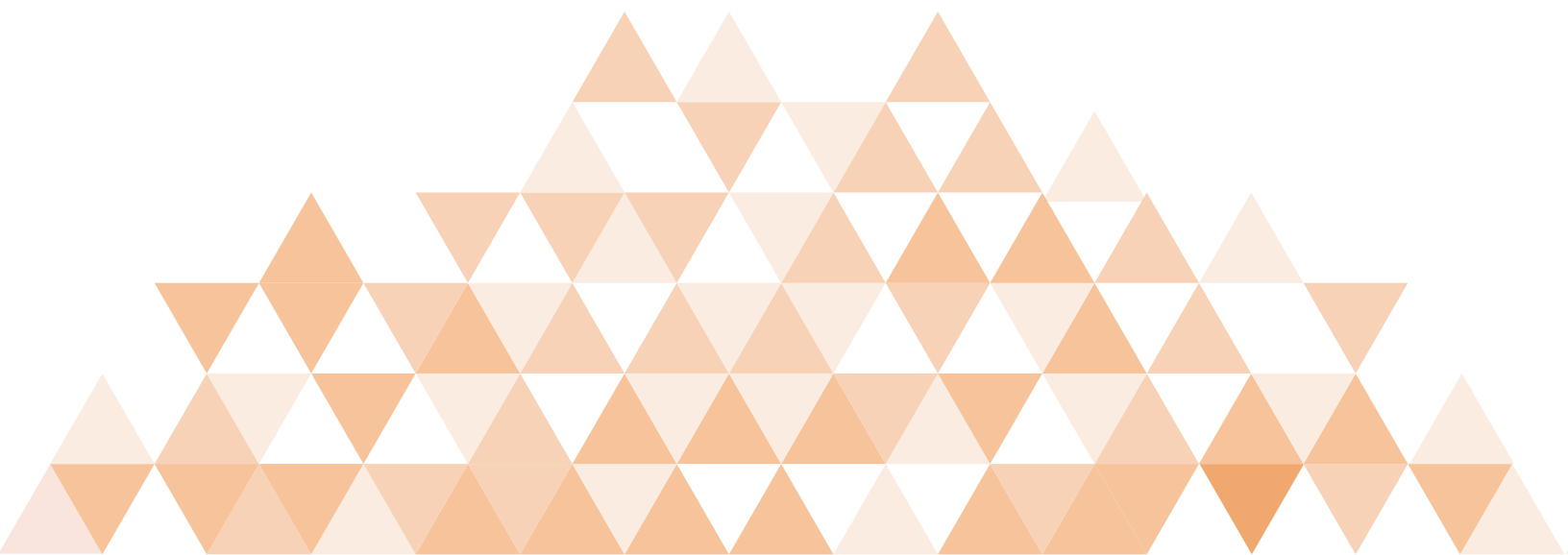




MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

FICHAS TALLER 5:
ÁNGULOS Y CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS

