzar las monedas, registrando sus resultados a continuación.

Grupo 1

1.	C	S	C	S	C	S	S	C	S	S
2.	C	S	C	C	S	C	S	C	S	S
3.	C	S	S	S	S	S	C	S	C	C
4.	C	S	S	C	S	C	C	C	S	C
5.	S	C	C	S	S	S	S	S	C	S

Grupo 2

1.	S	C	S	S	S	C	S	C	C	C
2.	S	C	C	S	C	C	C	S	C	C
3.	C	C	C	S	C	C	C	S	C	S
4.	C	S	C	C	S	C	S	C	C	C
5.	C	C	C	C	C	C	C	S	C	S

Grupo 3

1.	S	S	C	C	S	C	C	S	S	S
2.	S	S	C	C	C	C	S	C	S	S
3.	C	S	S	C	C	S	S	S	C	S
4.	C	S	S	C	C	C	S	S	S	C
5.	S	S	C	S	C	C	S	S	C	S

Grupo 4

1.	C	S	C	S	C	S	S	C	C	S
2.	S	S	S	C	C	S	S	S	C	C
3.	S	C	S	C	S	S	C	S	C	S
4.	C	S	S	C	S	S	S	S	S	C
5.	C	S	C	S	C	S	C	C	S	C

Grupo 5

1.	S	S	S	C	S	S	S	C	S	C
2.	C	S	C	C	C	S	C	S	S	S
3.	S	S	S	C	S	C	C	S	C	S
4.	C	S	S	C	S	S	S	C	S	S
5.	S	C	S	S	C	S	C	S	S	S

Grupo 6

1.	S	C	S	C	S	C	C	S	C	C
2.	C	S	S	C	C	C	C	C	S	C
3.	C	S	C	C	C	S	C	S	S	S
4.	C	S	C	C	S	C	S	C	C	C
5.	C	C	C	S	C	S	S	C	S	C

a) Observa los resultados que se registraron. ¿Qué ves?

No hay ninguna secuencia igual a la otra. ¡Todos los resultados fueron distintos!

No siempre la secuencia se turna entre cara y sello. Varias caras o sellos seguidos se repiten mucho más de lo que esperaba.

¡Hay un grupo al que le salieron 8 caras en una ronda!

b) Si lanzas una moneda 4 veces, ¿puedes anticipar cuántas veces saldrá cara y cuántas veces saldrá sello?, ¿y si la lanzas 30 veces?

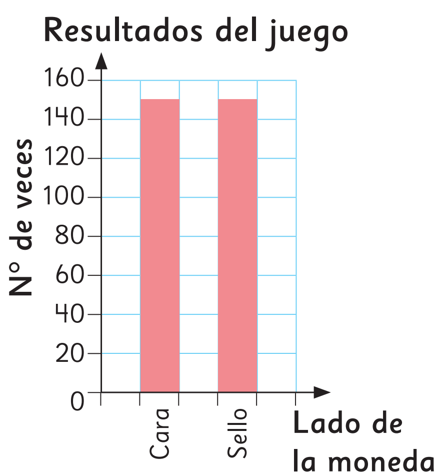
En los juegos de azar, puede ocurrir que un mismo resultado se repita varias veces seguidas.

Una **racha** se refiere a la secuencia de resultados consecutivos que son iguales.

Si lanzo una moneda solo 4 veces, creo que podría tener una racha de 3 o 4 caras.

Si existen las rachas en los juegos, ¿es verdad que cara y sello tienen iguales posibilidades de salir?

3 Para comprobar si al lanzar una moneda cara y sello tienen la misma posibilidad de salir, Sofía sumó los resultados e hizo un gráfico de barras para observar los resultados.



a) Si lanzas una moneda una vez, ¿puedes anticipar el resultado que saldrá?

b) En este juego, ¿tienen los dos lados de la moneda las mismas posibilidades de salir?

c) ¿Qué puedes concluir respecto a lo que ocurre al lanzar una moneda 1 vez? ¿Y al lanzarla 10 veces?, ¿y 50?

En un **juego de azar**, como lanzar una moneda, si repetimos muchas veces el juego, el número de veces que sale cara será similar a la cantidad de veces que sale sello.

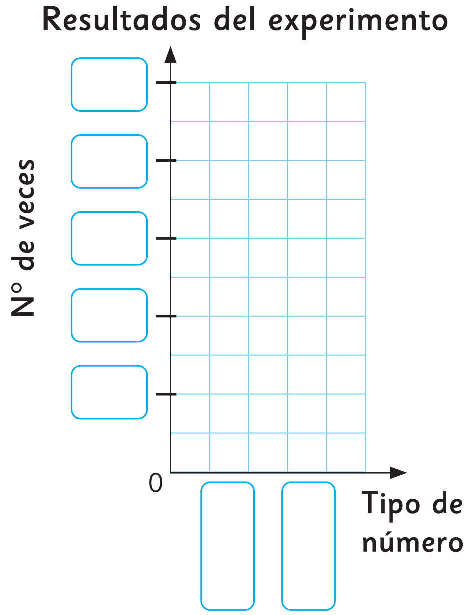
Practica

1 Se realizó un experimento que consistió en lanzar varias veces un dado y anotar si el número obtenido era par: 2, 4 y 6 o impar: 1, 3 y 5. Los resultados se registraron en la siguiente tabla.

Resultados del experimento

Tipo de número	N° de veces
Par	10
Impar	9

a) Construye un gráfico con los datos de la tabla.



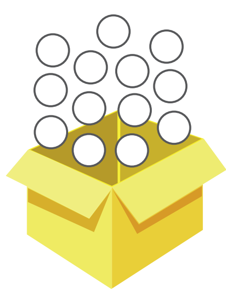
b) ¿Cuántas veces se lanzó el dado?

c) ¿Salió más veces un número par o impar? ¿Cuál es la diferencia?

d) Si se hubiese lanzado el dado solo 4 veces, ¿puedes anticipar si habría salido más veces un número par o impar? ¿Por qué?

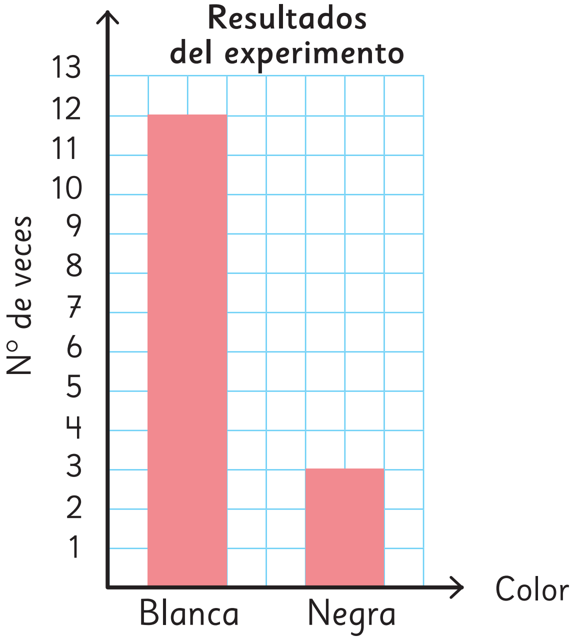
e) Si se repite el experimento, ¿qué resultados crees que se pueden obtener? ¿Por qué?

2 Pinta las pelotas de la caja para que, al sacar al azar varias veces una pelota, se obtenga más el color azul que el verde o el rojo.



