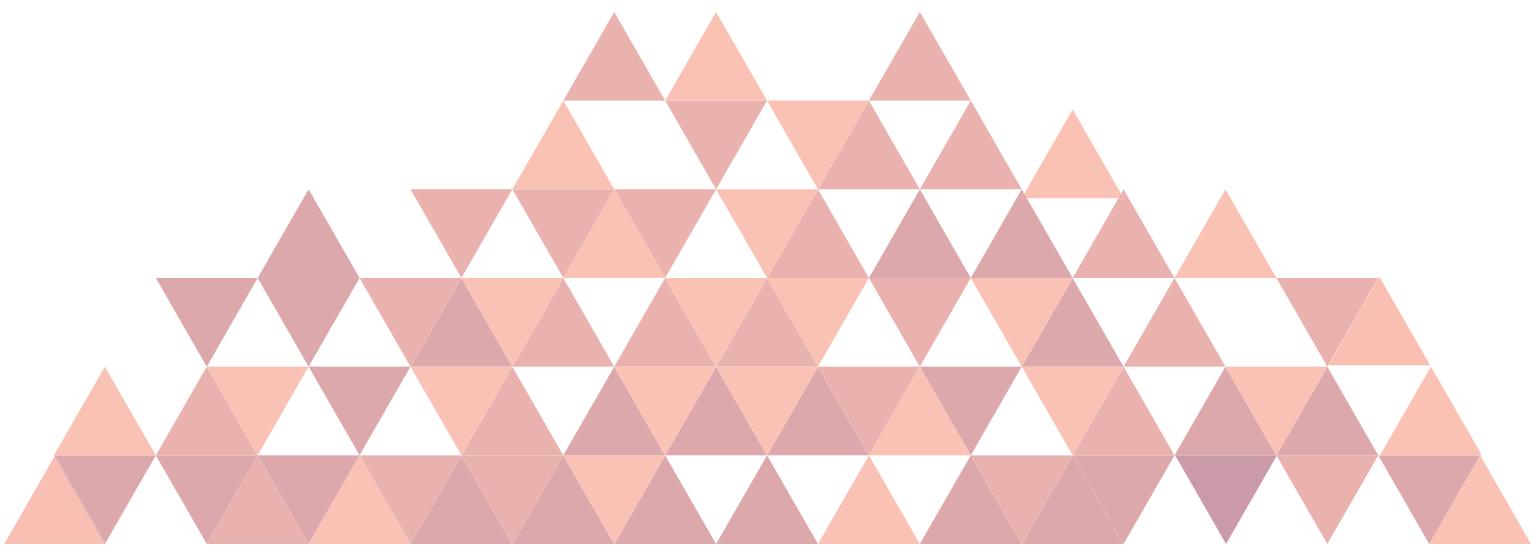


SUMA Y SIGUE MATEMÁTICA EN LÍNEA

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

FICHAS TALLER 4:
ALICIA EN EL PAÍS DE LAS PROBABILIDADES



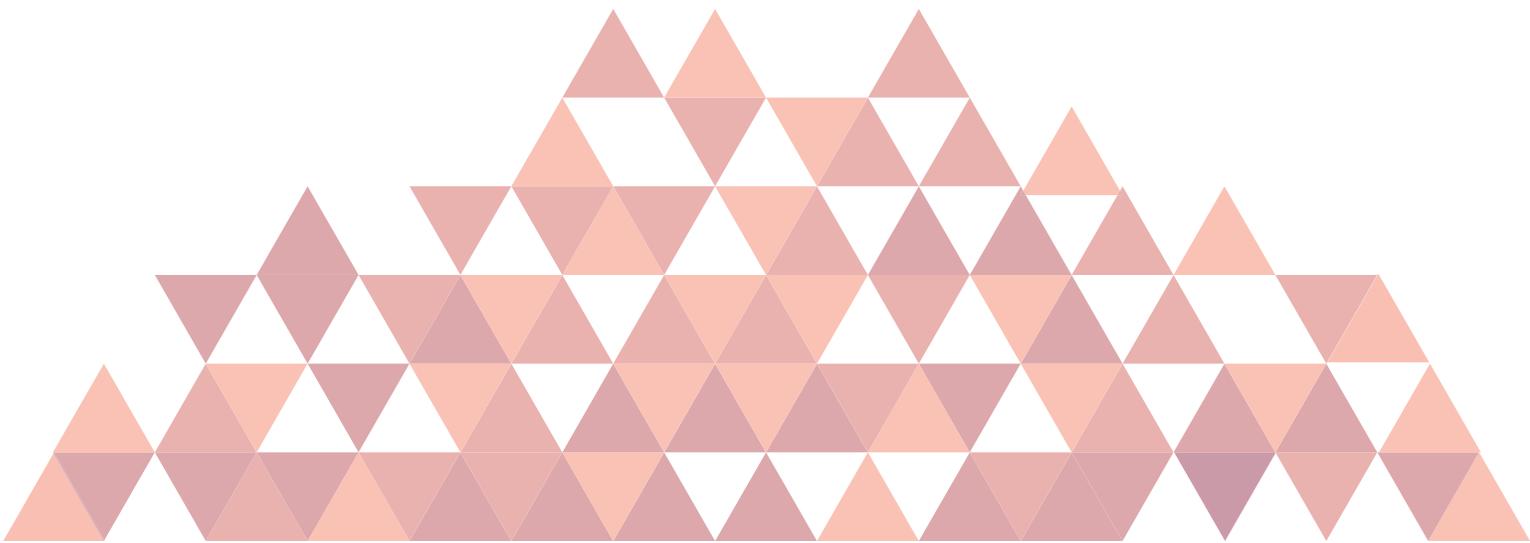
INTRODUCCIÓN

En este taller se utilizaron diversas situaciones que involucran incerteza, desde las que se estudiaron diferentes formas de representar el espacio muestral de un experimento. A partir de ello, se buscó evidenciar los casos favorables y posibles de una situación para poder encontrar la probabilidad asociada a un determinado evento.

Además, a partir de estas situaciones problemáticas, surgieron algunas propiedades que pueden ser útiles en el cálculo de la probabilidad.

Las fichas mostradas a continuación contemplan los siguientes contenidos:

- Técnicas de conteo: listas ordenadas, arreglos rectangulares y diagrama de árbol.
- Cálculo de la probabilidad de eventos a partir del diagrama de árbol.
- Complemento de un evento.
- Evento "A y B".
- Probabilidad del evento "A o B".



TALLER 4: ALICIA EN EL PAÍS DE LAS PROBABILIDADES



1. Técnicas de conteo: listas ordenadas

En ciertas ocasiones puede resultar difícil identificar todos los casos posibles de un experimento aleatorio. Esto se puede deber a:

- la falta de sistematización en el proceso de búsqueda.
- la dificultad para darse cuenta de que ciertos resultados son distintos.
- lo laborioso de hacer el listado cuando el número de casos es muy grande.

Esto lleva a la necesidad de explorar técnicas que faciliten la búsqueda, las que no solo ayudan a contar los casos posibles, sino que además permiten visualizarlos. Una de las técnicas más utilizadas son las **listas ordenadas**, en las que se fijan algunos resultados y se hacen variar otros de forma sistemática.