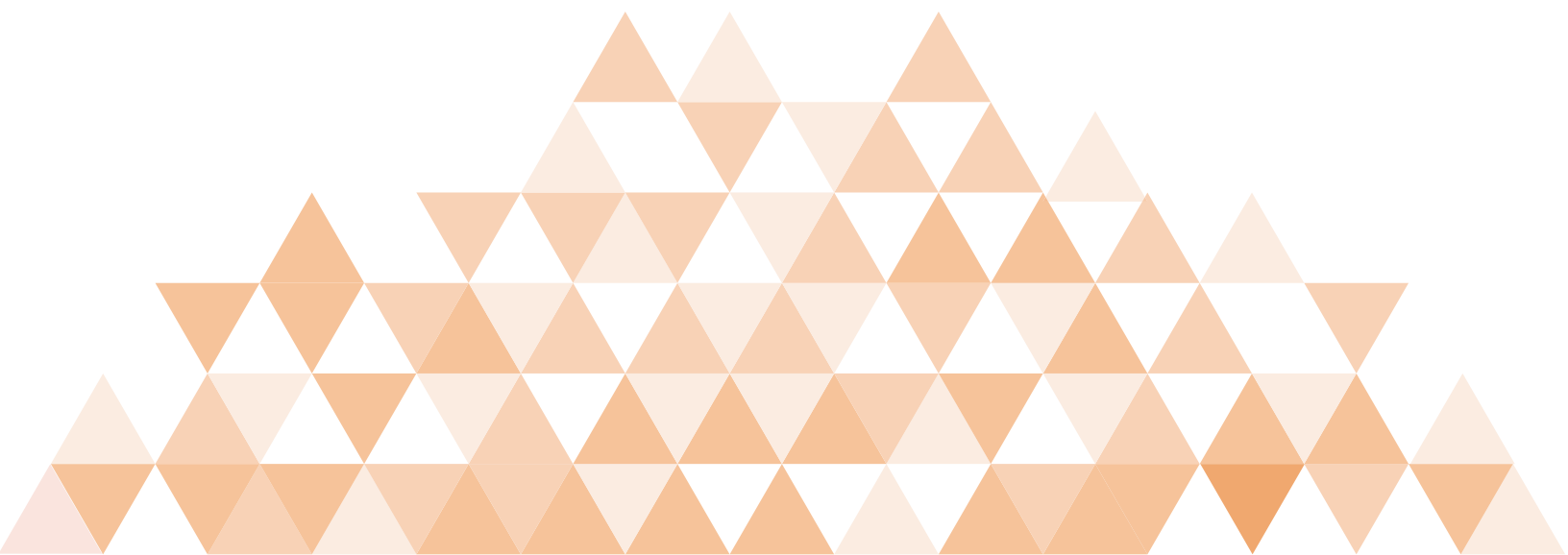


INTRODUCCIÓN

Este taller estuvo orientado al estudio de definiciones, clasificación, operaciones y medición de ángulos, así como también a la justificación de la propiedad de suma de ángulos interiores de algunos polígonos mediante distintas técnicas. Además, se abordó el uso de ciertos instrumentos geométricos y diversos procedimientos para realizar construcciones geométricas.

Las fichas que conforman este apartado contemplan los siguientes contenidos:

- Definiciones de ángulos y sus clasificaciones.
- Suma y resta de ángulos.
- Ángulos opuestos por el vértice.
- Ángulos que se forman al cortar rectas paralelas con una transversal.
- Medición de ángulos usando transportador.
- Suma de ángulos interiores en triángulos y cuadriláteros.
- Construcciones e instrumentos geométricos.

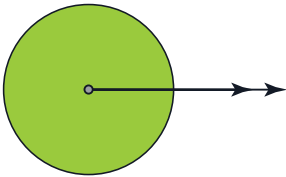
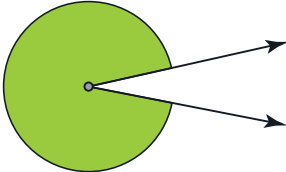
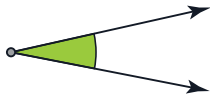




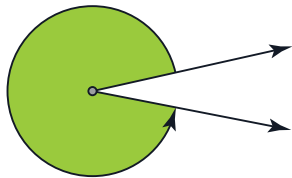
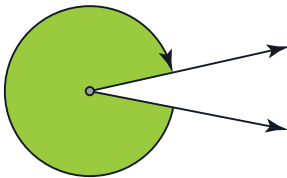
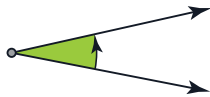
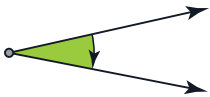
1. Definiciones de ángulo

Las siguientes son definiciones de ángulo abordadas en el curso:

- **Definición 1:** Llamamos *ángulo* al sector del plano comprendido entre dos semirrectas que tienen un origen común y que especifica la región a la cual se hace referencia.



- **Definición 2:** Un *ángulo* queda determinado por dos semirrectas con un origen común, y corresponde al giro o rotación con centro en el origen, en sentido horario o antihorario, que es necesario hacer para llevar una de las semirrectas sobre la otra manteniendo fijo el origen.



Para ambas definiciones el origen común se denomina *vértice* y las semirrectas se llaman *lados del ángulo*. Además, estos elementos se consideran parte del ángulo.



Comentarios

- Es importante destacar que además de las dos definiciones de ángulo anteriores existen otras que se usan en el estudio de la geometría. Todas estas son complementarias y su uso depende del tema que se esté estudiando.



Ubicación: Módulo 2

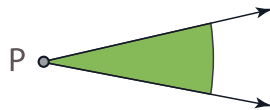
Taller: Ángulos y Construcciones geométricas.
Actividad: Buscando una definición de ángulo.



