

# DESARROLLO DE LA CREATIVIDAD EN EL AULA DE MATEMÁTICAS

**PAULINA ARAYA ERICES**

**INVESTIGADORA POSTDOCTORAL CMM**

Seminario de Educación Matemática  
Centro de Modelamiento Matemático

Santiago, 10 de mayo de 2022

# CONTENIDOS DE LA PRESENTACIÓN

- ❖ Problema
- ❖ Objetivos
- ❖ Marco teórico
- ❖ Diseño metodológico
- ❖ Fase cuantitativa
- ❖ Fase cualitativa
- ❖ Discusión



# PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN



## Importancia de la creatividad para la matemática

- ❖ **Relevancia epistemológica** (Poincaré, 2000; Whitehead, 1959)
- ❖ **Relevancia para el aprendizaje** (Polya, 1973; Lithner, 2008; Pehkonen, 1997)
- ❖ **Relevancia para el uso** (OCDE, 2012)

## Discusiones acerca de la creatividad

- ❖ **Creatividad general vs creativities específicas**
- ❖ **Creatividad como atributo individual vs enfoque social** (Csikszentmihalyi, 2000)
- ❖ **Altas capacidades vs plasticidad** (Leikin, 2013)

## Desarrollo de la creatividad

- ❖ **Atributo plástico** (Leikin, 2013)
- ❖ **Relación con NSE** (Singh, 2006; Dai et al., 2012)
- ❖ **Ganancias en creatividad en la escuela** (Jankowska y Karwowski, 2019)

## Desarrollo de la creatividad en el aula

- ❖ **Aula como factor clave** (Kanhai & Singh, 2016)
- ❖ **Metodologías de aula: RP, inventar problemas y modelar** (Freiman, 2018)
- ❖ **Estudios de casos dan algunas claves, preguntas abiertas, promoción de discusión** (Shoevers et al. 2019, Sarrazy et al. 2012)

¿Cómo afectan los entornos didácticos la creatividad matemática de estudiantes chilenos de 5° año básico?

# OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN



Comprender la forma en que los entornos didácticos afectan la creatividad matemática de estudiantes chilenos de 5° año básico.

1. Determinar la relación entre los entornos didácticos y la creatividad matemática de estudiantes de 5° básico.
2. Describir la forma en que los entornos didácticos influyen en la creatividad matemática de los estudiantes en el aula.



# MARCO TEÓRICO

---

# MARCO TEÓRICO

**Creatividad Matemática**



**Entornos didácticos**

# CREATIVIDAD MATEMÁTICA

- ❖ Campo controvertido y con múltiples aproximaciones filosóficas, psicométricas y psicológicas.
- ❖ Definición:

“el proceso que da como resultado soluciones inusuales (nuevas) y/o perspicaces a un problema dado, y/o la formulación de nuevas preguntas y/o posibilidades que permiten considerar un viejo problema desde un nuevo ángulo” (Liljedahl & Sriraman, 2006, p. 19).

- ❖ Categorías para el análisis: Fluidez, flexibilidad y originalidad



# ENTORNOS DIDÁCTICOS

Teoría de Situaciones Didácticas  
(Brousseau, 1987)

**Contrato didáctico**

Operacionalización para la  
observación del aula  
(Sarrazy y Novotná, 2010)

**Entornos didácticos**



## Modelo de análisis de entornos didácticos

### I. Estructura didáctica de la lección

- D1. Dificultad de las tareas
- D2. Lugar de la institucionalización
- D3. Modos de validación

### II. Organización social

- D4. Posibilidades de comunicación
- D5. Disposición organizativa

### III. Capacidad de variabilidad didáctica del prof. en la creación de problemas

- D6. Índice que mide la "capacidad" del profesor para imaginar modalidades para la misma variable didáctica

