

EL PENSAMIENTO COVARIACIONAL DE DOCENTES
EN FORMACIÓN Y SU IMPACTO EN CÓMO
ENTIENDEN EL CALENTAMIENTO GLOBAL

Darío A. González

Post doctorante, Centro de Modelamiento Matemático, Universidad de Chile

dariogonzalez@uchile.cl

INTRODUCCIÓN

- El Panel Intergubernamental del **Cambio Climático** advierte que:
 - No debemos exceder un calentamiento global de 1,5 °C.
 - Tenemos sólo 30 años para evitar pasarnos de esa marca.
- **Educación** acerca del calentamiento global promueve el apoyo de políticas de mitigación (Sewell et al., 2017).
- Las **matemáticas** son:
 - Parcialmente responsables por crear el cambio climático (dimensión ética).
 - Una herramienta esencial para entender el cambio climático y desarrollar estrategias de mitigación (dimensión intelectual).

(Barwell, 2013a, 2013b; Gonzalez, 2017; Mackenzie, 2007; Renert, 2011)



- Conservation of momentum

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = -(\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} - \frac{1}{\rho} \nabla p - \vec{g} - 2\vec{\Omega} \times \vec{V} + \nabla \cdot (k_m \nabla \vec{V}) - \vec{F}_d$$

- Conservation of energy

$$\rho c_{\vec{v}} \frac{\partial T}{\partial t} = -\rho c_{\vec{v}} (\vec{V} \cdot \nabla) T - \nabla \cdot \vec{R} + \nabla \cdot (k_T \nabla T) + C + S$$

- Conservation of mass

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -(\vec{V} \cdot \nabla) \rho - \rho (\nabla \cdot \vec{V})$$

- Conservation of H_2O (vapor, liquid, solid)

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -(\vec{V} \cdot \nabla) q + \nabla \cdot (k_q \nabla q) + S_q + E$$

- Equation of state

$$\rho = \rho_d T$$

INTRODUCCIÓN

- Los **docentes de matemáticas** pueden (y deberían) jugar un papel protagónico en la educación del cambio climático.
- Los programas de formación docente pueden prepararlos para incluir el cambio climático en sus clases de matemáticas, pero ¿dónde empezamos? ...
- Por ejemplo:
 - **Interrogante 1:** Qué conceptos del cambio climático deben entender los docentes.
 - **Interrogante 2:** Qué habilidades matemáticas pueden mediar la comprensión de los conceptos identificados en Interrogante 1.



- Conservation of momentum

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = -(\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} - \frac{1}{\rho} \nabla p - \vec{g} - 2\vec{\Omega} \times \vec{V} + \nabla \cdot (k_m \nabla \vec{V}) - \vec{F}_d$$

- Conservation of energy

$$\rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} = -\rho c_v (\vec{V} \cdot \nabla) T - \nabla \cdot \vec{R} + \nabla \cdot (k_T \nabla T) + C + S$$

- Conservation of mass

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -(\vec{V} \cdot \nabla) \rho - \rho (\nabla \cdot \vec{V})$$

- Conservation of H_2O (vapor, liquid, solid)

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -(\vec{V} \cdot \nabla) q + \nabla \cdot (k_q \nabla q) + S_q + E$$