2. Notación de ángulos

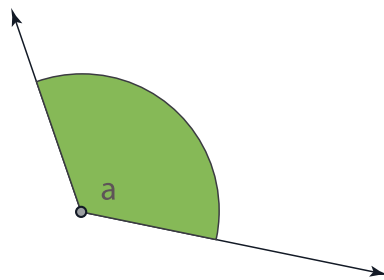
Un ángulo se puede nombrar de variadas formas, por ejemplo:

- Identificando su vértice cuando no existe ambigüedad respecto al ángulo que nos estamos refiriendo.



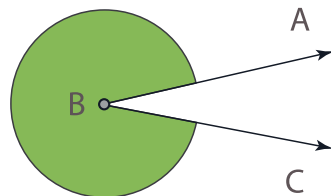
Ángulo con vértice en P

- Asignando una letra que represente su medida.



Ángulo a

- Marcando el vértice y un punto en cada semirrecta para luego nombrar estos tres puntos.



Ángulo ABC



Comentarios

- Si al nombrar el ángulo la información utilizada no es suficiente para identificarlo en la figura, se puede agregar alguna otra característica que lo defina. Por ejemplo, en caso de ser necesario, se puede especificar el sentido del ángulo.



Ubicación: Módulo 2

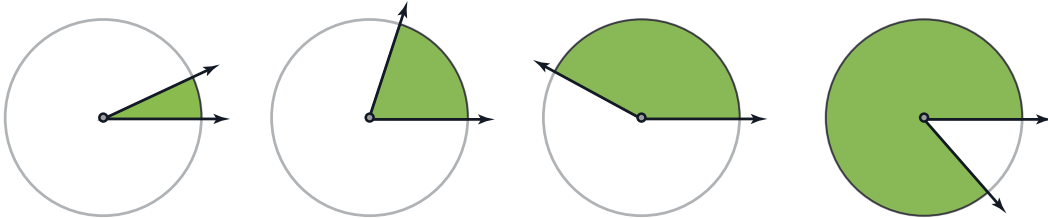
Taller: Ángulos y Construcciones geométricas.
Actividad: Buscando una definición de ángulo.



3. Comparación de ángulos

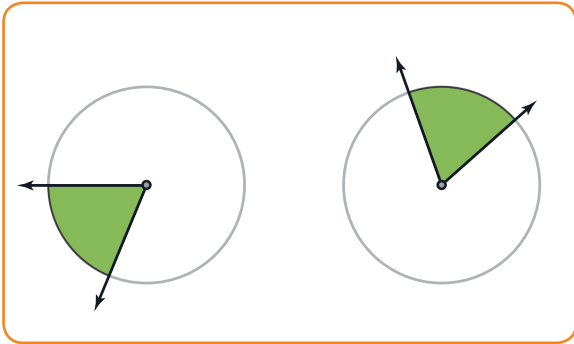
Decimos que un ángulo es mayor que otro si la fracción del círculo que queda cubierta por el primero es mayor que la del segundo. Asimismo, dos ángulos son iguales si la fracción de círculo del primero es igual a la del segundo.

Ángulos menores



Ángulos mayores

Ángulos iguales



Comentarios

- En niveles iniciales se pueden comparar ángulos dibujándolos sobre papel, recortándolos y sobreponiéndolos.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Ángulos y Construcciones geométricas.

Actividad: Buscando una definición de ángulo.



4. Clasificación de ángulos

Los ángulos se pueden clasificar usando el círculo como referente, haciendo coincidir el vértice del ángulo con el centro del círculo.

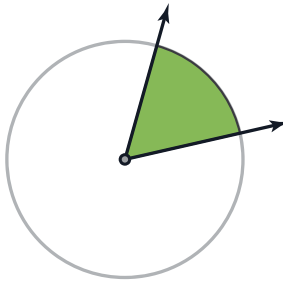
Ángulo nulo

Es aquel en que la fracción de círculo que cubre es 0.



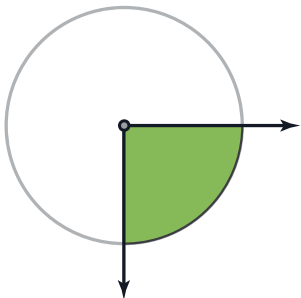
Ángulos agudos

Son aquellos que cubren menos de un cuarto de círculo.



