

SUMA Y SIGUE MATEMÁTICA EN LÍNEA

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

FICHAS TALLER 4: SITUACIONES ADITIVAS.



TALLER 4: SITUACIONES ADITIVAS.

En este taller se realizó un trabajo de resolución de problemas, en el marco de las situaciones aditivas, con el fin de fomentar su uso en la enseñanza de las operaciones suma y resta. Mediante el empleo de modelos de barras y otro tipo de representaciones, se estudiaron diversas formas de abordar este tipo de situaciones problemáticas; además, se reflexionó en torno a aquellos aspectos que son relevantes en la construcción de un problema.

Las fichas que conforman este apartado contemplan los siguientes contenidos:

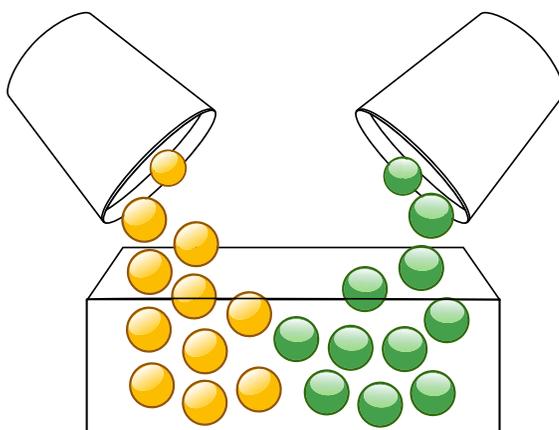
- Situaciones aditivas de composición.
- Situaciones aditivas de cambio.
- Situaciones aditivas de comparación.
- Situaciones aditivas combinadas.

TALLER 4 SISTEMAS DE NUMERACIÓN.



29- Juntando para sumar

Los problemas en los que la acción involucrada es la de *juntar* son aquellos en que dos *partes* que no tienen elementos en común (colecciones disjuntas) forman una tercera colección, que corresponde a la unión de estas partes, que podemos llamar *todo*.



Las situaciones aditivas de *juntar*, también llamadas de *composición*, son estáticas, es decir, los cardinales correspondientes a cada colección no se alteran luego de realizar la acción.



Comentarios

Al trabajar en el aula las situaciones aditivas de composición es importante que las colecciones por juntar tengan sentido para los niños. Es decir, que ambas colecciones sean subcategorías de una categoría más general. Por ejemplo:

- Manzanas rojas y verdes se juntan y conforman una colección de manzanas.
- Huevos grandes y chicos se juntan y conforman una colección de huevos.
- Autitos de juguete y muñecas se juntan y conforman una colección de juguetes.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Situaciones aditivas.

Actividad 1: Decorando la casa en la playa.

TALLER 4 SISTEMAS DE NUMERACIÓN.

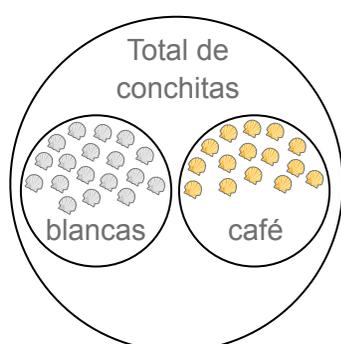


30- Representando situaciones de juntar

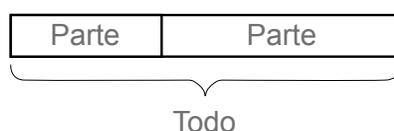
En algunas situaciones la suma responde a la necesidad de encontrar el total de una colección formada por dos colecciones que se juntan. Esto permite interpretar esta operación a partir de la acción de juntar. Es importante notar que la adición es una operación matemática, mientras que juntar colecciones es una acción que se modela con dicha operación.

Este tipo de situaciones las podemos representar a partir de diversos modelos que ilustran la acción que hay detrás de ellas. Algunos de estos modelos son:

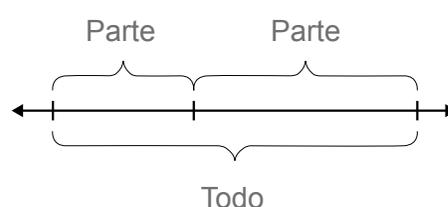
Modelo de conjunto



Modelo de barras



Recta numérica



Cabe mencionar que el modelo de barras en ocasiones varía dependiendo de la propuesta didáctica o del uso que se le quiera dar. Por ejemplo, en algunos textos escolares el todo se representa con una barra separada de las partes, como se muestra a continuación:



Cada una de las partes se denomina sumando y al todo se le llama suma. Se suele distinguir entre la adición como operación entre los números y la suma como el resultado de efectuar esa operación, sin embargo, en lo que sigue de este curso hablaremos indistintamente de una u otra.



Comentarios

Los modelos son una herramienta útil para la resolución de problemas y es importante realizar la construcción paulatina de estos durante el proceso de enseñanza y aprendizaje; por ejemplo, partir desde el material concreto y llegar hasta las representaciones pictóricas. Sin embargo, hay que considerar que el foco de la enseñanza es la resolución de los problemas y no la herramienta que se utiliza para representarlos.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Situaciones aditivas.

Actividad 1: Decorando la casa en la playa.