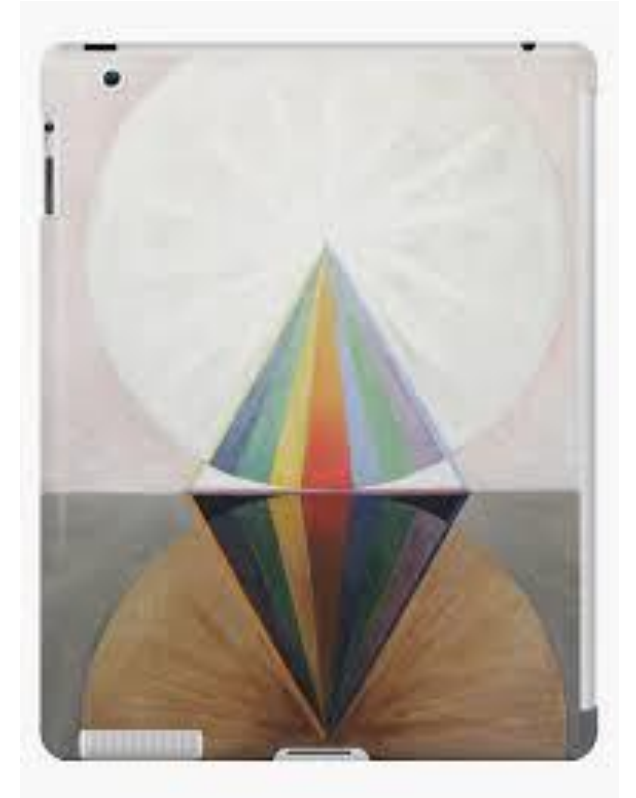




# DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

# DISEÑO METODOLÓGICO

- ❖ Diseño metodológico mixto (Creswell, 2014; Hernández, Fernández & Baptista, 2014)
- ❖ Secuencial explicativo en dos fases (Creswell, 2014)
- ❖ Primera fase cuantitativa abordó la relación entre los entornos didácticos y la CM, mediante un análisis multinivel (Murillo, 2008; Bickel, 2007)
- ❖ Segunda fase se planificó a partir de los hallazgos de la primera fase para profundizar en los resultados





# METODOLOGÍA FASE CUANTITATIVA

# PARTICIPANTES

- ❖ Muestreo incluyó distintos NSE y perfiles
- ❖ Estudiantes de 5º básico
- ❖ 21 profesores con sus cursos
- ❖ 576 estudiantes
- ❖ N determinado por estudios similares (Breassoux et. al., 2011)



*Distribución de los cursos participantes según nivel socioeconómico y perfil de la escuela.*

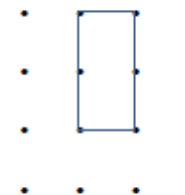
Escuelas tradicionales				Escuelas alternativas	
NSE alto	NSE medio alto	NSE medio	NSE medio bajo	NSE alto	NSE medio
7	2	8	1	2	1

# INSTRUMENTOS: TEST CM

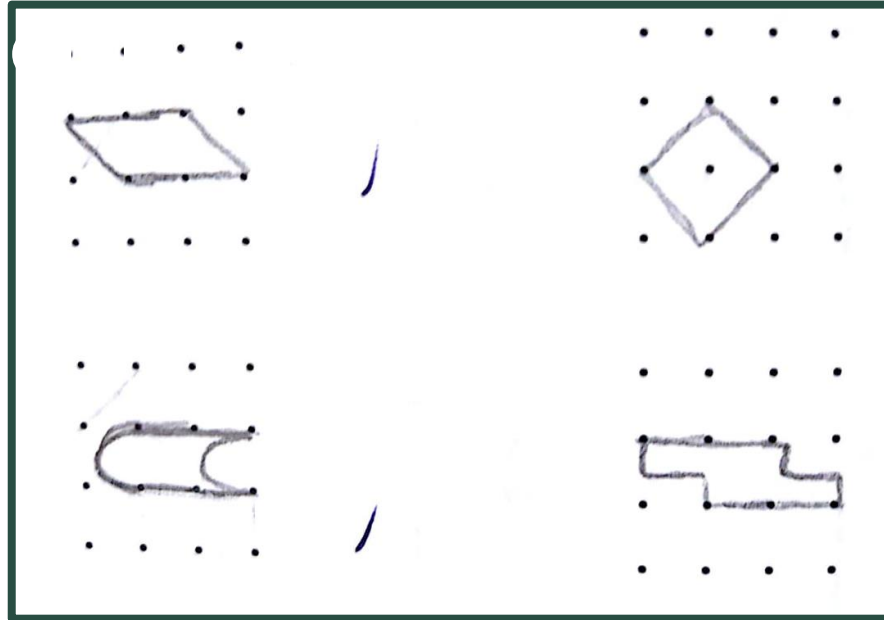
- ❖ Ítems presentes en otros test (Sighn, 1987; Lee et al., 2003; Tabach et al, 2013; Kwon et al., 2006). Problemas de respuestas múltiples.
- ❖ Versión piloto (42 estudiantes, eliminación de 2 ítems)
- ❖ AERA, APA & NCME (2014). Estándares para pruebas educativas y psicológicas.
- ❖ Alfa de Cronbach: 0.73
- ❖ Correlaciones ítem-test entre 0.274 y 0.589.
- ❖ El conjunto de respuestas se codificó siguiendo rúbricas originales, para puntuar fluidez, flexibilidad y originalidad
- ❖ Puntaje total correspondió a la suma de los indicadores