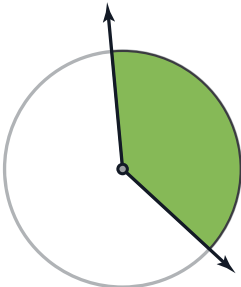
Ángulos rectos

Son aquellos que cubren exactamente un cuarto de círculo.



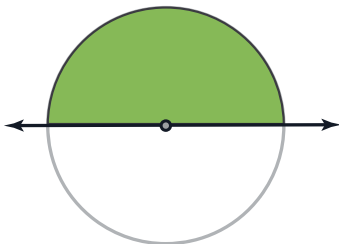
Ángulos obtusos

Son aquellos que cubren más de un cuarto de círculo y menos de medio círculo.



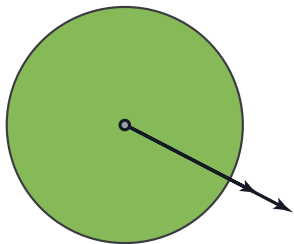
Ángulos extendidos o llanos

Son aquellos que cubren medio círculo.



Ángulo completo

Son aquellos que cubren el círculo completo.



Comentarios

- La clasificación de los ángulos nulo, recto, extendido y completo corresponden a una fracción del círculo. Mientras que para el ángulo agudo y obtuso, la clasificación corresponde a un intervalo entre dos fracciones del círculo.



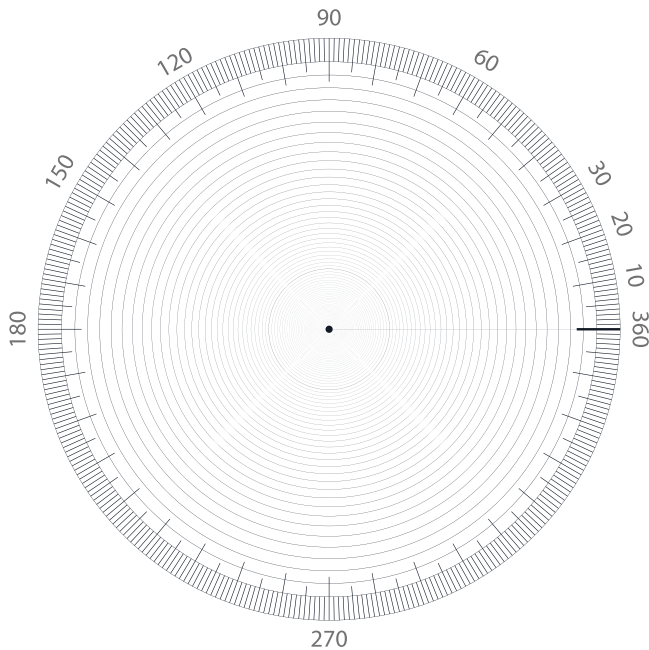
Ubicación: Módulo 2

Taller: Ángulos y Construcciones geométricas.
Actividad: Buscando una definición de ángulo.

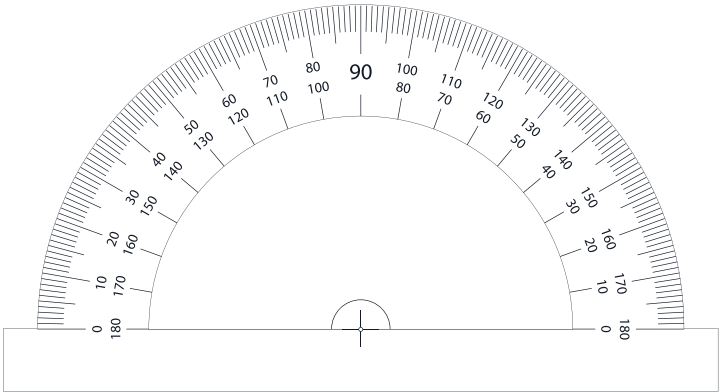


5. Medición de ángulos

Para medir ángulos se divide un círculo en 360 partes iguales y a cada una de ellas se les llama *un grado*, el cual se anota 1° .



Un instrumento comúnmente usado para medir ángulos es el transportador, que corresponde a la mitad de un círculo y tiene 180° .