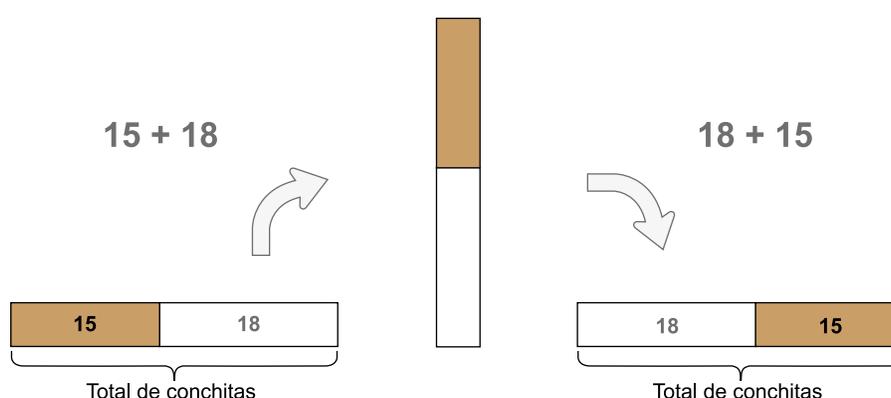
TALLER 4 SISTEMAS DE NUMERACIÓN.



31- El orden en que sumamos no importa

Una de las propiedades de la adición es la *propiedad conmutativa*. Esta consiste en que para todo par de números naturales a y b , se cumple que $a + b = b + a$.

Por ejemplo, al juntar las 15 conchitas café y 18 blancas, la operación que se debe resolver es una adición. Pedro propone sumar $15 + 18$ y Pablo, por otra parte, propone sumar $18 + 15$. Ambos obtienen el mismo resultado porque juntan elementos que corresponden a la misma colección. Visualicemos la situación a partir de un modelo de barras:



Las explicaciones que se presentan pueden ser extendidas a cualquier par de números positivos. En general, decimos que, independiente del orden en que se junten las partes, siempre la unión de ellas corresponderá a la cantidad total.



Comentarios

Es importante justificar las propiedades al momento de introducirlas. Esta justificación debe ir más allá de una simple verificación de resultados, es decir, si solo comprobamos que $15 + 18$ es igual a $18 + 15$, no estamos justificando de manera general los casos que satisfacen la propiedad conmutativa. Se recomienda utilizar ejemplos genéricos, o bien apoyarse en modelos de representación, como el de barras, en el que fue posible visualizar que esta propiedad se cumpliría para cualquier par de números.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Situaciones aditivas.

Actividad 1: Decorando la casa en la playa.

TALLER 4 SISTEMAS DE NUMERACIÓN.



32- Separando para restar

Los problemas en que la acción involucrada es *separar* se refieren a aquellos en que se conocen una parte y el todo y se quiere determinar la otra parte.

El modelo de barra que representa esta situación es el siguiente:

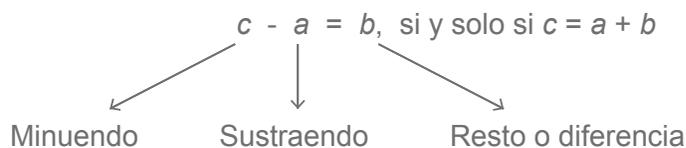


Las situaciones aditivas en las que se juntan o separan colecciones corresponden a problemas del mismo tipo en los que se distinguen dos partes y un todo. La diferencia entre ellos está dada por la ubicación de la cantidad desconocida, la que se visualiza de mejor manera en la siguiente tabla:

Parte 1	Parte 2	Todo	Acción	Se resuelve con	Frase numérica
a	b	?	Juntar	Suma	$a + b = ?$
b	a	?	Juntar	Suma	$b + a = ?$
a	?	c	Separar	Resta	$c - a = ?$
?	b	c	Separar	Resta	$c - b = ?$

Esta relación está dada porque la resta se define de la siguiente manera:

Si c y a son números naturales con c mayor o igual que a , decimos que c menos a es igual a b . Escribimos:



Vemos que el número b , es decir, la resta o diferencia entre c y a , corresponde exactamente a aquel número que debemos sumar a a para obtener c . Decimos entonces que la suma y la resta son operaciones inversas.



Comentarios

Existe una relación entre la suma y la resta inherente a sus definiciones. Es importante que el/la estudiante comprenda esta relación, de manera que se le facilite la profundización del estudio de estas operaciones.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Situaciones aditivas.
Actividad 1: Decorando la casa en la playa.

TALLER 4 SISTEMAS DE NUMERACIÓN.



33- ¿Cuándo un trío de números es trío aditivo?

Cuando se tienen 3 números naturales a , b , c , tales que $a + b = c$, es posible establecer las siguientes relaciones:

$a + b = c$
$b + a = c$
$c - a = b$
$c - b = a$

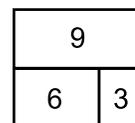
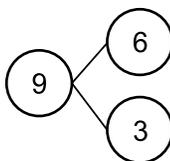
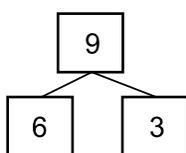
(Por la propiedad conmutativa de la suma)

(Por la definición de resta)

(Por la propiedad conmutativa de la suma y la definición de resta)

A estas 4 frases numéricas se les denomina *familia de operaciones*. Una familia de operaciones se determina a partir de un *trío aditivo*. En este caso a , b , c corresponden a un trío aditivo.

Para el estudio de los tríos aditivos se pueden utilizar distintas representaciones. Por ejemplo, para el trío aditivo 3, 6, 9 podemos utilizar:



Comentarios

Conocer algunos tríos aditivos, como las combinaciones aditivas básicas de memoria, hace más eficiente el proceso de calcular sumas y restas complejas, en las que incluso es necesario utilizar el algoritmo convencional. Es importante entender la reversibilidad de la suma y la resta para comprender la familia de operaciones de un determinado trío aditivo.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Situaciones aditivas.

Actividad 1: Decorando la casa en la playa.

TALLER 4 SISTEMAS DE NUMERACIÓN.



34- Problemas de la vida que resolvemos con sumas y restas

Una *situación aditiva* es aquella que se resuelve mediante una suma o una resta o una combinación de ellas para encontrar el valor de una cantidad desconocida. Existen tres tipos de acciones asociadas a problemas aditivos: juntar/separar, agregar/quitar y comparar. Esto determina tres formas de situaciones aditivas: de composición, de cambio y de comparación.



