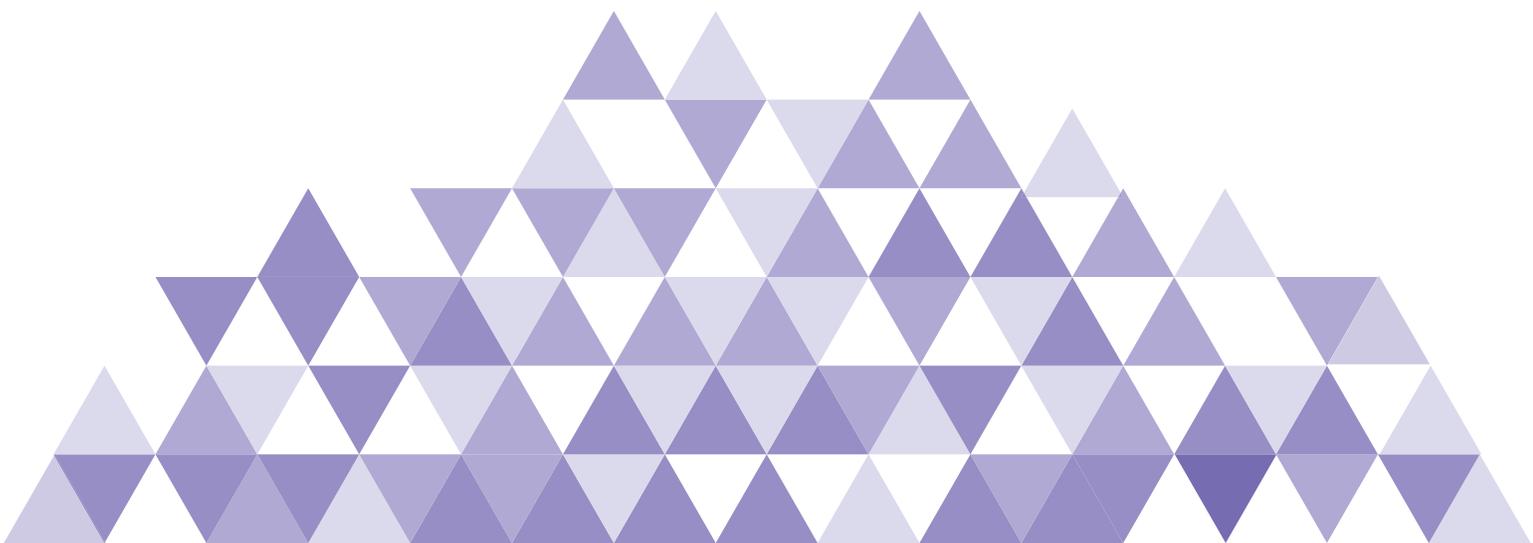


SUMA Y SIGUE MATEMÁTICA EN LÍNEA

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

FICHAS TALLER 2:
MODELOS DE REPRESENTACIÓN

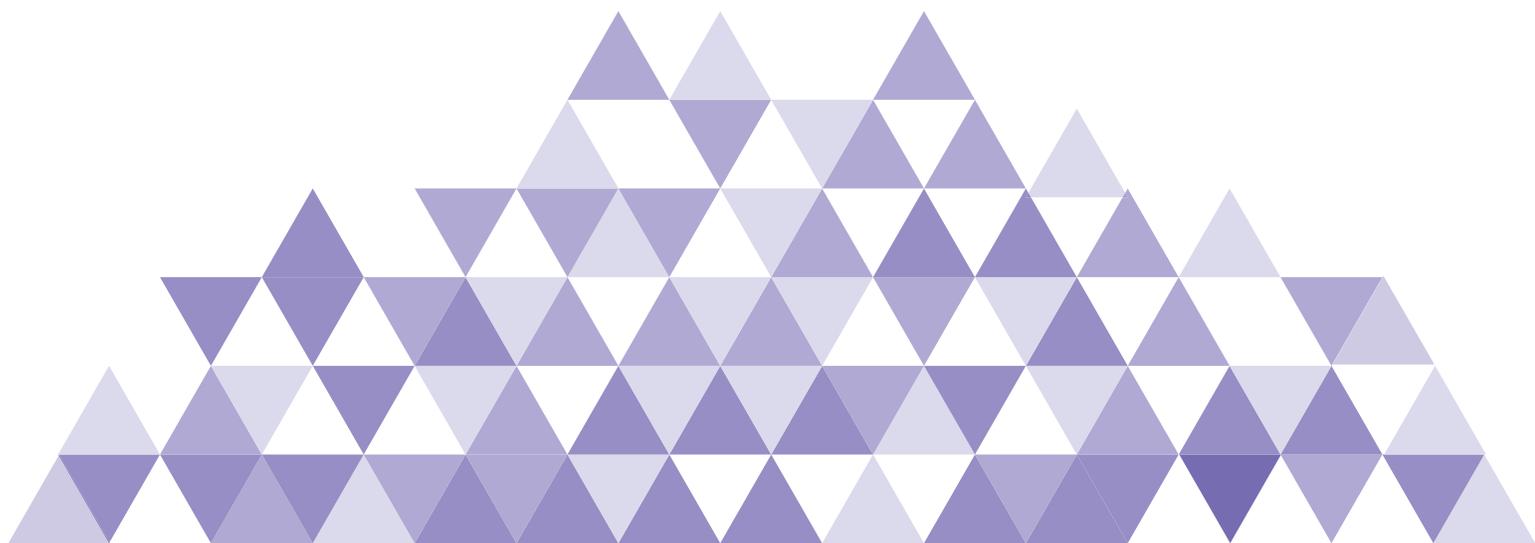


INTRODUCCIÓN

A través de diferentes situaciones y con el apoyo de herramientas interactivas este taller se propuso estudiar los tres modelos más usados para representar fracciones: el de conjuntos, el de área y el lineal. Analizamos las características de cada modelo, su uso en ciertos contextos y algunas de sus ventajas y limitaciones.

Los temas abordados en las fichas son los siguientes:

- Modelo de representación de fracciones
- Modelo de conjuntos
- Fracciones como medida y cantidades conmensurables
- Modelo lineal
- Comparación de cantidades a través de fracciones
- Modelo de área
- Representaciones de fracciones y la unidad de referencia



TALLER 2: MODELOS DE REPRESENTACIÓN



1. Modelos de representación de fracciones

Aunque siempre es posible utilizar distintas representaciones de fracciones abstrayéndose del contexto en que aparecen, es importante considerar que las representaciones se construyen para fines específicos de resolución de problemas, por lo que es natural que los estudiantes privilegien las que modelan de mejor manera la situación y mantengan cierta relación con el contexto.

Para ello, se busca que la representación preserve ciertas características de la situación, tales como la naturaleza discreta o continua de los objetos involucrados o algunos de sus atributos medibles (área, longitud). Estas consideraciones dan forma a distintos **modelos de representación de fracciones**.

