SUMA Y SIGUE

MATEMÁTICA EN LÍNEA

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

FCFM
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

CMM
Centro de Modelamiento Matemático

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

FICHAS TALLER 4:
UBICACIÓN DE FRACCIONES EN LA RECTA NUMÉRICA

INTRODUCCIÓN

En este taller se abordaron distintas situaciones que pudieron ser modeladas a través de la recta numérica. Se trabajaron las maneras en que se puede interpretar un número en la recta numérica y los distintos métodos para ubicarlas en ella. A través de la recta numérica se definieron las fracciones iguales y se justificaron los procedimientos de amplificación y simplificación de fracciones.

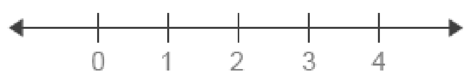
Los temas abordados en las fichas son los siguientes:

- Interpretación de un número en la recta numérica
- Ubicación de fracciones en la recta numérica
- Representar situaciones usando la recta numérica
- Fracciones iguales
- Amplificación y simplificación de fracciones

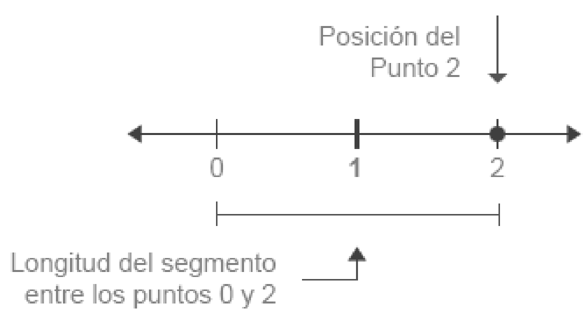
TALLER 4: UBICACIÓN DE FRACCIONES EN LA RECTA NUMÉRICA

1. Diagramas de barra

La **recta numérica** es una recta *graduada* en la cual se distinguen dos puntos, el 0 y el 1. La longitud del segmento comprendido entre esos dos puntos es el patrón de medida o **unidad** que permite graduar la recta. Típicamente la recta númerica se dibuja de manera horizontal, con el 1 a la derecha del 0:



Un número puede ser interpretado de dos posibles maneras en la recta numérica: como un **punto** (una posición) o como la **longitud** del segmento que une al 0 con el punto.

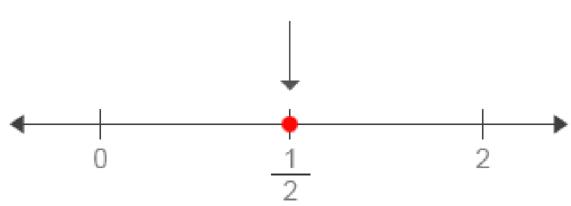


Comentarios

Dependiendo del contexto, a veces resulta más natural entender el número como un punto (posición) en la recta numérica y otras veces como una longitud. Por ejemplo:

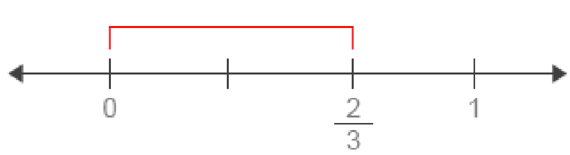
Felipe se encuentra a mitad de camino entre su casa y la escuela.

Posición de Felipe en el camino de la casa a la escuela



Magdalena recorrió dos tercios del camino de la casa a la escuela.

Distancia recorrida por Magdalena



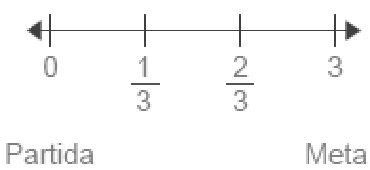
Ubicación: Módulo 1

Taller: Ubicación de fracciones en la recta numérica
Actividad: Partes del entrenamiento

2. Representar situaciones usando la recta numérica

La recta numérica permite modelar muchas situaciones y a la vez pueden existir varias rectas numéricas que representan una misma situación. Estas rectas se diferencian entre sí por el patrón de medida o unidad que se está considerando.

Por ejemplo, una carrera en que se deben dar 3 vueltas a una pista para llegar a la meta, puede ser representada de las siguientes maneras:

	Al tomar como unidad (longitud del segmento entre 0 y 1) la distancia recorrida en una vuelta a la pista. Esto permite interpretar que el 3 representa la distancia total recorrida en la carrera.
	En donde la unidad, el segmento entre 0 y 1, representa la distancia total recorrida en la carrera . Esto permite interpretar que $\frac{1}{3}$ representa la distancia recorrida en una vuelta a la pista.

La unidad de referencia de una recta numérica se elige de acuerdo al contexto de la situación, y existen distintas maneras de seleccionarla. Una vez escogida la unidad, hay que mantener la coherencia y usarla como referencia al momento de interpretar los resultados.

Comentarios

En ocasiones la representación en la recta numérica puede ser esquemática, de manera que dos segmentos que sabemos que tienen igual longitud pareciera que tuviesen longitudes diferentes en su representación. En estos casos, para evitar confusión, es conveniente indicar en la recta qué número corresponde a cada punto.

