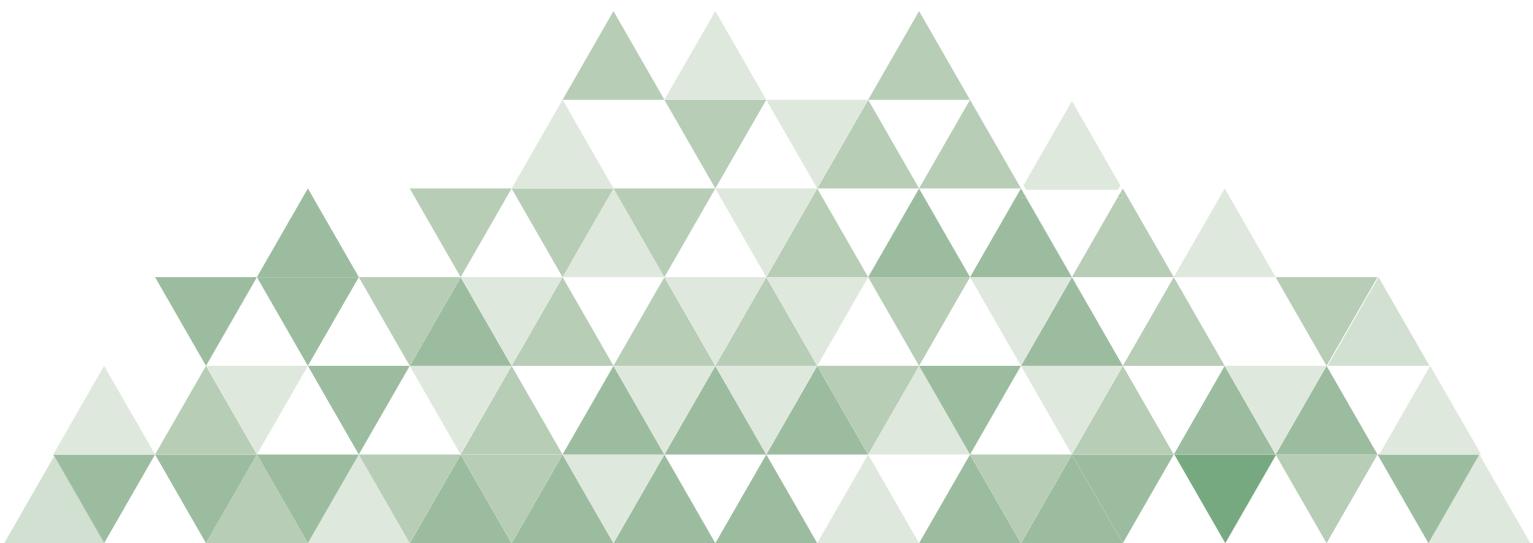


SUMA Y SIGUE MATEMÁTICA EN LÍNEA

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

FICHAS TALLER 3:
ENFOQUE CLÁSICO DE LA PROBABILIDAD

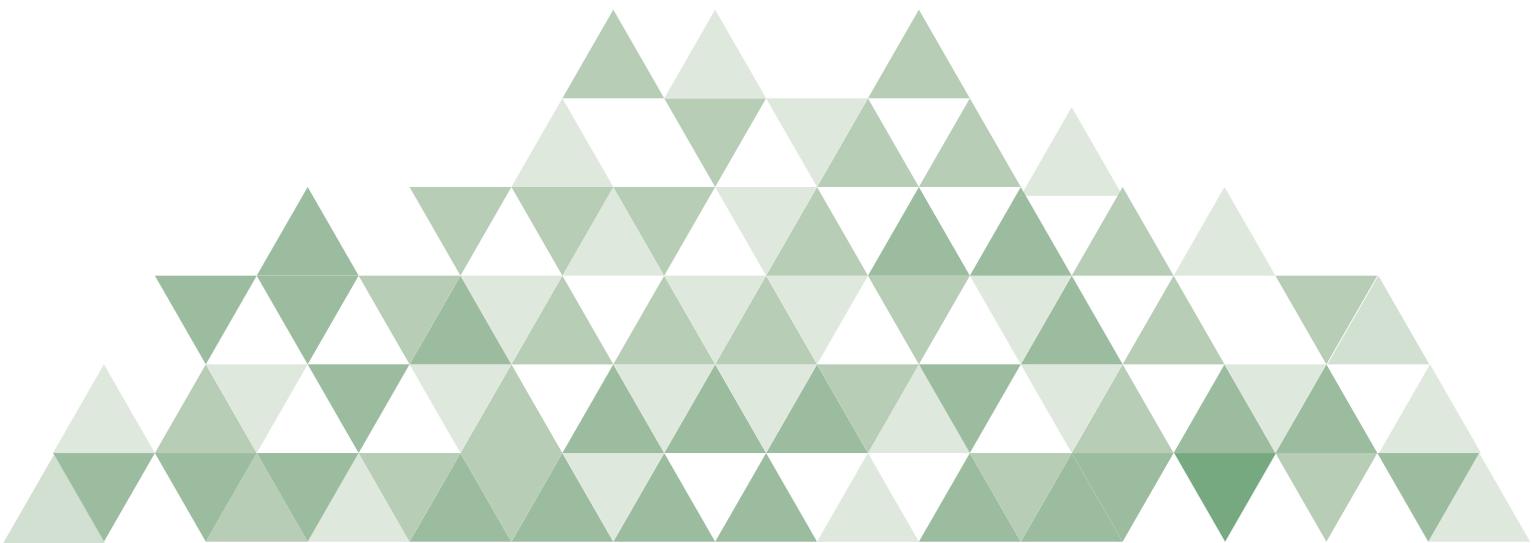


INTRODUCCIÓN

En este taller se trabajó el enfoque clásico de la probabilidad. Se comenzó estudiando los conceptos necesarios para utilizar la regla de Laplace y algunas propiedades básicas de la probabilidad. Luego se resolvió un problema, analizado anteriormente con el enfoque frecuentista, utilizando el enfoque clásico. Con este caso se mostró que el resultado de la probabilidad de un evento obtenido experimentalmente es un valor aproximado al valor teórico que se obtiene por medio de la regla de Laplace.

Los contenidos abordados en las fichas son los siguientes:

- Espacio muestral
- Evento o suceso
- Espacio muestral equiprobable
