Graphical user interface, application

Description automatically generated

Apuntes Unidad 2

Posiciones relativas entre rectas y planos en el espacio



Shape, arrow

Description automatically generated

**UNA RECTA Y UN PLANO EN EL ESPACIO**

Dados una recta y un plano en el espacio, puede ocurrir que:

* No se intersectan, en cuyo caso decimos que **la recta es paralela al plano**.
* La intersección sea un punto, en cuyo caso decimos que la **recta es secante al plano**.
* La intersección sea la misma recta, en cuyo caso **la recta está contenida en el plano**.

| **Recta paralela al plano** | **Recta secante al plano** | **Recta contenida en el plano** |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

**Observación**: Cuando una recta está contenida en un plano, podemos decir también que es paralela a él. También decimos que **una recta es perpendicular a un plano** si es perpendicular a todas las rectas del plano que pasan por la intersección.

**DOS PLANOS EN EL ESPACIO**

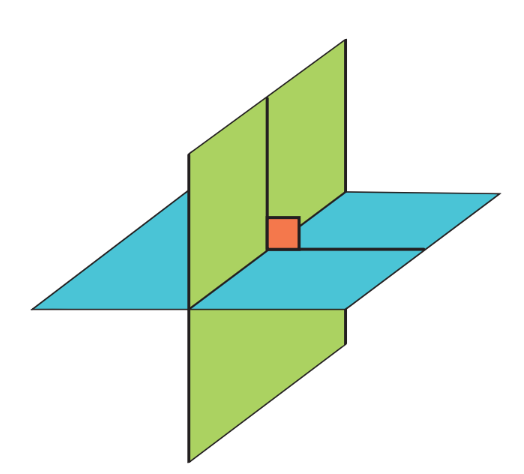
Dados dos planos en el espacio, puede ocurrir que:

* No tengan intersección, en cuyo caso decimos que los planos son **paralelos**.
* La intersección sea una recta, en cuyo caso decimos que los planos son **secantes**.
* La intersección sea un plano, en cuyo caso ambos planos son iguales. En este caso también se habla de planos **coincidentes**.

De igual modo que para el caso de las rectas, diremos que un plano es paralelo a sí mismo.

| **Planos paralelos** | **Planos secantes** | **Planos coincidentes** |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Un caso particular entre dos planos secantes se da cuando ellos son perpendiculares. Esto ocurre cuando uno de ellos contiene al menos una recta perpendicular al otro plano.



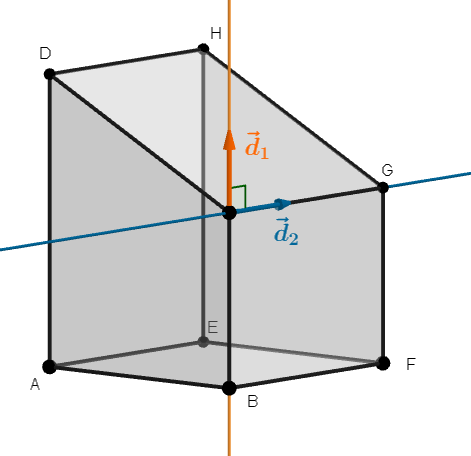
**VECTOR NORMAL**

Para determinar la dirección de un plano podemos tomar el vector director de cualquier recta perpendicular a dicho plano. A este vector le llamaremos **vector normal.**

Además, como sabemos que el vector director de una recta no es único, podemos elegir cualquier vector director de una recta perpendicular.

**PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD EN TÉRMINOS VECTORIALES**

En términos vectoriales dos rectas son perpendiculares en el espacio si se cortan y sus vectores directores son perpendiculares. Observa que con esta definición, no es suficiente que los vectores directores sean perpendiculares, además las rectas deben cortarse, o equivalentemente, estar contenidas en un mismo plano.

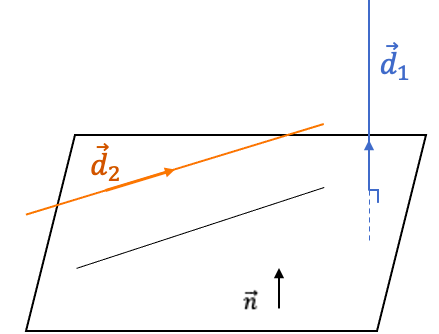


Puedes observar en la imagen que los vectores directores y son perpendiculares.

También en términos vectoriales el **paralelismo y la perpendicularidad entre planos y rectas** se pueden expresar de la siguiente forma:

● Una recta es paralela a un plano si el vector director de la recta es perpendicular al vector normal del plano.

● Una recta es perpendicular a un plano si el vector director de la recta es paralelo al vector normal del plano.

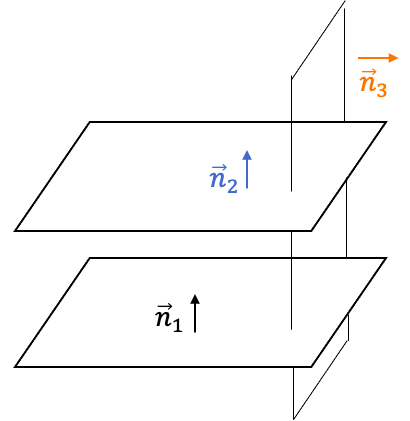


Puedes observar en la imagen que el vector director es perpendicular al vector normal del plano, mientras que el vector y es paralelo al vector normal del plano. Así, cualquier recta que tenga dirección es paralela al plano, mientras que cualquier recta con dirección es perpendicular al plano.

Podemos ver que en términos vectoriales el **paralelismo y la perpendicularidad entre planos** se pueden expresar de la siguiente forma:

● Dos planos son paralelos si sus vectores normales son paralelos.

● Dos planos son perpendiculares si sus vectores normales son perpendiculares.

****

Puedes observar en la imagen que los vector normales son perpendiculares al vector normal , mientras que los vectores son paralelos.

**SÍNTESIS**

* Posiciones relativas entre **una recta y un plano** en el espacio:
  + Una recta puede ser paralela a un plano. En este caso su intersección es vacía.
  + Una recta puede ser secante a un plano. En este caso su intersección es un punto.
  + Una recta puede estar contenida en un plano. En este caso su intersección son todos los puntos de la recta.
* Posiciones relativas de planos en el espacio:
  + Dos planos pueden ser paralelos. En este caso su intersección es vacía.
  + Dos planos pueden ser secantes. En este caso su intersección es una recta.
  + Dos planos pueden ser coincidentes. En este caso su intersección corresponde a todos los puntos del plano.
* Una recta es paralela a un plano cuando su vector director es perpendicular al vector normal del plano.
* Una recta es perpendicular a un plano cuando se intersectan y su vector director es paralelo al vector normal del plano.
* Dos planos son paralelos siempre y cuando sus vectores normales sean paralelos.
* Dos planos son perpendiculares siempre y cuando sus vectores normales sean perpendiculares.