A continuación se exponen ejemplos de los 3 modelos de representación de fracciones más usados, que son los que se estudiaron en este taller:

Situación	Representación	Modelo
Me queda $\frac{3}{8}$ del chocolate que me regalaron para mi cumpleaños.		Modelo de área
Sergio recorrió $\frac{3}{8}$ de la pista de carrera.		Modelo lineal
$\frac{3}{8}$ de los dulces que compré son de frutilla		Modelo de conjunto



Comentarios

Es importante tener en cuenta que los modelos de representación son instrumentos para comunicar, pensar y resolver problemas que involucran fracciones, que no deben ser impuestos ni enseñados como un fin en sí mismo, sino que deben surgir de la necesidad de los estudiantes de razonar, expresar y modelar las situaciones que se les presentan.

Contar con una diversidad de modelos de representación contribuye a una comprensión más amplia del concepto de fracción, a la vez que permiten dar sentido a las operaciones y resolver problemas que involucran fracciones.



Ubicación: Módulo 1

Taller: Modelos de representación
Actividad 1: Fracciones caramelizadas

TALLER 2: MODELOS DE REPRESENTACIÓN



2. Modelo de conjuntos

Es un modelo de representación de fracciones que se caracteriza por distinguir, de los elementos de un conjunto, los que corresponden a la fracción que se desea representar. Por ejemplo, una manera de representar la fracción $\frac{2}{5}$ a través del modelo de conjunto es dibujar 5 fichas, de las cuales se distinguen 2 de color negro.



