Graphical user interface, application

Description automatically generated

Apuntes Unidad 2

Distancias en el espacio

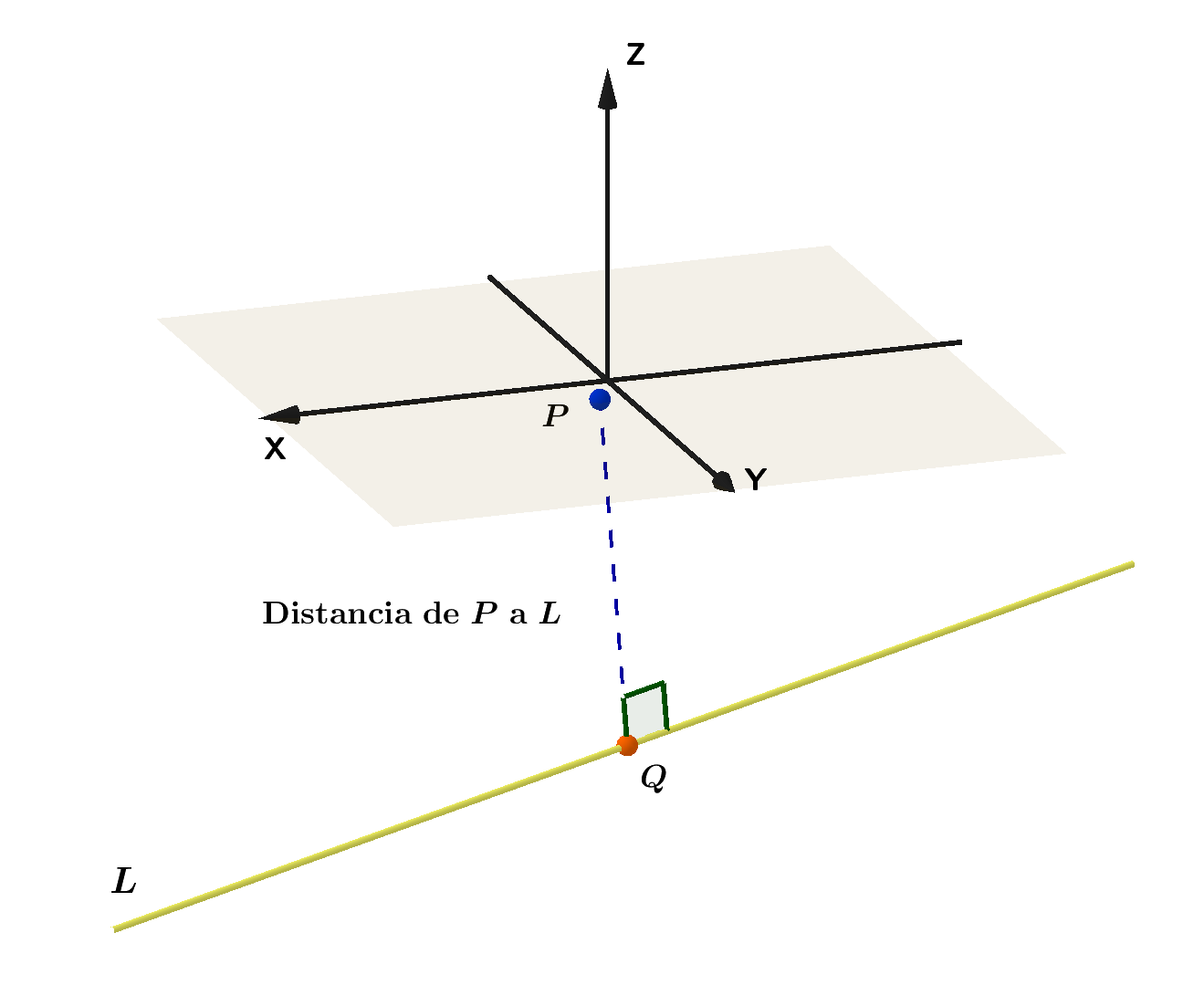


Shape, arrow

Description automatically generated

**DISTANCIA DE UN PUNTO A UNA RECTA**

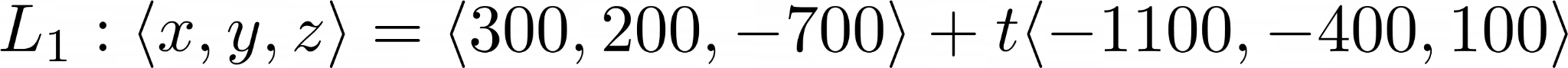
Diremos que la distancia de un punto a una recta es la distancia más pequeña entre el punto y un punto de la recta. Es decir, , donde es el punto de tal que para cualquier otro punto de la recta se tiene .



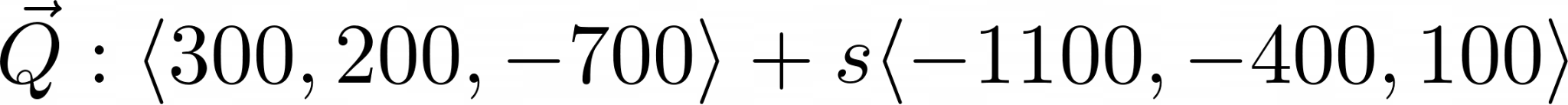
Un procedimiento para calcular la distancia entre un punto y una recta , conocida su ecuación vectorial, consiste en obtener las coordenadas del punto en , y luego calcular la distancia entre los puntos y .