A continuación, hay 16 puntos dispuestos a 1 cm de distancia uno de otro. Forme figuras cuya área sea  $2 \text{ cm}^2$  uniendo puntos. Dibuje tantas figuras distintas como sea posible.

Ejemplo



# INSTRUMENTOS: CODIFICACIÓN TEST CM



Fluidez: 2  
 Flexibilidad: 3  
 Originalidad: 6

Puntaje: 11

Fluidez	Flexibilidad	Originalidad
0: 0 respuestas correctas	Suma de las distintas estrategias empleadas	0: No emplea estrategias e4, e5, e6 ni e7
1: 1 o 2 respuestas correctas	E1: Triángulos básicos	3: la estrategia más sofisticada es e4
2: 3 o 4 respuestas correctas	E2: Unión de dos cuadrados	4: la estrategia más sofisticada es e5
3: 5 o 6 respuestas correctas	E3: Cuadriláteros	5: la estrategia más sofisticada es e6
4: 7 u 8 respuestas correctas	E4: Figuras obtenidas a partir de juntar 4 triángulos.	6: la estrategia más sofisticada es e7
5: 9 o 10 respuestas correctas	E5: Triángulos no triviales	
6: 11 o 12 respuestas correctas	E6: Usando puntos medios de los cuadrados.	
	E7: Usando líneas curvas	

# INSTRUMENTOS: CODIFICACIÓN ENTORNOS DIDÁCTICOS

- ❖ Se grabaron 2 clases consecutivas a cada profesor
- ❖ Pauta elaborada a partir de las dimensiones de Entornos didácticos.
- ❖ Se observaron segmentos de 20 minutos y se puntuaron según la pauta
- ❖ Se determinó un puntaje para cada dimensión
- ❖ Cada profesor obtuvo 5 puntajes:
  - D1: Dificultad de las tareas
  - D2: Institucionalización
  - D3: Validación de las producciones
  - D4: Posibilidades de comunicación
  - D5: Disposición organizativa

		Clase 1				Clase 2			
		0'- 20'	21'- 40	41'- 60'	61'- 80	0'- 20'	21'- 40	41'- 60'	61'- 80
Dificultad de las tareas	No se observan tareas en el segmento								
	Tareas triviales								
	Aplicación directa								
	Aplicación en contextos								
	Problemas o tareas de descubrimiento								

		Puntaje por segmento	Puntaje total
Dificultad de las tareas	No se observan tareas en el segmento	0	Promedio de los puntajes de todos los segmentos.
	Tareas triviales	.25	
	Aplicación directa	.5	
	Aplicación en contextos	.75	
	Problemas o tareas de descubrimiento	1	

# FASE 1

## METODOLOGÍA: INSTRUMENTOS

- ❖ La dimensión 6 fue obtenida del análisis de 6 problemas aritméticos creados por el profesor.
- ❖ Se pidió al profesor inventar 3 problemas de adición y 3 de sustracción
- ❖ Cada conjunto de 3 fue analizado según las variaciones en 14 variables.
- ❖ Se determinó para cada una de estas variables las variaciones observadas en función de las variaciones posibles.
- ❖ Se obtuvieron puntajes entre 0 y 1.

$$I = \frac{\sum_{i=1}^2 \frac{voi}{vpi}}{2} + \frac{\sum_{i=3}^9 \frac{voi}{vpi}}{7} + \frac{\sum_{i=4}^{14} \frac{voi}{vpi}}{5}$$