Comentarios

Las situaciones aditivas permiten introducir diversas interpretaciones de la suma y la resta. Es importante transitar por todas ellas, dando énfasis en el rol que tiene la operación (suma o resta) en cada uno de los contextos. De esta manera, es posible fortalecer la comprensión del significado de la adición y sustracción en los estudiantes. Esta clasificación en tipos de situaciones debe quedar para el docente, de manera que no sea traspasada al aula como tal.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Situaciones aditivas.
Actividad 1: Decorando la casa en la playa.

TALLER 4 SISTEMAS DE NUMERACIÓN.



35- Las palabras clave no son siempre la clave

Para determinar la operación que modela un problema es necesario considerar la acción involucrada y la incógnita. En ocasiones, esto no resulta tan sencillo, en particular cuando solo lo asociamos a *palabras clave*.

Por ejemplo, la palabra “total” se puede asociar al todo en un problema, aunque, como veremos en el siguiente ejemplo, también puede estar asociada a una de las partes:

En un estante se guardan algunos baldes grandes y chicos.
El total de los grandes es 45 y el de los pequeños es 32.
¿Cuántos baldes hay en el estante?



Comentarios

Es recomendable que, al enfrentarse a problemas o a la enseñanza de ellos, estos se analicen desde distintos puntos de vista, por ejemplo desde la acción involucrada, la/s incógnita/s, tipo de redacción, modelo de representación, entre otros.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Situaciones aditivas.

Actividad 1: Decorando la casa en la playa.

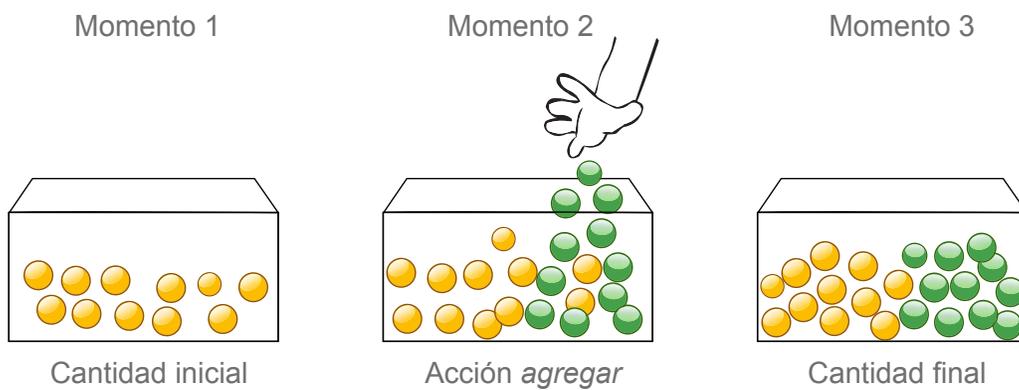
TALLER 4 SISTEMAS DE NUMERACIÓN.



36- Agregando para sumar

La suma también puede surgir de la acción de *agregar*, lo que nos permite definir un nuevo tipo de situación aditiva. En los problemas de *agregar*, distinguimos una cantidad inicial, una cantidad agregada y una cantidad final.

Las situaciones aditivas de agregar son dinámicas, es decir, la cantidad inicial se transforma en la cantidad final luego de agregar. Lo que se ilustra a continuación:



Comentarios

Este tipo de problemas permite dar otra interpretación a las operaciones de suma y resta. Estos problemas también se asocian a las acciones de avanzar y retroceder, las que son muy útiles para realizar juegos con los estudiantes.



Ubicación: Módulo 2

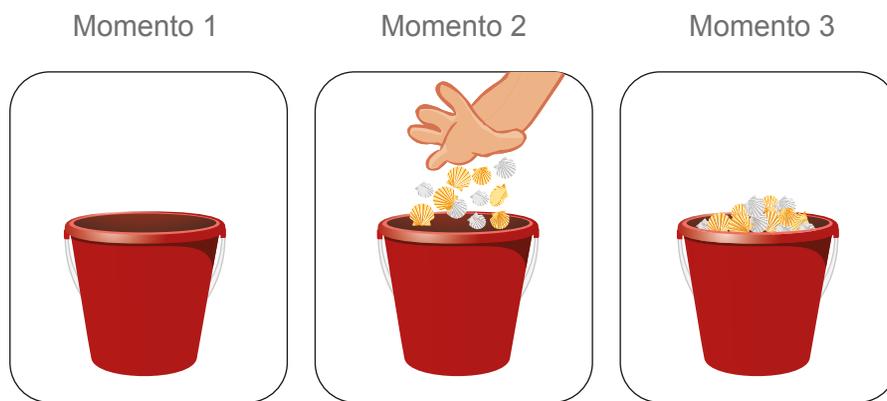
Taller: Situaciones aditivas.
Actividad 2: Agregando y quitando conchitas de mar.

TALLER 4 SISTEMAS DE NUMERACIÓN.



37- Si no agregamos nada, no afecta el resultado

Cuando agregamos una cierta cantidad de elementos a una colección sin elementos, obtenemos una nueva colección con el mismo cardinal que el número de elementos que se agregaron. Esto lo visualizamos de la siguiente manera:



Esto se asocia a la frase numérica $0 + n = n$, por lo que decimos que 0 es el *neutro* respecto de la *suma* o el *neutro aditivo*. De la misma manera, podemos asociar la frase numérica $n + 0 = n$ a la idea de no agregar conchitas a un balde con n conchitas, es decir, la propiedad conmutativa también es válida cuando uno de los sumandos es cero. Por definición de la resta, el neutro aditivo equivale a $n - n = 0$.