Siguiendo este procedimiento, las coordenadas del punto se obtienen planteando la **condición de perpendicularidad** entre el vector y un vector director de la recta. A continuación se ilustra un ejemplo del procedimiento, tomando de referencia el punto :

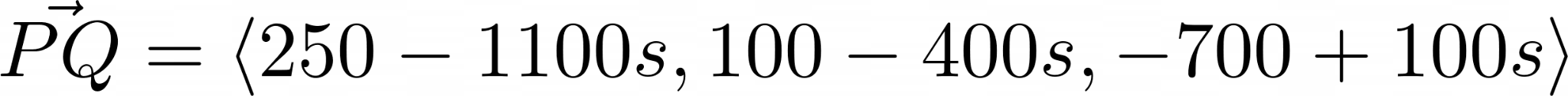
* Consideramos la recta definida como:



* Se considera el punto perteneciente a , entonces para algún su vector posición satisface:



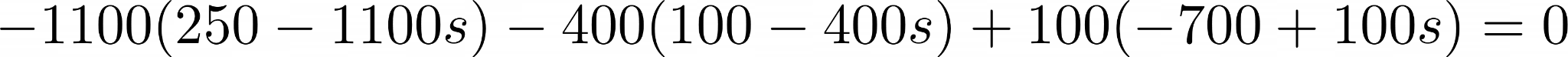
* Conociendo las coordenadas de , fue posible expresar las coordenadas del vector en función de



* Dado que es perpendicular a la recta , es perpendicular al vector director que obtenemos de su ecuación vectorial:



* Al aplicar la condición de perpendicularidad entre estos dos vectores obtuvimos la ecuación:

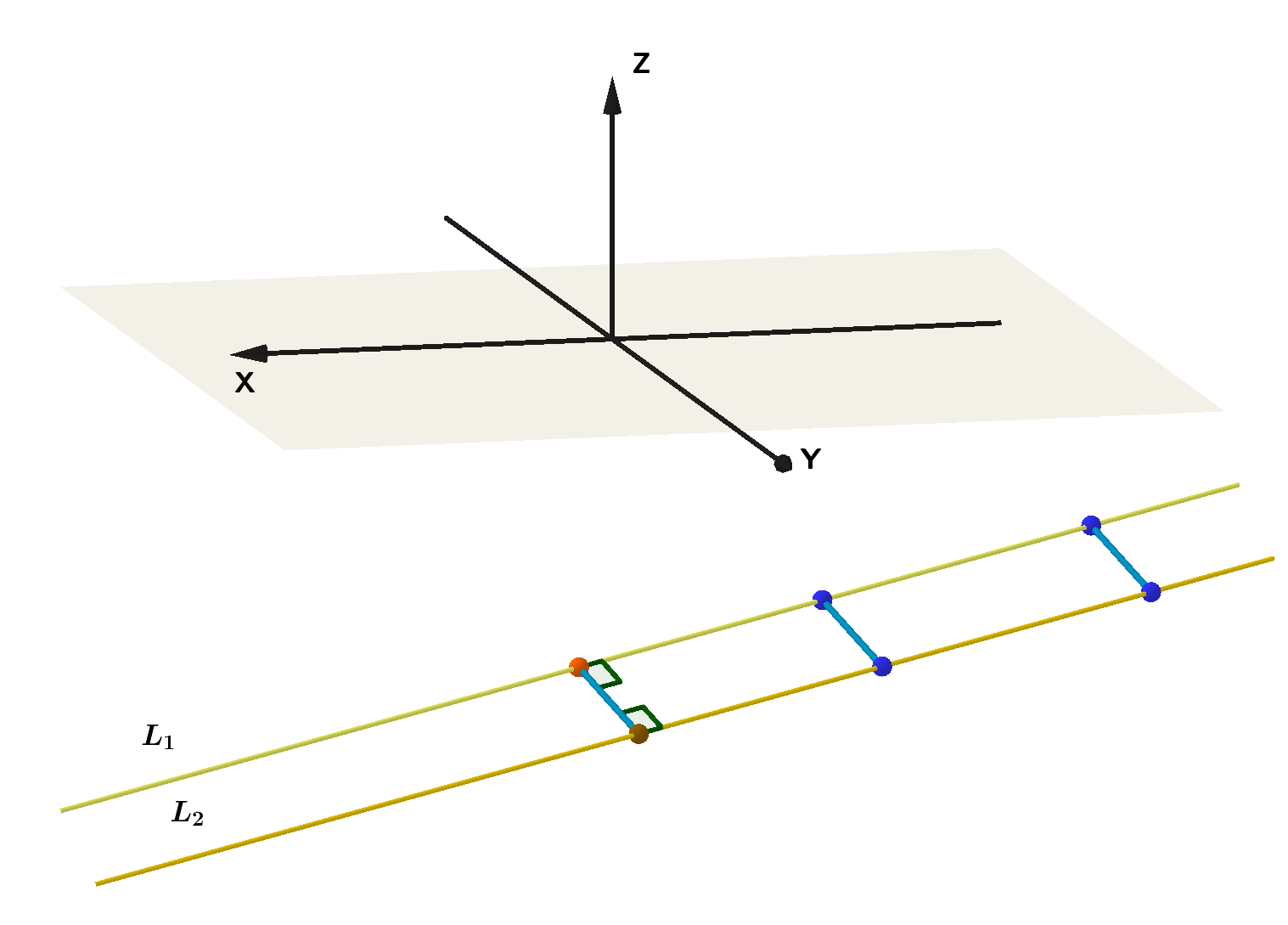


de donde,

* Finalmente, conociendo fue posible obtener las coordenadas de y con ello determinar la distancia entre los puntos y que corresponde a la distancia de a la recta .

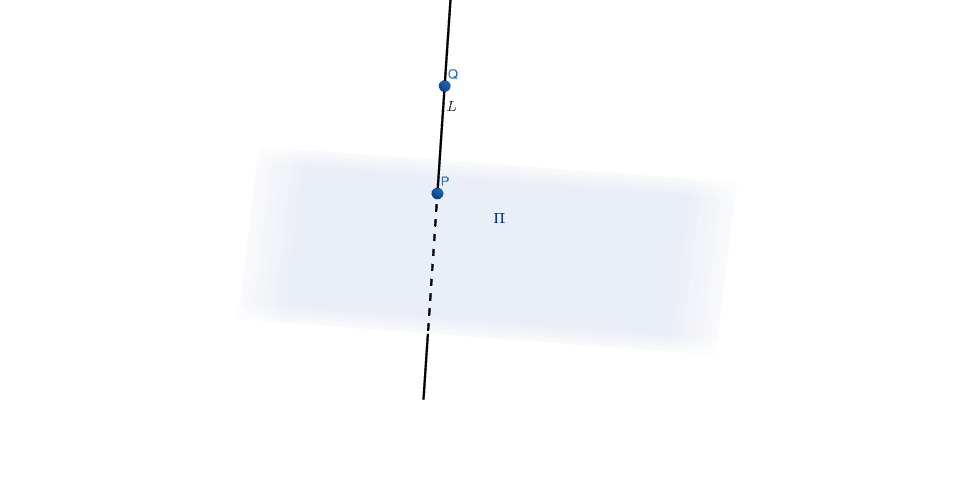
**DISTANCIA ENTRE DOS RECTAS PARALELAS**