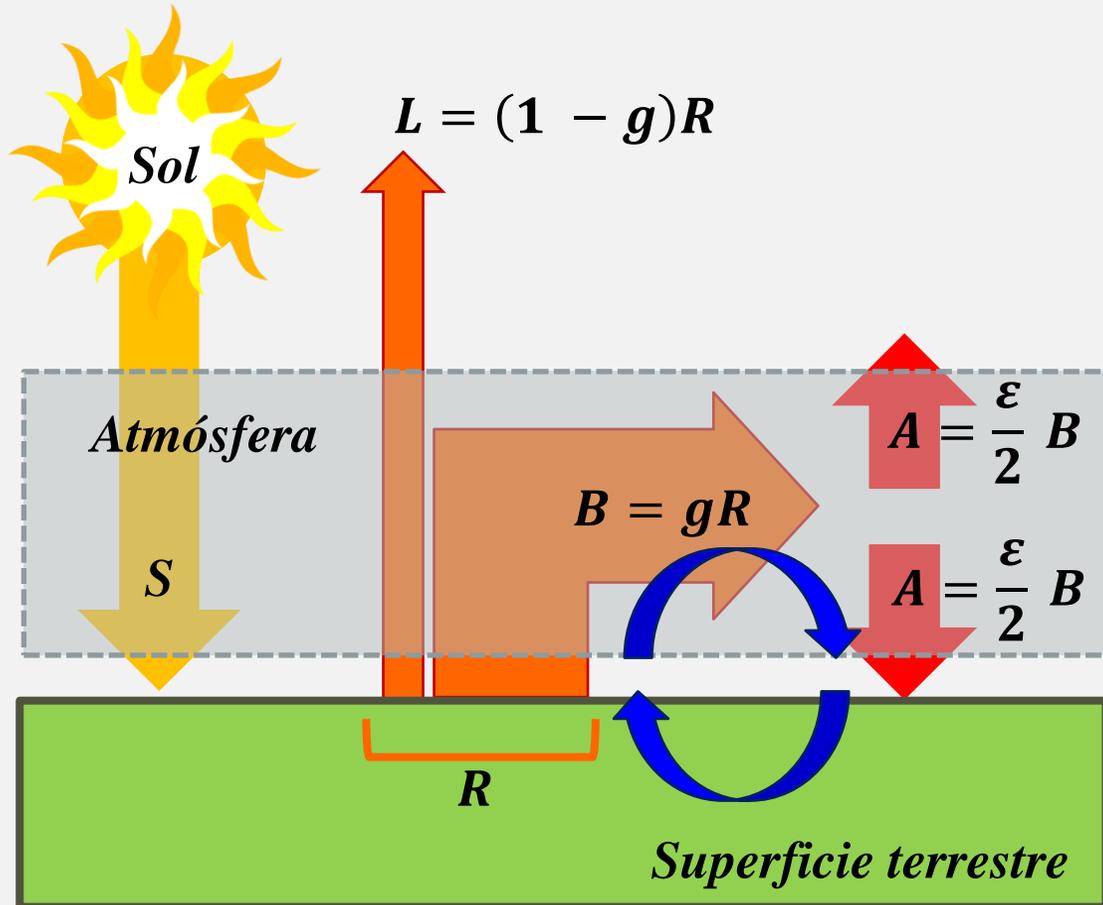
- Equation of state

$$p = \rho R_d T$$

IDEA IMPORTANTE



RESP. INTERROGANTE 1: **EL BALANCE ENERGÉTICO DEL PLANETA**

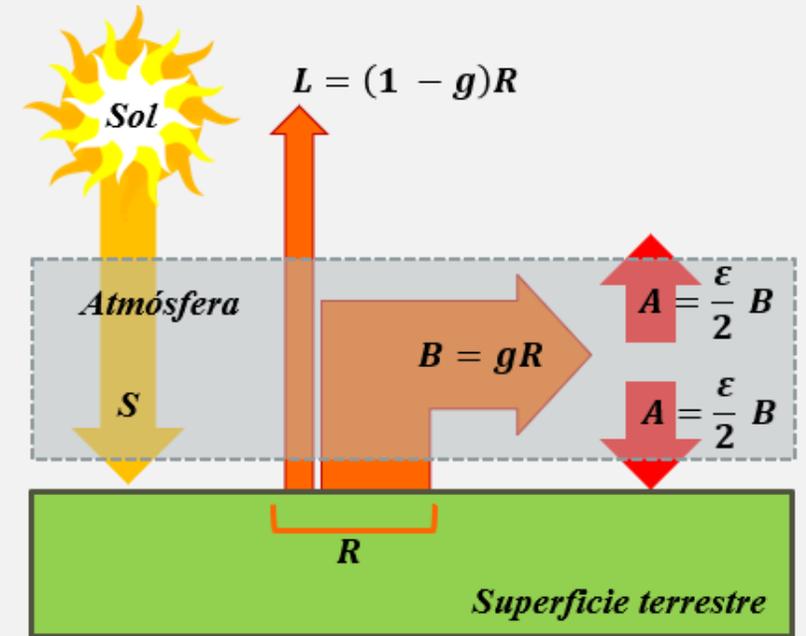


- 1) La radiación solar **S** calienta la superficie.
- 2) La superficie, al calentarse, irradia calor (**R**) hacia la atmósfera.
- 3) Una pequeña fracción del calor de la superficie (**L**) escapa hacia el espacio.
- 4) La mayoría del calor de la superficie (**B**) es absorbido por gases de efecto invernadero en la atmósfera.
- 5) La atmósfera, al calentarse, irradia calor de vuelta hacia la superficie y hacia el espacio (**A**).

*donde $0 \leq g \leq 1$ y $0 < \epsilon < 1$ son parámetros

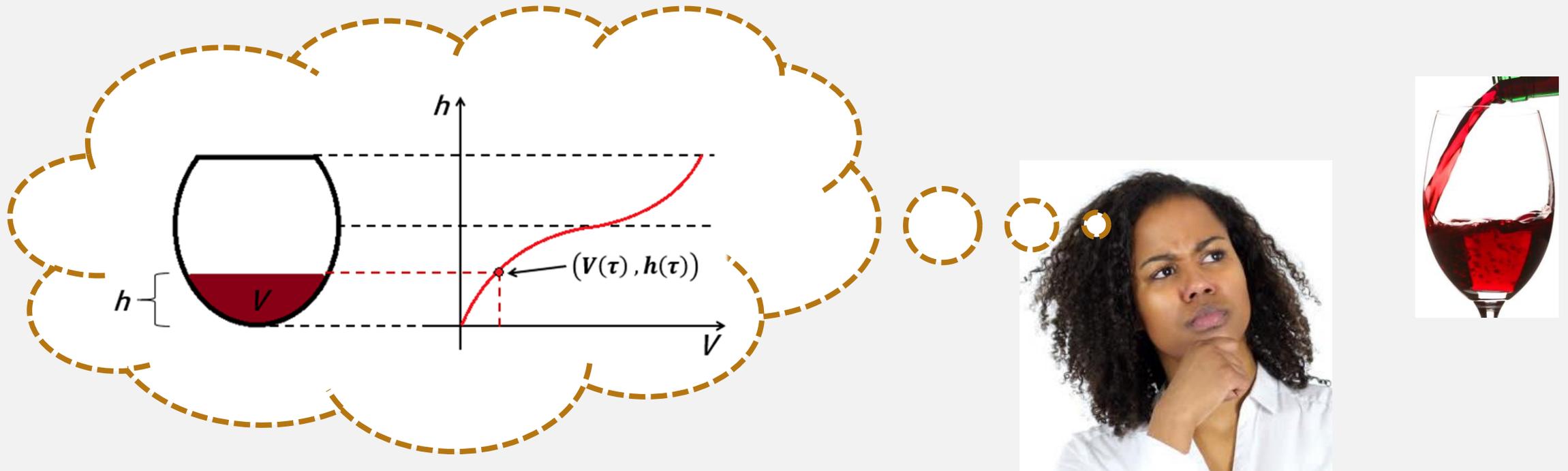
RESP. INTERROGANTE I: **EL BALANCE ENERGÉTICO DEL PLANETA**

- Si $S + A = R$, ¿qué significa esto en términos de la temperatura promedio del planeta?
- Considere un solo aumento instantáneo de la concentración de CO_2 en el momento $t = 0$.
- ¿Cómo afectaría eso el equilibrio $S + A = R$ y qué significa en términos de la temperatura promedio del planeta?
- ¿Qué creen que pasa con $S + A > R$ a medida que pasa el tiempo, es decir para $t > 0$?



RESP. INTERROGANTE 2: **PENSAMIENTO COVARIACIONAL**

- “Las actividades cognitivas envueltas en coordinar dos cantidades que varían mientras que se pone atención a la forma en que una cantidad cambia con respecto a la otra” (Carlson, Jacobs, Coe, Larsen, & Hsu, 2002, p. 354).