*Descripción de variables sobre la variabilidad en la dificultad de las tareas.*

Tipo de variable	Modalidades evaluadas					
<i>Variables numéricas</i>						
1. Tipos de números utilizados	Requiere algoritmo			No requiere		
2. Datos irrelevantes	Presencia			Ausencia		
<i>Variables retóricas</i>						
3. Índice semántico	Presencia			Ausencia		
4. Contextos familiares	Presencia			Ausencia		
5. Disparador semántico	Presencia			Ausencia		
6. Organización sintagmática y organización temporal	Coincide			No coincide		
7. Posición de la pregunta	Inicio	Medio	Final			
8. Vocabulario	Conocido		Desconocido			
9. Formulación	Clásico		Narrativo			
<i>Variables semántico-conceptuales</i>						
10. Estructura aditiva	1	2	3	4	5	6
11. Naturaleza de lo desconocido	Inicial			Final		
12. Correspondencia orden sintagmático y orden operativo	Coincidencia			No coincidencia		
13. Correspondencia desencadenante y operador matemático	Coincidencia			No coincidencia		
14. Correspondencia índice semántico y el operador matemático	Coincidencia			No coincidencia		



## FASE 1

# METODOLOGÍA: ANÁLISIS

- ❖ Análisis clusters con el algoritmo k-means (Fielding, 2006) con variables D1 a D6.
- ❖ Se definió variable *entornos*
- ❖ 3 modelos multinivel: nulo, con entornos como variable independiente, y con variables de control NSE, género, SIMCE y perfil de la escuela.

Modelo	Formulación	Descripción
1	$y_{ij} = \beta_0 + \mu_j + \varepsilon_{ij}$	Modelo nulo
2	$y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 \text{entornos}_j + \mu_j + \varepsilon_{ij}$	Modelo con el efecto de entornos en la creatividad matemática.
3	$y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 \text{entornos}_j + \beta_2 \text{sexo}_{ij} + \beta_3 \text{NSE}_j + \beta_4 \text{perfil}_j + \beta_5 \text{simce}_j + \mu_j + \varepsilon_{ij}$	Modelo con el efecto de entornos y variables de control en la creatividad matemática.



# RESULTADOS FASE CUANTITATIVA

# EVALUACIÓN CM

## Estadísticos descriptivos test de creatividad matemática

N	Media	D.E.	Mínimo	Máximo
576	13.12	6.10	0	41

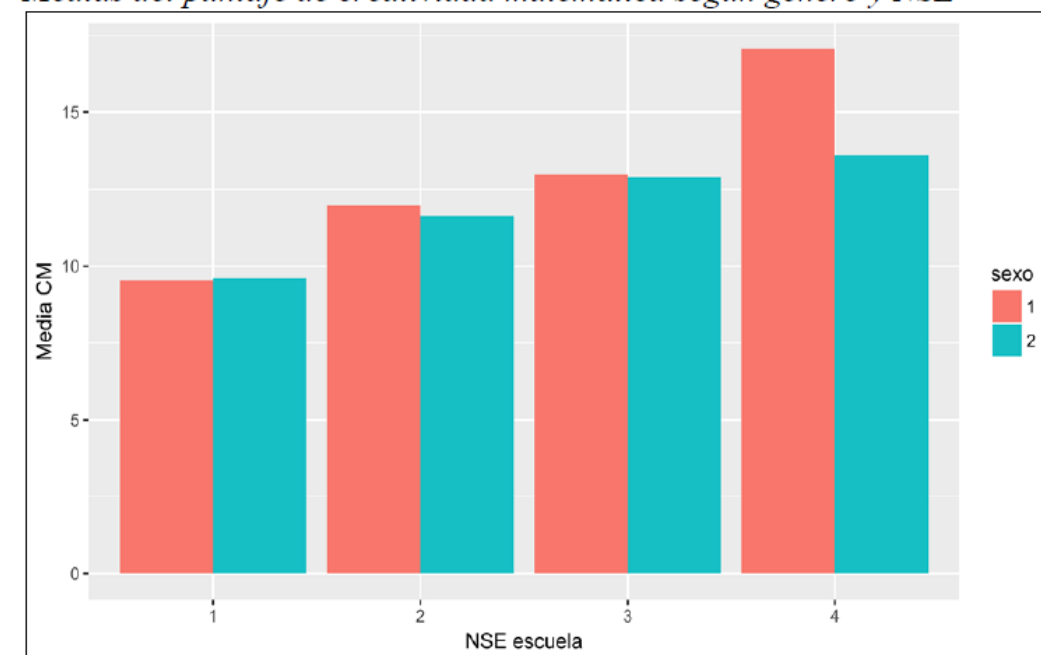
## Puntajes del test de creatividad matemática según nivel socioeconómico.