Comentarios

- El círculo se puede dividir en cualquier número natural de partes iguales. De hecho, también se usa dividirlo en 400 partes iguales, pero es menos común.



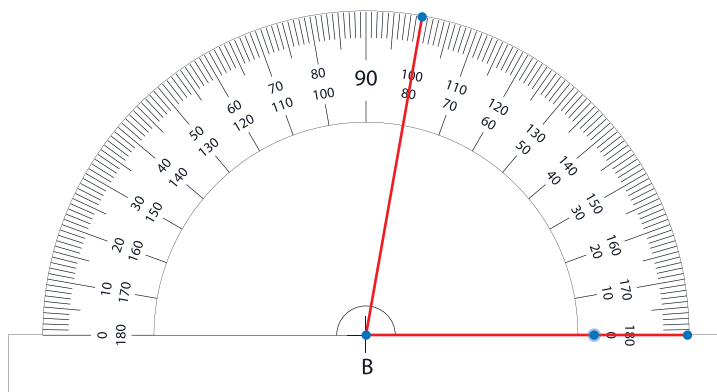
Ubicación: Módulo 2

Taller: Ángulos y Construcciones geométricas.
Actividad: Buscando una definición de ángulo.

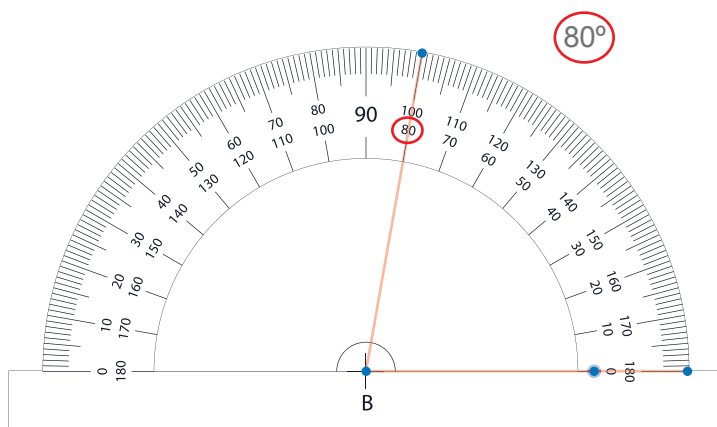


6. Uso del transportador

El *transportador* es un instrumento geométrico que permite medir ángulos en grados. Para usar el transportador se debe posicionar su centro sobre el vértice del ángulo por medir, resguardando que uno de los lados del ángulo quede alineado con una de las marcas de 0° .



Luego, observamos el otro lado del ángulo y determinamos la marca del transportador que queda alineada con él, la que corresponde a la medida del ángulo. Para determinar la medida del ángulo, debemos resguardar que se esté usando la escala correcta en el transportador, es decir, aquella en que 0° coincide con el primer lado del ángulo que alineamos con el transportador.



Comentarios

- Algunos errores que surgen al usar transportador para medir ángulos son:
 - Usar la escala incorrecta al leer la medida del ángulo en el transportador.
 - No alinear correctamente el transportador con los lados del ángulo por medir.



Ubicación: Módulo 2

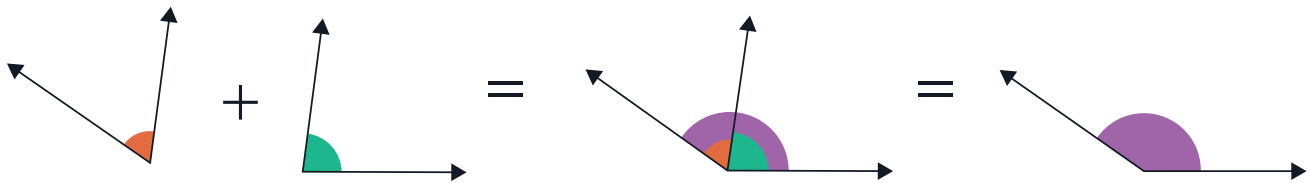
Taller: Ángulos y Construcciones geométricas.

Actividad: Buscando una definición de ángulo.