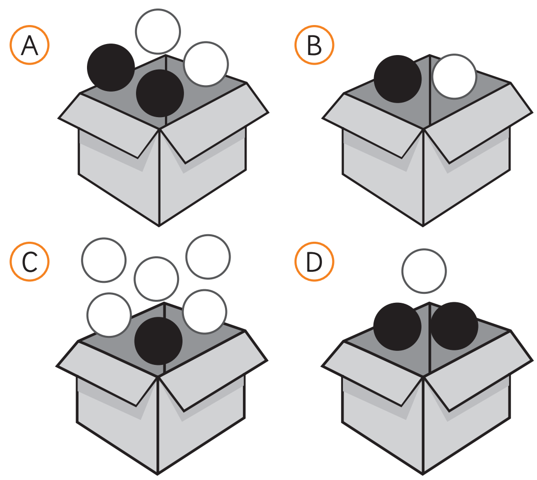
Ejercicios

1 Unos estudiantes realizaron un experimento.
Sacaron al azar y volvieron a poner varias veces una pelota en una caja.
Con los resultados que obtuvieron, hicieron el siguiente gráfico.

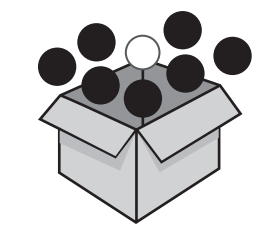


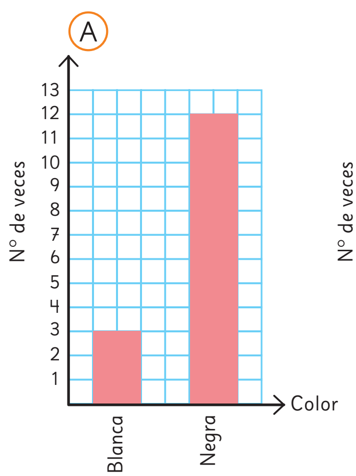
a) ¿Cuántas veces sacaron una pelota de la caja?

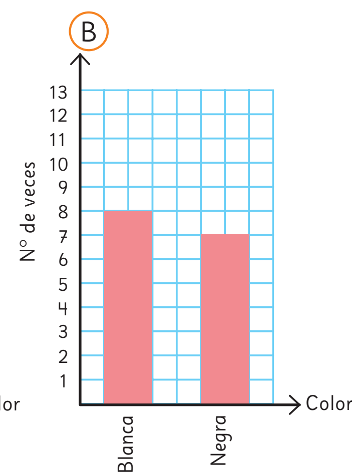
b) ¿Cuál podría ser la caja con las pelotas que usaron?

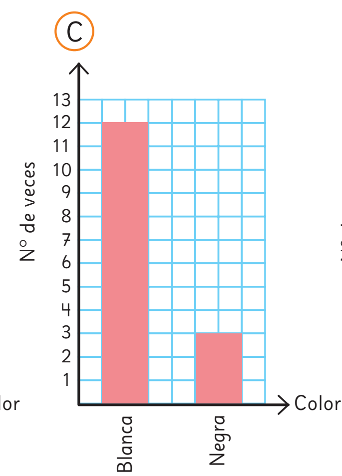


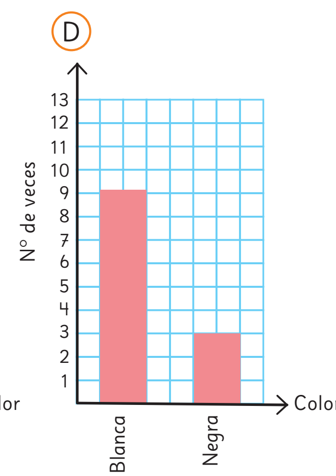
2 Unos estudiantes realizaron un experimento.
Sacaron al azar y volvieron a poner 15 veces una pelota en una caja. Utilizaron esta caja y pelotas.
¿Cuál podría ser el gráfico del experimento?



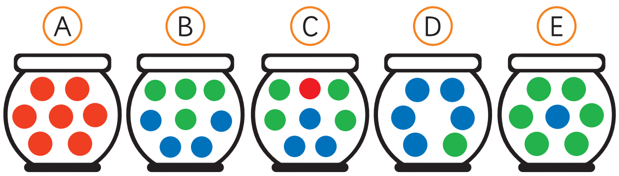








3 Analiza los frascos con bolitas.



a) Si se saca una bolita al azar, ¿en cuál frasco será más posible sacar una bolita verde?

b) Si se saca una bolita al azar, ¿en cuál frasco será más posible sacar una bolita azul?

c) Si se saca una bolita al azar, ¿en cuál frasco será más posible sacar una bolita roja?

d) Si se sacan dos bolitas al azar, ¿en cuál frasco serán siempre rojas?

e) Si se sacan dos bolitas al azar, ¿en cuál frasco serán siempre verdes?

4 Analiza las siguientes ruletas.

Ruleta A

Ruleta B

a) ¿Cuál ruleta elegirías para que al girar la flecha varias veces, se obtenga con mayor frecuencia el color azul?

b) ¿Cuál ruleta elegirías para que al girar la flecha varias veces, se obtenga con mayor frecuencia el color verde?

c) ¿Cuál ruleta elegirías para que al girar la flecha varias veces, se obtenga con mayor frecuencia el color rojo?

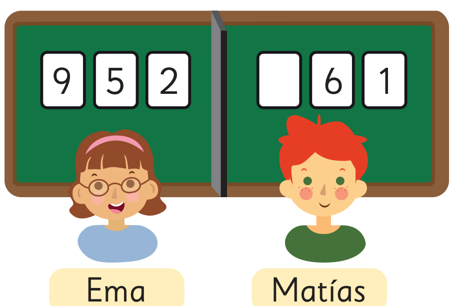
Problemas

1 Usa el **Recortable 4** para jugar con tus compañeros.
Hay un tablero y 10 cartas numeradas, del 0 al 9.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

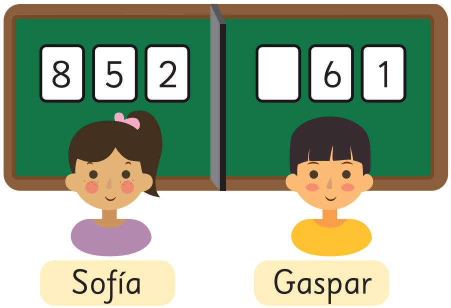
Instrucciones del juego

- El objetivo del juego es formar el número de tres dígitos más grande posible.
- Se colocan las 10 cartas numeradas boca abajo.
- Los estudiantes se turnan para sacar una carta del mazo.
- Luego de ver su carta, los estudiantes deben colocar su carta en la posición de la Unidad, la Decena o la Centena.
- Gana el estudiante que logre formar el número mayor.



a) Si Matías debe sacar la última carta, ¿qué números puede sacar?

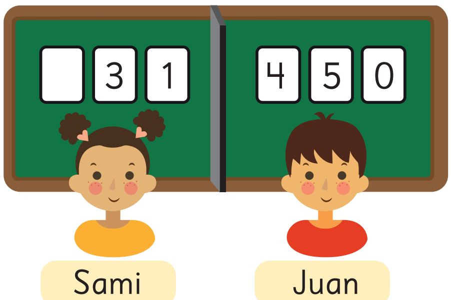
b) ¿Es posible que Matías pueda ganar?, ¿por qué?



c) Si Gaspar debe sacar la última carta, ¿qué números puede sacar?

d) ¿Es posible que Gaspar pueda ganar?

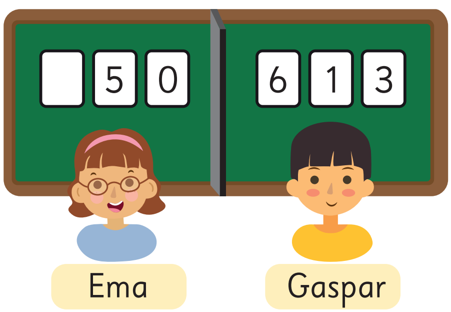
e) ¿Es más posible que gane Gaspar o Sofía?, ¿por qué?



f) Si Sami debe sacar la última carta, ¿qué números puede sacar?

g) ¿Es posible que Sami pierda?

h) ¿Es más posible que gane Sami o Juan?, ¿por qué?



i) Si Ema debe sacar la última carta, ¿qué números puede sacar?

j) ¿Es posible que gane Ema?