A continuación, se muestra una lista con todas las posibles asignaciones de tres llaves (roja, azul y verde) para tres cerraduras considerando que cada llave corresponde a una única cerradura.

Cerradura de arriba	Cerradura del medio	Cerradura de abajo

Notemos que en esta lista primero se fijó la llave roja para la cerradura de arriba y se variaron ordenadamente las llaves para la cerradura del medio y para la de abajo. Luego se hizo lo mismo fijando la llave verde y luego la azul en la cerradura de arriba.



Comentarios

La práctica habitual de construir listas ordenadas permite que los estudiantes asimilen distintas estrategias que podrán aplicar en nuevas situaciones, lo que eventualmente les facilitará el aprendizaje de técnicas de conteo que no requieren el listado explícito de todos los casos.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Alicia en el país de las probabilidades.
Actividad: El acertijo del gato.

TALLER 4: ALICIA EN EL PAÍS DE LAS PROBABILIDADES



2. Técnicas de conteo: arreglo rectangular

Una forma habitual de representar los resultados de un experimento aleatorio que puede modelarse en dos etapas es usar un **arreglo rectangular**. En él, las filas corresponden a los resultados posibles de una etapa, y las columnas representan a los de la otra etapa. En cada casilla del arreglo representamos el resultado del experimento correspondiente a esa fila y a esa columna.

Por ejemplo, consideremos el experimento aleatorio que consiste en observar el monto obtenido al sacar un billete y luego una moneda de una bolsa que contiene un billete de \$1.000, y otro de \$2.000 y tres monedas de valores \$50, \$100 y \$500. La siguiente imagen muestra el arreglo rectangular asociado a este experimento.