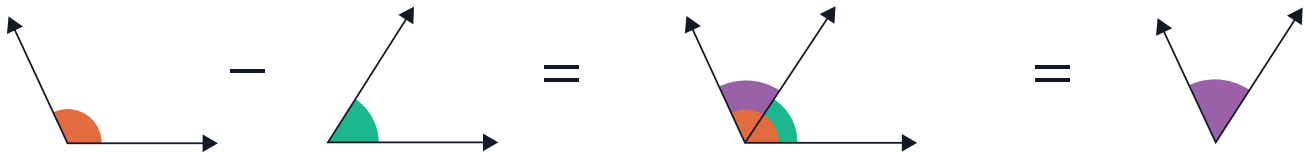


7. Operaciones con ángulos

- Si tenemos dos ángulos y los hacemos coincidir en el vértice y en uno de sus lados, de manera tal que las regiones que definen queden hacia costados diferentes del lado común, el ángulo formado por los lados que no son comunes se denomina suma.



- Si tenemos dos ángulos, el primero mayor o igual que el segundo, y hacemos coincidir sus vértices y uno de sus lados de forma tal que los ángulos se corten, el ángulo formado por los lados que no son comunes se denomina *resta* o *diferencia* entre el ángulo mayor y el menor.



Comentarios

- En niveles iniciales se puede trabajar la suma de ángulos usando sus representaciones, sin la necesidad de recurrir a su medida.



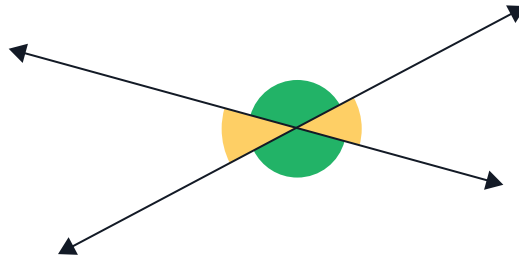
Ubicación: Módulo 2

Taller: Ángulos y Construcciones geométricas.
Actividad: Buscando una definición de ángulo.

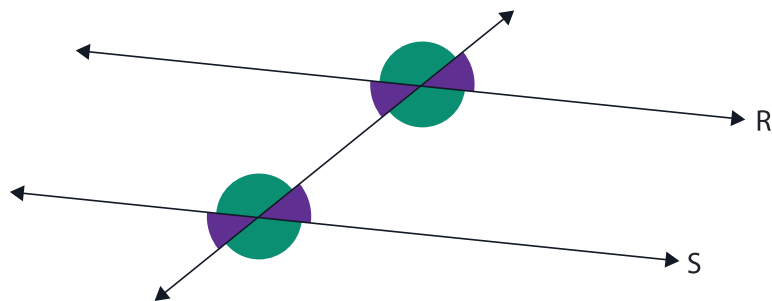


8. Ángulos opuestos por el vértice y entre paralelas

Si dos rectas se cortan formando cuatro ángulos, los *ángulos opuestos por el vértice son iguales*. En la figura se pintaron con el mismo color los ángulos opuestos por el vértice.

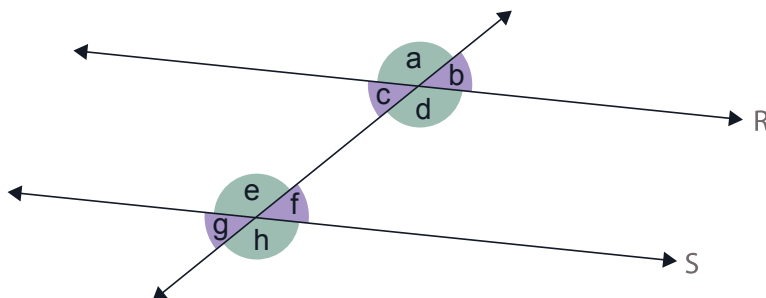


Al cortar dos rectas paralelas, R y S, con una transversal, se obtienen ocho ángulos, pero solo dos medidas diferentes. En la figura se pintaron los ángulos iguales con el mismo color.



Comentarios

- Una recta se dice transversal a otra si no es paralela a ella.
- A los ángulos formados por las rectas paralelas cortadas por una transversal se les suele nombrar como alternos internos, alternos externos y correspondientes.



Ángulos alternos externos:
a y h,
b y g.

Ángulos alternos internos:
c y f,
d y e.

Ángulos correspondientes:
a y e, b y f,
c y g, d y h.



