SUMA Y SIGUE

MATEMÁTICA EN LÍNEA

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

fcfm
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

CMM
Centro de Modelamiento Matemático

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

FICHAS TALLER 2:
MULTIPLICACIÓN

INTRODUCCIÓN

En este taller, a partir de diversas situaciones problemáticas, se estudiaron y justificaron las propiedades de la multiplicación, se trabajaron diferentes estrategias de cálculo, se construyeron las tablas de multiplicar y se justificó el algoritmo usual de esta operación.

Las fichas que conforman este apartado contemplan los siguientes contenidos:

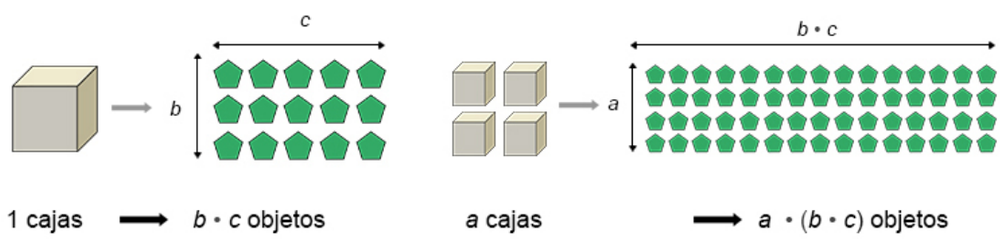
- Propiedades de la multiplicación.
- Construcción y valoración de las tablas de multiplicar.
- Estrategias de cálculo para multiplicar.
- Justificación del algoritmo usual de la multiplicación.

1. La propiedad asociativa de la multiplicación en problemas de agrupación

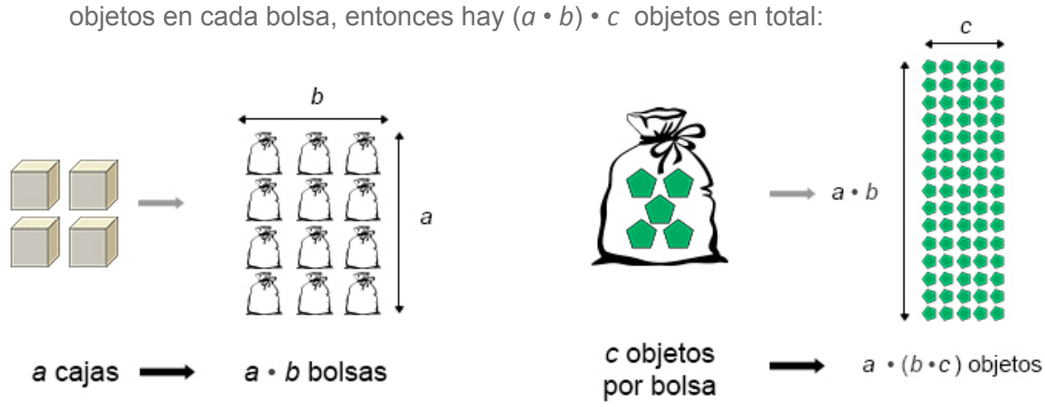
Si se tienen a cajas con b bolsas cada una, las que a su vez contienen c objetos cada una, existen al menos dos maneras distintas de determinar la cantidad total de objetos que hay.

En el siguiente ejemplo genérico presentamos esta situación para el caso de 4 cajas con 3 bolsas cada una, las que a su vez contienen 5 objetos cada una:

1. Primero se determina la cantidad total de objetos en una caja, que es igual a $b \cdot c$. Como hay a cajas, entonces hay $a \cdot (b \cdot c)$ objetos en total.



2. Primero se determina la cantidad total de bolsas, que es igual a $a \cdot b$. Como hay c objetos en cada bolsa, entonces hay $(a \cdot b) \cdot c$ objetos en total:



Como ambos procedimientos determinan el total de objetos, entonces se concluye que estos dos productos son iguales. Como ya hemos visto, esta propiedad de la multiplicación se conoce como **asociatividad**:

Si a, b y c son números naturales, entonces $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

Comentarios

El ejemplo genérico utilizado aquí para justificar la propiedad asociativa ofrece un nuevo contexto, además del problema de combinación que ya se utilizó en la ficha 8, para darle sentido a esta propiedad.