Comentarios

Para argumentar esta propiedad y otras propiedades, es recomendable apoyarse en material pictórico o concreto. Por ejemplo, para justificar esta propiedad con los estudiantes, se podría utilizar un tarro y algunas pelotitas o cualquier otro objeto:

- Momento 1: el tarro está vacío y los niños lo comprueban.
- Momento 2: los niños eligen la cantidad de objetos para agregar al tarro.
- Momento 3: los niños cuentan los objetos que finalmente quedan en el tarro y deben concluir que es la misma cantidad de objetos que agregaron.

Puede hacer lo mismo con distintas cantidades e intercambiando los momentos 1 y 2.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Situaciones aditivas.
Actividad 2: Agregando y quitando conchitas de mar.

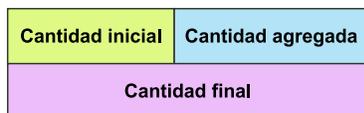
TALLER 4 SISTEMAS DE NUMERACIÓN.



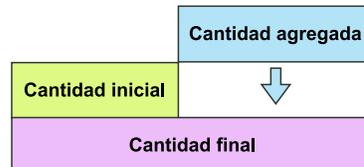
38- Representando situaciones de agregar

Para representar situaciones de agregar, existen distintos modelos en los que es posible distinguir el momento inicial, la cantidad agregada y el momento final. La elección de uno u otro depende de cada docente.

Modelo 1.



Modelo 2.



Modelo 3.



Comentarios

Los modelos o esquemas constituyen una buena herramienta para resolver problemas, ya que permiten representar relaciones entre datos e incógnitas de un problema. La elección de uno u otro modelo debe ser funcional para quien lo utiliza.



Ubicación: Módulo 2

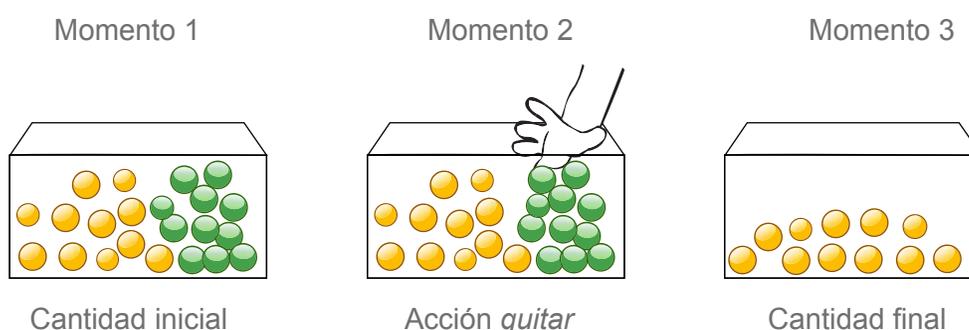
Taller: Situaciones aditivas.
Actividad 2: Agregando y quitando conchitas de mar.

TALLER 4 SISTEMAS DE NUMERACIÓN.

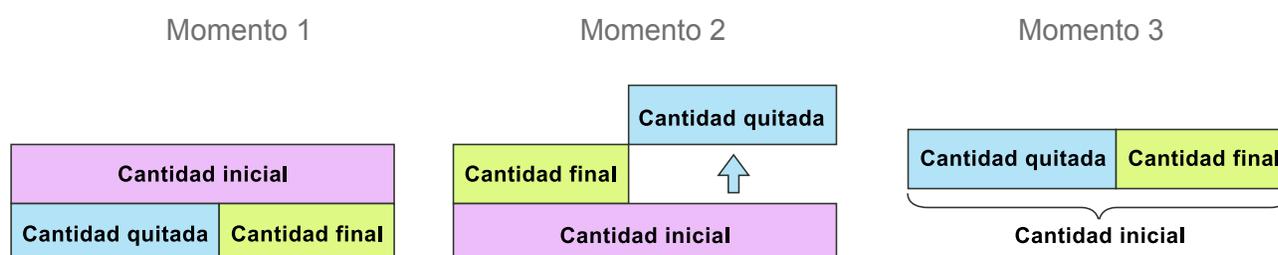


39- Quitando para restar

Los problemas en que la acción involucrada es *quitar* se refieren a aquellos en donde hay una cantidad inicial que es modificada por la acción de quitar y se obtiene una cantidad final que es siempre menor a la inicial. Esto lo podemos ilustrar de la siguiente manera:



Para este tipo de situaciones, también existen varios modelos para representar los datos y la incógnita, y que nos ayudan a determinar la operación que resuelve el problema.



Esta acción, al igual que separar, la podemos asociar a la operación *sustracción*. Los problemas que involucran esta acción también son de carácter dinámico. A los problemas de agregar/quitar los llamaremos de *cambio*.



Comentarios

En algunos modelos se utiliza una flecha para visualizar la acción del problema, sin embargo, no se espera que este tipo de elementos sean el foco de estudio en el aula. Los modelos deben ser funcionales para quienes los utilizan.