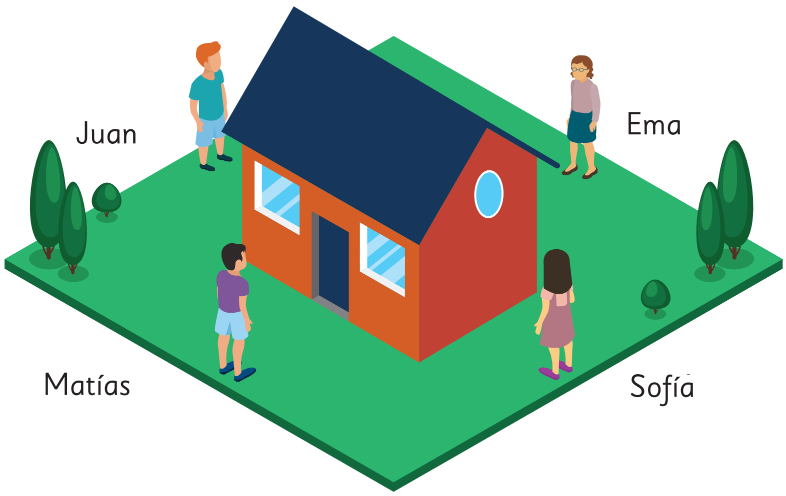
k) ¿Es más posible que gane Ema o Gaspar?, ¿por qué?

l) Si tuvieras que jugar este juego, ¿qué estrategia utilizarías para ganar?

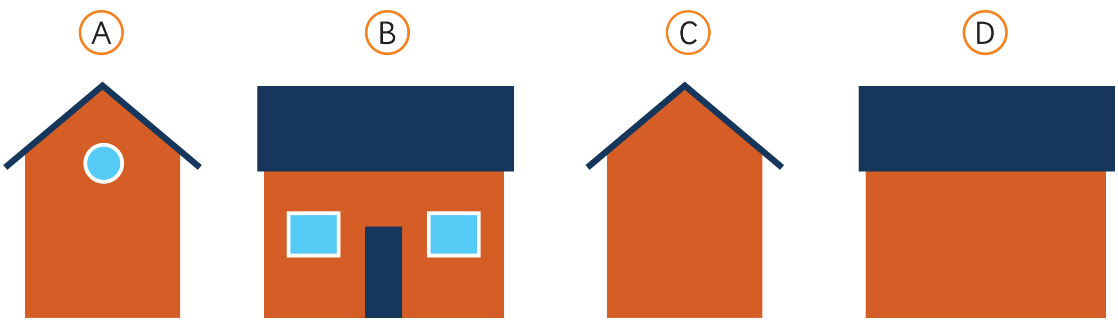
m) El ganar o perder el juego, ¿depende únicamente de la estrategia que utilices? Explica.

21 Vistas

Identificando vistas en objetos



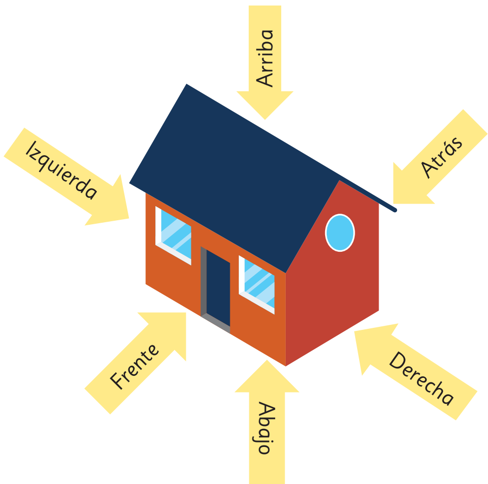
1 Si estuvieras en el lugar de Matías, ¿cómo verías la casa?

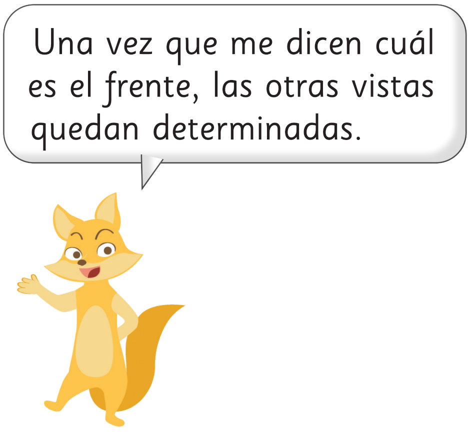


2 ¿Cómo se vería si estuvieras en el lugar de Juan, de Sofía, y de Ema?

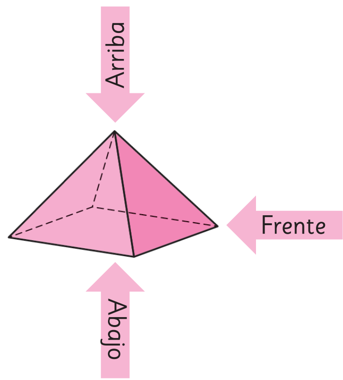
Piensa cómo podrías averiguar la vista de esta casa si se usa un dron volando para grabar o fotografiar.

Las **vistas** son representaciones planas de cuerpos o de objetos. Usualmente se consideran 6 vistas: frente, atrás, derecha, izquierda, arriba y abajo.



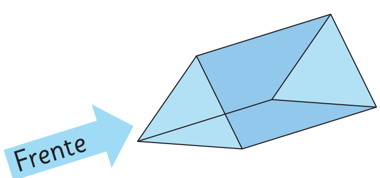


3 Observa la imagen de esta pirámide.
¿Cómo son las vistas indicadas? Dibújalas.

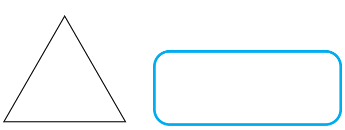


4 Sami lleva al colegio un chocolate con la forma que se muestra y dice que ese lado es el frente.

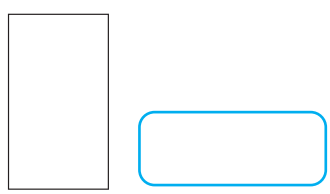
¿Qué vista corresponde a las imágenes que se muestran?



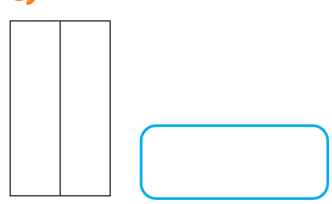
a)



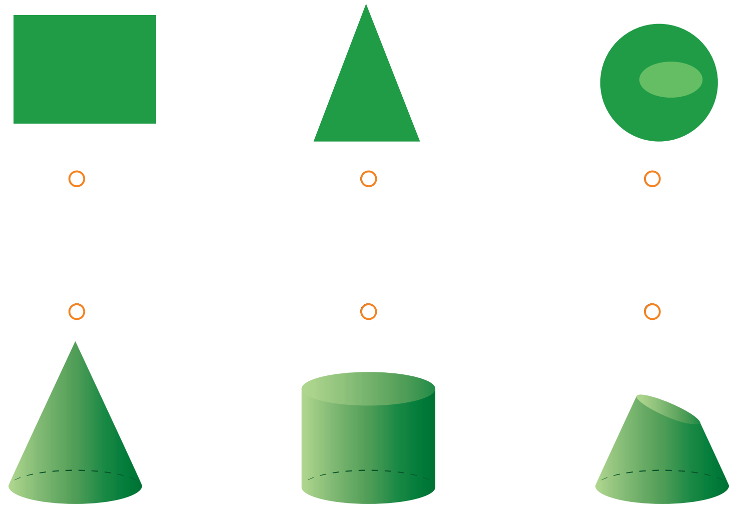
b)



c)



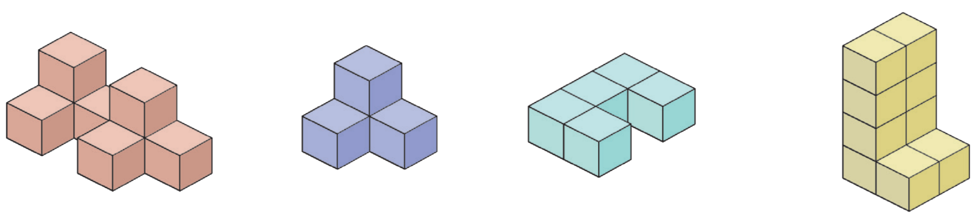
5 Une cada vista con el cuerpo correspondiente. Considera que puede ser cualquiera de las vistas.