La distancia entre dos rectas paralelas en el espacio, se puede calcular como la distancia entre un punto de una de ellas y la otra. Esta distancia es independiente del punto que se tome en la primera recta.



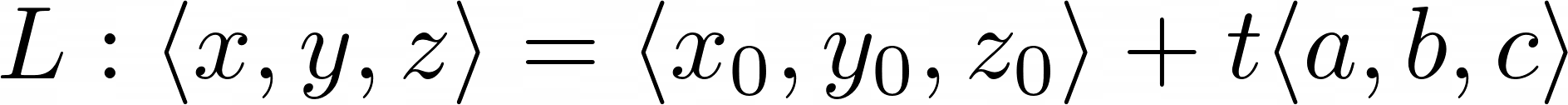
**DISTANCIA ENTRE UN PUNTO Y UN PLANO**

Para calcular la distancia entre un punto y un plano de ecuación se puede seguir el siguiente procedimiento:



**Paso 1:** Obtener un vector normal al plano. Por ejemplo,

**Paso 2:** Definir la recta que pasa por el punto y cuyo vector director es, es decir,



**Paso 3:** Se intersecta la recta con el plano. Para ello, se reemplaza en la ecuación del plano y se despeja .

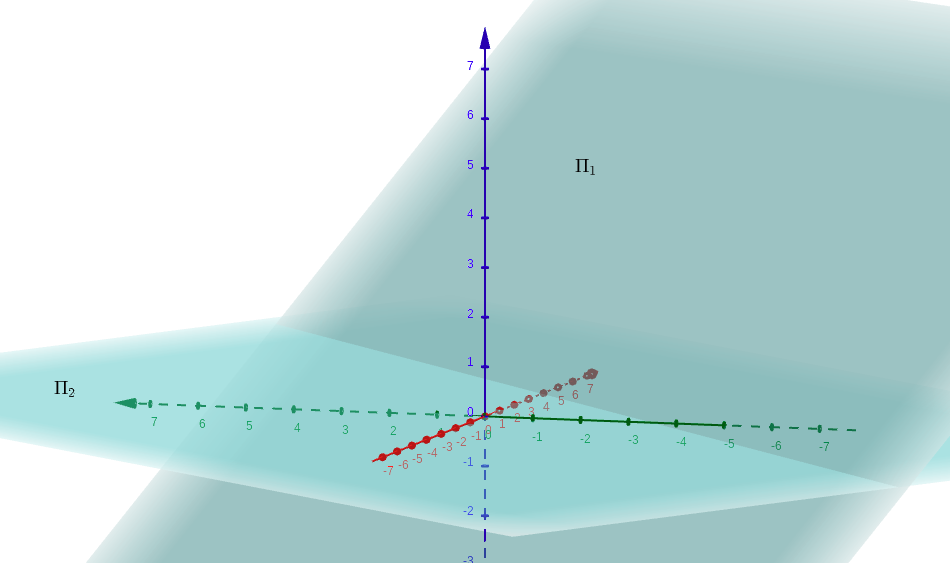
**Paso 4**: El punto más cercano del plano a , se obtiene al reemplazar el valor de en la fórmula de la recta . Este punto, denotado por , se llama proyección de sobre el plano.