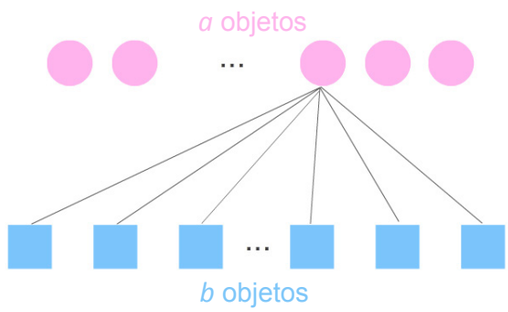
Ubicación: Módulo 1

Taller: Multiplicación
Actividad 1: Multiplicando los juguetes

2. La propiedad conmutativa de la multiplicación en problemas de combinación

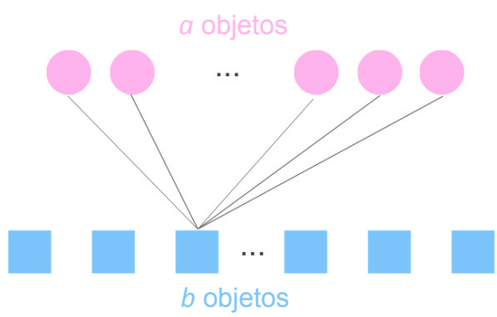
Si se tienen *a* objetos de un tipo y *b* objetos de otro tipo, entonces existen al menos dos maneras diferentes de determinar la cantidad total de parejas que se pueden formar con objetos de distinto tipo:

1. Por cada objeto del **primer tipo** hay *b* parejas posibles:



Como se tienen *a* objetos del primer tipo, en total hay *a* veces *b* parejas, es decir, $a \cdot b$ parejas posibles.

2. Por cada objeto del **segundo tipo** hay *a* parejas posibles.



Como se tienen *b* objetos del segundo tipo, en total hay *b* veces *a* parejas, es decir, $b \cdot a$ parejas posibles.

Como ambos procedimientos determinan el total de parejas posibles, entonces se concluye que estos dos productos son iguales. Como ya hemos visto, esta propiedad de la multiplicación se conoce como **conmutatividad**:

Si *a* y *b* son números naturales, entonces $a \cdot b = b \cdot a$

Comentarios

El argumento utilizado aquí para justificar la propiedad conmutativa ofrece un nuevo contexto para darle sentido a esta propiedad.
La utilización de los puntos suspensivos en las representaciones de "*a* objetos" y "*b* objetos" permite visualizar el concepto de que *a* y *b* pueden ser cualquier número.

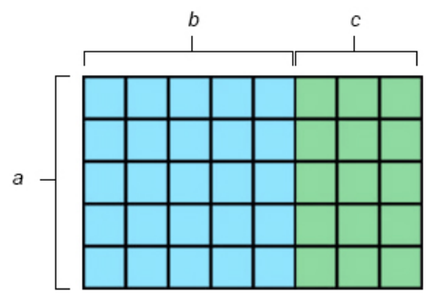
Ubicación: Módulo 1

Taller: Multiplicación
Actividad 1: Multiplicando los juguetes

3. La propiedad distributiva de la multiplicación sobre la suma en problemas de arreglo

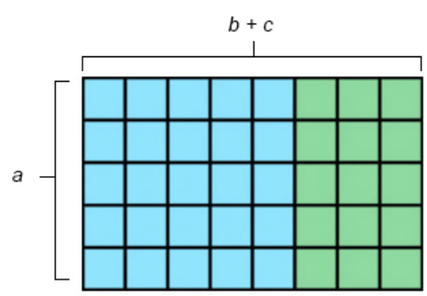
Si se tiene un arreglo rectangular con a filas, cada una con b elementos de un tipo y c elementos de otro tipo, existen al menos dos maneras distintas de determinar la cantidad total de elementos que hay en el arreglo.

En el siguiente ejemplo genérico presentamos esta situación para el caso de un arreglo con 5 filas, cada una con 5 elementos de un tipo y 3 elementos de otro tipo:

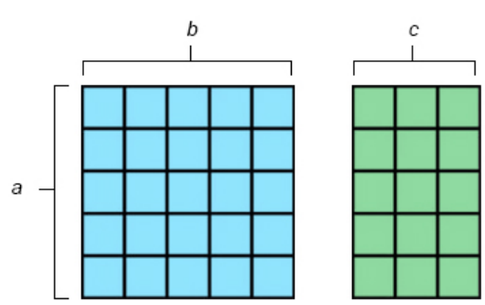


Existen al menos dos maneras distintas de determinar la cantidad total de elementos que hay en el arreglo:

1. Se multiplica la cantidad a de filas por la cantidad de columnas del arreglo, que es igual a
   $b + c$, y se obtienen $a \cdot (b + c)$ elementos.



2. Se multiplica la cantidad a de filas por el número b de elementos del primer tipo y se obtienen $a \cdot b$ elementos de este tipo, y luego se hace lo mismo con los elementos del segundo tipo y se obtienen $a \cdot c$ elementos. Luego se suman esas cantidades y se obtienen $a \cdot b + a \cdot c$ elementos en total.