La representación en la recta numérica es importante porque permite entender que las fracciones son números, que amplían el ámbito numérico de los números naturales.

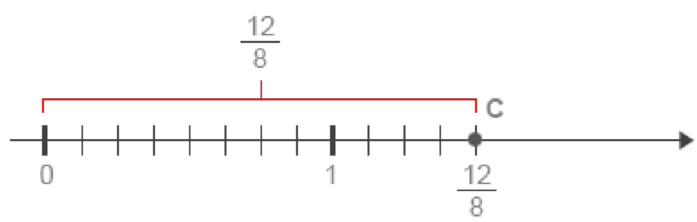
Ubicación: Módulo 1

Taller: Ubicación de fracciones en la recta numérica
Actividad: Partes del entrenamiento

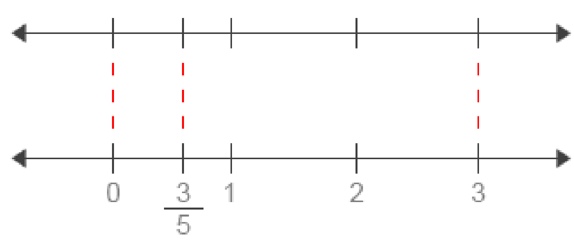
3. Ubicación de fracciones en la recta numérica

Para ubicar una fracción $\frac{a}{b}$ en la recta numérica existen varios procedimientos. Algunos de ellos son:

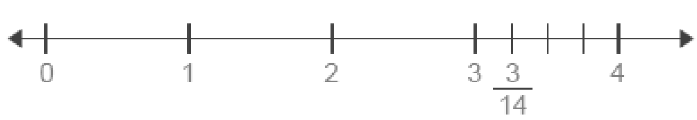
1. Dividir cada unidad en tantas partes iguales como indica el denominador ***b*** y tomar tantos segmentos como indica el numerador ***a***. La fracción se ubica en el extremo derecho del último segmento considerado. El siguiente ejemplo ilustra la manera de ubicar $\frac{12}{8}$ usando este procedimiento:



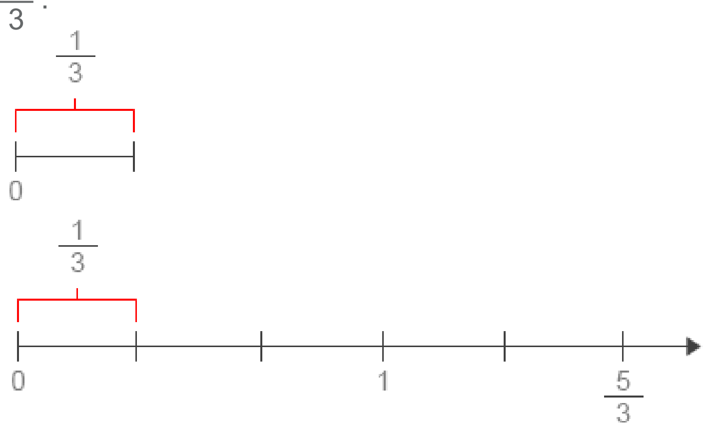
2. Ubicar el número entero a en la recta y dividir el segmento entre 0 y ***a*** en ***b*** partes iguales. La fracción se ubica en el extremo derecho del primero de esos segmentos. En el siguiente ejemplo se muestra como aplicar este procedimiento para ubicar la fracción :



3. Se escribe la fracción como número mixto, cuando corresponda, y primero se considera la parte entera, que nos indica los dos números enteros entre los cuales se ubica la fracción. Luego, se utiliza cualquier procedimiento para ubicar fracciones propias para incorporar la parte fraccionaria. El siguiente ejemplo muestra la manera de ubicar $\frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}$ en la recta numérica:



Los procedimientos descritos requieren de la capacidad de dividir un segmento en partes iguales, lo que no siempre resulta obvio de hacer. Una manera de salvar esta dificultad es elegir una unidad conveniente. Por ejemplo, para ubicar la fracción $\frac{5}{3}$ en la recta numérica podemos dibujar un segmento al que asignamos arbitrariamente la medida $\frac{1}{3}$, que luego iteramos 5 veces en la recta para obtener la fracción $\frac{5}{3}$.



Comentarios

Cuando se quiere ubicar en la recta numérica una fracción impropia en que el numerador es mucho más grande que el denominador, es recomendable transformar la fracción a número mixto, para dividir solo la unidad en la que queda ubicada la fracción.

Existen varias maneras de ubicar distintas fracciones en una misma recta numérica. Una se basa en dividir simultáneamente la unidad en el número de partes que indican los denominadores, ubicando cada una de las fracciones de forma independiente. Otra se basa en escribir las fracciones con igual denominador y ubicar todas las fracciones usando la misma división de la unidades en el número de partes que indica el denominador común.