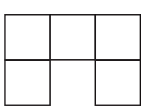
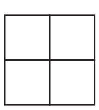
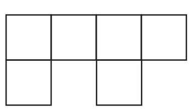
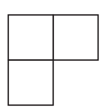
6 Encierra la casa a la que corresponden las tres vistas que se muestran.

Vistas:

7 Ema y Juan construyen figuras usando cubos de madera.



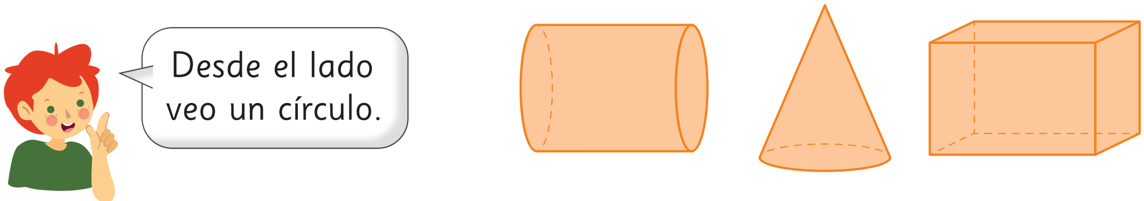
Considera las siguientes vistas desde arriba. Pinta con el color que se corresponda con la figura.

a)  **b)**  **c)**  **d)** 

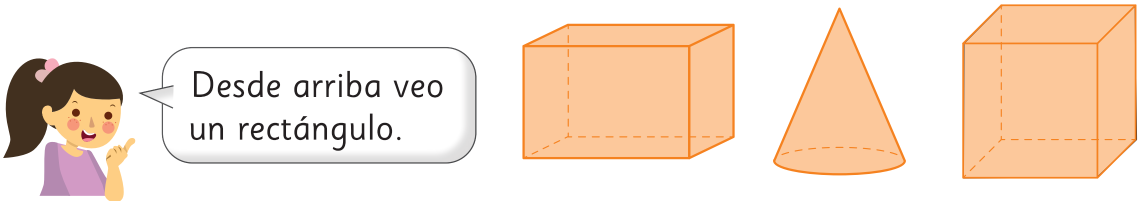
Practica

1 Encierra en cada caso el cuerpo que visualizan los niños.

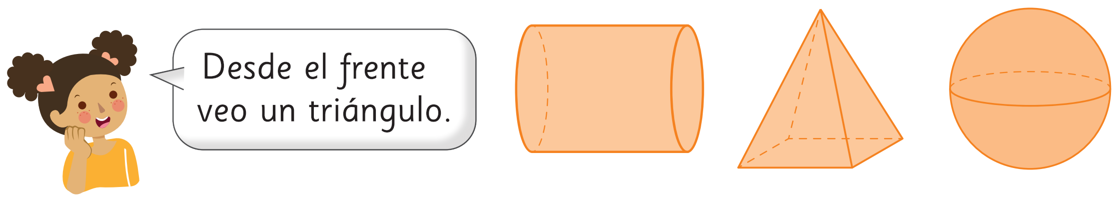
a)



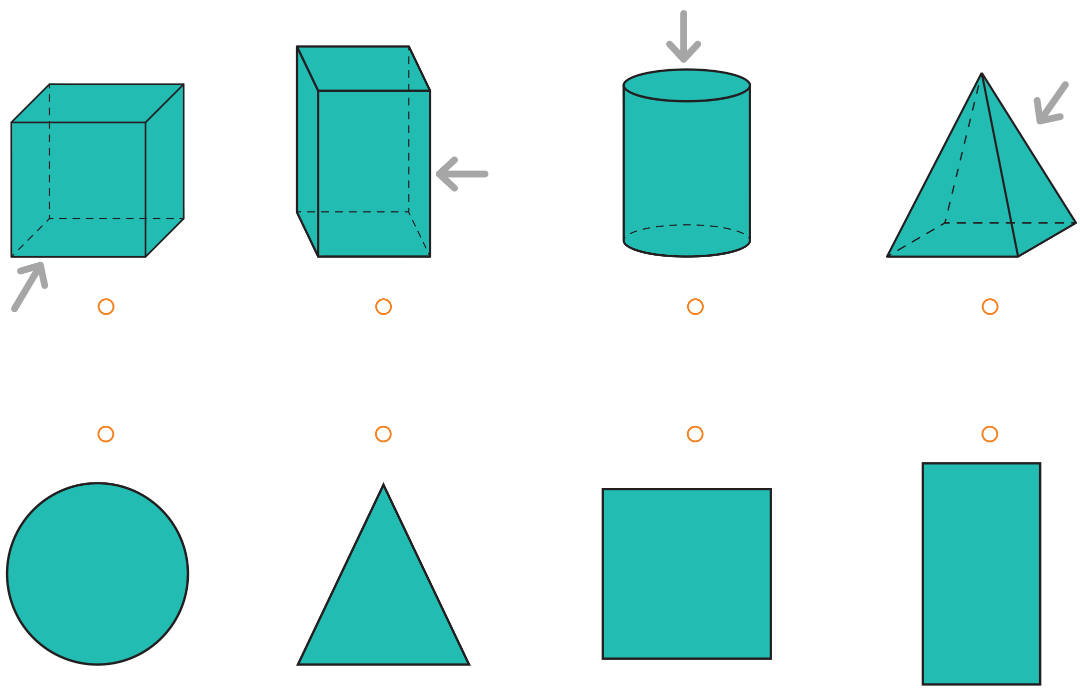
b)



