Graphical user interface, application

Description automatically generated

Apuntes Unidad 2

Comportamiento en el infinito de sucesiones

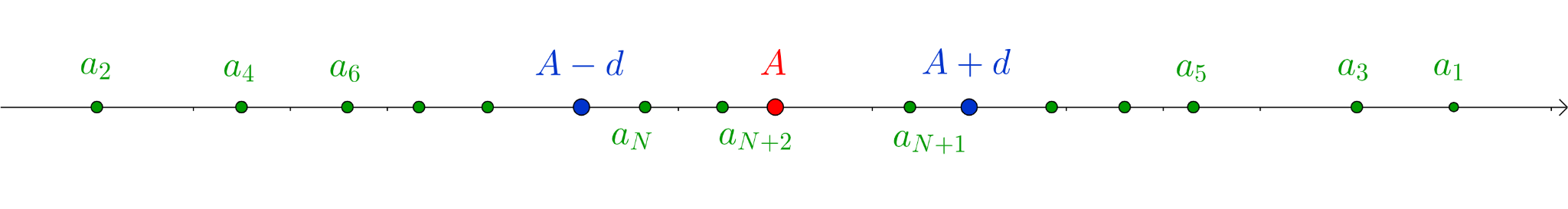
Shape, arrow

Description automatically generated

**COMPORTAMIENTOS DE SUCESIONES**

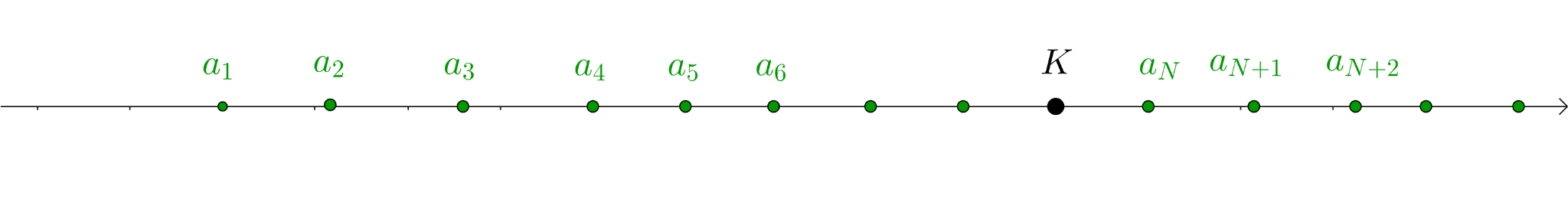
Hasta ahora hemos observado algunos comportamientos de sucesionescuando . A continuación formalizaremos qué es el comportamiento convergente y divergente de una sucesión:

Diremos que una sucesiónes **convergente** si su término tiende a un número cuando , es decir, **si dada cualquier distancia ,** **se puede determinar un número , tal que y todos los términos siguientes están a distancia menor que del número** .

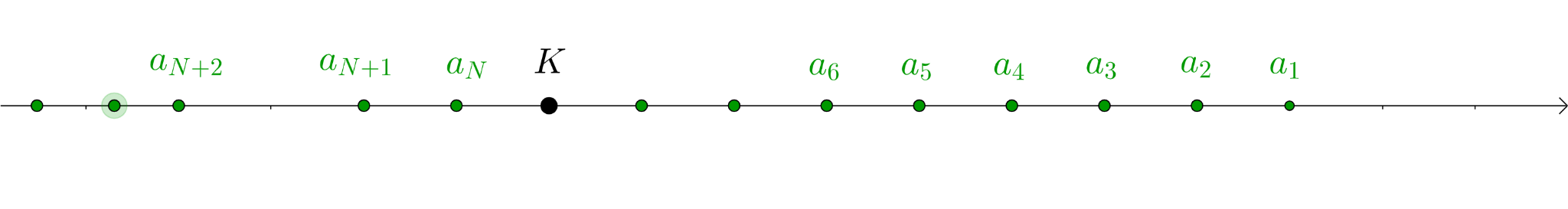


En contraste, si una sucesión no converge, diremos que **diverge.** Es posible describir varios tipos de comportamientos para sucesiones que divergen, en particular en este curso estudiaremos con mayor detalle los siguientes casos:

* Para un número arbitrario , no importa cuan grande, siempre es posible encontrar un tal que y todos los términos siguientes de la sucesión **son mayores que .** En estos caso diremos que cuando se tiene que , o simplemente que **diverge al infinito.**