Como ambos procedimientos determinan el total de elementos en el arreglo, se concluye que estos dos valores son iguales. Esta propiedad se conoce como **distributividad de la multiplicación sobre la suma**:

Si a, b y c son números naturales, entonces $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

Comentarios

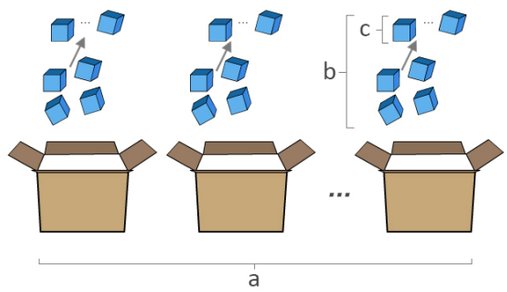
En el ejemplo utilizado en esta propiedad se puede observar la efectividad que tiene el dispone los objetos en un arreglo rectangular de m filas y n columnas para visualizar rápidamente que hay $m \cdot n$ objetos.

Ubicación: Módulo 1

Taller: Multiplicación
Actividad 1: Multiplicando los juguetes

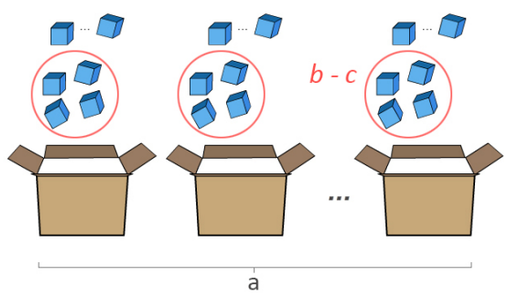
4. La propiedad distributiva de la multiplicación sobre la suma en problemas de agrupación

Se tienen *a* cajas que contienen *b* objetos cada una y se sacan *c* objetos de cada caja:

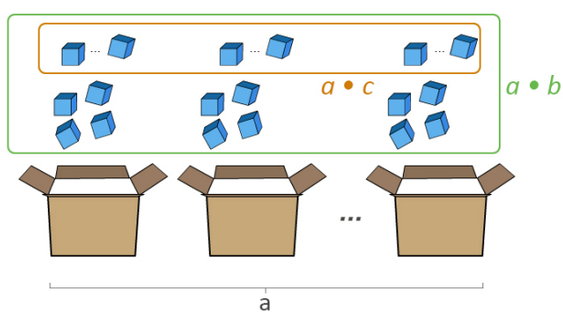


Existen al menos dos maneras distintas de determinar la cantidad total de objetos que quedaron en las cajas:

1. Como son *a* cajas y en cada una quedaron $b - c$ objetos, en total hay $a \cdot (b - c)$ objetos en las cajas:



2. Como originalmente había en total $a \cdot b$ objetos, si se retiran $a \cdot c$ objetos de las cajas, quedan en total $a \cdot b - a \cdot c$ objetos.



Como ambos procedimientos determinan la cantidad total de objetos que quedaron en las cajas, se concluye que estos dos valores son iguales. Esta propiedad se conoce como **distributividad de la multiplicación sobre la resta**:

Si *a*, *b* y *c* son números naturales, con *b* mayor o igual que *c*, entonces

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$$

Comentarios

Para esta propiedad también podría haberse utilizado un arreglo rectangular, tal como se hizo para la distributividad con respecto a la suma.
Así, para justificar la validez de una propiedad se pueden usar distintas representaciones, considerando que hay unas más apropiadas que otras.

Ubicación: Módulo 1

Taller: Multiplicación
Actividad 1: Multiplicando los juguetes

5. ¿Verdadero o falso?

Para justificar la validez de una propiedad matemática general no basta con verificar que se cumple para algunos cuantos casos.

Por ejemplo, supongamos que alguien afirma que el último dígito del producto entre 3 y un número natural cualquiera nunca es igual a 4, y para justificarlo nos muestra que esto es efectivamente cierto para varios números:

$$3 \cdot 1 = 3, \quad 3 \cdot 2 = 6, \quad 3 \cdot 3 = 9, \quad 3 \cdot 4 = 12, \quad 3 \cdot 5 = 15 \quad \text{y} \quad 3 \cdot 6 = 18$$

¿Es posible concluir que la afirmación es cierta? La respuesta es no, ya que de hecho esto no se cumple siempre, como se puede comprobar al multiplicar por ocho: $3 \cdot 8 = 24$, cuyo dígito final es 4. En general, se tiene que:

- para mostrar que una propiedad o afirmación acerca de un conjunto de números es **falsa**, basta con encontrar un caso para el cual no se cumple.
- para mostrar que una propiedad o afirmación general acerca de un conjunto de números es **verdadera**, la clave está en dar un argumento que sea general, es decir, que no dependa de los valores en cuestión. Esto se puede hacer a través de un ejemplo genérico, el que si bien está hecho para números específicos, contiene una justificación que se puede aplicar en todos los casos.