Una característica esencial al utilizar el modelo de conjunto para representar una fracción es considerar sus elementos como **indivisibles**, es decir, que no se pueden dividir en partes más pequeñas.



Comentarios

En el modelo de conjunto es posible representar fracciones agrupando sus elementos en subconjuntos con igual número de elementos. Por ejemplo, en un conjunto con 6 elementos es posible representar la fracción $\frac{1}{2}$ formando 2 grupos de 3 elementos cada uno y considerando 1 de esos grupos:



Dado que en el modelo de conjuntos se considerara a los elementos como indivisibles, este modelo no resulta útil para representar cualquier fracción. Por ejemplo, resulta imposible representar la fracción $\frac{1}{4}$ a partir de una representación de conjuntos de 10 elementos.



Ubicación: Módulo 1

Taller: Modelos de representación
Actividad 1: Fracciones caramelizadas
Actividad 2: Ahorremos con las fracciones

TALLER 2: MODELOS DE REPRESENTACIÓN



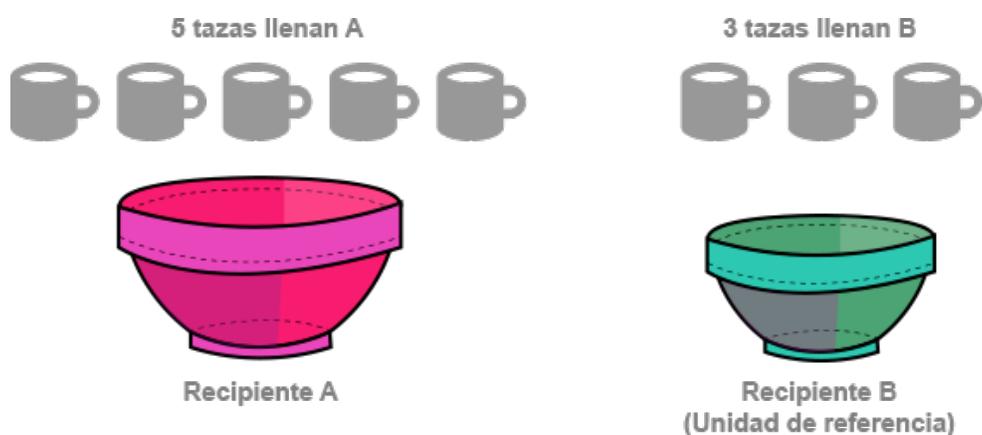
3. Fracciones como medida y cantidades conmensurables

En contextos de medición, las fracciones aparecen cuando se desea expresar la medida de una cantidad usando una unidad de referencia que no está contenida un número entero de veces en ella.

Para determinar la fracción que representa la cantidad C respecto de una unidad de medida u , se requiere un **patrón de medida común**, tal que si este está contenido exactamente m veces en C y n veces en u , entonces la fracción que representa la cantidad C respecto de la unidad u está expresada por $\frac{m}{n}$.

Ejemplo:

Supongamos que deseamos determinar la fracción que representa la capacidad de un recipiente A respecto de otro recipiente B y para ello utilizamos una taza que permite medir la capacidad de ambos recipientes como se indica en la siguiente imagen:



Usando la capacidad de la taza como patrón de medida obtenemos que:

$$\begin{aligned} (\text{capacidad de A}) &= 5 \cdot (\text{capacidad de la taza}) \\ (\text{capacidad de B}) &= 3 \cdot (\text{capacidad de la taza}) \end{aligned}$$

Luego, la capacidad del recipiente A es $\frac{5}{3}$ de la capacidad del recipiente B (unidad de referencia).

Cuando dos cantidades tienen un patrón de medida común se dice que son **conmensurables**. En el ejemplo anterior, las capacidades de los recipientes A y B corresponden a cantidades conmensurables.



Comentarios

Es importante que los profesores comprendan y manejen el concepto de conmensurabilidad ya que se conecta con el estudio de los números racionales. Sin embargo, su definición no necesariamente debe ser trabajada en el aula en estos niveles.