Ubicación: Módulo 2

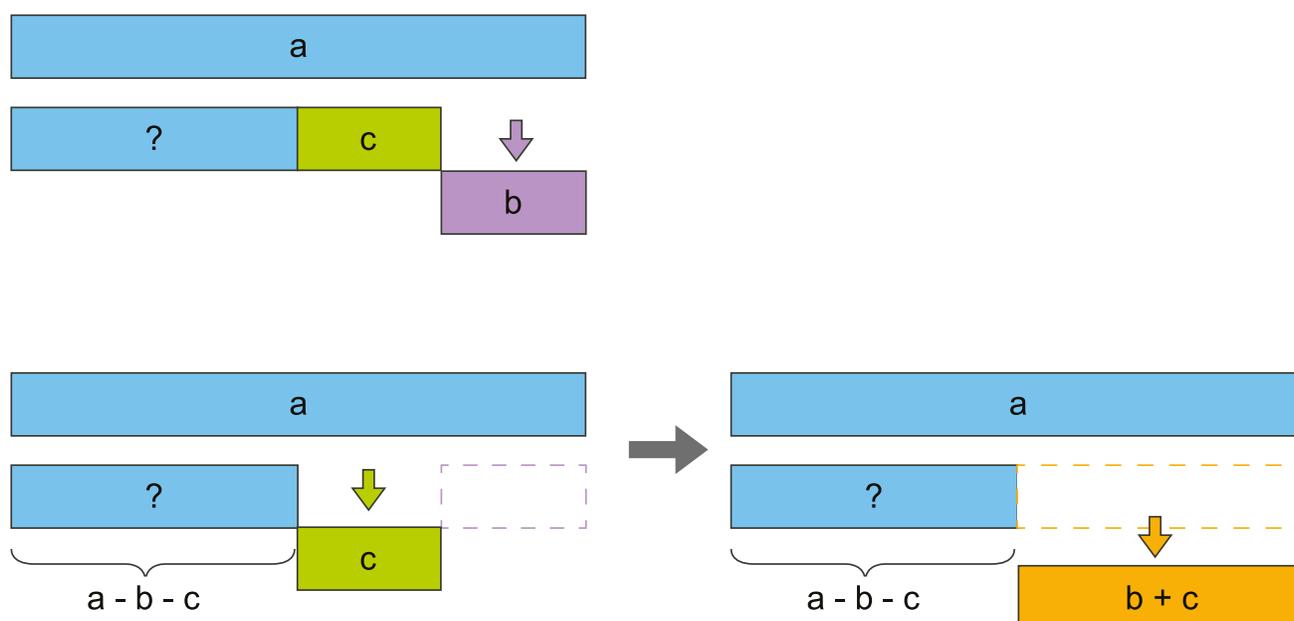
Taller: Situaciones aditivas.
Actividad 2: Agregando y quitando conchitas de mar.

TALLER 4 SISTEMAS DE NUMERACIÓN.



40- Restar poco a poco es igual a quitar todo de una vez

La propiedad de la descomposición aditiva del sustraendo plantea que al descomponer aditivamente el sustraendo en dos sumandos de manera conveniente, es posible restar primero uno de los sumandos y luego, a ese resultado, restarle el otro. Veamos el siguiente esquema:



Comentarios

Es importante dar sentido a las propiedades que se estudian con los niños para que las puedan utilizar en la resolución de problemas, más que como una fórmula que deben aprender de memoria. Por esto, se sugiere presentar la propiedad argumentándola, por ejemplo con un diagrama de barras, y luego usarla en la resolución de problemas.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Situaciones aditivas.
Actividad 2: Agregando y quitando conchitas de mar.

TALLER 4 SISTEMAS DE NUMERACIÓN.



41- ¿Cómo se modela y cómo se resuelve?

Las situaciones aditivas en las que se agregan o quitan cantidades a una colección corresponden a problemas del mismo tipo. Sin embargo, dependiendo de la ubicación de la cantidad desconocida, se obtienen 6 casos distintos: 3 casos correspondientes a la acción de agregar, los cuales se modelan con una suma, y otros 3 casos relacionados con la acción de quitar, que se modelan con una resta. La frase numérica que resuelve cada uno de los casos **no siempre** coincide con la que los modela.

Para analizar los casos relacionados con la acción de agregar, se presenta la siguiente tabla:

Cantidad inicial	Cantidad quitada	Cantidad final	Frase numérica que lo modela	Frase numérica que lo resuelve
a	b	$?$	$a - b = ?$	$a - b = ?$
a	$?$	c	$a - ? = c$	$a - c = ?$
$?$	b	c	$? - b = c$	$b + c = ?$

Para analizar los casos relacionados con la acción de quitar se presenta la siguiente tabla:

Cantidad inicial	Cantidad quitada	Cantidad final	Frase numérica que lo modela	Frase numérica que lo resuelve
a	b	$?$	$a + b = ?$	$a + b = ?$
a	$?$	c	$a + ? = c$	$c - a = ?$
$?$	b	c	$? + b = c$	$c - b = ?$



Comentarios

Para el trabajo con los estudiantes se deben considerar todos los casos posibles y no abordar siempre los mismos. De esta manera se presentarán distintos niveles de dificultad y los estudiantes podrán poner en práctica sus aprendizajes respecto a la resolución de problemas aditivos.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Situaciones aditivas.
Actividad 2: Agregando y quitando conchitas de mar.

TALLER 4 SISTEMAS DE NUMERACIÓN.



42- El modelo de barras en acción

Como hemos visto, los modelos de representación brindan una buena herramienta para comprender de mejor forma las relaciones entre las cantidades. El modelo de barras es uno de ellos.

En el modelo de barras el número es representado mediante la longitud de las barras que tienen un origen común entre ellas. Es importante darle sentido a este modelo manteniendo la consistencia entre las cantidades involucradas y las longitudes de las barras que las representan.



Comentarios

Es necesario que en la construcción de un modelo de barra se visualicen las relaciones entre los números representados.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Situaciones aditivas.

Actividad 2: Agregando y quitando conchitas de mar.

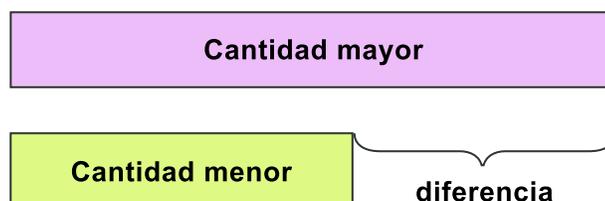
TALLER 4 SISTEMAS DE NUMERACIÓN.