Comentarios

El trabajar con ejemplos en matemática es muy importante porque nos ayudan a entender problemas, a descubrir propiedades y a encontrar argumentos para justificarlas. Sin embargo es importante que los/as niños/as reconozcan que los ejemplos particulares no son suficientes para mostrar que una propiedad o afirmación general es verdadera.

Ubicación: Módulo 1

Taller: Multiplicación
Actividad 1: Multiplicando los juguetes

6. El uno es el neutro multiplicativo

El número 1 cumple la siguiente propiedad con respecto a la multiplicación:

Si a es un número cualquiera, entonces $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$.

Esto es, al multiplicar un número por 1 se obtiene el mismo número.

Para interpretar esta propiedad, podemos pensar, por ejemplo, que 1 • 6 corresponde a la cantidad total objetos que hay en 1 grupo que contiene 6 objetos. Por otro lado, 6 • 1 puede corresponder a la cantidad total de objetos que hay en 6 grupos, cada uno con 1 solo objeto. En ambos casos hay 6 objetos. Observemos que si cambiamos el 6 por cualquier otro número, sucede lo mismo.

Además, es posible mostrar que el 1 es el único número que tiene esta particularidad.

Debido a esto, decimos que el 1 es el **neutro de la multiplicación** o **neutro multiplicativo**.

Notemos que esta propiedad es análoga a la que cumple el 0 con la suma:

$a + 0 = 0 + a = a$, para cualquier a.

Comentarios

Los problemas de arreglo y los problemas de combinación también son apropiados para visualizar que el 1 es el elemento neutro de la multiplicación.

Ubicación: Módulo 1

Taller: Multiplicación
Actividad 1: Multiplicando los juguetes

7. La multiplicación por cero

Si queremos saber cuánto es 5 • 0, podemos recurrir a la definición de multiplicación como suma reiterada y rápidamente encontraremos la respuesta:

$$5 \cdot 0 = 0 + 0 + 0 + 0 + 0$$
$$= 0$$

Ahora bien, si el 0 fuera el primer factor, la multiplicación 0 • 5 como suma reiterada pierde el sentido, pues ¿cómo se suma reiteradamente un número cero veces? Por otro lado, no es claro cómo interpretar una expresión del tipo 0 • 5:

- ¿es la cantidad total de elementos que hay en 0 cajas con 5 objetos cada una?
- ¿es la cantidad de elementos en un arreglo rectangular de 5 columnas y 0 filas?

Sin embargo, el no poder hablar de expresiones como 0 • 5 genera una sensación de "incompletitud" o "desequilibrio", por lo que es necesario asignarle un valor:

Si *n* es un número natural, <u>se define</u> que *0* • *n* es *0*.

Esta definición se sustenta en que las propiedades de la multiplicación se sigan cumpliendo:

- Propiedad conmutativa: Si n es distinto de 0, para mantener la conmutatividad no tenemos otra opción que imponer que $0 \cdot n = 0$, ya que $n \cdot 0 = 0$.

- Propiedad distributiva: Si queremos mantener la distributividad, entonces $0 \cdot n = (0 + 0) \cdot n = 0 \cdot n + 0 \cdot n$, y restando a ambos lados $0 \cdot n$, obtenemos que

$$0 \cdot n - 0 \cdot n = 0 \cdot n + 0 \cdot n - 0 \cdot n$$
$$0 = 0 \cdot n$$

Observemos que este razonamiento, a diferencia del anterior, también vale cuando n es 0, y así $0 \cdot 0 = 0$.

En conclusión, si 0 es un factor en una multiplicación, el producto es 0.

Comentarios

En matemática es relativamente común que operaciones definidas a partir de situaciones concretas, y que en principio se aplican a ciertos números, se extiendan más allá para poder aplicarse con mayor generalidad, aunque no sea claro cómo interpretarlas.

Ubicación: Módulo 1

Taller: Multiplicación
Actividad 1: Multiplicando los juguetes

8. La tabla pitagórica

Los productos obtenidos de multiplicar dos números pueden organizarse en un cuadro de doble entrada que se llama tabla pitagórica en honor a Pitágoras, a quien se le atribuye la invención de esta forma de ordenarlos. La tabla puede extenderse tanto como se quiera, pero comúnmente se utiliza la que contiene todos los productos de los números del 1 al 10:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

En ella, por ejemplo, la casilla que resulta de la intersección entre la fila del 3 y la columna del 4 contiene al producto 3 • 4, que es 12. Además, a cada fila se le suele nombrar como “la tabla” del número correspondiente, por ejemplo, la fila del 3 corresponde a la “tabla del 3”:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

→ **Tabla del 3**

Todos los números que están en cada fila de la tabla se llaman múltiplos del número que encabeza esa fila. Por ejemplo, todos los números que se obtienen al multiplicar el 2 por otro número natural se llaman múltiplos de 2; todos los números que están en la fila del 3 son múltiplos de 3, etc.