Ubicación: Módulo 1

Taller: Modelos de representación
Actividad 3: Midiendo con barras

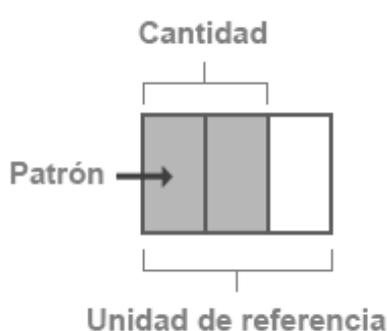
TALLER 2: MODELOS DE REPRESENTACIÓN



4. Modelo lineal

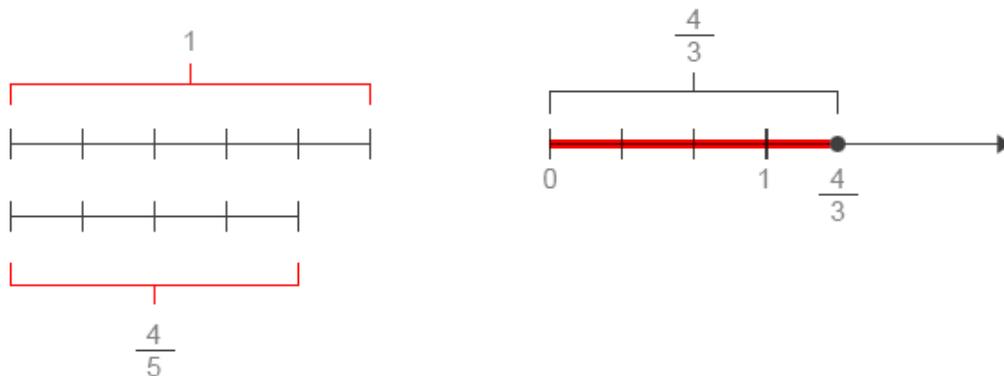
Hemos ocupado **diagramas de barras** para representar fracciones que han sido interpretadas como medidas. La barra está compuesta por rectángulos que representan el patrón de medida y la fracción se representa distinguiendo los rectángulos que conforman la cantidad que se está midiendo respecto de los rectángulos que conforman la unidad de referencia.

Por ejemplo, según lo que se especifica en la figura, el siguiente diagrama de barras representa la fracción $\frac{2}{3}$.



En el contexto de fracción como medida los diagramas de barras pertenecen a un modelo de representación denominado **modelo lineal**, en que, además de las barras, se utilizan segmentos y la recta numérica para representar fracciones. En este modelo, las fracciones son consideradas como longitudes de segmentos medidos de acuerdo a una unidad de referencia.

Ejemplos:



Comentarios

Una ventaja de usar barras es que, al colorear sus partes, se puede distinguir con mayor facilidad la representación de varias fracciones con respecto a una misma unidad.

El modelo lineal es fundamental para entender las fracciones como números ya que permite representarlas como puntos o segmentos en la recta numérica.

A diferencia del modelo de conjunto, en el lineal es posible representar cualquier fracción.



Ubicación: Módulo 1

Taller: Modelos de representación

Actividad 3: Midiendo con barras

TALLER 2: MODELOS DE REPRESENTACIÓN



5. Comparación de cantidades a través de fracciones

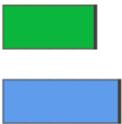
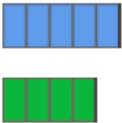
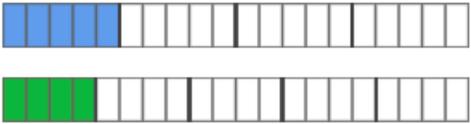
Dadas dos cantidades, A y B , tales que la relación entre sus medidas no sea entera, una nueva unidad (o patrón de medida) que subdivida a A en n partes iguales y a B en m partes iguales, permite expresar la relación entre sus medidas a través de la igualdad:

$$m \cdot (\text{Medida de } A) = n \cdot (\text{Medida de } B)$$

Esto nos permite concluir que:

- La medida de A es igual a $\frac{n}{m}$ la medida de B .
- La medida de B es igual a $\frac{m}{n}$ la medida de A .