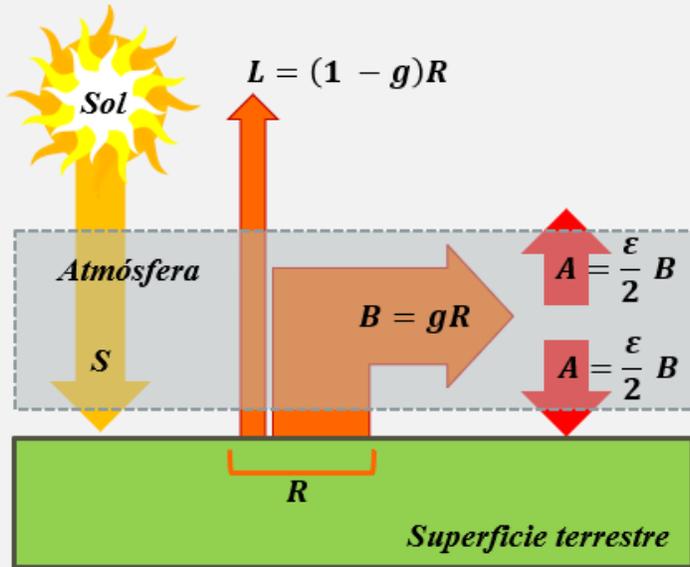
RESP. INTERROGANTE 2: **PENSAMIENTO COVARIACIONAL**

Pensamiento Covariacional según Thompson y Carlson (2017)	
Nivel	Descripción
<i>Continuo suave</i>	Visualizar cambios en y ocurriendo simultáneamente con cambios en x . La covariación entre y y x se visualiza como ocurriendo continua y suavemente.
<i>Continuo a trozos</i>	Visualizar cambios en y ocurriendo simultáneamente con cambios en x . La covariación entre y y x se visualiza como ocurriendo en intervalos de tamaño fijo.
<i>Coordinación</i>	Coordinar valores de y y x con la intención de crear una colección discreta de pares (x , y). No se presta mucha atención a los valores intermedios.
<i>Coordinación gruesa</i>	Visualizar la dirección general en la que y y x están cambiando conjuntamente (covariando). El acoplamiento entre las variables es impreciso y no-multiplicativo.
<i>Precoordinación</i>	Visualizar y y x cambiando asincrónicamente — y cambia, después x cambia, después y , después x , y así. No hay una intención de crear pares de valores.
<i>No coordinación</i>	No existen ni imágenes de y y x cambiando juntas ni coordinación de valores.

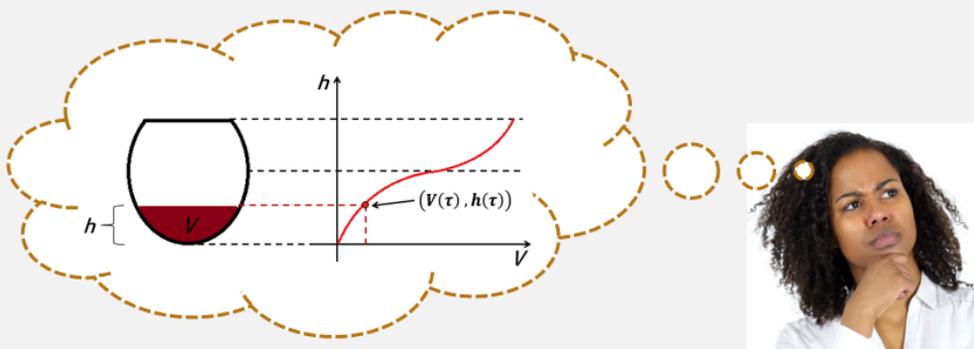
Intensidad
Dirección

de cambio
de cambio

El balance energético del planeta



El pensamiento covariacional

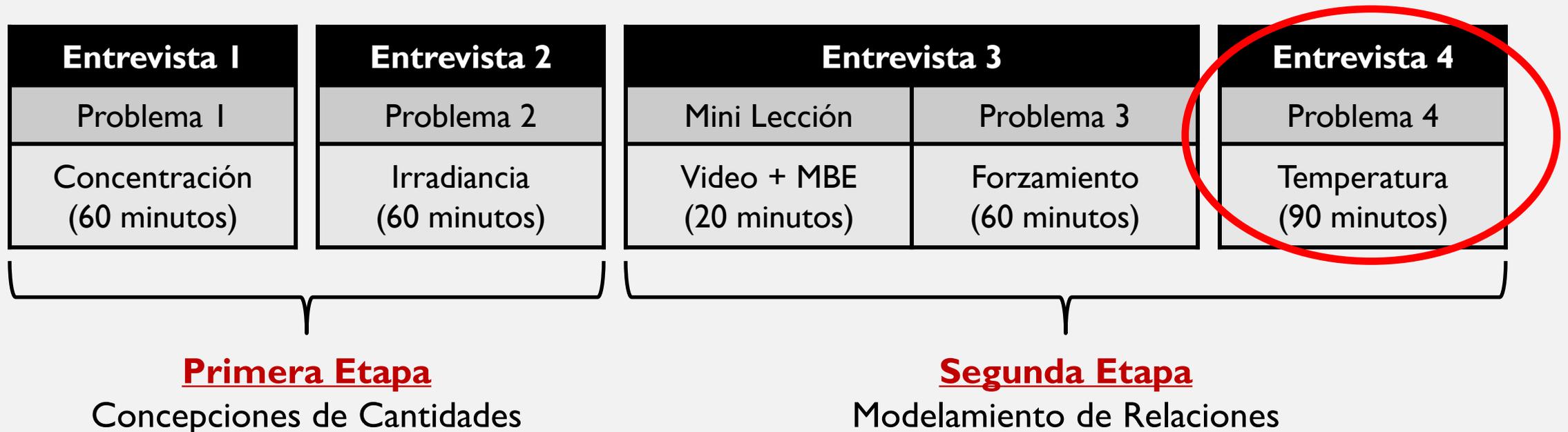


OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

- Las preguntas de investigación son:
 - ¿Cómo emerge el pensamiento covariacional tres docentes en formación mientras trabajan en un problema matemático que explora el calentamiento global?
 - ¿De qué forma el pensamiento covariacional de los docentes en formación promueve o limita su comprensión del calentamiento global?