- Propiedades básicas de la probabilidad
- Regla de Laplace



TALLER 3: ENFOQUE CLÁSICO DE LA PROBABILIDAD



1. Espacio muestral

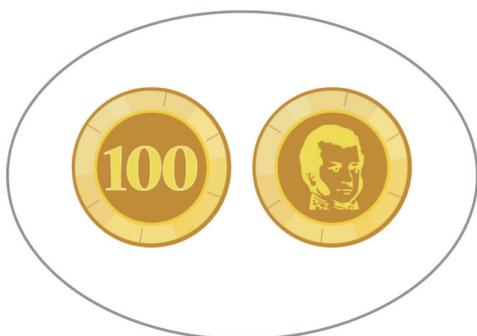
Un **espacio muestral** es un conjunto formado por todos los resultados posibles de un experimento aleatorio.

Ejemplos:

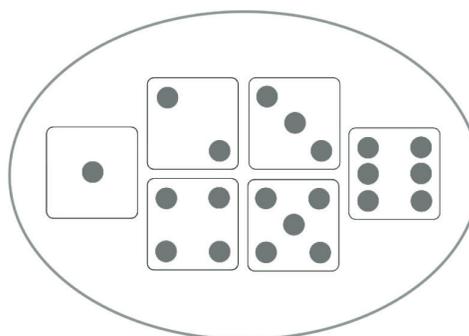
1. En el experimento de lanzar una moneda y registrar qué lado resulta, un espacio muestral es {cara, sello}.
2. En el experimento de lanzar un dado y registrar el valor de la cara superior, un espacio muestral es {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

Dado que el espacio muestral es un conjunto, es usual utilizar **diagramas de Venn** para representarlo, como se muestra a continuación:

Ejemplo 1



Ejemplo 2



Comentarios

Un mismo experimento aleatorio puede modelarse mediante distintos espacios muestrales.