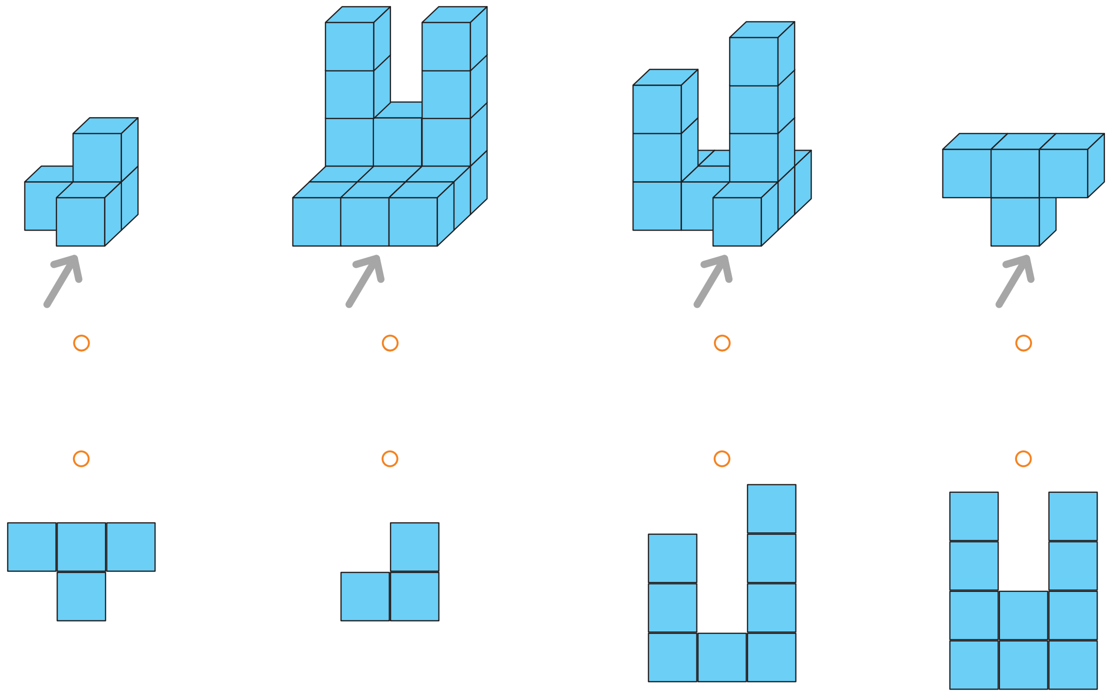
c)



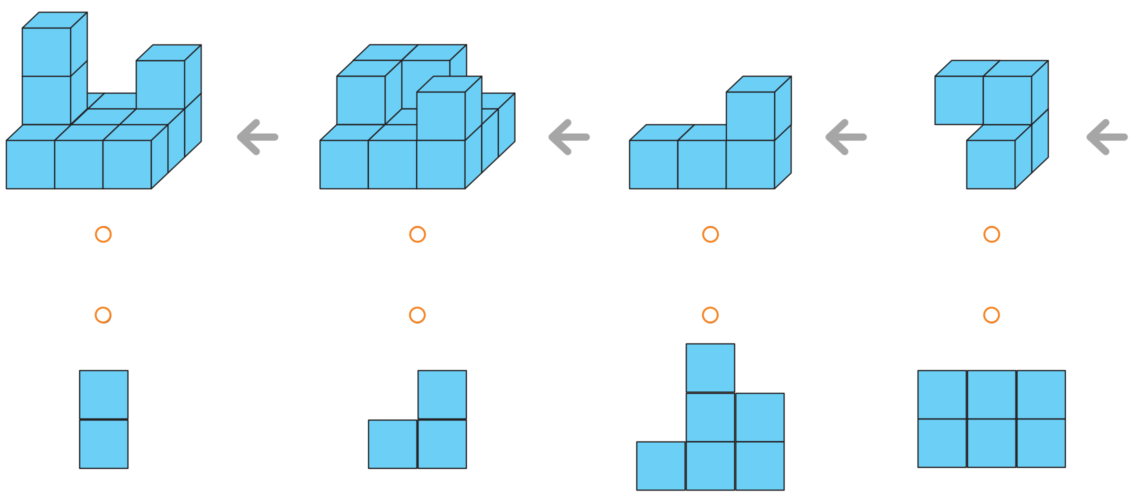
2 Une el cuerpo con la vista correspondiente indicada por la flecha.



3 Une las figuras con su correspondiente vista desde el frente.

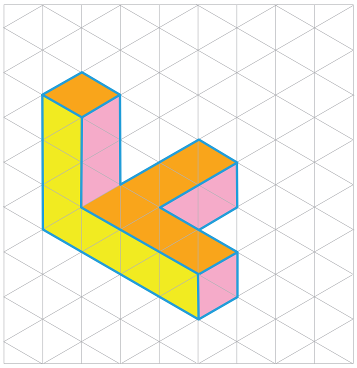


4 Une las figuras con su correspondiente vista desde el lado derecho.

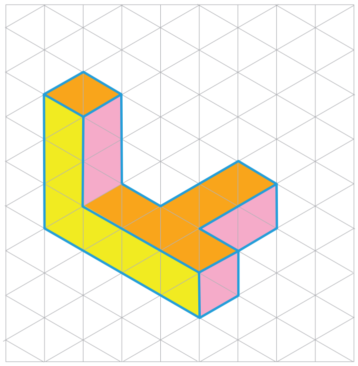


1 Juan y Ema dibujaron figuras formadas por cubitos y pintaron cada cara de color diferente para reconocer las vistas.

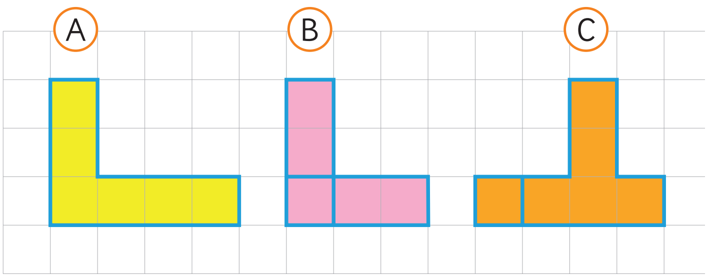
Dibujo de Juan



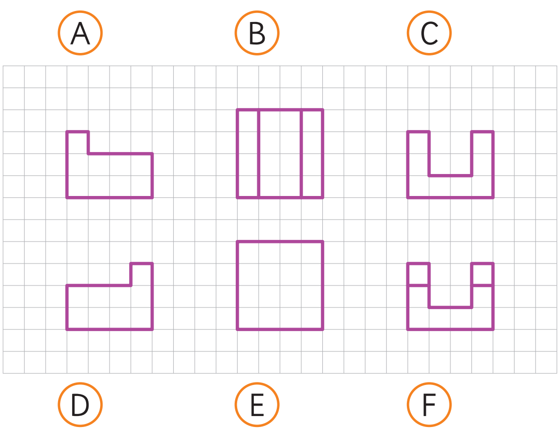
Dibujo de Ema

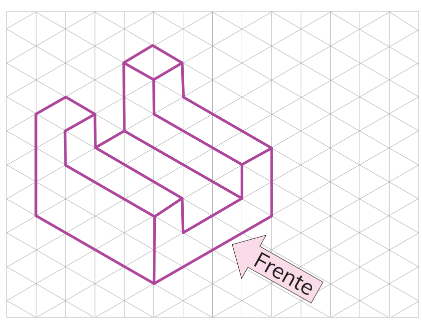


¿A cuál de los dibujos anteriores corresponden las siguientes vistas?



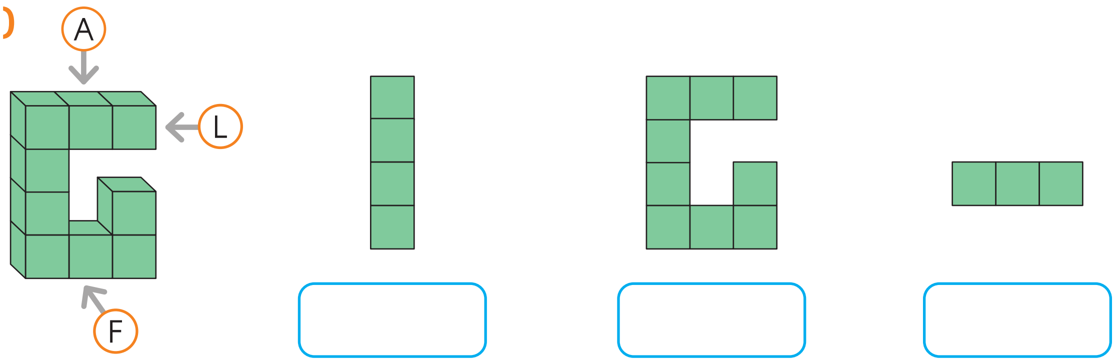
2 Observa la figura y luego escribe en la letra la vista a la que corresponde: de frente, del lado izquierdo, del lado derecho, de arriba, de abajo y de atrás.