DISEÑO DEL ESTUDIO

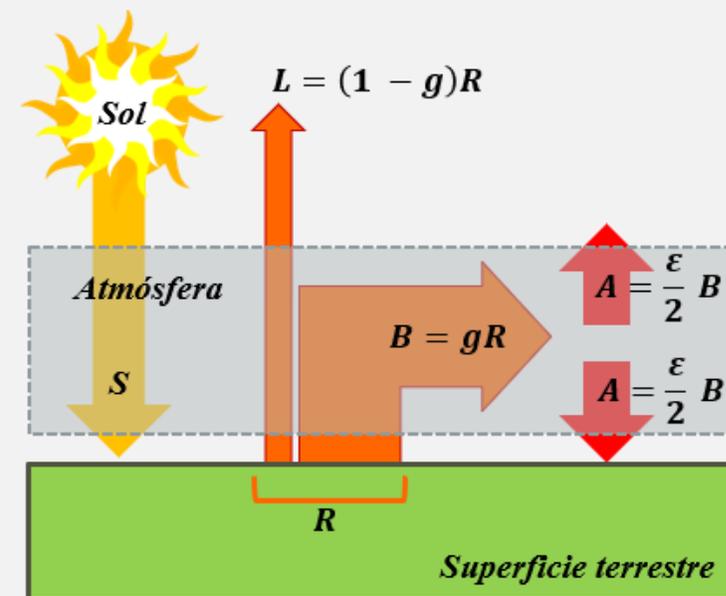
- El estudio tuvo un diseño de investigación cualitativo (múltiple estudio de casos).
- Tres docentes en formación para la enseñanza media (Jodi, Pam y Kris).
- El estudio tuvo 4 problemas, 4 entrevistas personales y una mini lección.



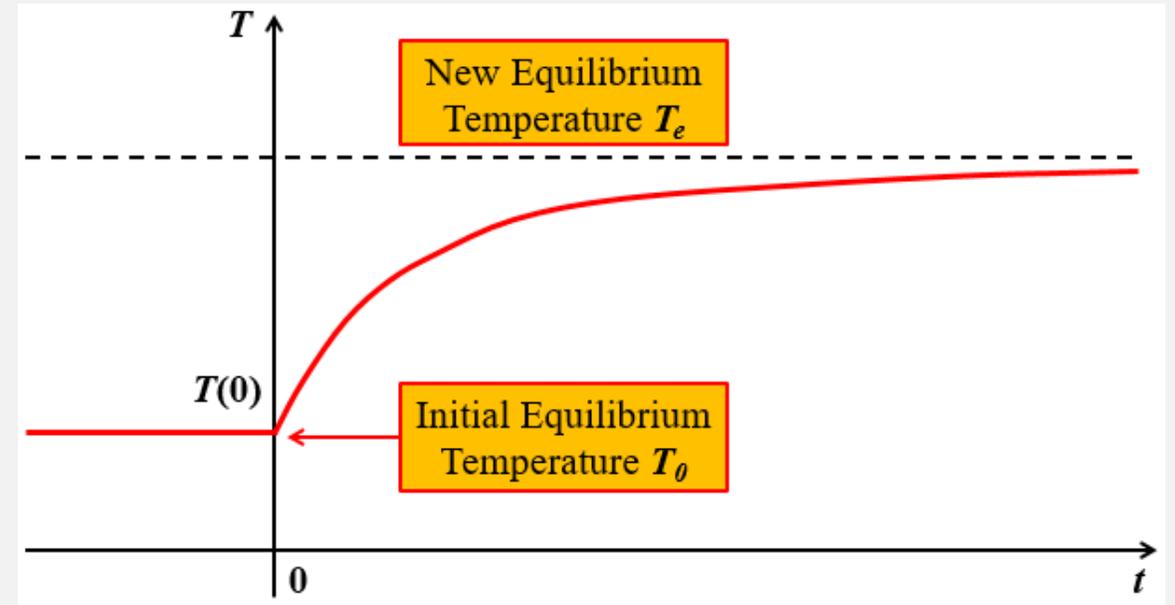
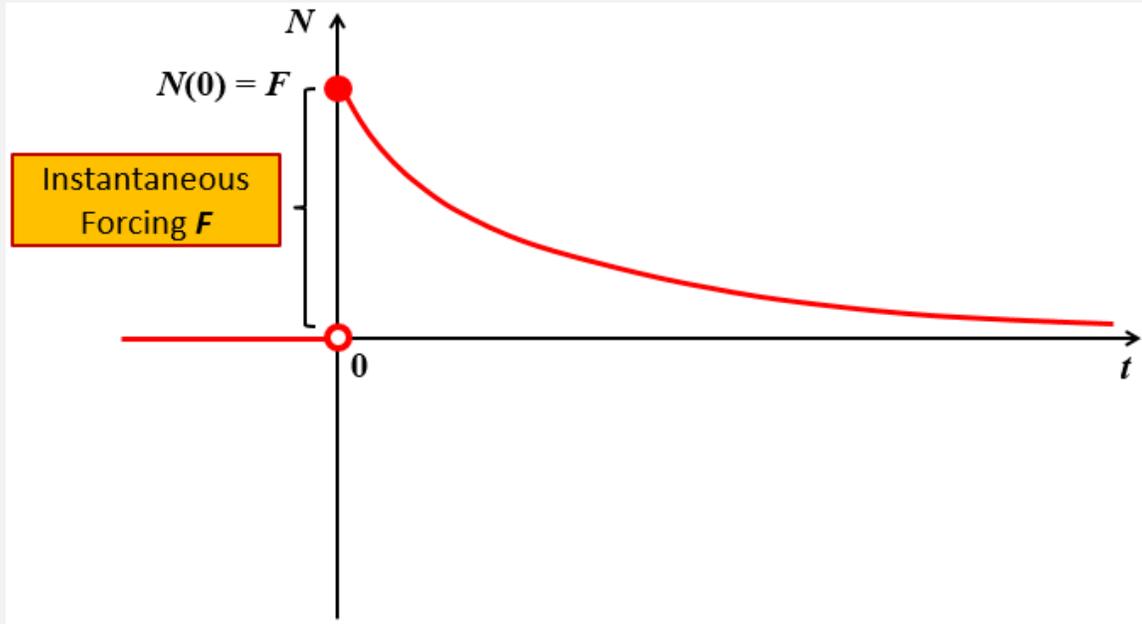
EL PROBLEMA 4

Un incremento instantáneo en la concentración de CO_2 en la atmósfera en $t = 0$ resulta en un desbalance energético para la Tierra (forzamiento por CO_2). Utiliza el diagrama del balance energético y la expresión $N = (S + A) - R$ para dibujar el gráfico de:

- El balance neto de energía, N , para $t > 0$ y,
- La temperatura promedio del planeta, T , para $t > 0$.



