Guía de ejercicios

Taller 1: Homotecia y Teorema de Tales

Actividad 2: Homotecia

---

1. Completa los siguientes párrafos con las palabras correspondientes.

   - Una _____ de centro O y factor k es una transformación en el plano donde, para cada punto P, la distancia OP' entre el centro y su imagen es igual a _____ veces la distancia original, y si $k > 0$, el punto P' se encuentra en la misma _____ que P respecto de O.
   - En una homotecia de factor k distinto de cero, se distinguen los siguientes casos:
     - Si $k > 1$ o $k < -1$, se trata de una _____, donde los puntos se alejan del centro.
     - Si $-1 < k < 1$ y $k \neq 0$, corresponde a _____, donde los puntos se acercan al centro.
     - Si $k = 1$, se presenta la _____, en la que todos los puntos permanecen en su posición original.

2. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Explica en cada caso.

   a. _____ Una homotecia es una transformación isométrica.

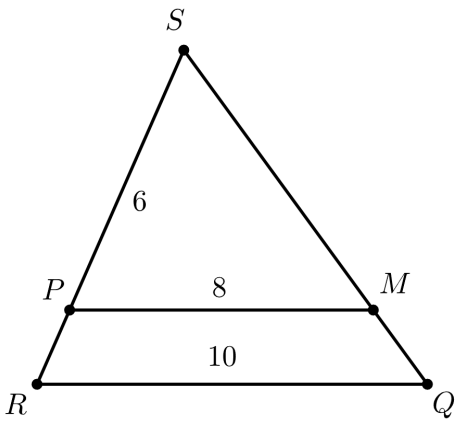
   b. _____ Todas las transformaciones geométricas preservan distancia.

e. _____ La imagen de un punto bajo una homotecia con factor $k = 1$ coincide con el punto original.

f. _____ En una homotecia de factor $k = -1$, los puntos se sitúan en sentido opuesto respecto de sus preimágenes, y sus distancias respecto del centro de homotecia son iguales a las originales.

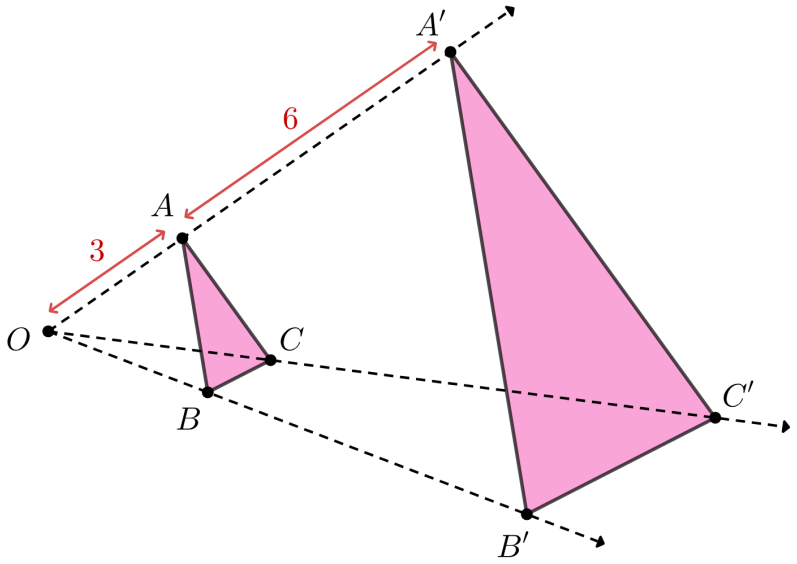
3. Bajo una transformación de tamaño de magnitud $\frac{1}{6}$, si un segmento de la imagen tiene longitud 12, entonces la longitud de su preimagen es _____.

4. Dada la siguiente figura, donde $\overleftrightarrow{MP} \parallel \overleftrightarrow{QR}$, completa las siguientes afirmaciones.