Por ejemplo, para el experimento que consiste en observar el número de caras obtenidas al lanzar dos monedas, podemos considerar dos espacios muestrales:

- Un espacio muestral en el que no se distinguen las monedas, que es un conjunto de 3 resultados posibles.



dos caras



una cara y un sello



dos sellos

TALLER 3: ENFOQUE CLÁSICO DE LA PROBABILIDAD

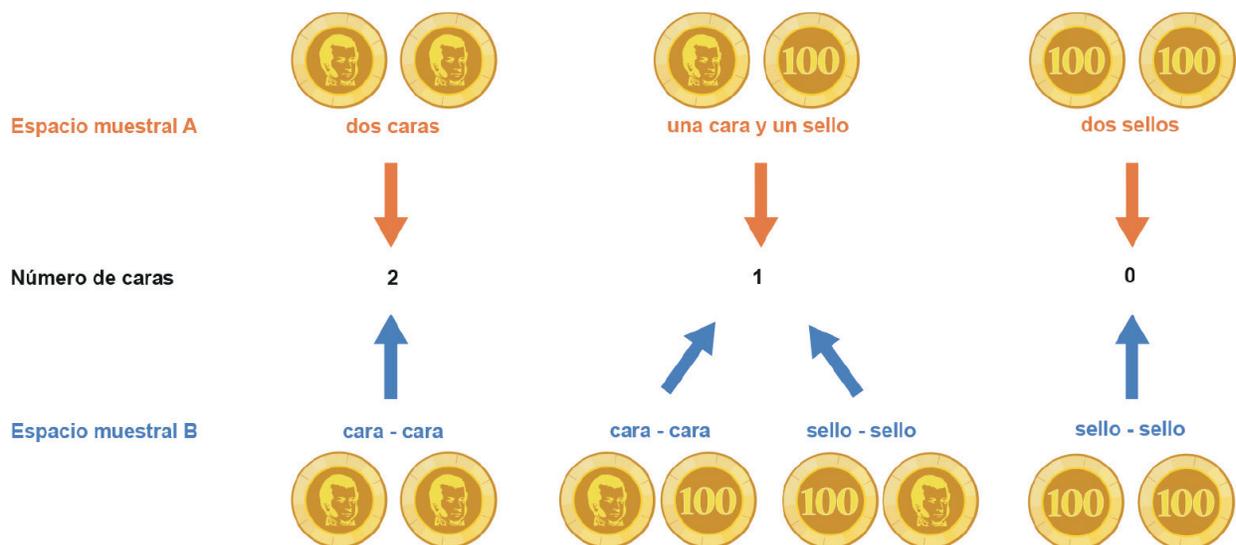


Comentarios

- Un espacio en el que sí se distingue una moneda de otra, que es un conjunto de 4 resultados posibles.



Notemos que el experimento consiste en el número de caras y efectivamente ambos espacios muestrales permiten determinarlo:



Ubicación

Taller: Enfoque clásico de la probabilidad.
Actividad: Jugando con las probabilidades.