43- ¿Cuánto más, cuánto menos?

En aquellos problemas en donde se identifica la acción de *comparar dos cantidades por diferencia* también surgen las operaciones suma y resta para su resolución. En este tipo de problemas se distingue una cantidad mayor, una cantidad menor y una diferencia.

El siguiente modelo permite representar las situaciones aditivas de comparación:



En él se ilustran las tres cantidades relacionadas de manera coherente, es decir, la barra más grande representa la cantidad mayor, y la barra pequeña, la cantidad menor, lo que permite visualizar la diferencia como aquella longitud que hay entre el largo de ambas barras. Todo esto se puede apreciar, ya que las barras comienzan desde una misma línea (que no es necesario siempre dibujarla).



Comentarios

Debemos considerar que además de este tipo de comparación, en donde determinamos cuánto más o cuánto menos es una cantidad con respecto a otra (comparación por diferencia), existen otro tipo de comparaciones, por ejemplo cuando se determina qué cantidad es mayor o menor (comparación numérica) o en la que se comparan dos cantidades mediante cociente, la que no es abordada en este curso.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Situaciones aditivas.
Actividad 3: Las artesanías de José.

TALLER 4 SISTEMAS DE NUMERACIÓN.



44- ¿Cuál es la incógnita en la comparación?

Sabemos que en los problemas de comparación se distinguen 3 cantidades: la mayor, la menor y la diferencia. La incógnita (cantidad desconocida) en los problemas de este tipo podría ser cualquiera de estas tres cantidades.

En este tipo de situación aditiva se reconocen tres casos, los que analizaremos en la siguiente tabla:

Incógnita	Frase numérica que lo modela	Se resuelve	Frase numérica que lo resuelve	Modelo que lo representa
Diferencia	$C. Mayor - C. Menor = ?$	Resta	$C. Mayor - C. Menor = ?$	
Cantidad menor	$C. Mayor - ? = Dif.$	Resta	$C. Mayor - Dif. = ?$	
Cantidad mayor	$? - C. Menor = Dif$	Resta	$C. Menor + Dif. = ?$	

A partir de estos tres casos, es posible generar otros nuevos, los que dependen de las distintas formas en que se pregunte por la incógnita. Más adelante veremos con más detalle de qué manera variar las preguntas planteadas.



Comentarios

Estas distinciones ayudan en la labor docente a la hora de planificar actividades con los estudiantes, pues se debe considerar la variedad existente de casos y cómo esta permite elaborar un gran número de problemas. Es recomendable que esta clasificación no se traspase directamente a los alumnos.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Situaciones aditivas.
Actividad 3: Las artesanías de José.

TALLER 4 SISTEMAS DE NUMERACIÓN.



45- No siempre preguntamos de la misma forma

La dificultad que presenta un problema para los estudiantes, en ocasiones recae en la redacción de este. El determinar la frase numérica que resuelve el problema basándose exclusivamente en palabras clave puede llevar a confusiones, pues no siempre la palabra se relaciona con la operación que se debe realizar. Veamos los siguientes problemas:

- Camila recogió 8 flores. Loreto 4 más que Camila. ¿Cuántas flores recogió Loreto?
- Camila recogió 8 flores, 4 menos que Loreto. ¿Cuántas flores recogió Loreto?

Ambos problemas se resuelven con una suma. En el primero dice explícitamente “4 flores *más que Camila*”, en cambio, en el segundo habla de “4 flores *menos que Loreto*”, que podría inducir a resolver el problema con una resta.

Por otra parte, cuando la incógnita corresponde a la diferencia en un problema de comparación, no es necesario preguntar de manera directa con la pregunta “¿Cuál es la *diferencia entre la cantidad mayor y la menor?*”. En efecto, podemos encontrar otras alternativas:

- ¿Cuánto más tiene la cantidad *mayor que la menor?*
- ¿Cuánto menos tiene la cantidad *menor que la mayor?*

En cualquiera de los casos, la incógnita es la misma, por lo tanto se resuelve con la misma operación.



Comentarios

Al elaborar problemas es recomendable variar la forma en que se pregunta respecto de una incógnita, de manera que el estudiante se familiarice con el hecho de que un mismo problema, que involucra la misma incógnita, puede ser planteado de distintas maneras.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Situaciones aditivas.
Actividad 3: Las artesanías de José.

TALLER 4 SISTEMAS DE NUMERACIÓN.



46- Restamos o sumamos para igualar cantidades

Hay situaciones aditivas en las que se busca igualar dos cantidades a través de una tercera que permite la *igualación*. Veamos un ejemplo:

Pedro cuenta con 11 láminas y Mauricio con 13.
¿Cuántas láminas le faltan a Pedro para tener tantas como Mauricio?

Este tipo de situaciones, llamadas de *igualación*, se pueden considerar como un híbrido entre situaciones de cambio y comparación. De cambio, porque se agregan o quitan objetos para igualar dos cantidades; y de comparación, porque en este tipo de problemas la acción que hay detrás para igualar las cantidades es la de comparación por diferencia.



Comentarios

Se recomienda considerar este tipo de problemas como una variante de aquellos de comparación, ya que brinda nuevas formas de enunciar y preguntar acerca de alguna de las tres cantidades involucradas.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Situaciones aditivas.
Actividad 3: Las artesanías de José.

