

Apuntes Unidad 2

Posiciones relativas entre rectas y planos en
el espacio

Curso: Geometría 3D

Unidad 2: Rectas y planos en el espacio

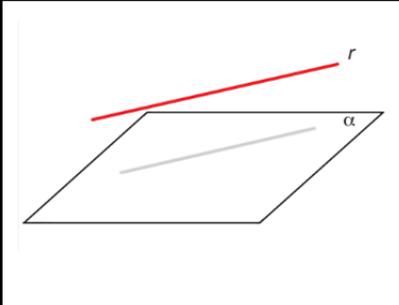
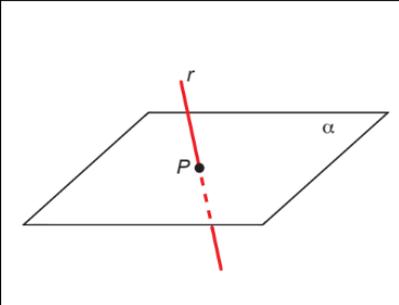
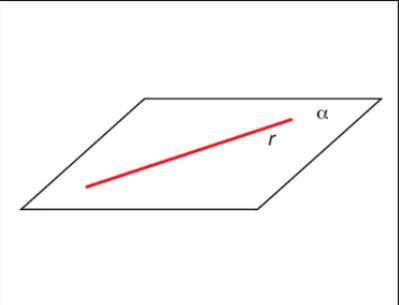
Tema: Rectas y planos en el espacio

Contenido: Posiciones relativas entre rectas y planos en el espacio

UNA RECTA Y UN PLANO EN EL ESPACIO

Dados una recta y un plano en el espacio, puede ocurrir que:

- No se intersectan, en cuyo caso decimos que **la recta es paralela al plano**.
- La intersección sea un punto, en cuyo caso decimos que la **recta es secante al plano**.
- La intersección sea la misma recta, en cuyo caso **la recta está contenida en el plano**.

Recta paralela al plano	Recta secante al plano	Recta contenida en el plano
		

Observación: Cuando una recta está contenida en un plano, podemos decir también que es paralela a él. También decimos que **una recta es perpendicular a un plano** si es perpendicular a todas las rectas del plano que pasan por la intersección.

DOS PLANOS EN EL ESPACIO

Dados dos planos en el espacio, puede ocurrir que:

- No tengan intersección, en cuyo caso decimos que los planos son **paralelos**.
- La intersección sea una recta, en cuyo caso decimos que los planos son **secantes**.
- La intersección sea un plano, en cuyo caso ambos planos son iguales. En este caso también se habla de planos **coincidentes**.

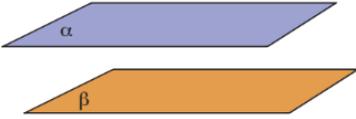
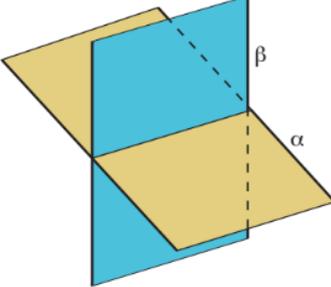
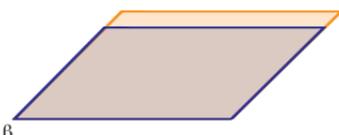
De igual modo que para el caso de las rectas, diremos que un plano es paralelo a sí mismo.

Curso: Geometría 3D

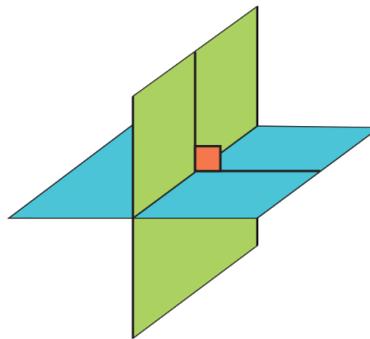
Unidad 2: Rectas y planos en el espacio

Tema: Rectas y planos en el espacio

Contenido: Posiciones relativas entre rectas y planos en el espacio

Planos paralelos	Planos secantes	Planos coincidentes
		

Un caso particular entre dos planos secantes se da cuando ellos son perpendiculares. Esto ocurre cuando uno de ellos contiene al menos una recta perpendicular al otro plano.



VECTOR NORMAL

Para determinar la dirección de un plano podemos tomar el vector director de cualquier recta perpendicular a dicho plano. A este vector le llamaremos **vector normal**.

Además, como sabemos que el vector director de una recta no es único, podemos elegir cualquier vector director de una recta perpendicular.

PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD EN TÉRMINOS VECTORIALES

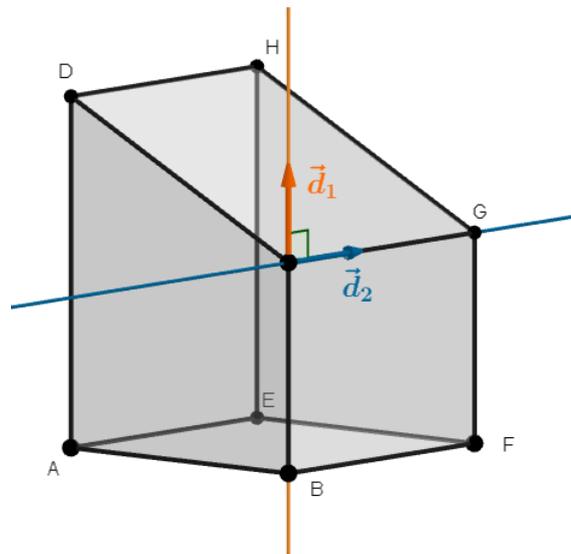
En términos vectoriales dos rectas son perpendiculares en el espacio si se cortan y sus vectores directores son perpendiculares. Observa que con esta definición, no es suficiente que los vectores directores sean perpendiculares, además las rectas deben cortarse, o equivalentemente, estar contenidas en un mismo plano.

Curso: Geometría 3D

Unidad 2: Rectas y planos en el espacio

Tema: Rectas y planos en el espacio

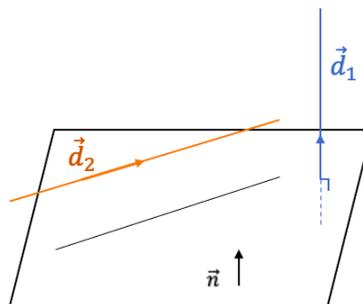
Contenido: Posiciones relativas entre rectas y planos en el espacio



Puedes observar en la imagen que los vectores directores \vec{d}_1 y \vec{d}_2 son perpendiculares.

También en términos vectoriales el **paralelismo y la perpendicularidad entre planos y rectas** se pueden expresar de la siguiente forma:

- Una recta es paralela a un plano si el vector director de la recta es perpendicular al vector normal del plano.
- Una recta es perpendicular a un plano si el vector director de la recta es paralelo al vector normal del plano.



Puedes observar en la imagen que el vector director \vec{d}_2 es perpendicular al vector normal del plano, mientras que el vector \vec{d}_1 es paralelo al vector normal del plano. Así, cualquier recta que tenga dirección \vec{d}_2 es paralela al plano, mientras que cualquier recta con dirección \vec{d}_1 es perpendicular al plano.

Curso: Geometría 3D

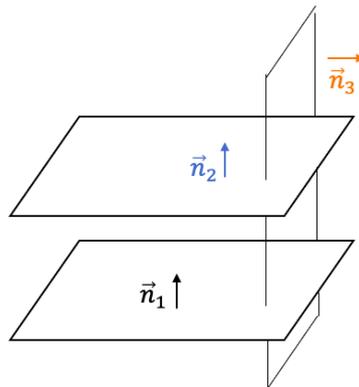
Unidad 2: Rectas y planos en el espacio

Tema: Rectas y planos en el espacio

Contenido: Posiciones relativas entre rectas y planos en el espacio

Podemos ver que en términos vectoriales el **paralelismo y la perpendicularidad entre planos** se pueden expresar de la siguiente forma:

- Dos planos son paralelos si sus vectores normales son paralelos.
- Dos planos son perpendiculares si sus vectores normales son perpendiculares.



Puedes observar en la imagen que los vector normales \vec{n}_1 y \vec{n}_2 son perpendiculares al vector normal \vec{n}_3 , mientras que los vectores \vec{n}_1 y \vec{n}_2 son paralelos.

SÍNTESIS

- Posiciones relativas entre **una recta y un plano** en el espacio:
 - Una recta puede ser paralela a un plano. En este caso su intersección es vacía.
 - Una recta puede ser secante a un plano. En este caso su intersección es un punto.
 - Una recta puede estar contenida en un plano. En este caso su intersección son todos los puntos de la recta.
- Posiciones relativas de planos en el espacio:
 - Dos planos pueden ser paralelos. En este caso su intersección es vacía.
 - Dos planos pueden ser secantes. En este caso su intersección es una recta.
 - Dos planos pueden ser coincidentes. En este caso su intersección corresponde a todos los puntos del plano.

Curso: Geometría 3D

Unidad 2: Rectas y planos en el espacio

Tema: Rectas y planos en el espacio

Contenido: Posiciones relativas entre rectas y planos en el espacio

- Una recta es paralela a un plano cuando su vector director es perpendicular al vector normal del plano.
- Una recta es perpendicular a un plano cuando se intersectan y su vector director es paralelo al vector normal del plano.
- Dos planos son paralelos siempre y cuando sus vectores normales sean paralelos.
- Dos planos son perpendiculares siempre y cuando sus vectores normales sean perpendiculares.