SOLUCIÓN DEL PROBLEMA 4



RESULTADOS

EL GRÁFICO DE T QUE DIBUJÓ JODI

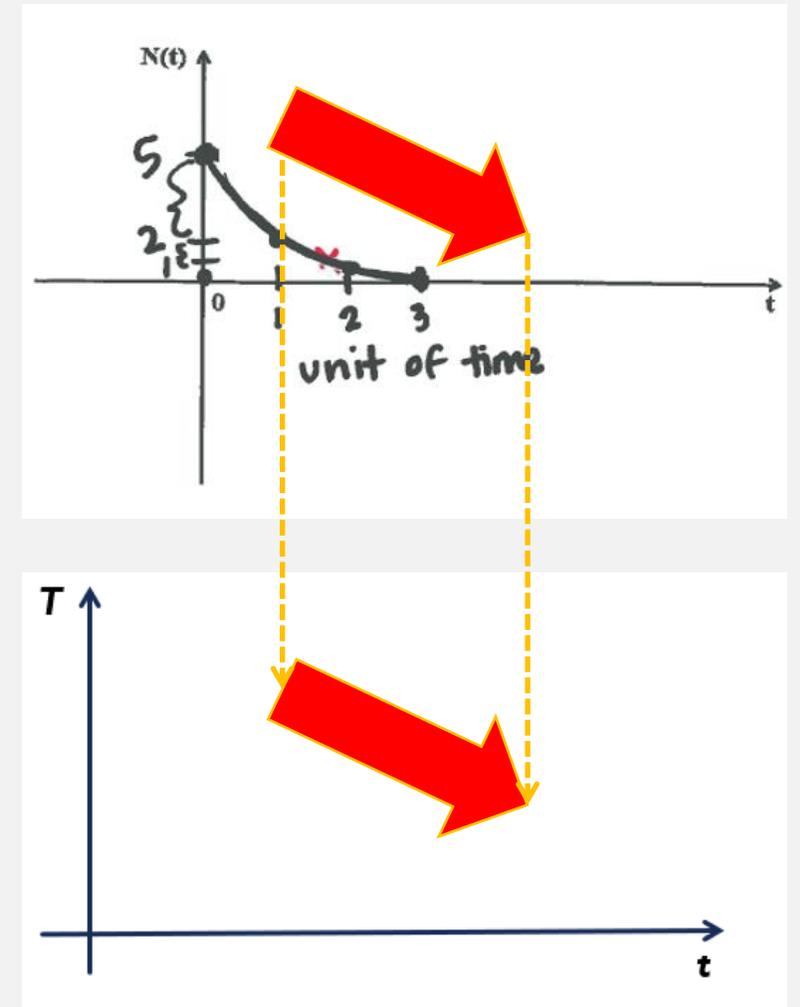
D: ¿Está la energía del balance [energético] subiendo o bajando?

J: Bajando

D: ¿Cómo te diste cuenta?

J: Porque la línea (gráfico) va en la dirección negativa [*sigue la dirección decreciente del gráfico con su dedo*], y sabemos que cuando N decrece la energía en el balance baja.

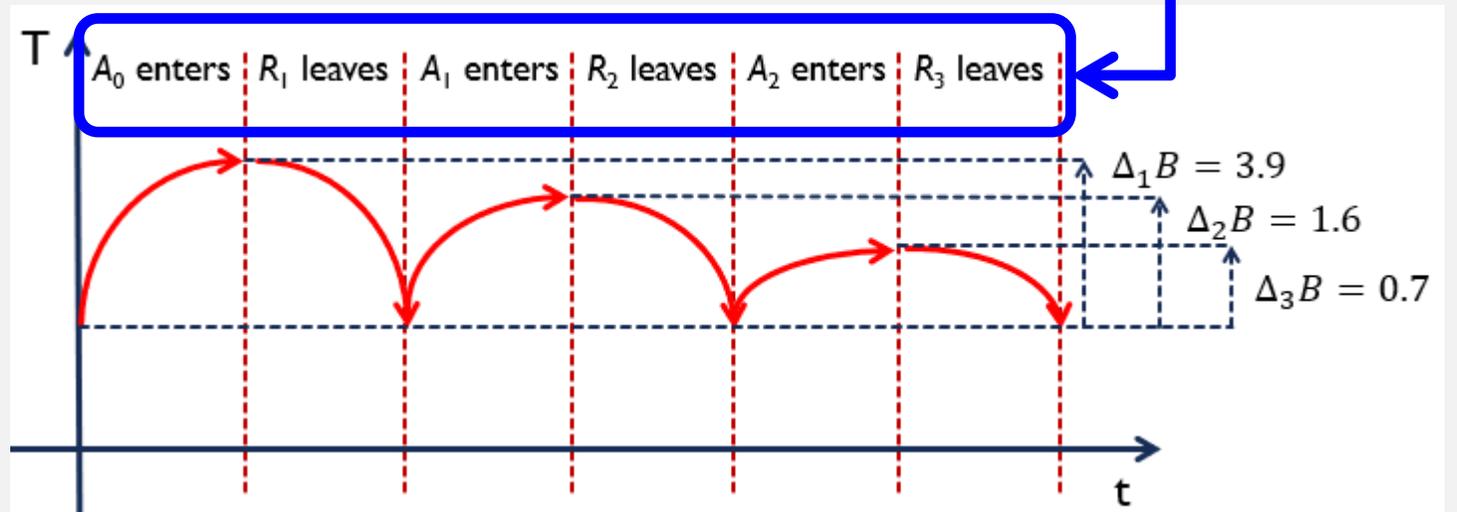
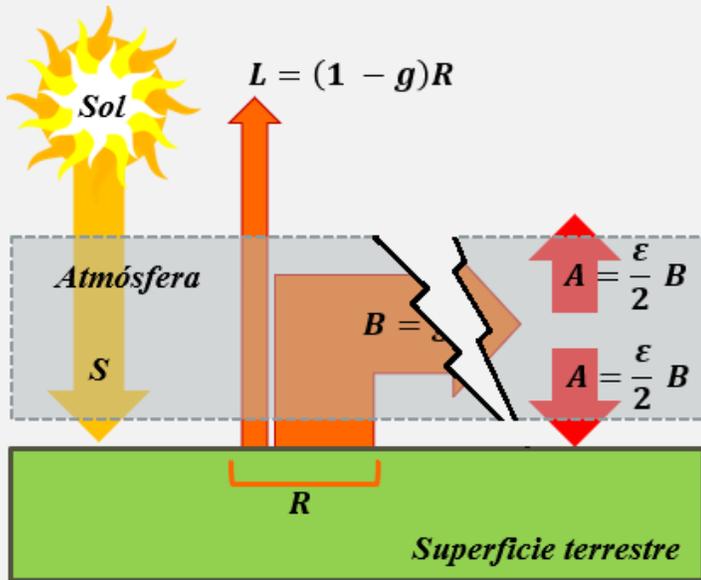
La dirección decreciente de N no se interpreta en contexto.