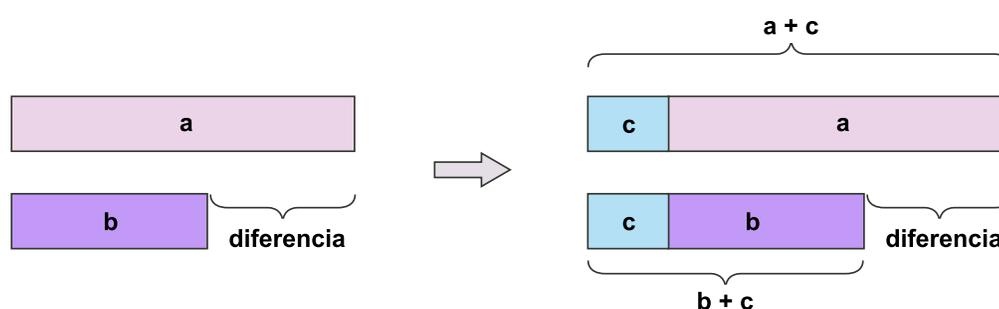
TALLER 4 SISTEMAS DE NUMERACIÓN.



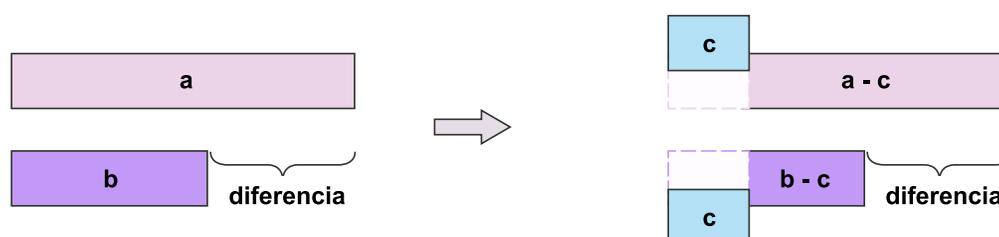
47- La diferencia de edad no varía al pasar los años

La diferencia entre dos cantidades está determinada por cuánto más o cuánto menos representa una cantidad en relación con la otra. Esta diferencia no se modifica en la medida que ambas cantidades se *trasladen*, es decir, aumenten o disminuyan lo mismo. Esto lo observamos en lo que sigue:

- Cuando aumentamos la misma cantidad, lo expresamos como $a - b = (a + c) - (b + c)$ y lo podemos ilustrar de la siguiente manera:



- Cuando disminuimos la misma cantidad, lo expresamos como $a - b = (a - c) - (b - c)$ y lo podemos ilustrar de la siguiente manera:



A esta propiedad de la resta la llamaremos *traslado de la diferencia*.



Comentarios

Esta propiedad es muy útil para simplificar el cálculo de restas en las que el minuendo tiene varios ceros, porque basta restarle 1 al minuendo y al sustraendo para convertir una resta en una mucho más simple de resolver utilizando cualquier algoritmo. Por ejemplo, $20.000 - 13.487$ es equivalente a restar $19.999 - 13.486$.

Dependiendo del nivel que cursen los estudiantes, esta propiedad también se puede justificar utilizando la recta numérica.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Situaciones aditivas.
Actividad 3: Las artesanías de José.

TALLER 4 SISTEMAS DE NUMERACIÓN.



48- Muchos casos para cada situación aditiva

Las distintas situaciones aditivas están asociadas a las siguientes acciones: agregar/quitar, juntar/separar y comparar. Para visualizar la relación entre los datos, la incógnita y la acción se pueden utilizar los diagramas de barra, los que a su vez permiten identificar la operación que resuelve el problema.

Existe una variedad de casos para cada tipo de situación aditiva, los que dependen de la relación entre las cantidades conocidas y la incógnita. Esto lo podemos resumir en la siguiente tabla:

Tipo de problema	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Juntar / Separar	$P + P = T$	$P + ? = T$	$? + P = T$
Agregar / Quitar	$CI + CA = ?$	$CI + ? = CF$	$? + CA = CF$
	$CI - CQ = ?$	$CI - ? = CF$	$? - CQ = CF$
Comparar	$CMa - CMe = ?$	$CMa - ? = Dif$	$? - CMe = Dif$
Nomenclatura	P: Parte T: Total Dif: Diferencia	CI: Cantidad inicial CF: Cantidad final CMe: Cantidad Menor	CA: Cantidad agregada CQ: Cantidad quitada CMa: Cantidad Mayor



Comentarios

Al momento de planificar un proceso de enseñanza-aprendizaje con estudiantes, es importante considerar que existe una variedad de casos que nos permiten plantear una diversidad de problemas con distinto grado de dificultad. Estos problemas, en su conjunto, hacen posible dar significado y profundidad al estudio de las operaciones de suma y resta.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Situaciones aditivas.
Actividad 3: Las artesanías de José.

TALLER 4 SISTEMAS DE NUMERACIÓN.



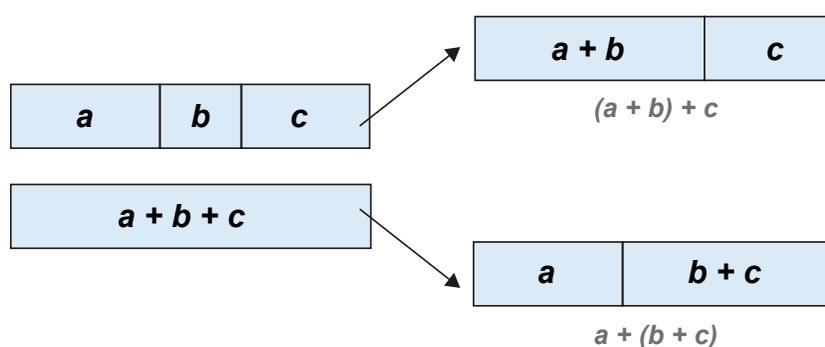
49- Puedo agrupar la suma de cualquier manera y no cambia el resultado

Si tenemos 3 cantidades a , b y c que queremos juntar, podemos interpretar esta suma como el resultado de juntar tres barras de longitudes a , b y c .