Comentarios

Es bueno que los/as niños/as estudien y aprendan las tablas de multiplicar porque el memorizarlas permite disponer de un conjunto de productos para realizar cálculos rápidamente, para resolver problemas con números simples y para realizar otros cálculos más complejos. Sin embargo, es importante que, previamente, los/as estudiantes puedan completar la tabla utilizando sus propias estrategias, ya que, entre otras cosas, estas ponen en juego propiedades de la multiplicación y de los números involucrados.

Ubicación: Módulo 1

Taller: Multiplicación
Actividad 2: Construyendo las tablas

9. Construcción de la tabla pitagórica

Para construir la tabla pitagórica se pueden utilizar diferentes estrategias, teniendo en cuenta que no existe un único orden para completarla.

Por ejemplo, se puede escribir primero la tabla del 1, que corresponde a los mismos números del encabezado de las columnas porque el 1 es el elemento neutro para la multiplicación. Luego se puede continuar de la siguiente manera:

- Se completa la tabla del 2 contando de 2 en 2 o pensando en los dobles de los respectivos números.
- Se completa la tabla del 3 contando de 3 en 3 o sumando respectivamente los múltiplos de 1 y de 2. Esta última estrategia se justifica por la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma.
- Se completa la tabla del 4 contando de 4 en 4, considerando respectivamente los dobles de los múltiplos de 2 o sumando los múltiplos de 1 y los múltiplos correspondientes del 3.
- Se completa la tabla del 10 reconociendo que multiplicar un número por 10 equivale a agregar un 0 al final del número. (Nota: esto se justifica en la ficha 26)
- Se completa la tabla del 5 a partir de la del 10: utilizando la propiedad asociativa se puede demostrar que un número por 5 es la mitad del producto entre ese número y 10.
- Se completan las tablas del 6 y del 8 considerando el doble de los múltiplos del 3 y del 4, respectivamente.
- Se completa la tabla del 7 sumando los múltiplos de 2 y los múltiplos correspondientes del 5.
- Se completa la tabla del 9 utilizando la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la resta: se restan respectivamente los múltiplos de 10 y de 1.

A su vez, la propiedad conmutativa de la multiplicación permite ir completando anticipadamente, a partir de los productos ya escritos, algunos números de otras filas. Por ejemplo, si ya se completaron las tablas del 1 y del 2, se pueden completar dos múltiplos de cada una de las filas restantes:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6								
4	4	8								
5	5	10								
6	6	12								
7	7	14								
8	8	16								
9	9	18								
10	10	20								

Comentarios

La construcción de las tablas posibilita su reconstrucción. Esto es, se puede reconstruir la tabla utilizando las propiedades y relaciones usadas en su construcción. Por ejemplo, puede ser que un/a niño/a no recuerde rápidamente cuánto es 8 • 7, pero quizá recuerde que cuando completaron la tabla pensaron en el doble del doble de 2 • 7 o que sumaron 2 • 8 y 5 • 8.

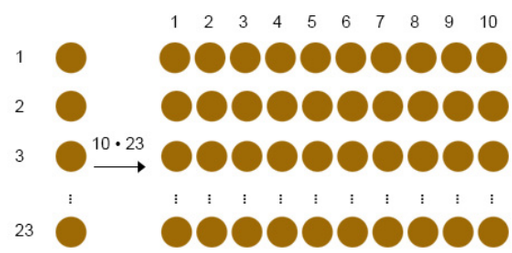
Ubicación: Módulo 1

Taller: Multiplicación
Actividad 2: Construyendo las tablas

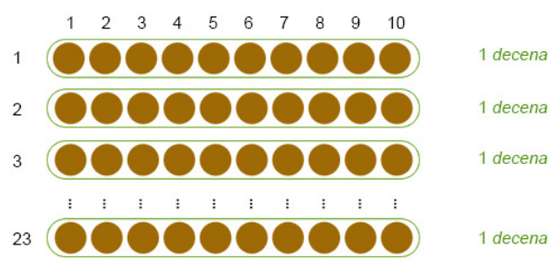
10. Al multiplicar por diez, solo se agrega un cero

Vamos a utilizar arreglos para visualizar por qué al multiplicar un número por 10 solo hay que agregar un 0 al final de ese número.