TALLER 3: ENFOQUE CLÁSICO DE LA PROBABILIDAD



2. Evento o suceso

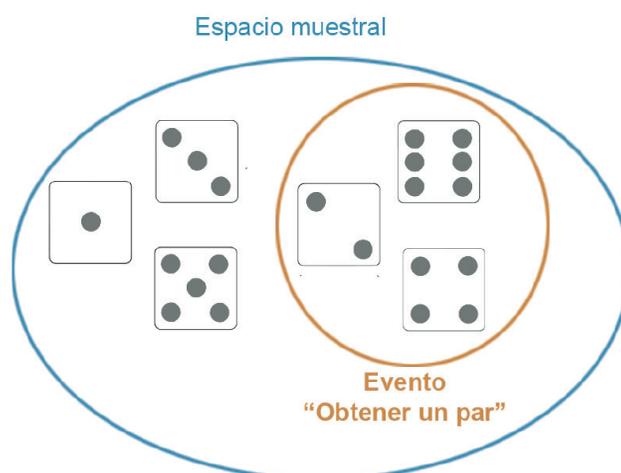
Dado un espacio muestral de un experimento aleatorio, un **evento** o **suceso** es cualquier subconjunto de ese espacio muestral. Dicho de otra forma, un evento es cualquier grupo de resultados posibles del experimento.

Ejemplos:

- En el experimento aleatorio que consiste en extraer dos bolitas de una bolsa que contiene dos bolitas rojas y una azul, el evento que consiste en que una de las bolitas es azul está formado por dos elementos del espacio muestral:



- En el experimento de lanzar un dado, el evento de obtener un número par en la cara superior del dado está formado por tres elementos del espacio muestral:



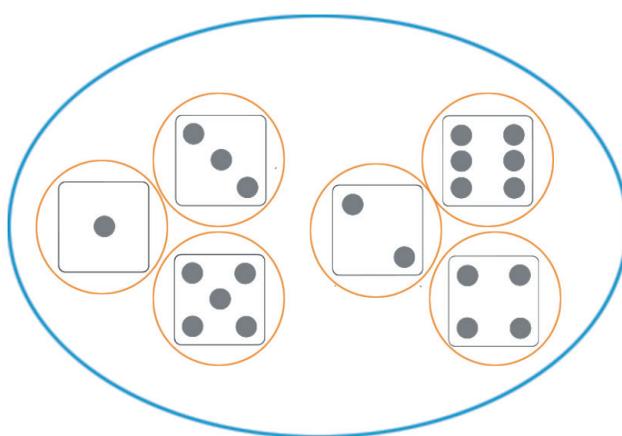
TALLER 3: ENFOQUE CLÁSICO DE LA PROBABILIDAD



Comentarios

- Todos los elementos de un espacio muestral pueden pertenecer a más de un evento de ese espacio. Por ejemplo en el experimento de lanzar un dado, los eventos: “obtener un número par” y “obtener un número mayor que 2” tienen dos elementos en común: el 4 y el 6.
- Llamamos **suceso elemental** a un evento compuesto por un solo elemento del espacio muestral. Por ejemplo, en el siguiente diagrama se muestran los 6 sucesos elementales del espacio muestral asociado a lanzar un dado y registrar el valor de la cara superior:

Espacio muestral



Ubicación

Taller: Enfoque clásico de la probabilidad.
 Actividad: Jugando con las probabilidades.

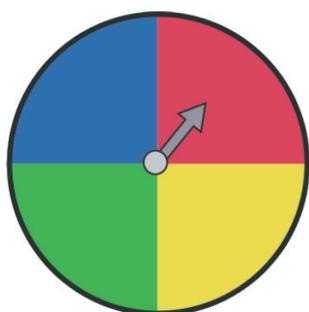
TALLER 3: ENFOQUE CLÁSICO DE LA PROBABILIDAD



3. Espacio muestral equiparable

Un **espacio muestral equiprobable** es aquel en el que todos sus elementos tienen la misma probabilidad de ocurrir. Es decir, dado un **espacio muestral equiprobable** con n sucesos elementales, cada uno de esos sucesos tiene probabilidad $\frac{1}{n}$.