- $\overline{MP}$ puede ser llevado a $\overline{QR}$ por una homotecia con centro en _____ y magnitud _____.
- ¿Cuál es la magnitud y el centro de la homotecia que permite llevar $\overline{SR}$ a $\overline{SP}$. Magnitud: _____. Centro: _____.
- Determina la medida de $\overline{PR}$.
  $PR =$_____.
- Si $MQ = 2$, entonces $SQ =$_____.

5. En la figura se muestra una homotecia con centro en O, donde la imagen es $\triangle A'B'C'$. Considerando que $OA = 3$ unidades y $AA' = 6$ unidades, responde a las siguientes preguntas.



a. Encuentra el factor de esta homotecia.

b. Determina la longitud de OB' si $OB = 4$ unidades y de OC' si $OC = 5$ unidades.

c. Si la distancia entre A y B es de 3 unidades. ¿Cuál es la distancia entre A' y B'?

d. Si el área del triángulo $\triangle ABC$ es 7 unidades cuadradas, ¿cuál es el área del triángulo $\triangle A'B'C'$?

e. ¿Cuál es la relación entre los ángulos de los triángulos $\triangle ABC$ y $\triangle A'B'C'$? Explica.

f. Identifica y menciona todos los segmentos que son paralelos entre sí.

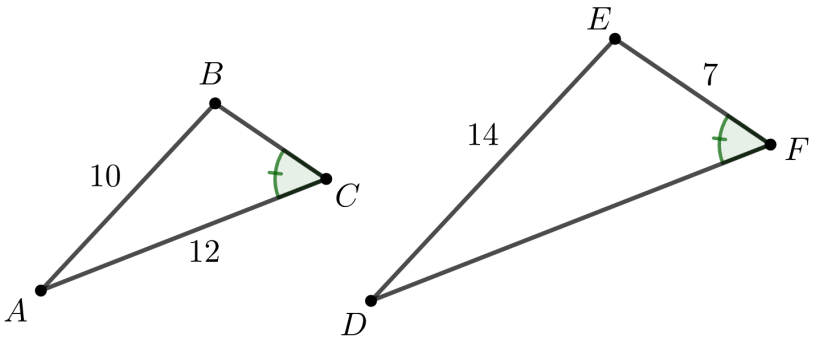
g. Usando regla y compás, realiza dos homotecias sobre $\triangle ABC$ con centro en O y factores $k_1 = \frac{1}{2}$ y $k_2 = -1$, denominando a sus imágenes $\triangle DEF$ y $\triangle GHI$, respectivamente.

h. Usando la parte anterior, completa las siguientes razones.

$$\frac{Perímetro\triangle DEF}{Perímetro\triangle ABC} = \qquad \frac{Área\triangle DEF}{Área\triangle ABC} =$$

$$\frac{Perímetro\triangle GHI}{Perímetro\triangle ABC} = \qquad \frac{Área\triangle GHI}{Área\triangle ABC} =$$

6. Una homotecia lleva el triángulo $\triangle ABC$ al triángulo $\triangle DEF$. ¿Cuál es el factor de la inversa de esta homotecia?



7. Una empresa de diseño gráfico está creando una serie de logotipos en diferentes tamaños para un evento. El diseño original del logotipo es un triángulo equilátero con lados de 10 cm. El diseñador decide aplicar una homotecia con centro en el vértice superior del triángulo y un factor de homotecia $k = 2$ para crear una versión más grande del logotipo.

   a. ¿Cuáles serán las nuevas dimensiones del triángulo imagen, $\triangle A'B'C'$, después de la homotecia? Especifica la longitud de los lados.

   b. Si el perímetro del triángulo original es P_0 y su área es A_0, ¿cuál será el perímetro P_1 y el área A_1 del triángulo imagen?

   c. Ahora, el diseñador quiere hacer una versión más pequeña del logotipo con un factor de homotecia $k = \frac{1}{3}$. ¿Cuáles serán las nuevas dimensiones del triángulo reducido y cómo cambiarán el perímetro y el área?

   d. Si el diseñador opta por un factor de homotecia negativo, como $k = -2$, ¿cómo afectará la orientación, el tamaño y la posición del triángulo imagen?