Tomemos como ejemplo 10 • 23 y consideremos en primer lugar un arreglo de 23 filas y 1 columna. Al multiplicar el número 23 por 10, el producto puede representarse en un arreglo de 23 filas y 10 columnas:



Si agrupamos de a 10 según nos indica la propia construcción del sistema decimal, podemos observar que 10 • 23 está formado por una cantidad entera de decenas:



Concretamente, 10 • 23 está formado por 23 decenas y ninguna unidad adicional. Según las características del sistema de numeración decimal, basado en agrupamientos de a 10, 23 decenas corresponden a 2 centenas, 3 decenas y 0 unidades:

C	D	U
2	3	0

Si en lugar del 23 utilizamos cualquier otro número natural *n*, el mismo procedimiento nos permitiría decir que 10 • *n* corresponde al número *n* seguido por un 0 en la posición de las unidades. Así, este ejemplo genérico justifica por qué al multiplicar un número por 10 solo hay que agregar un 0 al final de dicho número.

Comentarios

Nuevamente, el arreglo rectangular resultó útil y efectivo para validar una afirmación, en este caso relacionada con una estrategia de cálculo. Esto muestra una vez más la importancia que tiene trabajar con diferentes representaciones asociadas a un mismo concepto, ya que al hacer visibles algunas de sus características, posibilitan descubrir regularidades y propiedades.

Ubicación: Módulo 1

Taller: Multiplicación
Actividad 2: Construyendo las tablas

11. ¿Cómo se multiplican más de dos números?

Un hecho importante que se desprende de la asociatividad y la conmutatividad de la multiplicación es que cuando se deben multiplicar muchos factores, da lo mismo el orden en que se haga.

Por ejemplo, $((3 \cdot 5) \cdot 8) \cdot 4$ y $(3 \cdot 5) \cdot (4 \cdot 8)$ son iguales, ya que:

$$((3 \cdot 5) \cdot 8) \cdot 4 \underset{\text{Propiedad asociativa}}{=} (3 \cdot 5) \cdot (8 \cdot 4) \underset{\text{Propiedad conmutativa}}{=} (3 \cdot 5) \cdot (4 \cdot 8)$$

En otras palabras, el resultado no cambia cualquiera sea el orden en que multipliquemos los factores 3, 5, 8 y 4. Como este ejemplo sigue siendo válido para cualquier número que se utilice, podemos afirmar que se puede escribir el producto de varios factores sin usar los paréntesis y multiplicar en el orden que nos parezca más apropiado.

Comentarios

Para abordar esto con los/as niños/as, se puede poner en discusión cómo se resuelve la multiplicación de varios números en la que no hay paréntesis.

Ubicación: Módulo 1

Taller: Multiplicación
Actividad 3: La multiplicación de los ciruelos

12. Estrategias de cálculo para la multiplicación

Las estrategias para multiplicar se basan en propiedades de esta operación, tales como la conmutatividad, la asociatividad y la distributividad con respecto a la suma y la resta, así como en las características del sistema de numeración decimal y el uso de las tablas de multiplicar.

A continuación se ejemplifican algunas:

Estrategia	*Ejemplo*
Multiplicar por potencias de 2	*4 • 31 = 2 • 2 • 31 = 2 • 62 = 124*
Multiplicar por potencias de 10	*76 • 100 = 7.600*
Descomponer en potencias de 10	*7 • 600 = 7 • 6 • 100 = 42 • 100 = 4.200*
Componer potencias de 10	*36 • 250 = 9 • 4 • 250 = 9 • 1.000 = 9.000*
Agrupar factores convenientemente	*4 • 22 • 5 = 4 • 5 • 22 = 20 • 22 = 440*
Usar la distributividad con respecto a la suma	*48 • 101 = 48 • (100 + 1)* *= 48 • 100 + 48 • 1* *= 4.800 + 48* *= 4.848*
Usar la distributividad con respecto a la resta	*8 • 990 = 8 • (1.000 – 10)* *= 8 • 1.000 – 8 • 10* *= 8.000 – 80* *= 7.920*

El desarrollo de estrategias de cálculo mental contribuye a dar sentido a la operación y sus propiedades, además de ser una oportunidad para promover el aprendizaje de las tablas de multiplicar.

Comentarios

La conveniencia de una estrategia respecto a las otras depende de los números que se desea multiplicar, y por tanto debe ser analizada en cada caso. Por esta razón, al trabajar una estrategia específica es recomendable incluir ejemplos en los cuales no es conveniente usarla y, de esta forma, motivar a los/as estudiantes a cuestionar la pertinencia o no de ella y la búsqueda de estrategias alternativas.