**Paso 5:** La distancia entre el plano y el punto se obtiene al calcular la distancia entre los puntos y .

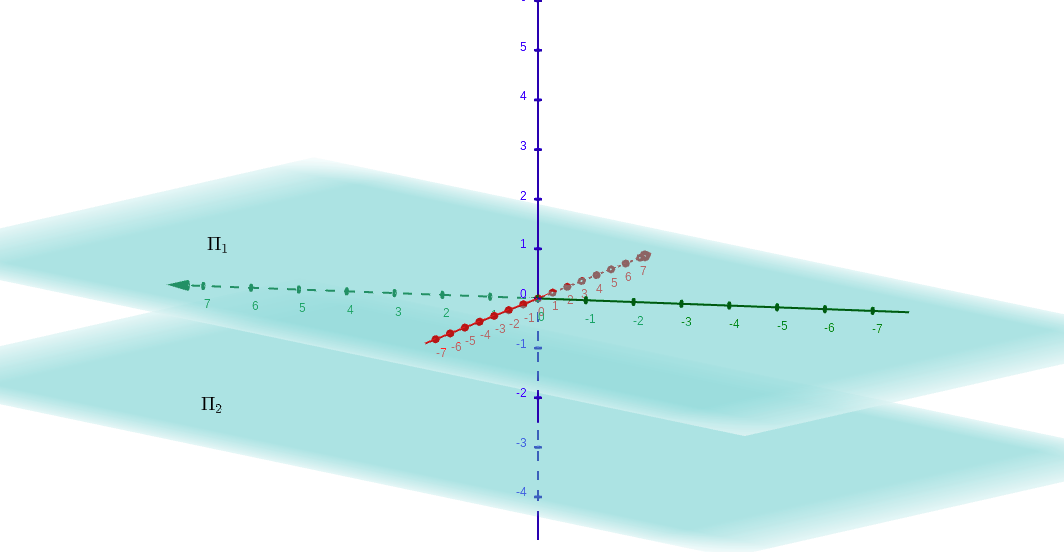
**DISTANCIA ENTRE PLANOS**

Sea y dos planos. La distancia entre ellos es la distancia más pequeña entre un punto de y un punto de . Para calcular esta distancia podemos distinguir dos situaciones complementarias:

* El plano y el plano se cortan. En este caso, la distancia entre ellos es cero.



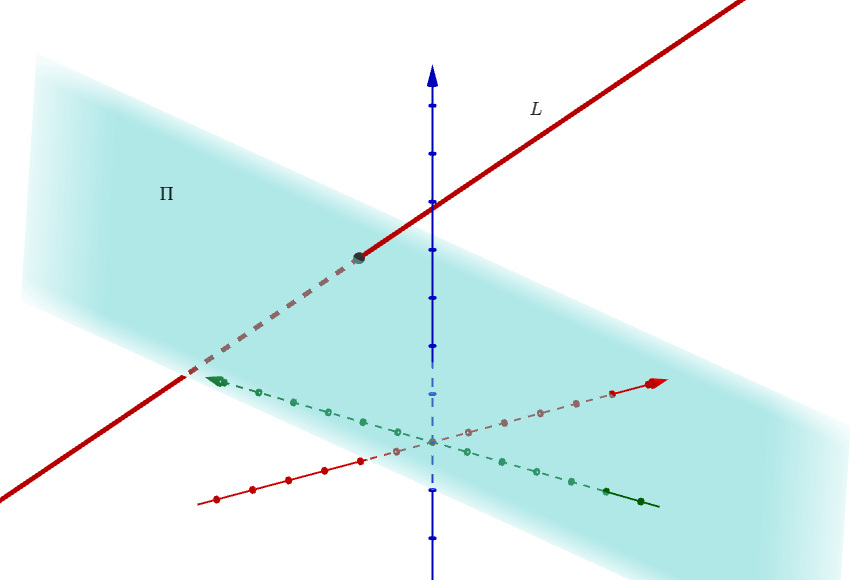
* El plano y el plano son paralelos. En este caso, la distancia es igual a la distancia de cualquier punto de al plano ; o equivalentemente, a la distancia de cualquier punto de al plano .