EL GRÁFICO DE T QUE DIBUJÓ JODI

“[La energía] aumenta en 5 (A crece de 150 a 155), y disminuye en 5 (R crece de 390 a 395). Luego, aumenta en 2 (A crece de 155 a 157), y disminuye en 2 (R crece de 395 a 397). Es cómo si no hubiera cambio en la temperatura ... En este escenario, un aumento de energía [apunta a A] fue igual al aumento de salida [apunta a R].

No covariación en closed-loop



EL GRÁFICO DE T QUE DIBUJÓ JODI

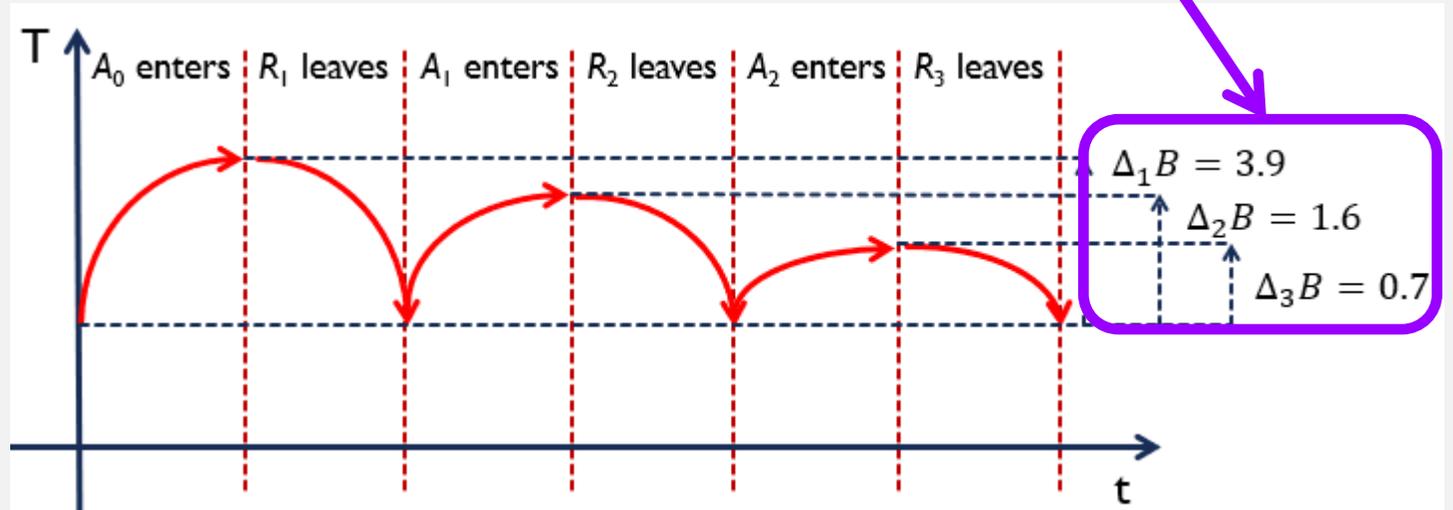
“La cantidad de energía está disminuyendo a cada momento [apunta a B], ya que aquí creció 10, después 3 y después 2 (incrementos en B disminuyen a medida que toma los valores 300, 310, 313 y 315). Entonces estas jorobas deberían ser más pequeñas.

Cambio = Valor

$$\Delta x = x$$



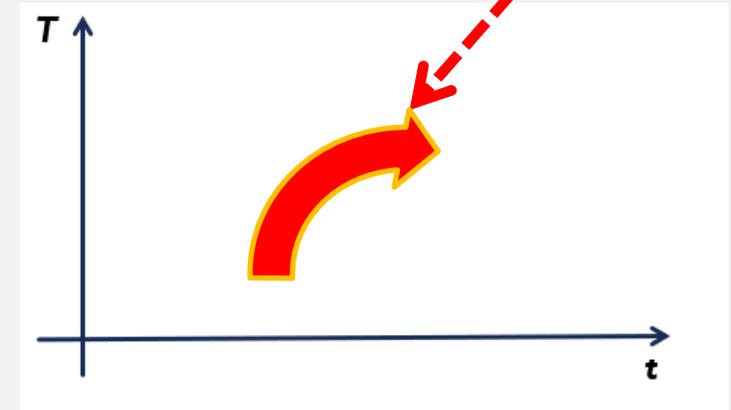
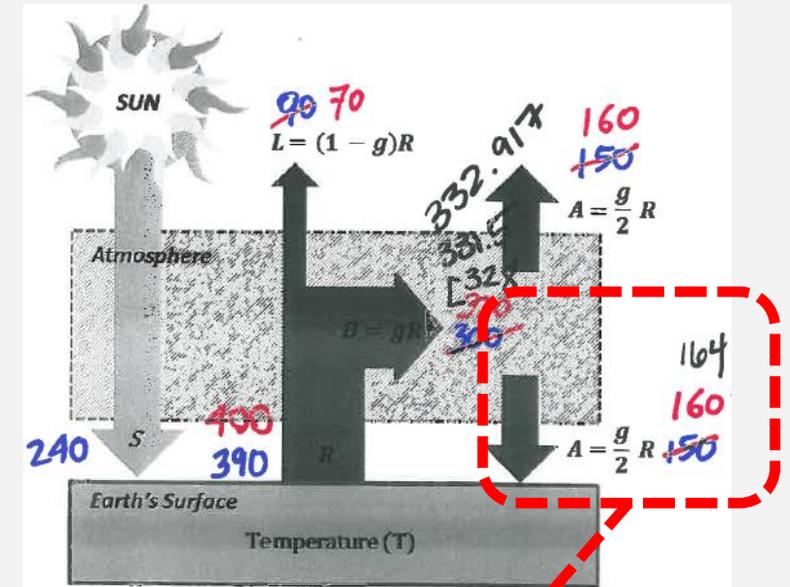
No intensidad de cambio