La cantidad de elementos en un arreglo rectangular corresponde al producto entre el número de filas por el de columnas. En el ejemplo, esta cantidad es $2 \cdot 3 = 6$.



Comentarios

- Los arreglos rectangulares se utilizan para experimentos cuyas etapas son independientes, es decir, aquellos en que los resultados de una etapa no afectan los resultados de la otra.
- Los arreglos rectangulares también aparecen habitualmente en problemas que involucran la multiplicación de números naturales. Ellos contribuyen a darle sentido a esta operación.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Alicia en el país de las probabilidades.
Actividad: El acertijo de Lilo y Lila.

TALLER 4: ALICIA EN EL PAÍS DE LAS PROBABILIDADES

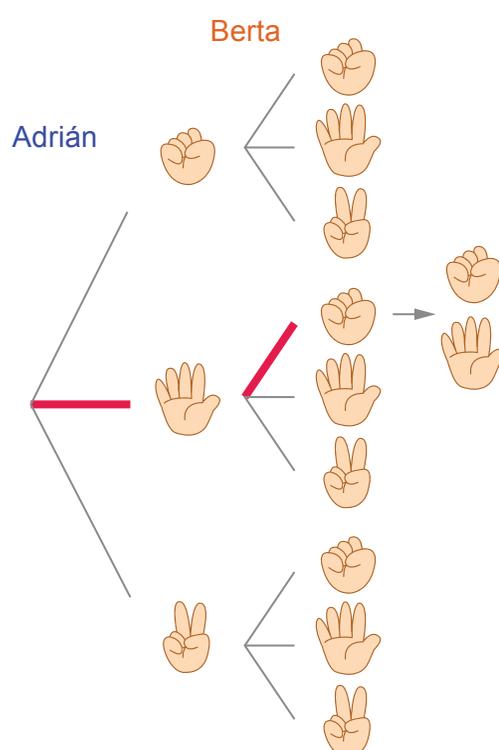


3. Técnicas de conteo: diagrama de árbol

Un **diagrama de árbol** es una representación gráfica que ayuda a listar todos los casos posibles de un experimento aleatorio que se puede pensar como compuesto por dos o más experimentos que se realizan en etapas.

Por ejemplo, consideremos que Adrián y Berta juegan al cachipún (también conocido como “piedra, papel o tijeras”). Si bien el juego es simultáneo, resulta útil considerar que se desarrolla en dos etapas: En una se registra la jugada de Adrián y en la otra la de Berta.

En un diagrama de árbol cada camino representa un posible resultado del experimento. Por ejemplo, el resultado en que Adrián juega “papel” y Berta elige “piedra” corresponde al camino marcado en rojo:



Comentarios

El diagrama de árbol no solo es útil para experimentos que se realicen en etapas, sino también para algunos que no lo son, pero que podrían ser pensados en etapas. Por ejemplo, el experimento “lanzar dos monedas simultáneamente y observar el lado visible de cada una de ellas” tiene el mismo espacio muestral que el experimento “lanzar una moneda dos veces de forma consecutiva y observar cada vez el lado visible de la moneda”, por lo que podría ser pensado en etapas y utilizar un diagrama de árbol para analizarlo.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Alicia en el país de las probabilidades.
Actividad: El acertijo de la oruga.

TALLER 4: ALICIA EN EL PAÍS DE LAS PROBABILIDADES

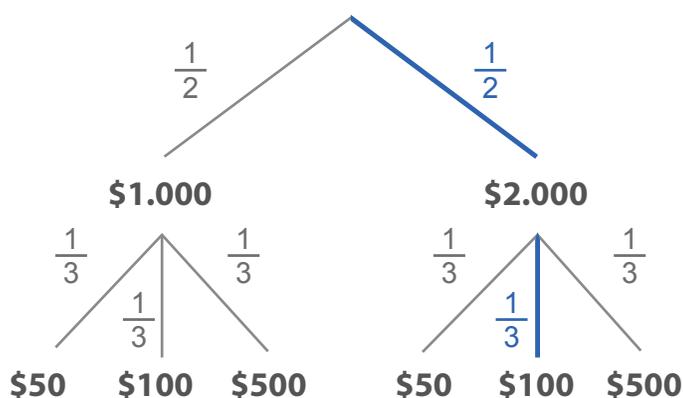


4. Probabilidad de un experimento aleatorio mediante el diagrama de árbol

Para calcular la probabilidad de los resultados de un experimento aleatorio que consta de varias etapas, puede resultar conveniente registrar la probabilidad asociada a cada una de las ramas de su diagrama de árbol.