NSE	N	Media	D.E.	Mínimo	Máximo
Medio bajo	30	9.57	5.96	2	28
Medio	270	11.76	5.32	0	31
Medio alto	63	12.94	4.46	4	30
Alto	213	15.39	6.69	2	41

## Puntajes test de creatividad matemática según género

Sexo	N	Media	D.E.	Mínimo	Máximo
Mujer	267	14.06	6.37	0	41
Hombre	309	12.30	5.74	2	31

## Medias del puntaje de creatividad matemática según género y NSE

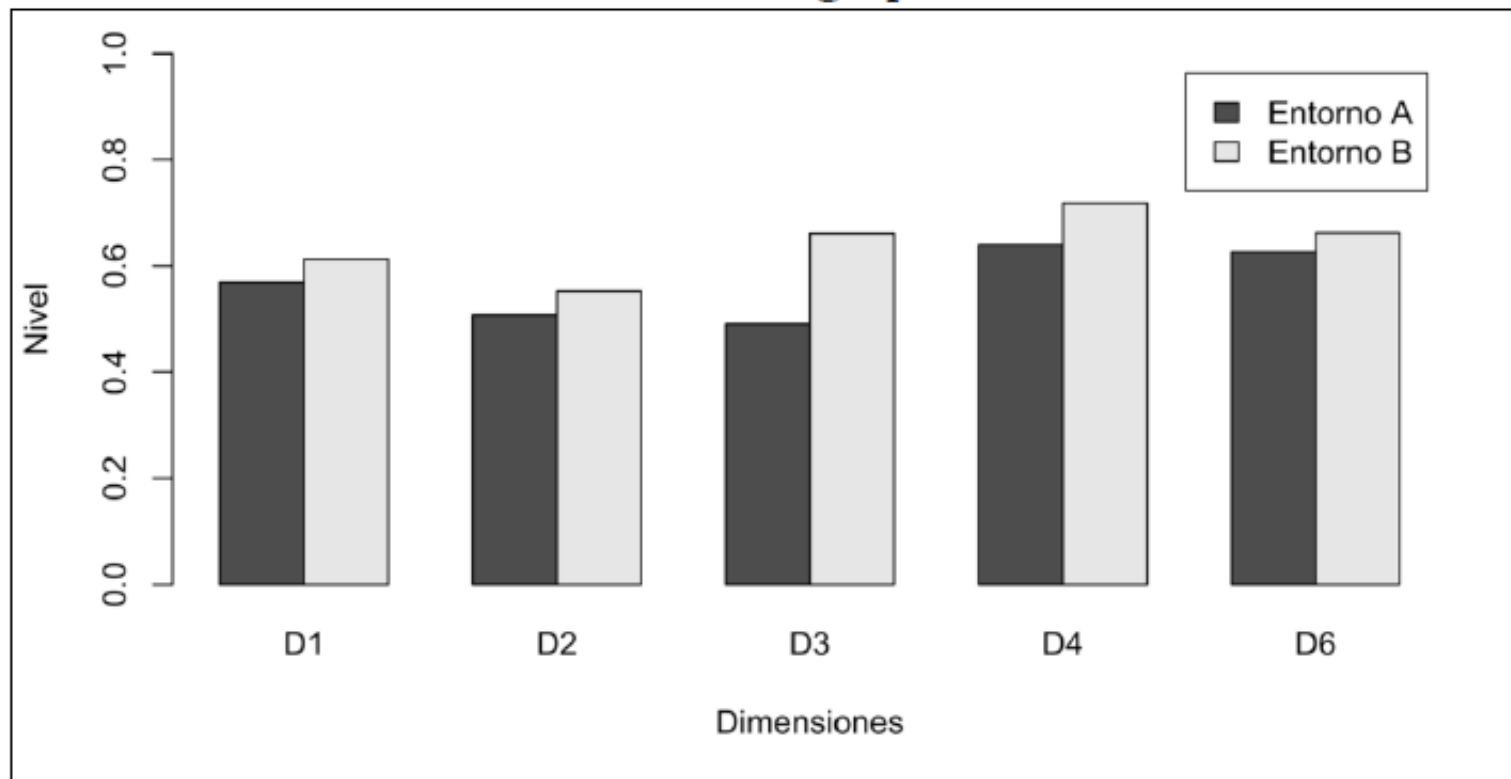


Nota: Sexo. 1: niñas, 2: niños; NSE. 1: medio-bajo, 2: medio, 3: medio alto, 4: alto.