EL GRÁFICO DE T QUE DIBUJÓ KRIS

“La superficie sigue absorbiendo [calor]. Creo que se está calentando porque, una vez que agregamos más CO_2 ... más [radiación] va a ser absorbida por la atmósfera ... la mitad de eso más la energía del sol van a ser absorbidos por la Tierra ... Así yo pienso que [el calor] va a seguir aumentando ... porque la diferencia de temperatura, o lo que sea, fue 4 inicialmente, en realidad la cambiamos a 10 (A crece de 150 a 160), después se fue a 4 (A crece de 160 a 164). Entonces está creciendo a una razón decreciente”

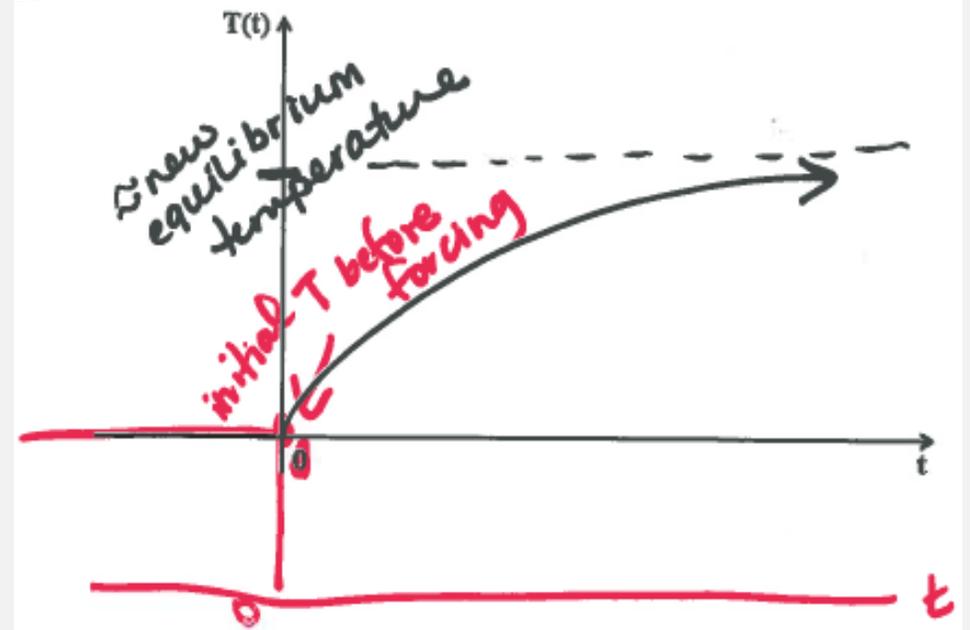
La dirección creciente y los incrementos decrecientes de A se interpreta en contexto.



EL GRÁFICO DE T QUE DIBUJÓ KRIS

“La superficie sigue absorbiendo [calor]. Creo que se está calentando porque, una vez que agregamos más CO_2 ... más [radiación] va a ser absorbida por la atmósfera ... la mitad de eso más la energía del sol van a ser absorbidos por la Tierra ... Así yo pienso que [el calor] va a seguir aumentando ... porque la diferencia de temperatura, o lo que sea, fue 4 inicialmente, en realidad la cambiamos a 10 (A crece de 150 a 160), después se fue a 4 (A crece de 160 a 164). Entonces está decreciendo a una razón decreciente”