La probabilidad de un cierto resultado se calcula multiplicando entre sí las probabilidades de las ramas que componen el camino asociado. Por ejemplo, consideremos el experimento aleatorio que consiste en observar el monto obtenido al sacar un billete y luego una moneda de una bolsa que contiene un billete de \$1.000, otro de \$2.000 y tres monedas de valores \$50, \$100 y \$500.

El resultado de obtener \$2.100 tiene probabilidad igual a $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$, que equivale a multiplicar las probabilidades de las dos ramas que conforman el camino correspondiente en el diagrama de árbol:



Notemos que la suma de las probabilidades de las ramas que tienen un mismo origen es igual a 1.



Comentarios

Muchas de las dificultades que enfrentan los estudiantes al trabajar con probabilidades pueden deberse a la falta de estrategias para representar y analizar los casos posibles de un experimento aleatorio.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Alicia en el país de las probabilidades.
Actividad: El acertijo de la oruga.

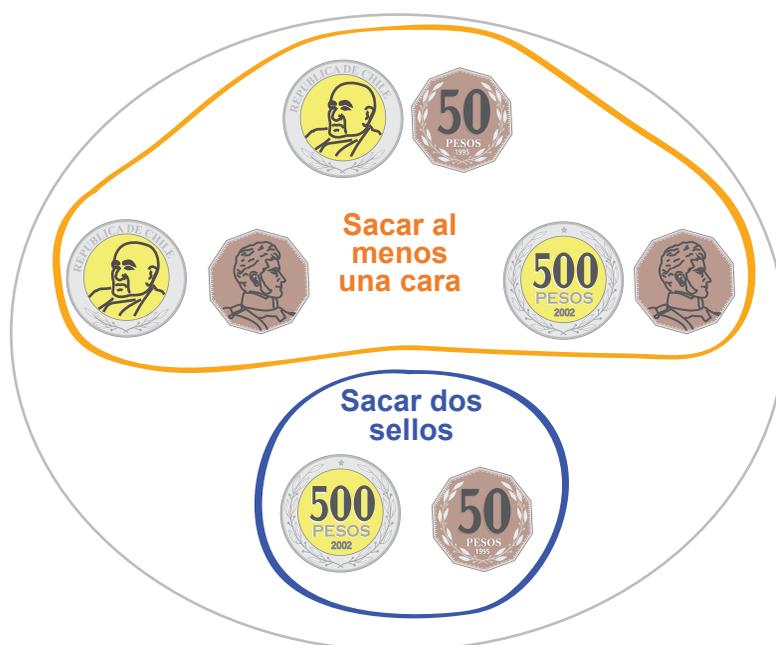
TALLER 4: ALICIA EN EL PAÍS DE LAS PROBABILIDADES



5. Complemento de un evento

Dado un evento A del espacio muestral, el **complemento de A** corresponde al evento formado por todos los elementos del espacio muestral que no pertenecen a A .

Una manera natural de interpretar el complemento de A es pensar que este ocurre exactamente cuando el evento A no ocurre. Por ejemplo, el complemento del evento “sacar dos sellos al lanzar dos monedas” ocurre cuando se obtienen una o dos caras al lanzar las monedas. Es decir, su complemento es el evento “sacar al menos una cara al lanzar dos monedas”.



Dado cualquier evento, siempre se tiene que la suma de su probabilidad más la de su complemento es igual a 1.

Esta propiedad se deduce al observar que un evento y su complemento no pueden ocurrir simultáneamente, y que al juntar los resultados de ambos, se obtiene todo el espacio muestral.



Comentarios

- El complemento del complemento de un evento es el mismo evento.
- Observemos que para encontrar el complemento de un evento, basta negar lo que se plantea en él. Si bien esto resulta útil, a veces escribir el complemento de esta forma no ayuda a identificar los casos que lo conforman, por lo que se suele re-escribir de una manera más explícita que ayude a comprender mejor el evento. En el ejemplo anterior, el complemento de “sacar dos sellos” es “no sacar dos sellos” o, de manera más explícita, “sacar al menos una cara”.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Alicia en el país de las probabilidades.
Actividad: El acertijo del sombrerero.