Esto se puede observar por medio de diagramas de barra del siguiente ejemplo:

	<p>Consideramos las cantidades A y B representadas por las barras verde y azul, respectivamente.</p>
	<p>Supongamos que existe un unidad de medida común tal que: Divida a A en 5 partes iguales. Divida a B en 4 partes iguales.</p>
	<p>Al iterar cada barra se observa que: $4(\text{medida de } A) = 5(\text{medidas de } B)$</p>
<p>Esto nos permite concluir que:</p> <ul style="list-style-type: none"> • medida de $A = \frac{5}{4}$ (medida de B) • medida de $B = \frac{4}{5}$ (medida de A) 	



Ubicación: Módulo 1

Taller: Modelos de representación
Actividad: Midiendo con barras

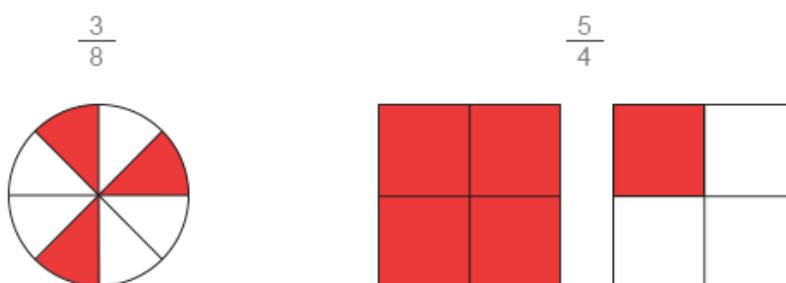
TALLER 2: MODELOS DE REPRESENTACIÓN



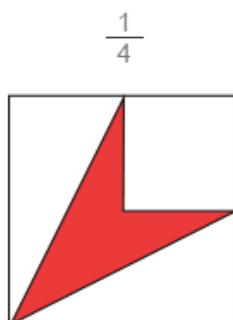
6. Modelo de área

El **modelo de área** para representar fracciones consiste en usar figuras geométricas divididas en partes de igual área, de las que se distinguen las partes que representan la fracción.

Los siguientes ejemplos muestran representaciones típicas de fracciones, en que se utilizan círculos o rectángulos para representar la unidad de referencia que se dividen en partes congruentes (misma forma y tamaño), de las que se distinguen las que representan la fracción:



La idea de dividir la figura en partes “iguales” no se refiere necesariamente a partes congruentes, sino a regiones con la misma área, como se muestra en el siguiente ejemplo:

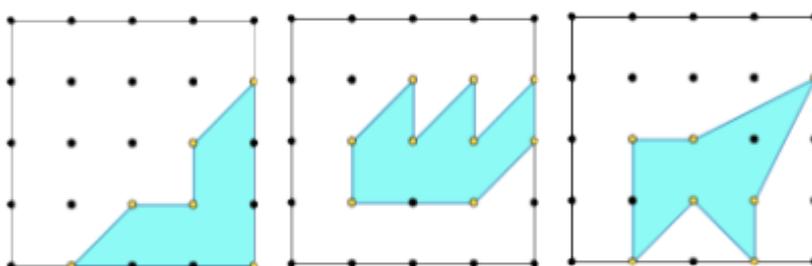


Comentarios

A diferencia del modelo de conjunto, el modelo de área permite representar cualquier fracción, por lo que su uso es habitual en el estudio de fracciones.

Los diagramas de barras permiten relacionar el modelo lineal con el de área.

El geoplano es una herramienta que permite observar a través del modelo de área que una misma fracción puede ser representada por figuras con distinta forma pero con igual área. El siguiente ejemplo muestra 3 formas distintas de representar la fracción $\frac{1}{4}$ en un geoplano de 5 x 5:





Ubicación: Módulo 1

Taller: Modelos de representación
Actividad 4: Razonando con la pizza
Actividad 5: Fracciones en el geoplano

TALLER 2: MODELOS DE REPRESENTACIÓN



7. Representaciones de fracciones y la unidad de referencia

Muchas veces las representaciones de fracciones no conllevan de manera unívoca la fracción que se intenta representar y son susceptibles de ser interpretadas de distinta manera. Observa los siguientes ejemplos:

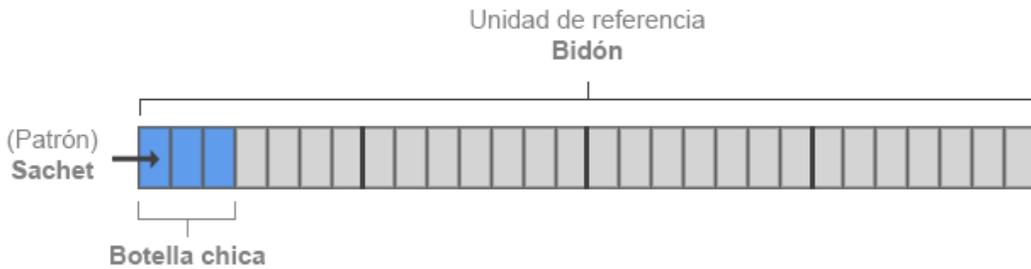
- Para la representación de conjunto formada por 3 dulces de manzana y 4 de frutilla, las distintas interpretaciones sobre la unidad de referencia y la parte dan lugar a varias fracciones.



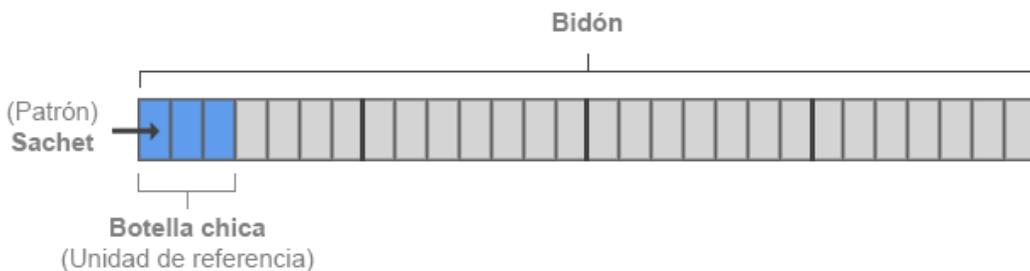
- $\frac{3}{7}$, si se consideran los dulces de manzana respecto del total de dulces.
- $\frac{4}{7}$, si se consideran los dulces de frutilla respecto del total de dulces.
- $\frac{3}{4}$, si se consideran los dulces de manzana respecto de los de frutilla.
- $\frac{4}{3}$, si se consideran los dulces de frutilla respecto de los de manzana.
- $\frac{7}{3}$, si se consideran el total de dulces respecto de los dulces de manzana.
- $\frac{7}{4}$, si se consideran el total de dulces respecto de los dulces de frutilla.

- Al usar diagramas de barras, una misma barra puede representar distintas fracciones, dependiendo de la unidad de referencia que se esté considerando.

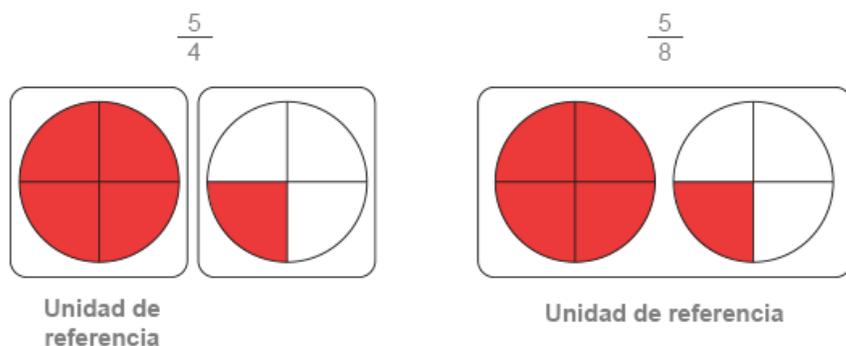
Capacidad de la botella chica es $\frac{3}{28}$ de la capacidad del bidón



Capacidad del bidón es $\frac{28}{3}$ de la capacidad de la botella chica



- En el caso del modelo de área, si no se ha identificado la unidad de referencia una misma representación puede admitir más de una interpretación.





Ubicación: Módulo 1

Taller: Modelos de representación
Actividad 1: Fracciones caramelizadas
Actividad 3: Midiendo barras
Actividad 4: Razonando con la pizza