Esto lo podemos hacer paulatinamente de dos maneras diferentes:

- Juntar las dos primeras y al final juntar con la tercera.
- Juntar la primera barra con la unión de la segunda y la tercera.

Ambos procedimientos corresponden a juntar las tres barras, esto es, la suma $a + b + c$. Obtenemos entonces que:



Deducimos entonces que $a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$. Esto se conoce como la *propiedad asociativa de la suma*.



Comentarios

La propiedad asociativa se encuentra implícita en varios de los algoritmos para calcular sumas, por lo tanto es importante que los estudiantes la puedan utilizar con confianza.

Por otra parte, el estudiante debe conocer aquellas operaciones que satisfacen una propiedad u otra. En este caso esta propiedad no es válida para la sustracción. Basta con plantear un caso en el que no se cumple, por ejemplo: $(5 - 3) - 1 = 2 - 1 = 1$ que no es lo mismo que $5 - (3 - 1) = 5 - 2 = 3$.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Situaciones aditivas.
Actividad 4: Resolviendo problemas aditivos.

TALLER 4 SISTEMAS DE NUMERACIÓN.



50- Al menos dos pasos para resolver un problema

Los problemas en los que se debe realizar más de una operación para su resolución, los llamaremos **problemas aditivos de dos pasos**.

Este tipo de problemas combina cualquiera de las acciones trabajadas anteriormente: juntar/separar; agregar/quitar o comparar por diferencia. Por lo tanto, se resuelven con sumas o restas.

En los problemas de dos pasos se realiza más de una operación, por lo tanto, al diseñar una estrategia de resolución, es posible plantearse preguntas intermedias, las que se deben resolver en primer lugar, porque aportan datos necesarios para contestar la pregunta final.

Para ejemplificar esto, consideremos el siguiente problema: *“Un mamut pesa 5.320 kg y un tigre pesa 4.960 kg menos que el mamut. ¿Cuánto pesarán los dos juntos?”*

En este problema, una pregunta intermedia sería *¿cuánto pesa el tigre?* Una vez que se ha encontrado el peso del tigre, es posible determinar el peso de ambos animales juntos.



Comentarios

Cabe señalar que también hay problemas de dos pasos que no necesariamente son aditivos, por ejemplo, pueden ser multiplicativos o de comparación numérica, entre otros.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Situaciones aditivas.

Actividad 4: Resolviendo problemas aditivos.

TALLER 4 SISTEMAS DE NUMERACIÓN.



51- ¿Fácil o difícil?

Cuando nos enfrentamos a la resolución de un problema se pueden presentar distintos casos. Si es muy *fácil*, no constituye un verdadero desafío para quien lo resuelve. En este sentido, es común plantearles a los niños este tipo de problemas en los que su formulación busque una respuesta directa o que su desarrollo no implique mayor dificultad, ya que puede servir para que adquieran familiaridad con las situaciones y confianza en sus capacidades para resolver problemas. Luego, estos problemas fáciles pueden ser transformados o *extendidos* para adicionar procesos a los ya realizados, de manera que el estudiante se enfrente a situaciones que involucren más de un proceso o acción, lo que se puede lograr a partir de una pregunta o un dato extra.

Es importante abordar problemas que presenten dificultades moderadas para los estudiantes, de manera que llamen su atención al ser verdaderos desafíos. Sin embargo, problemas de mucha dificultad pueden producir frustraciones que es mejor evitar.

Independientemente de la dificultad que tenga un problema, se pueden producir errores en la resolución. El error es una parte necesaria e inherente al proceso de aprendizaje, y es de suma importancia que tanto el docente como los alumnos lo enfrenten con actitud positiva, reconociéndolo como una oportunidad de aprendizaje.

Los errores revelan tanto lo que están comprendiendo los estudiantes, como los razonamientos incorrectos o incompletos. Esta información ayuda al docente, entre otras cosas, a ajustar sus estrategias en la tarea de guiar al alumno en su aprendizaje.



Comentarios

Es común que los estudiantes que se enfrentan a un problema de más de un paso tengan complicaciones para identificar las operaciones que lo resuelven, pues no logran determinar la mejor forma para abordarlo.

En general, existen variadas maneras de abordar un problema complejo, por ejemplo, utilizando modelos de barras, subrayando datos importantes, descomponiendo el problema en partes más simples, etc. Sin embargo, puede que no todas ellas tengan una interpretación válida en el contexto del problema.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Situaciones aditivas.
Actividad 4: Resolviendo problemas aditivos.

TALLER 4 SISTEMAS DE NUMERACIÓN.



52- No siempre hay una única respuesta

Al abordar un problema e intentar solucionarlo es necesario estar abierto a la posibilidad de que no tenga solución. Luego, aun cuando se encuentre una solución, es posible que haya otras, por lo tanto, además, es necesario preguntarse sobre la posibilidad de que exista otra solución, o cuántas existen, o si es posible encontrarlas o caracterizarlas todas.

Estas características son inherentes a los problemas de la vida cotidiana. En efecto, son pocos los problemas de la realidad con respuesta única. Por ejemplo, al averiguar si un monto de dinero alcanza para comprar artículos de una tienda, en algunos casos puede alcanzar para muchos artículos, mientras que en otros, simplemente no alcanza para ninguno.



Comentarios

En el proceso de matematización (planteamiento en lenguaje matemático) que los estudiantes realizan al comenzar la resolución de un problema es importante considerar el contexto, el cual se puede abstraer a través de un modelo matemático y resolver con un determinado procedimiento. Cuando se obtiene un resultado, es necesario interpretarlo en el contexto del problema para darle respuesta.

Que un problema tenga una única solución, más de una solución o ninguna solución es, en particular, un aspecto que debe ser considerado en la etapa de su interpretación.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Situaciones aditivas.

Actividad 4: Resolviendo problemas aditivos.