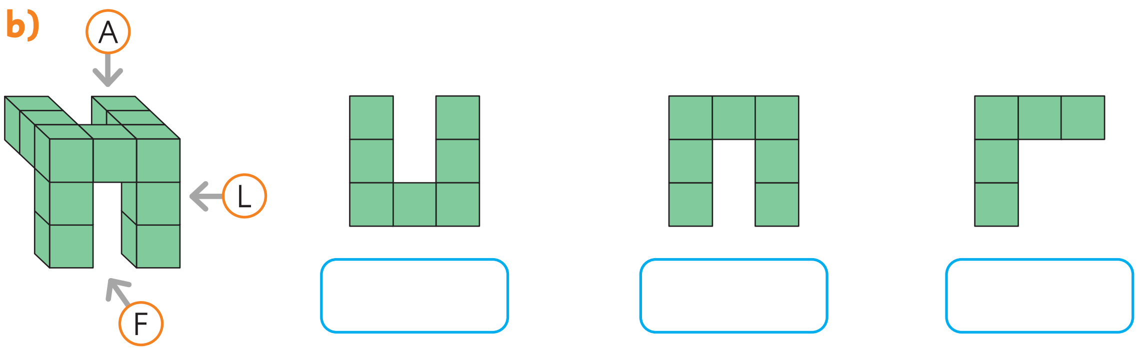


1 Escribe la letra en la vista que corresponde si es de frente (F), si es de arriba (A) y si es de lado (L).

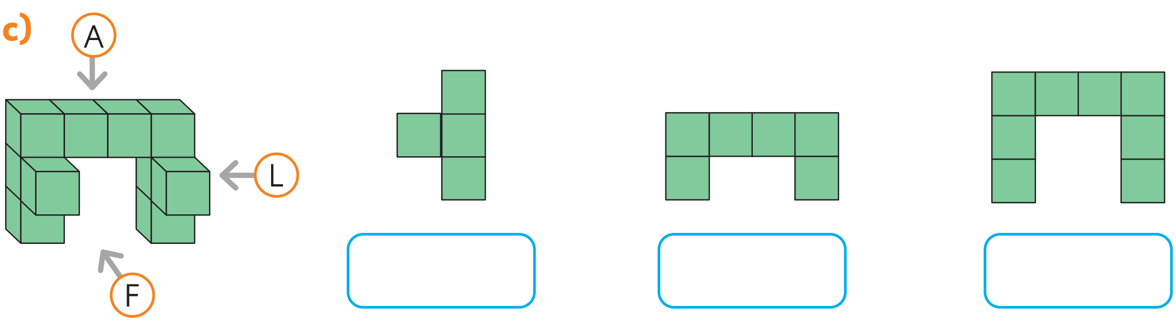
a)



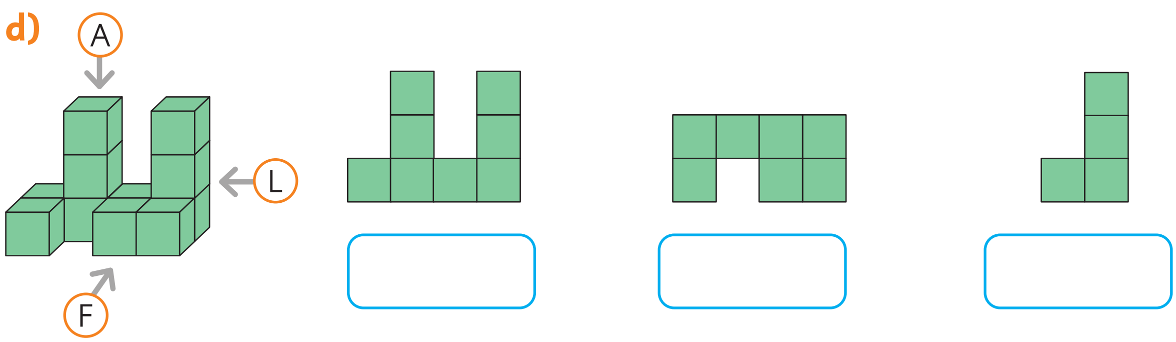
b)



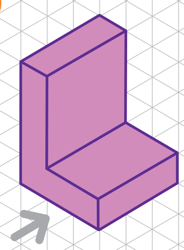
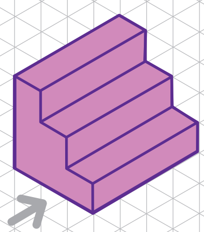
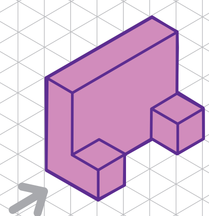
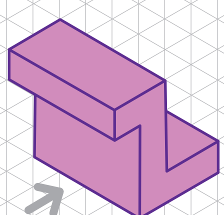
c)



d)



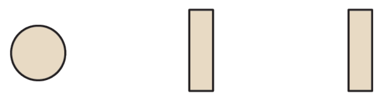
2 Dibuja las vistas indicadas. Considera que la flecha indica el frente de cada figura.

Figura	Vista desde arriba	Vista desde la derecha	Vista desde el frente
a) 			
b) 			
c) 			
d) 			

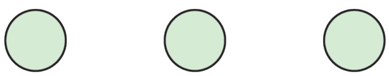
Ejercicios

1 Escribe el nombre del cuerpo geométrico que se corresponda con las vistas señaladas.

a) Vista de arriba — Vista de frente — Vista de lado



b) Vista de arriba — Vista de frente — Vista de lado

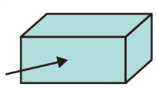


c) Vista de abajo — Vista de frente — Vista de lado

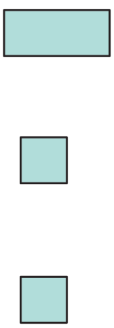
d) Vista de abajo — Vista de frente — Vista de lado

2 Para cada cuerpo geométrico, encierra la vista indicada por la flecha.

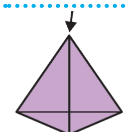
a)



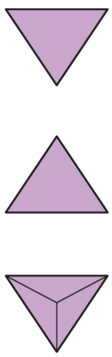
De frente



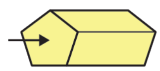
b)



De arriba

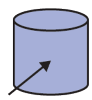


c)

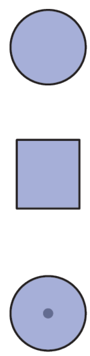


De lado

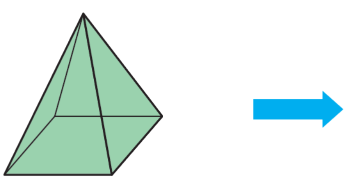
d)

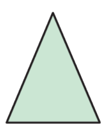


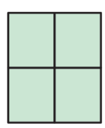
De frente

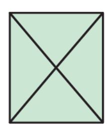


3 ¿Qué observas desde arriba? Encierra la vista que corresponde.