# CARACTERIZACIÓN DE ENTORNOS DIDÁCTICOS

- ❖ Se decidió eliminar D5 por criterios estadísticos y conceptuales
- ❖ Se obtuvieron 2 grupos a los que llamamos entornos activos y reproductivos

*Promedio de cada dimensión en cada grupo*



# CARACTERIZACIÓN DE ENTORNOS DIDÁCTICOS

*Tabla de contingencia entre el nivel socioeconómico de la escuela y el entorno didáctico*

		Entornos didácticos	
		Entornos reproductivos	Entornos activos
Nivel socioeconómico	Medio bajo	0	1
	Medio	3	6
	Medio alto	1	1
	Alto	6	3

*Tabla de contingencia entre el perfil de la escuela y el entorno didáctico*

		Entornos didácticos	
		Entornos reproductivos	Entornos activos
Perfil de la escuela	Tradicional	8	10
	Alternativo	2	1

# OBJETIVO 1: RELACIÓN CM Y ENTORNOS DIDÁCTICOS

*Resultados de los modelos multinivel.*

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
<b>Efectos Fijos</b>			
Intercepto	13.17**	12.76**	-2.60
Entornos (Entorno activo)		0.77	1.91*
Sexo (mujer)			1.40**
NSE (Medio)			2.21
NSE (Medio alto)			3.42 <sup>a</sup>
NSE (Alto)			5.51**
Perfil (Alternativo)			-0.49
SIMCE			0.04 <sup>a</sup>
<b>Efectos Aleatorios</b>			
Varianza entre clases	6.17	6.43	0.85
Varianza entre estudiantes	31.80	31.78	31.50
<b>Índices de ajuste</b>			
Deviance	3663.312	3660.698	3623.892
AIC	3669.311	3668.698	3643.892
BIC	3682.374	3686.108	3687.313

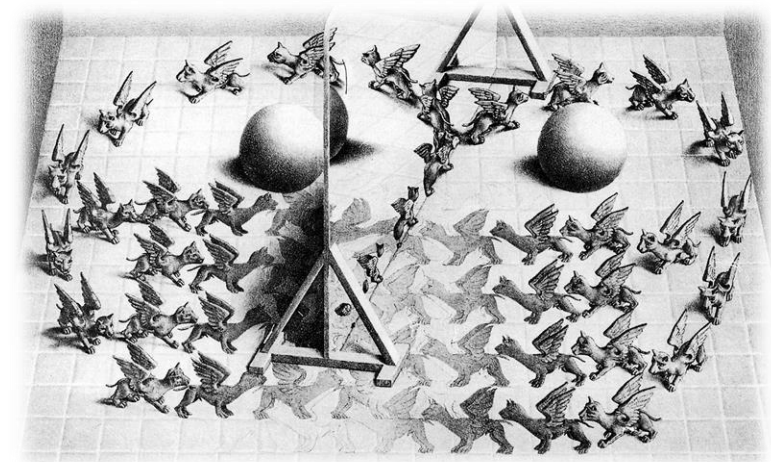
El super índice <sup>a</sup> indica un p-valor<0.1, el super índice \* indica p-valor<0.05 y el super índice \*\* indica un p-valor<0.01.



# METODOLOGÍA FASE CUALITATIVA

# METODOLOGÍA FASE CUALITATIVA

- ❖ Objetivo específico: “Describir la forma en que los entornos didácticos influyen en la creatividad matemática de los estudiantes en el aula”
- ❖ Estudio de casos paradigmáticos
- ❖ Un representante de los entornos activos y otro de los entornos reproductivos





# CRITERIOS DE SELECCIÓN DE LOS CASOS



- ❖ Cursos pertenecientes a un mismo nivel socioeconómico
- ❖ Cursos pertenecientes a colegios con un mismo perfil (tradicional o alternativo)
- ❖ Similar cantidad de alumnos por sala
- ❖ Cursos de colegios mixtos o diferenciados por género
- ❖ Que ambos cursos hubieran trabajado en la enseñanza del mismo contenido matemático

Los casos seleccionados correspondieron a dos cursos pertenecientes a colegios tradicionales de nivel socioeconómico alto. Cada curso tenía alrededor de 25 estudiantes. Ambos cursos trabajaron la enseñanza de fracciones.