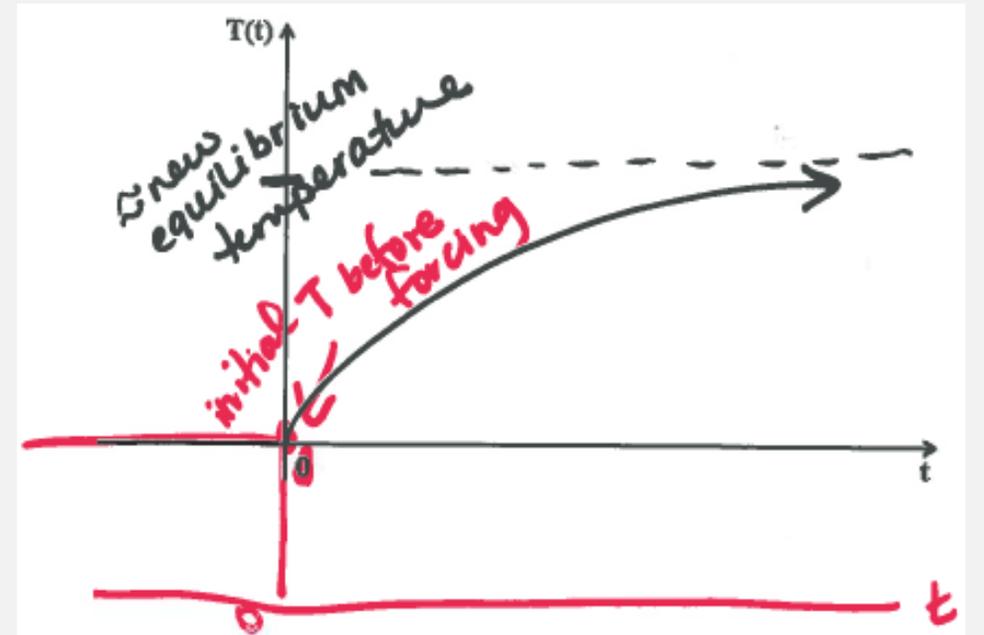
Covariación en closed-loop

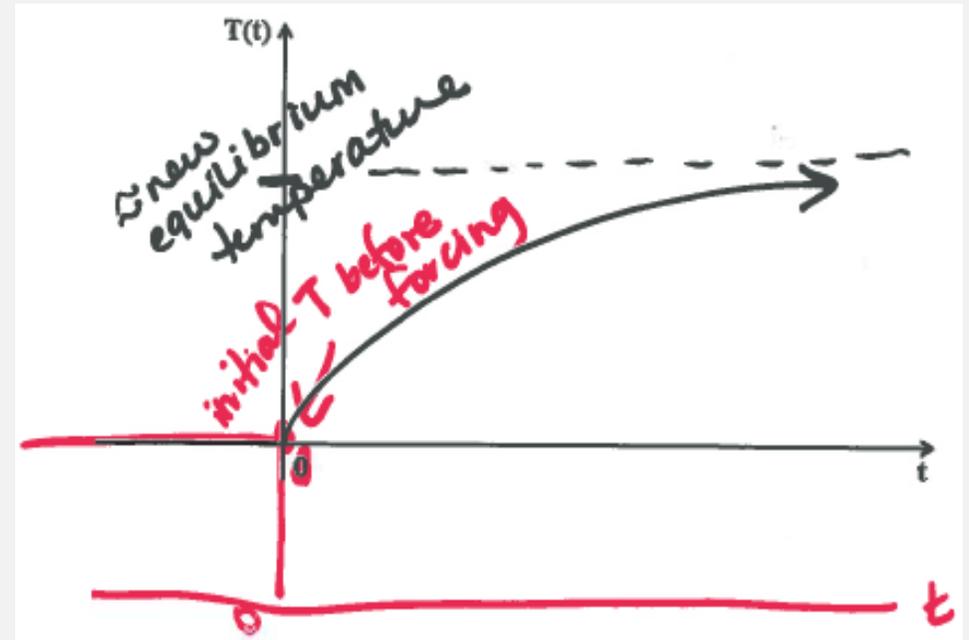
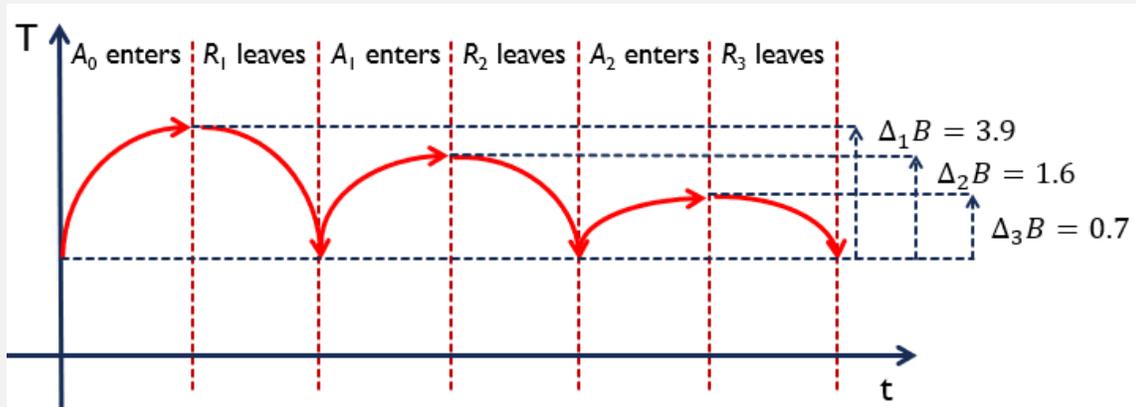


EL GRÁFICO DE T QUE DIBUJÓ JODI

“La superficie sigue absorbiendo [calor]. Creo que se está calentando porque, una vez que agregamos más CO_2 ... más [radiación] va a ser absorbida por la atmósfera ... la mitad de eso más la energía del sol van a ser absorbidos por la Tierra ... Así yo pienso que [el calor] va a seguir aumentando ... porque la diferencia de temperatura, o lo que sea, fue 4 inicialmente, en realidad la cambiamos a 10 (**A** crece de 150 a 160), después se fue a 4 (**A** crece de 160 a 164). Entonces está creciendo a una razón decreciente”

Intensidad de cambio





Nivel de Precoordinación

- Visualizó cambio de forma asincrónica.
- Dibujó gráfico en secciones.
- No justificó concavidad.
- No prestó atención a la *intensidad de cambio* (confundió incremento con valor).
- Concluyó que el planeta se *enfria* después del aumento de concentración de CO₂.

Nivel Continuo Suave

- Visualizó cambio simultáneo y continuo.
- Dibujó gráfico de forma continua y suave.
- Anticipó concavidad.
- Infirió *intensidad de cambio* a partir de los incrementos en variables.
- Concluyó que el planeta se *calienta* después del aumento de concentración de CO₂.

CONCLUSIONES

- Es clave visualizar el balance energético de la Tierra cambiando de forma dinámica, lo que requiere:
 - Pensamiento covariacional operando al nivel continuo suave.
 - Visualizar varias variables cambiando al mismo tiempo y a veces en closed-loops.
 - Conceptualizar intensidad de cambio y ser capaz de usarla para anticipar concavidad de gráficos.
 - Interpretar covariación y gráficos en contexto.
- Kris demostró estas habilidades y describió exitosamente la relación entre la concentración de CO_2 y el calentamiento global.
- Jodi no demostró estas habilidades y describió una relación errada entre la concentración de CO_2 y el calentamiento global.
- Educación matemática puede contribuir a la educación del cambio climático al estudiar el balance energético de la Tierra desde una perspectiva covariacional, desarrollando así esta habilidad matemática y la conciencia acerca de este desafío ambiental.

PREGUNTAS

Darío A. González

Post doctorante, Centro de Modelamiento Matemático, Universidad de Chile

dariogonzalez@uchile.cl o dgonzalez@dim.uchile.cl