* Para un número arbitrario , no importa cuán negativo, siempre es posible encontrar un tal que y todos los términos siguientes de la sucesión **son menores que .** En estos caso diremos que cuando se tiene que , o simplemente que **diverge al menos infinito.**

****

De manera independiente a si converge o diverge, una sucesión también se puede clasificar como:

* **Creciente,** si para todo . Es decir, los términos van creciendo, aunque también se pueden repetir.
* **Estrictamente creciente,** si para todo . Es decir, los términos van creciendo sin repetirse.
* **Decreciente,** si para todo . Es decir, los términos van decreciendo, aunque también se pueden repetir.
* **Estrictamente decreciente,** si para todo para todo \(n\). Es decir, los términos van decreciendo sin repetirse.
* **Alternada**, si los términos toman alternadamente valores positivos y negativos.

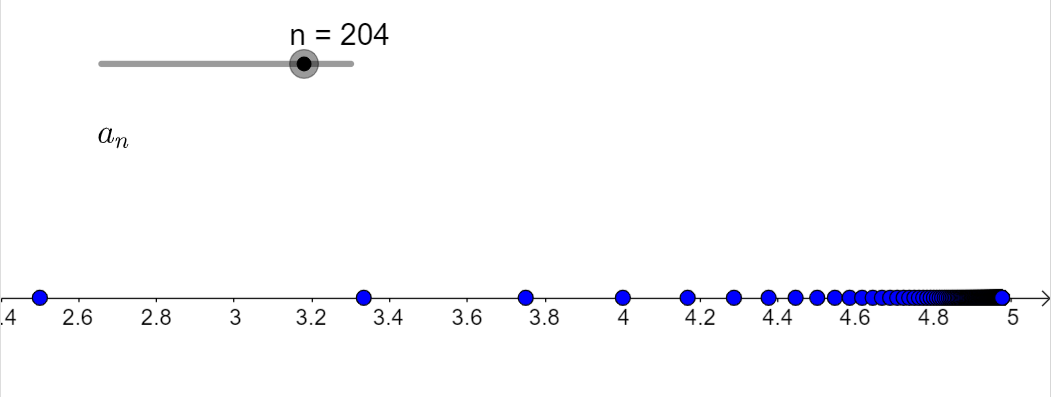
Para entender mejor lo anterior, estudiemos la sucesión cuyos diez primeros términos, partiendo con el , son:

Fijémonos en los valores que toma el numerador, los cuales son: . Observemos que podemos escribirlos como: . Es decir,

Por otro lado, el denominador aumenta su valor de uno en uno. Así, podemos escribir: . Es decir,

Luego,

Observemos su comportamiento:



A partir de lo observado en la recta numérica, podemos conjeturar que la sucesión converge a cuando crece. En particular vemos que los valores de la sucesión van aumentando, acercándose cada vez más a

Por lo que podemos concluir que es convergente, y además, es estrictamente creciente.

Analicemos ahora una sucesión , cuyos diez primeros términos, partiendo con el , son:

Observemos que para los valores dados, si es par los términos de la sucesión tienen signo positivo, mientras que si es impar los términos tienen signo negativo:

**par:**

**impar:**

Una forma de asignar signo negativo a los números impares es multiplicar por la potencia . De este modo nos queda:

En esta sucesión podemos ver que los signos se van alternando según si el valor de es par o impar. También se observa que el valor absoluto de cada término es cada vez más grande para valores de más grandes.

Luego, podemos concluir que es una sucesión alternada, y además, divergente.

**SÍNTESIS**

En esta lección estudiaste algunos tipos de comportamientos que pueden tener las sucesiones cuando

* Diremos que una sucesiónes **convergente** si dada cualquier distancia , se puede determinar un número , tal que y todos los términos siguientes están a distancia menor que del número .

En contraste, si una sucesión no es convergente, decimos que es **divergente,** en cuyo caso algunos posibles comportamientos se describen a continuación:

* Diremos que una sucesióndiverge al infinito si dado un número arbitrario , siempre es posible encontrar un número tal que y todos los términos siguientes son todos mayores que .
* Diremos que una sucesióndiverge a menos infinito si dado un número arbitrario , siempre es posible encontrar un número tal que y todos los términos siguientes son todos menores que .

Independientemente de si es convergente o divergente, también es usual clasificar una sucesión como:

* **Creciente**:
* **Estrictamente creciente**:
* **Decreciente**:
* **Estrictamente decreciente**:
* **Alternada**: Diremos que una sucesión es alternada si los términos de una sucesión toman alternadamente valores positivos y negativos.