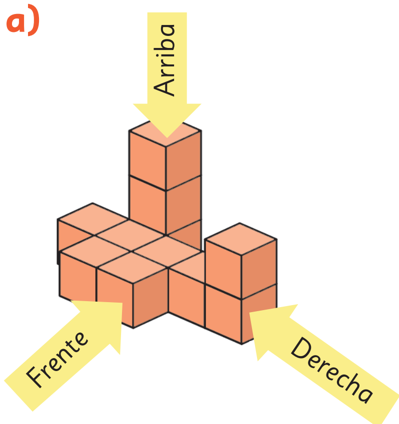


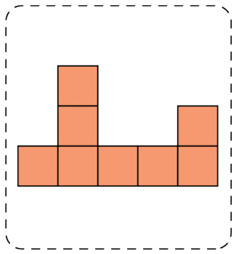


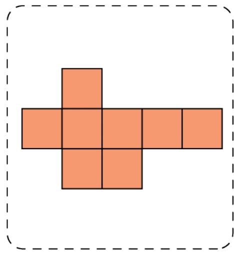
Problemas

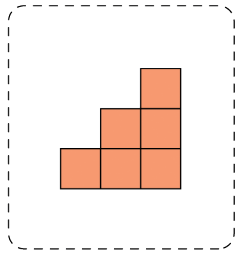
1 Determina para cada figura sus vistas de frente, de arriba y del lado derecho.

a)

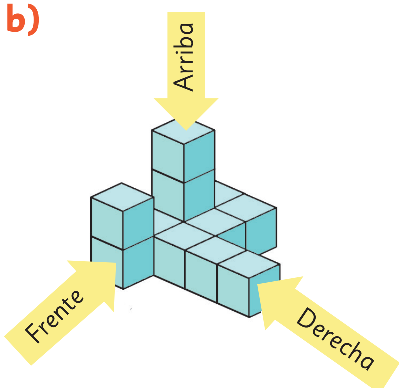


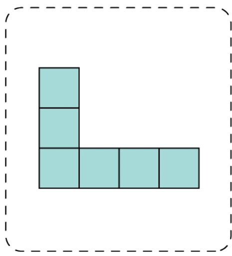


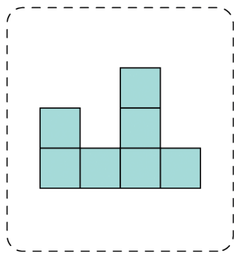


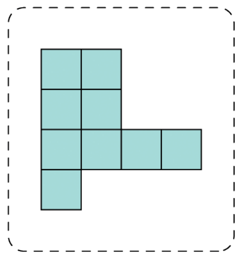


b)

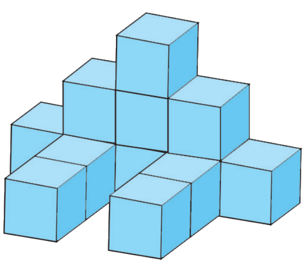




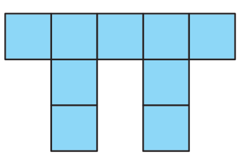




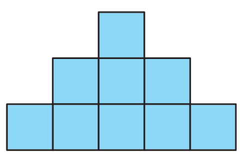
2 El robot sentado fue construido con cubos. Identifica las vistas desde el frente, desde arriba y desde el lado.



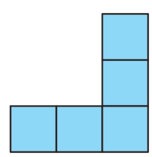
a)



b)



c)

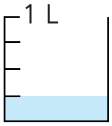


Síntesis

Unidad 4

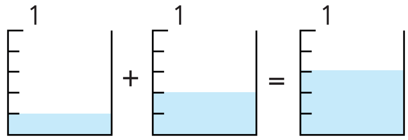
Fracciones

$\frac{1}{4}$ → numerador
→ denominador



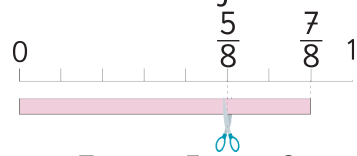
Un cuarto de litro

Adición de fracciones



$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

Sustracción de fracciones



$$\frac{7}{8} - \frac{5}{8} = \frac{2}{8}$$

Ecuaciones e inecuaciones

Ecuación de adición

$\square$ + 300 = 900
$\square$ = 900 – 300
$\square$ = 600

Ecuación de sustracción

$\square$ – 350 = 1 150
$\square$ = 1 150 + 350
$\square$ = 1 500

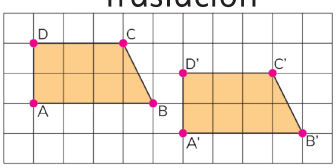
Inecuación

5 + $\square$ < 12
$\square$ < 12 – 5
$\square$ < 7

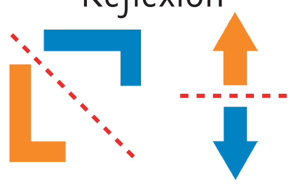
Por lo tanto, los valores de $\square$ pueden ser 0, 1, 2, 3, 4, 5 o 6.

Transformaciones isométricas

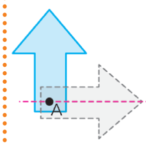
Traslación



Reflexión



Rotación

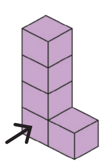


90° en sentido horario o 270° en sentido antihorario.

Azar

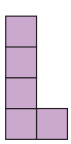
En un juego de azar, como lanzar una moneda, si repetimos muchas veces el juego, el número de veces que sale cara será similar a la cantidad de veces que sale sello.

Vistas

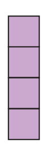


Frente

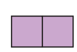
De frente



De lado



Desde arriba



Repaso

1 Completa.

a) $\frac{5}{6}$ es $\boxed{}$ veces $\frac{1}{6}$.

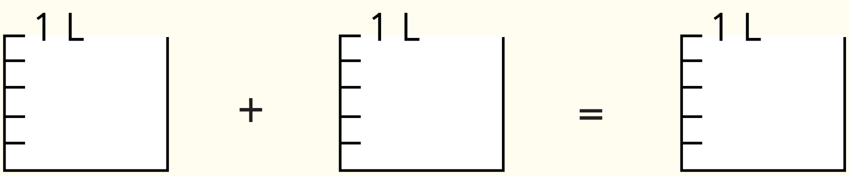
b) 7 veces $\frac{1}{7}$ m es $\boxed{}$ m.

c) $\frac{3}{8}$ es $\boxed{}$ veces $\frac{1}{8}$.

d) $\boxed{\frac{}{}}$ m es 3 veces $\frac{1}{4}$ m

e) $\boxed{}$ veces $\frac{1}{5}$ L es $\frac{4}{5}$ L.

2 Representa $\frac{3}{5} + \frac{2}{5}$.



3 Calcula.

a) $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} =$

b) $\frac{2}{5} + \frac{3}{5} =$

c) $\frac{2}{9} + \frac{4}{9} =$

d) $\frac{4}{8} + \frac{1}{8} =$

e) $\frac{2}{10} + \frac{7}{10} =$

f) $\frac{3}{7} - \frac{2}{7} =$

g) $\frac{4}{5} - \frac{3}{5} =$

h) $\frac{7}{8} - \frac{2}{8} =$

i) $\frac{2}{10} - \frac{1}{10} =$

j) $1 - \frac{2}{4} =$

4 Resuelve las ecuaciones.

a) $\square + 7 = 14$

b) $\square - 15 = 15$

c) $25 + \square = 32$

d) $\square - 36 = 8$

5 Resuelve las inecuaciones.

a) $8 + \square < 15$

b) $\square - 14 > 10$

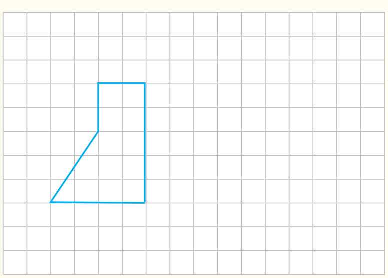
c) $\square + 6 > 42$

d) $\square - 15 > 12$

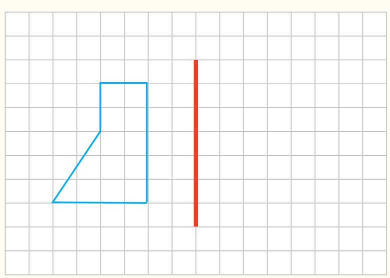
6 Mónica compró un cuaderno por $1 450. Si recibió de vuelto $550, ¿con cuánto dinero pagó? Plantea una ecuación y responde.