# ANÁLISIS

- ❖ Transcripciones de los videos, junto a esquemas y figuras explicativas
- ❖ Análisis por categorías a priori (dimensiones del modelo) y emergentes (Echeverría, 2005)
- ❖ No se consideró la dimensión 6

## *Categorías de análisis*

### **Categorías a priori**

- a) Dificultad de las tareas
- b) Institucionalización
- c) Validación de las producciones
- d) Disposición organizativa
- e) Posibilidades de comunicación.

### **Categorías emergentes**

- f) Tratamiento del error
- g) Razonamiento matemático
- h) Producciones creativas de los estudiantes



# RESULTADOS FASE CUALITATIVA

# OBJETIVO 4: DESCRIPCIÓN DE LOS ENTORNOS Y CM EN EL AULA

Curso de Pedro (EA)



Curso de Aldo (ER)

- Comparar fracciones usando cajas fraccionarias, no anticipa estrategia de solución.
- Da tiempo y pide argumentar
  
- Al final, incluyendo ideas de los estudiantes y levantando nuevas preguntas

Dificultad de las tareas

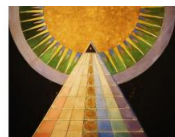
- Aplicar los algoritmos enseñados.
- No da tiempo a la reflexión

Institucionalización

- Presentación de métodos al comienzo

# OBJETIVO 4: DESCRIPCIÓN DE LOS ENTORNOS Y CM EN EL AULA

Curso de Pedro (EA)



Curso de Aldo (ER)

- Validación impulsa justificación de las respuestas



Validación de las producciones

- Validación directa

Profesor: ¿Qué pensaron?  
Arturo: Es mayor el celeste.  
Profesor: ¿Sigue siendo mayor el celeste?  
Carlos: Sí, pero mire, es que con Arturo seguimos pensando otra cosa. Nosotros dos pensamos que es mayor este (apunta piezas celestes) pero ellos creen que es mayor este (apunta piezas verdes).  
Profesor: Ya, a ver, expliquemos, probemos.  
Arturo: Para mí, este lado es igual a los sobrantes de este, y si lo movemos este lado para este, es mayor el celeste.  
Profesor: ¿Qué opinas Julián? ¿Max?  
Carlos: ¿Qué cree usted?  
Profesor: No importa lo que yo creo, importa lo que ustedes creen. Max, ¿qué crees tú? ¿te convence la explicación de Arturo? Que en el fondo este pedacito que está aquí está como aquí y aquí dos veces (apuntando piezas verdes) así que uno, dos y todavía sobra del celeste. Eso dijiste tú (Arturo asiente) ¿Qué crees Max?  
Max: Que esta calza  
Profesor: Y tú crees que esa parte calza acá y acá. Ya, ¿Julián?  
Julián: Yo igual creo que calza  
Profesor: Ya, perfecto. Me parece interesante ¿No les parece interesante? Pero no les voy a decir la respuesta, por si acaso.

Juan: Tengo una pregunta. qué pasa si en vez de  $\frac{3}{5}$  fuera  $\frac{2}{6}$   
Profesor: Tengo que seguir mucho más allá ¡ah, no! llegaría a un momento en que tendría... ¿lo hacemos? pero bien, lo voy a hacer mega rápido, así que no lo escriban, va a ver un momento en que voy a tener... Sí,  $\frac{2}{6}$  (escribe en la pizarra  $\frac{2}{6} \rightarrow \frac{8}{24}$  y  $\frac{1}{4} \rightarrow \frac{6}{24}$ ) Y ahí tengo el mismo denominador, ¿por cuánto amplifique esto?  
Lucy: Por 6  
Natalia:  $\frac{14}{24}$   
Profesor: Y ahí yo podría sumar eso ¿cómo? (pizarra  $\frac{8}{24} + \frac{6}{24}$ ) y luego... alguien lo había dicho. ¿Natalia?  $\frac{14}{24}$ . Hermoso. Pero eso yo lo puedo simplificar  
Jairo: Por 2  
Profesor: De hecho, ahora que veo los números yo lo podría haber hecho más sencillo.  
Natalia:  $\frac{7}{12}$   
Jairo: Se puede simplificar más  
Profesor: No, no puedo más  
Luciana: Pero usted podría haber hecho por dos y por tres  
Profesor: ¡Bien! ¡exacto!  
Arturo: No entendí, no, no, no, qué pasó ahí.  
Profesor: Ya, sigamos.