Ejemplo: Al experimento de girar la ruleta que aparece a continuación y registrar el color que se obtiene se le puede asociar el espacio muestral {rojo, azul, verde, amarillo}, que es equiprobable y contiene 4 elementos. Así, se tienen las siguientes probabilidades:



$$P(\text{"obtener rojo"}) = \frac{1}{4}$$

$$P(\text{"obtener azul"}) = \frac{1}{4}$$

$$P(\text{"obtener verde"}) = \frac{1}{4}$$

$$P(\text{"obtener amarillo"}) = \frac{1}{4}$$



Comentarios

En algunos casos se puede modelar el espacio muestral para que sea equiprobable o no:

Por ejemplo, al seleccionar dos bolitas de una bolsa que contiene dos bolitas rojas y una azul, el espacio muestral $\{A-R_1, A-R_2, R_1-R_2\}$ es equiprobable. En este caso, la condición de equiprobabilidad se puede asumir debido a la simetría física de las bolitas, lo que permite concluir que no hay razón para que un par se repita más que los otros.

Pero si modelamos el mismo experimento a través del espacio muestral {las bolitas son rojas, una bolita es roja y la otra azul}, el análisis empírico de las frecuencias permite observar que el segundo elemento tiene más posibilidades de ocurrir que el primero. Por tanto, este espacio muestral **no es equiprobable**.



Ubicación

Taller: Enfoque clásico de la probabilidad.
Actividad: Jugando con las probabilidades.

TALLER 3: ENFOQUE CLÁSICO DE LA PROBABILIDAD



4. Propiedades básicas de la probabilidad

Las **propiedades básicas de la probabilidad** son:

- La probabilidad de un evento es un valor mayor o igual que 0 y menor o igual que 1.
- El espacio muestral tiene probabilidad 1.
- Si A y B son dos eventos que no pueden ocurrir simultáneamente, entonces:

$$\text{Probabilidad de A o B} = \text{Probabilidad de A} + \text{Probabilidad de B}$$

:



Comentarios

- Relacionar el espacio muestral con el evento seguro permite establecer la segunda propiedad mencionada anteriormente.
- La última propiedad se puede extender a cualquier colección de más de dos eventos que, de a pares, no pueden ocurrir simultáneamente.
- Estas propiedades coinciden con aquellas estudiadas en el taller anterior, ya que son propiedades inherentes a la noción de probabilidad, independientes del enfoque con el que esta noción se aborde.



Ubicación

Taller: Enfoque clásico de la probabilidad.
Actividad: Jugando con las probabilidades.

TALLER 3: ENFOQUE CLÁSICO DE LA PROBABILIDAD



5. Regla de Laplace

Los **casos favorables de un evento** corresponden a todos los elementos del espacio muestral que conforman ese evento.

Cuando se tiene un **espacio muestral equiprobable** con n elementos, la probabilidad de un evento que tiene asociado k casos favorables es igual a k veces $\frac{1}{n}$, es decir $\frac{k}{n}$.

Lo anterior se puede reescribir como:

$$\text{Probabilidad del evento} = \frac{\text{Número de casos favorables al evento}}{\text{Número de casos posibles}}$$

Este resultado se conoce como **regla de Laplace** y constituye una definición que se enmarca en el **enfoque clásico** de la probabilidad.



Comentarios

- Para usar la regla de Laplace en el cálculo de probabilidades, el espacio muestral debe ser equiprobable, por lo que, en ocasiones, para que el espacio estudiado sea equiprobable, se debe hacer una diferenciación entre los objetos que se utilizan en el experimento.
- Respecto al punto anterior, aunque un experimento aleatorio se puede modelar a través de distintos espacios muestrales, para efectos del cálculo de probabilidades un espacio equiprobable puede resultar más útil, ya que permite usar la regla de Laplace.
- Sin embargo, en ocasiones puede resultar complejo, o incluso imposible, definir un espacio muestral equiprobable para algunos experimentos aleatorios. Por ejemplo, en el experimento de lanzar chinchetas y registrar si caen de cabeza o de punta no es claro cómo definir un espacio muestral equiprobable. En algunos de estos casos es posible recurrir al enfoque frecuentista para estimar probabilidades.
- El resultado de la probabilidad de un evento obtenido experimentalmente es un valor aproximado al valor teórico conseguido por medio de la regla de Laplace.



Ubicación

Taller: Enfoque clásico de la probabilidad.

Actividad: Jugando con las probabilidades / Resolviendo el juego de los caballos.