Ubicación: Módulo 1

Taller: Multiplicación
Actividad 3: La multiplicación de los ciruelos

13. Doble distributividad

Al aplicar de manera consecutiva la propiedad distributiva al producto $(a + b) \cdot (c + d)$, se obtiene una extensión de esta propiedad que llamaremos **doble distributividad**:

1. Se distribuye con respecto a la suma $a + b$:

$$(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot (c + d) + b \cdot (c + d)$$

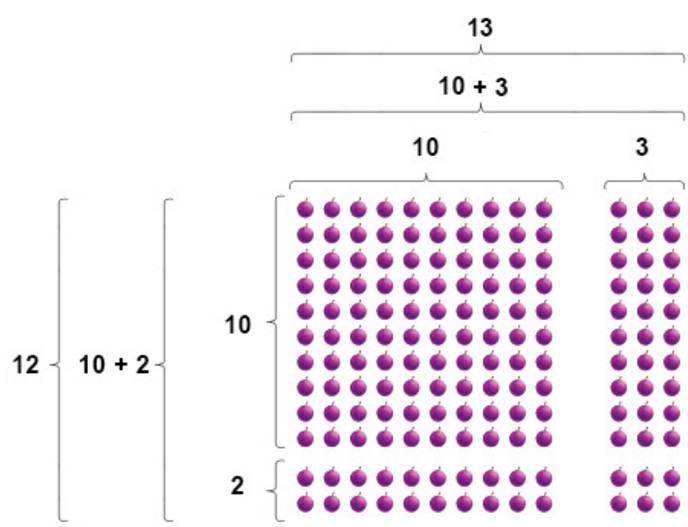
2. Luego, en cada uno de los productos obtenidos, se distribuye con respecto a la suma $c + d$:

$$a \cdot (c + d) + b \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$$

Así, dados los números a, b, c y d, se tiene que :

$$(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$$

Esta propiedad puede visualizarse con claridad mediante un arreglo rectangular. Por ejemplo, los elementos de un arreglo de 12 filas y 13 columnas pueden redistribuirse sucesivamente en otros arreglos sin que cambie la totalidad de elementos:



$$12 \cdot 13 = (10 + 2) \cdot (10 + 3) = 10 \cdot 10 + 10 \cdot 3 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 3$$

Comentarios

Esta propiedad ayuda a la comprensión del funcionamiento del algoritmo de la multiplicación por dos o más cifras.

Ubicación: Módulo 1

Taller: Multiplicación
Actividad 3: La multiplicación de los ciruelos

14. Otra estrategia de cálculo para números que terminan en cero

Si a y b son números naturales, entonces para multiplicar el número "a seguido de n ceros" por b, basta con multiplicar $a \cdot b$ y agregar n ceros:

$$a\,\underbrace{0\,0\,0\,0\,\ldots\,0\,0\,0\,0}_{n \text{ ceros}} \cdot b = c\,\underbrace{0\,0\,0\,\ldots\,0\,0\,0}_{n \text{ ceros}} \qquad \text{donde } c = a \cdot b$$

Esto se puede justificar utilizando la estrategia de multiplicar por 10 y algunas propiedades de la multiplicación:

$$a\,\underbrace{0\,0\,\ldots\,0}_{n \text{ ceros}} \cdot b = a \cdot \underbrace{10 \cdot 10\,\ldots \cdot 10}_{n \text{ veces}} \cdot b \overset{\text{Conmutatividad}}{=} a \cdot b \cdot \underbrace{10 \cdot 10\,\ldots \cdot 10}_{n \text{ veces}} \overset{\text{Asociatividad}}{=} \underbrace{(a \cdot b) \cdot \underbrace{10 \cdot 10\,\ldots \cdot 10}_{n \text{ veces}}}_{\text{Se multiplica } a \text{ por } b \text{ y se agregan } n \text{ ceros por cada uno de los 10.}}$$

Ejemplos:

5.000 • 7 = 35.000

2.300 • 2 = 4.600

250 • 4 = 1.000

Comentarios

Es necesario que los/as niños/as reconozcan las propiedades que sustentan las estrategias de cálculo que utilizan, dado que esto permite validarlas y que las propiedades cobren sentido.

Ubicación: Módulo 1

Taller: Multiplicación
Actividad 4: Calculando en la verdulería

15. Algoritmo usual de la multiplicación por una cifra

En el **algoritmo usual de la multiplicación por una cifra** se comienza a multiplicar por las unidades y se continúa por las decenas, centenas, etc., respectivamente. Veamos un ejemplo de cómo funciona:

$$\begin{array}{r} 374 \cdot 8 \\ \hline \end{array}$$

↓

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 3} \\ 374 \cdot 8 \\ \hline 2 \end{array}$$

8 por 4 es 32, se escribe el 2 y se reservan 3 decenas.