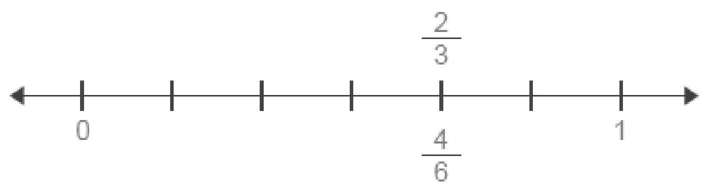
Ubicación: Módulo 1

Taller: Ubicación de fracciones en la recta numérica
Actividad: Partes del entrenamiento - Ubicando números en la recta numérica

4. Fracciones iguales

Todas las fracciones que se ubican en el mismo punto de la recta numérica corresponden al mismo número y por tanto son fracciones *iguales*.

En el ejemplo se observa que al ubicar en la recta numérica las fracciones $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{6}$ coinciden en el mismo punto, es decir son el mismo número, por tanto $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$.



Una manera de comprobar si dos fracciones son iguales es amplificarlas para que tengan el mismo denominador y verificar si los numeradores son iguales. De forma general, esto se puede hacer amplificando la primera fracción por el denominador de la segunda y, a su vez, amplificando la segunda fracción por el denominador de la primera.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ si y solo si } \frac{a \cdot d}{b \cdot d} = \frac{c \cdot b}{d \cdot b}$$

Dado que las fracciones tienen el mismo denominador, para que sean iguales sus numeradores también deben serlo, es decir:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ si y solo si } a \cdot d = c \cdot b$$

Por ejemplo, $\frac{6}{10} = \frac{9}{15}$ ya que $6 \cdot 15 = 9 \cdot 10$.

Comentarios

Algunas fuentes bibliográficas utilizan la expresión fracciones equivalentes en lugar de fracciones iguales para referirse a fracciones que, escritas de distinta manera, representan al mismo número. De cualquier forma que se diga, lo relevante es tener claro que se trata de fracciones iguales.

Ubicación: Módulo 1

Taller: Ubicación de fracciones en la recta numérica
Actividad: Entrenando con vallas

5. Amplificación y simplificación de fracciones

Se dice que **amplificamos** una fracción si multiplicamos su numerador y denominador por un mismo número natural. Por ejemplo, al amplificar la fracción $\frac{2}{3}$ por 2 se obtiene:

$$\frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6}$$

Se dice que **simplificamos** una fracción si dividimos su numerador y denominador por un mismo número natural. Este divisor debe ser un factor común del numerador y del denominador. Por ejemplo, al simplificar la fracción $\frac{4}{6}$ por 2 se obtiene:

$$\frac{4 : 2}{6 : 2} = \frac{2}{3}$$

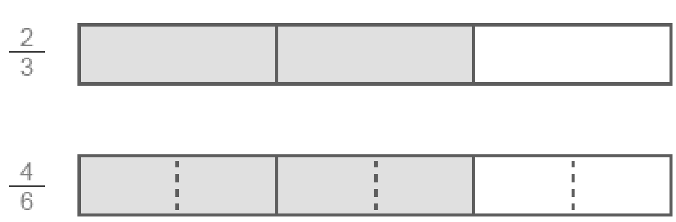
Tanto la fracción amplificada como la simplificada son iguales a la fracción original.

Una fracción se puede amplificar tantas veces como se quiera, mientras que solo se puede simplificar una cantidad finita de veces. En este último caso, cuando el numerador y el denominador son números primos entre sí, es decir, su único divisor común es 1, se dice que la fracción que se obtiene es **irreducible**.

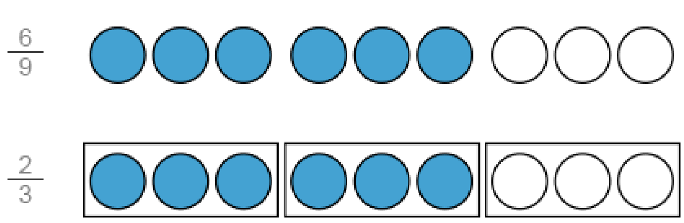
Comentarios

Los procesos de amplificar y simplificar se pueden interpretar de la siguiente forma:

- Amplificar la fracción $\frac{a}{b}$ por n corresponde a dividir cada una de las b partes en n partes iguales. Por ejemplo, amplificar $\frac{2}{3}$ por 2 implica dividir cada una de las tres partes en que está dividida la unidad en 2 partes iguales:



- Simplificar la fracción $\frac{a}{b}$ por n corresponde a agrupar las b partes en grupos de n partes cada uno. Por ejemplo, simplificar $\frac{6}{9}$ por 3 implica agrupar las 9 partes u objetos que componen la unidad en grupos de 3 elementos:



Simplificar es el procedimiento inverso a amplificar, esto es, si una fracción se amplifica por un número y después se simplifica por el mismo número, se obtiene la fracción original.

Dadas dos fracciones iguales, no siempre es posible obtener una de ellas amplificando o simplificando la otra.

Ubicación: Módulo 1

Taller: Ubicación de fracciones en la recta numérica
Actividad: Igualando fracciones.