7 En cada caso, mueve la figura según las instrucciones.

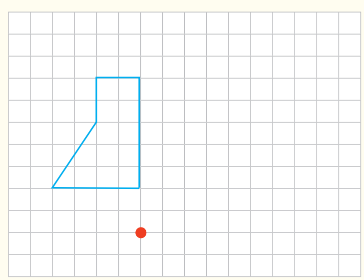
a) Traslada 4 unidades a la derecha.



b) Refleja con respecto al eje de reflexión marcado.



c) Rota en 90° en sentido horario alrededor del punto marcado.



8 Lanza 30 veces un dado de 6 caras y completa la tabla. Luego, responde.

Resultados del experimento

Cara	N° de veces
1	
2	
3	
4	
5	
6	

a) ¿Puedes afirmar que es un experimento aleatorio?, ¿por qué?

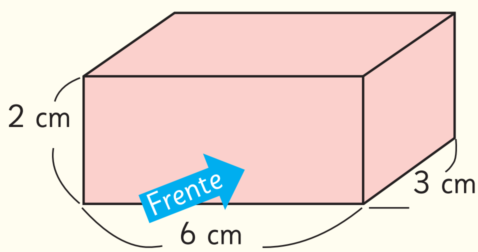
b) A partir de los resultados que obtuviste, ¿hay alguno que se repita más?

c) Si tiras 20 veces más el dado, ¿qué crees que pasará con los resultados?

d) ¿Qué puedes concluir con respecto al lanzamiento del dado?

e) Representa los resultados de tu experimento aleatorio en un gráfico de barra.

9 Dibuja las vistas de frente, de arriba y de lado del siguiente cuerpo, indicando sus medidas.



a) Vista de frente **b)** Vista desde arriba **c)** Vista de lado

Aventura Matemática

Los símbolos usados en los textiles mapuche tienen un profundo significado. Ellos usan figuras geométricas como rombos, triángulos y cruces que representan objetos de su entorno natural.

1 El arte textil mapuche

2 Creación de diseños mapuche

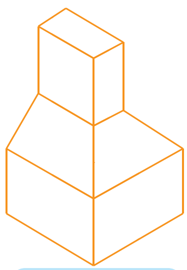
El **witral**, telar heredado de la cultura mapuche, se apoya verticalmente contra la pared, permitiendo tejer sentadas o de pie.

1 El arte textil mapuche

En el arte textil mapuche se manifiestan signos de su cultura, a partir del traspaso de objetos de la realidad, a un tejido plano.

Para crear sus diseños, las tejedoras utilizan técnicas que transforman objetos de la realidad hasta alcanzar la figura exacta que utilizarán en su tejido.

http://opac.pucv.cl/pucv_txt/txt-8500/UCE8560_01.pdf



Referente

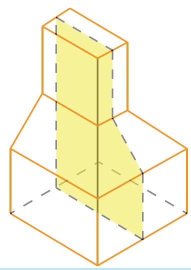


Figura plana extraída del objeto de la realidad

1 Una de las técnicas usada por las tejedoras se denomina **Desdoblamiento por corte**, que consiste en que un referente se altera con distintos cortes verticales u horizontales para luego ser desplegado como se muestra a continuación.

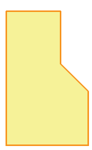
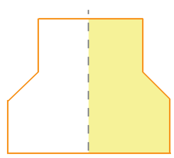
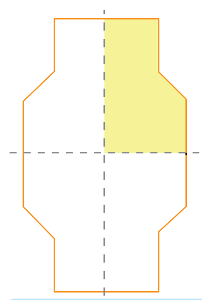


Figura original



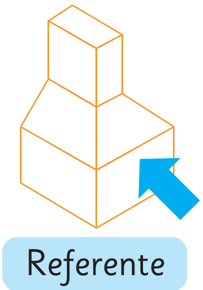


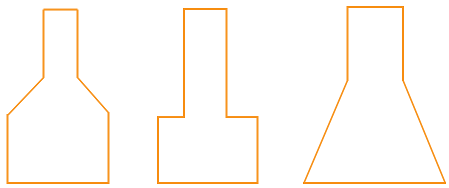
Diseño final

a) ¿Qué transformaciones isométricas observas en el diseño final en relación a la figura original? Comenta con tus compañeros.

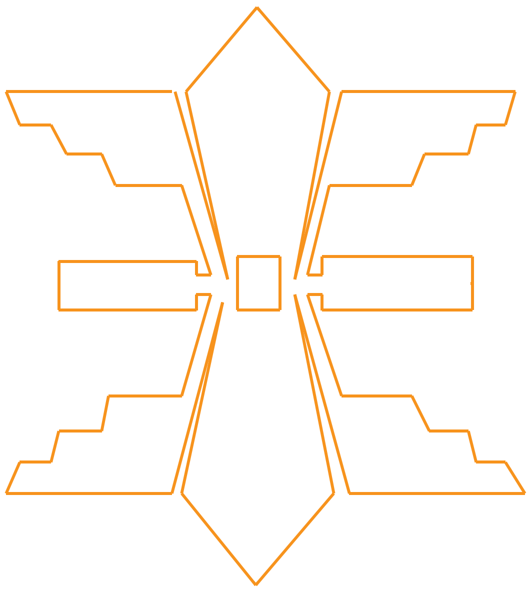
¿Observas reflexiones, rotaciones o traslaciones?

2 Una tejedora extrajo una figura plana desde la vista señalada en el referente. ¿Cuál de las siguientes figuras crees que extrajo?, ¿por qué piensas que puede ser esa? Píntala.





3 También se extrajo una figura plana a partir de otro objeto del entorno y se creó el siguiente diseño, realizando dos reflexiones, una vertical y otra horizontal.



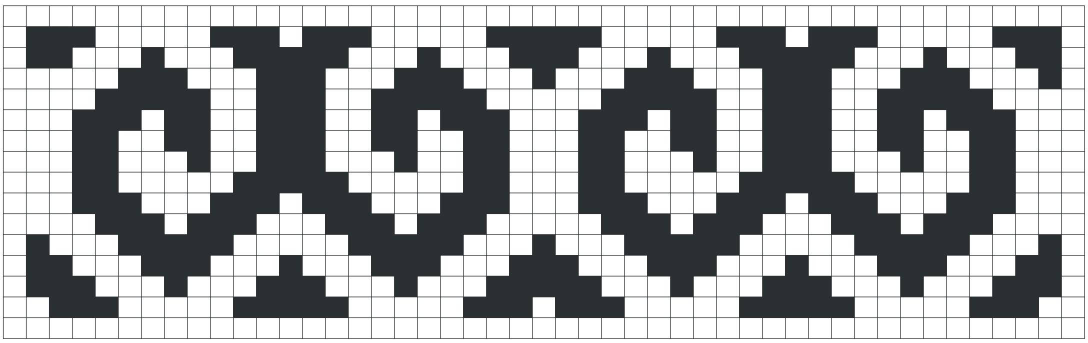
a) Traza los ejes de simetría.

b) Descubre cuál fue su figura original y píntala sobre este diseño.

¿Te imaginas qué objeto se pudo haber usado como referente?

2 Creación de diseños mapuche

Antes de comenzar a tejer, las tejedoras crean una cuadrícula para calcular la cantidad de hebras y vueltas que tendrá el tejido. En la siguiente cuadrícula se observa que un mismo motivo se repite varias veces.



1. Pinta en la cuadrícula el patrón que se repite. Luego, explica a tus compañeros cómo lo descubriste.

2. Crea tu propio diseño en la cuadrícula.