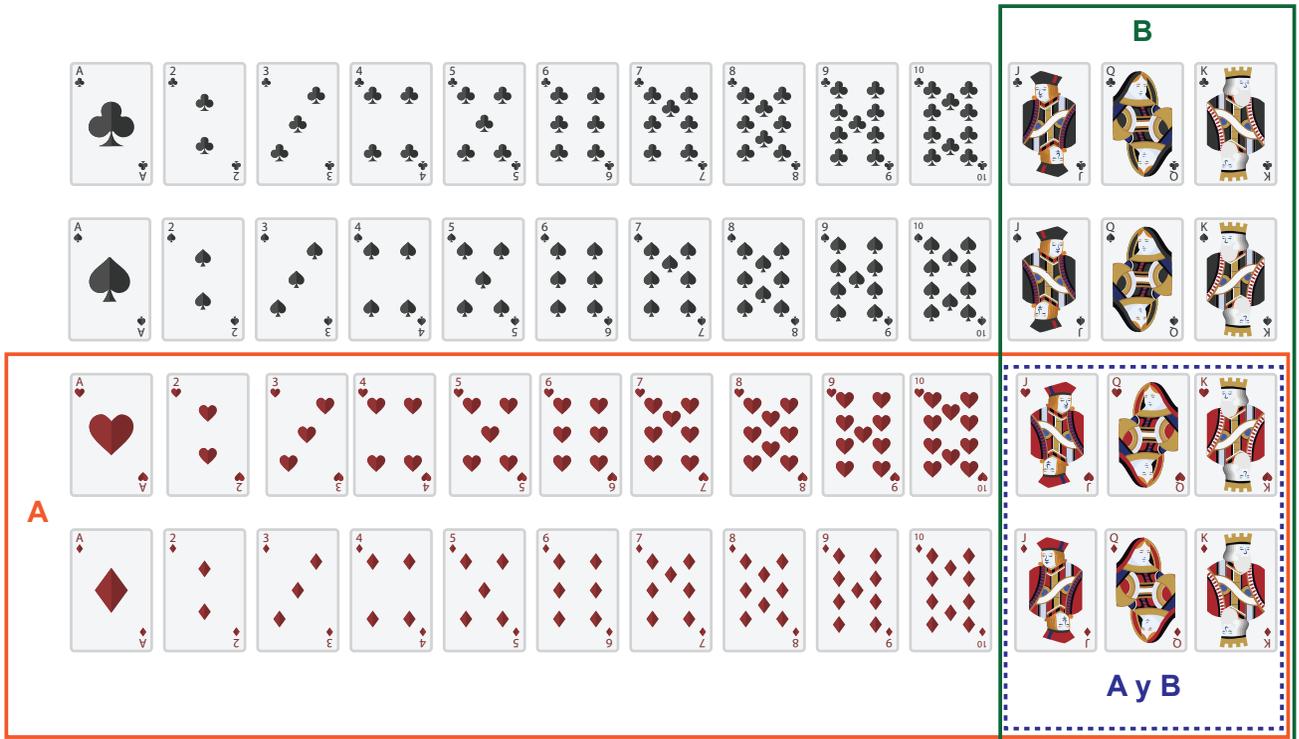
TALLER 4: ALICIA EN EL PAÍS DE LAS PROBABILIDADES



6. Evento “A y B”

Dados dos eventos A y B, decimos que ocurre el **evento “A y B”** cuando ocurre A y al mismo tiempo ocurre B.

Por ejemplo, consideremos el experimento de elegir al azar una carta de un naipes inglés, y definamos el evento A como “la carta es roja” y el evento B como “la carta es una figura”. El evento “A y B” indica que la carta es roja y es una figura a la vez.



Comentarios

Observemos que los elementos del espacio muestral que pertenecen al evento “A y B” pertenecen al evento A y, a su vez, al evento B.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Alicia en el país de las probabilidades.
Actividad: El acertijo de la reina.

TALLER 4: ALICIA EN EL PAÍS DE LAS PROBABILIDADES



7. Probabilidad del evento “A o B”

Para dos eventos A y B, que pueden ocurrir simultáneamente, se cumple la siguiente propiedad:

Probabilidad de “A o B” = probabilidad de A + probabilidad de B - probabilidad de “A y B”

La propiedad recién descrita se basa en contar los elementos de A, de B y luego descontar los elementos que son comunes a A y B.



Comentarios

Si bien la regla de Laplace se usa frecuentemente para calcular probabilidades, en ocasiones, propiedades como la enunciada en esta ficha podrían permitir un cálculo más directo.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Alicia en el país de las probabilidades.

Actividad: El acertijo de la reina.