↓

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 5\ 3} \\ 374 \cdot 8 \\ \hline 92 \end{array}$$

8 por 7 es 56, más 3 de reserva es 59. Se escribe el 9 y se reservan 5 centenas.

↓

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 5\ 3} \\ 374 \cdot 8 \\ \hline 2992 \end{array}$$

8 por 3 es 24, más 5 de reserva es 29. Se escribe 29 y termina el proceso.

Se obtiene el producto 2.992.

El funcionamiento del algoritmo usual de la multiplicación se basa en las propiedades de esta operación y en las características del sistema de numeración decimal. A continuación presentamos una manera de poder identificar esto:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 5\ 3} \\ 374 \cdot 8 \\ \hline 2992 \end{array}$$

$374 \cdot 8 = (3\,C + 7\,D + 4\,U) \cdot 8$

Propiedad distributiva

$= 24\,C + 56\,D + 32\,U$

$= \underset{2\,UM\ \ 4\,C}{\overset{5\,C}{24\,C}} + \underset{3\,D}{\overset{6\,D}{56\,D}} + \underset{2\,U}{32\,U}$

Propiedad asociativa

$= 2\,UM + (4C + 5\,C) + (6\,D + 3\,D) + 2\,U$

$= 2\,UM + 9\,C + 9\,D + 2\,U$

$= 2.992$

Comentarios

Generalmente, las propiedades que justifican el funcionamiento de los algoritmos están implícitas. Es importante conocer por qué los algoritmos funcionan y qué propiedades los sustentan.

Ubicación: Módulo 1

Taller: Multiplicación
Actividad 4: Calculando en la verdulería

16. Algoritmo usual de la multiplicación por dos o más cifras

Si *a* y *b* son dos números naturales y *b* es un número de dos o más cifras, el algoritmo usual de la multiplicación permite obtener el producto *a* • *b* multiplicando *a* por cada una de las cifras de *b*. Se comienza con las unidades de *b*, luego con las decenas de *b* y así sucesivamente. Cada uno de los productos se escribe hacia abajo, y se corre un espacio *a* la izquierda del anterior. La suma de estos productos corresponde a *a* • *b*.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} \overbrace{1347}^{a} \cdot \overbrace{251}^{b} \\ \hline \end{array}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{array}{r} 1347 \cdot 251 \\ \hline 1347 \end{array}$$

Se multiplica *a* por las unidades de *b* y el producto se escribe debajo de *a*, haciendo coincidir sus unidades.

$$\downarrow$$

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,2\,3} \\ 1347 \cdot 251 \\ \hline 1347 \\ 6735 \end{array}$$

Se multiplica *a* por el dígito de las decenas de *b*, y el producto se escribe debajo del anterior, pero se deja un espacio en la posición de las unidades.

$$\downarrow$$

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 1347 \cdot 251 \\ \hline 1347 \\ 6735 \\ 2694 \end{array}$$

Se multiplica *a* por el dígito de las centenas de *b*, y el producto se escribe debajo del anterior, pero se deja un espacio en la posición de las las decenas.

$$\downarrow$$

$$\begin{array}{r} 1347 \cdot 251 \\ \hline 1347 \\ 6735 \\ +\ 2694 \\ \hline 338097 \end{array}$$

$$\downarrow$$

$$a \cdot b$$

Se suman los productos obtenidos.

Así como para justificar el algoritmo usual para la multiplicación por una cifra utilizamos la descomposición del factor que tiene más de una cifra, en la multiplicación por 2 o más cifras podemos utilizar la descomposición de ambos factores y aplicar la doble distributividad. Al multiplicar *a* por cada una de las cifras de *b*, se utiliza el algoritmo usual por una cifra, teniendo en cuenta que cada cifra no representa solamente unidades y por eso se va ubicando el segundo producto en la posición de las decenas, el tercero en la posición de las centenas y así sucesivamente:

UMCDU (2C + 5D + 1U)

$$\begin{array}{rl} 1347 \cdot 251 & \\ \hline 1347 & \longrightarrow 1347 \cdot 1U \\ 6735 & \longrightarrow 1347 \cdot 5D \\ +\ 2694 & \longrightarrow 1347 \cdot 2C \\ \hline 338097 & \end{array}$$

Comentarios

La pertinencia del uso de un algoritmo depende de la relación que existe entre los números con los que se trabaje. Por ejemplo, para ciertas multiplicaciones, tales como 36 • 250 o 99 • 18, puede ser más conveniente aplicar una estrategia de cálculo mental que el algoritmo usual de la multiplicación.

Ubicación: Módulo 1

Taller: Multiplicación
Actividad 4: Calculando en la verdulería