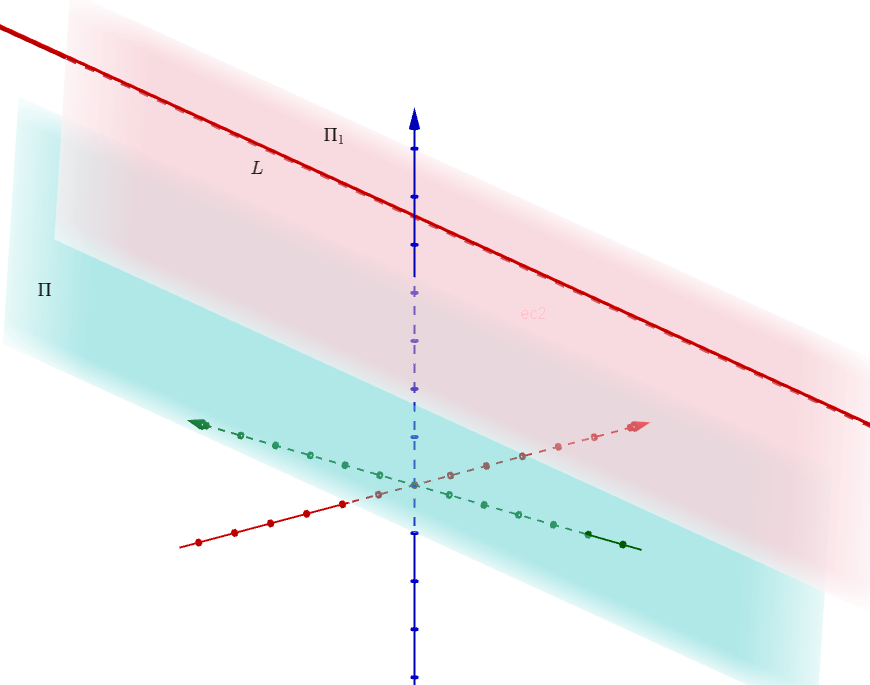
**DISTANCIA ENTRE UN PLANO Y UNA RECTA**

Sea un plano y una recta. La distancia entre ellos es la distancia más pequeña entre un punto del plano y un punto de la recta. Para calcular esta distancia podemos distinguir dos situaciones complementarias:

* El plano y la recta se cortan. En este caso, la distancia entre ellos es cero.



* El plano y la recta no se cortan. En este caso, es posible construir un plano paralelo a y que contiene a . La distancia entre y es igual a la distancia entre y . Para calcular esta distancia podemos tomar cualquier punto de , y en particular, cualquier punto de para calcular la distancia a .



**¿QUÉ APRENDIMOS?**

* La distancia de un punto a un plano es la distancia más pequeña de a un punto del plano.
* Para calcularla, se considera la recta que pasa por y que tiene al vector normal del plano como vector director. Se determina la intersección de esta recta con el plano y se calcula la distancia entre y el punto de intersección.
* La distancia entre dos planos paralelos se puede determinar calculando la distancia de cualquier punto de un plano al otro. Si los planos se cortan la distancia es cero.
* Cuando un plano y una recta no se cortan, la distancia entre ellos se puede determinar calculando la distancia de un punto cualquiera de la recta al plano. Cuando el plano y la recta se cortan, la distancia es cero.
* La distancia de un punto a una recta es la distancia más pequeña entre el punto y un punto de la recta. En este caso, el vector es un vector **perpendicular** a la recta .
* Una manera de encontrar la distancia entre un punto y una recta , conocida su ecuación vectorial, consiste en,

* + Expresar el vector posición usando la ecuación vectorial de , esto es, expresar en función de algún parámetro .
  + Expresar el vector en función de y aplicar el criterio de perpendicularidad con un vector director de la recta . Esto entregará una ecuación para el parámetro .
  + Conociendo se obtienen las coordenadas del punto y con ello la distancia de a que corresponde a la distancia del punto a la recta .
* La distancia entre dos rectas paralelas en el espacio, se puede calcular como la distancia entre un punto de una de ellas y la otra. Esta distancia **es independiente** del punto que se tome en la primera recta.