# OBJETIVO 4: DESCRIPCIÓN DE LOS ENTORNOS Y CM EN EL AULA

Curso de Pedro (EA)



Curso de Aldo (ER)

- Discusiones entre pares y con toda la clase
- Seguimiento de las ideas



Posibilidades de comunicación



- No hay discusión entre pares
- Varios opinan al mismo tiempo

- Grupos pequeños



Disposición organizativa



- Alumnos sentados de a pares mirando hacia adelante

# OBJETIVO 4: DESCRIPCIÓN DE LOS ENTORNOS Y CM EN EL AULA

Curso de Pedro (EA)



Curso de Aldo (ER)

- Retroalimentación con contraejemplos



Gestión de los errores



- Retroalimentación directiva

- Enseñanza explícita de implicancias



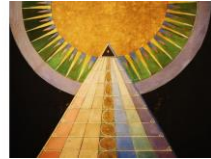
Razonamiento matemático



- No se apelaba a la capacidad de razonamiento

## OBJETIVO 4: DESCRIPCIÓN DE LOS ENTORNOS Y CM EN EL AULA

Curso de Pedro (EA)



Curso de Aldo (ER)

- Estrategias, argumentos, relaciones con elementos de la vida cotidiana.

Producciones creativas

- No se observa de forma explícita

*“tomamos por ejemplo un entero, y pusimos como un edificio y dijimos que, queríamos hacer caber en este edificio 300 departamentos, pero esos 300, que eran mucho más que 10, eran muchos más chicos” (Alumna)*



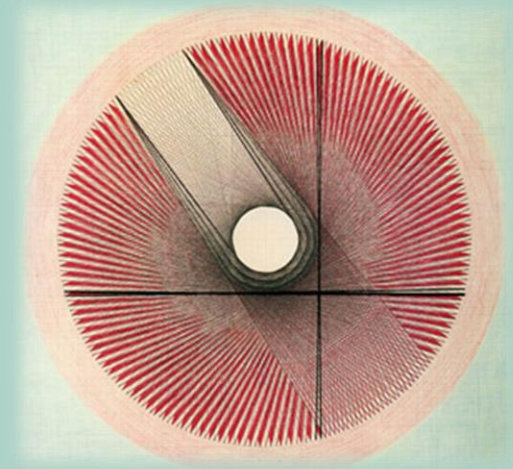


# DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

# DISCUSIÓN

- ❖ Los entornos activos se relacionaron con la CM en forma acotada pero significativa, una vez que se incorporaron variables de control. Esto apoya los resultados de Sarrazy y Novotná (2013). Este resultado fue profundizado en la fase cualitativa donde se observó *cómo* la creatividad era impulsada por las distintas dimensiones del aula.
- ❖ Los resultados apoyan el enfoque sociocultural de la creatividad (Csikszentmihalyi, 2000): los niños realizan producciones creativas porque el medio lo posibilita.
- ❖ La variable de mayor peso fue el NSE de los estudiantes, lo que concuerda con otros estudios (e.g. Dai et al. 2012, Sinhg, 2006)
- ❖ Se encontró un efecto significativo por género, que favoreció a las niñas, en concordancia con otros estudios de baja escala (Mann, 2009; Evans, 1964; Jensen, 1973; Prousse, 1967). Se requieren mayores investigaciones que indaguen en esta relación. No tenemos elementos para explicar la ampliación de la brecha en el NSE alto.
- ❖ La fase cualitativa contribuyó a explicar el carácter sistemático del funcionamiento de las categorías y explicar tipos de practicas que contribuyen al desarrollo de pensamiento creativo.





¡¡Gracias!!