Ubicación: Módulo 2

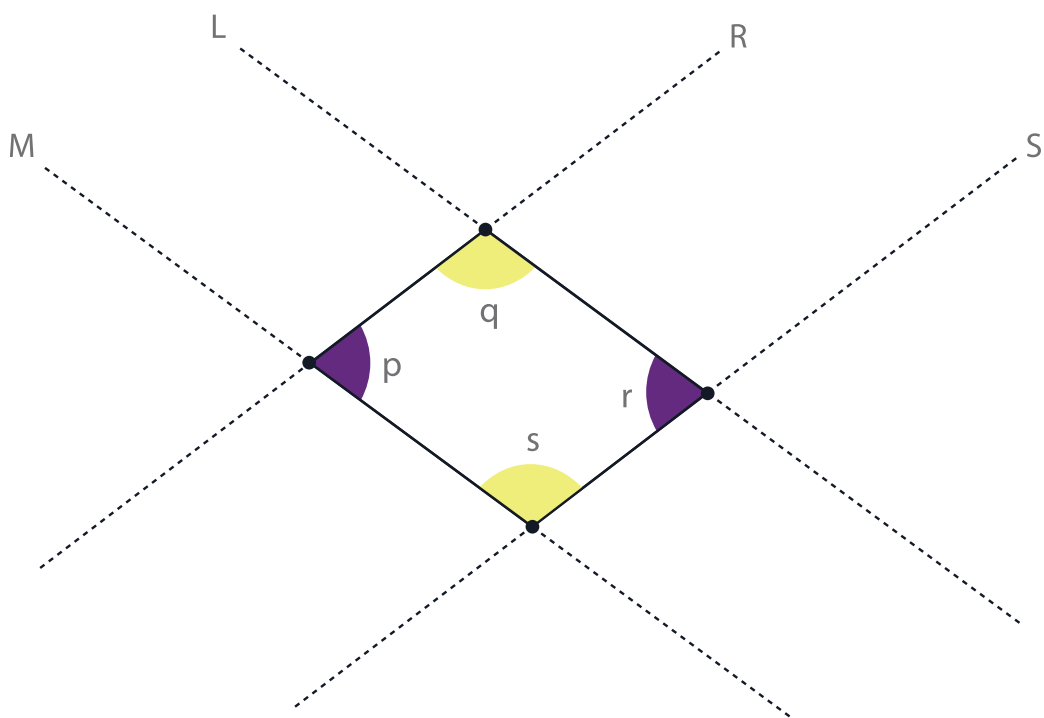
Taller: Ángulos y Construcciones geométricas.
Actividad: Ángulos y rectas.



9. Ángulos en el paralelogramo

Cuando se cortan dos rectas paralelas (L y M) por otras dos rectas paralelas (R y S), se forma un cuadrilátero que denominamos paralelogramo.

Por las propiedades de ángulos opuestos por el vértice y ángulos entre paralelas, se puede establecer que *en un paralelogramo los ángulos opuestos son iguales y dos ángulos consecutivos suman 180°* .



Comentarios

- En un paralelogramo también se cumple que sus lados opuestos tienen igual longitud.



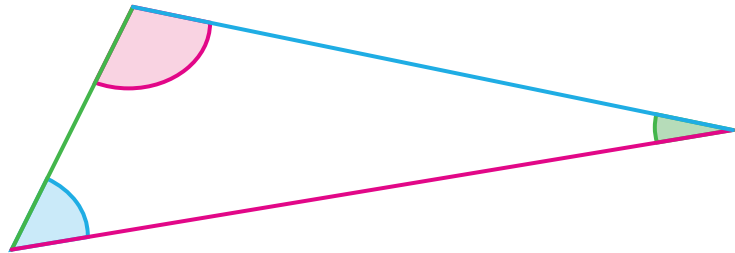
Ubicación: Módulo 2

Taller: Ángulos y Construcciones geométricas.
Actividad: Ángulos y rectas.



10. Ángulos en el triángulo

En un triángulo, a menor lado se opone menor ángulo y, viceversa, a mayor ángulo se opone mayor lado.



En particular:

- si tenemos dos ángulos iguales, podemos afirmar que sus lados opuestos son iguales.
- si tenemos dos lados iguales, sus ángulos opuestos son iguales.



Comentarios

- Los triángulos se pueden clasificar según la medida de sus ángulos o lados.



Ubicación: Módulo 2

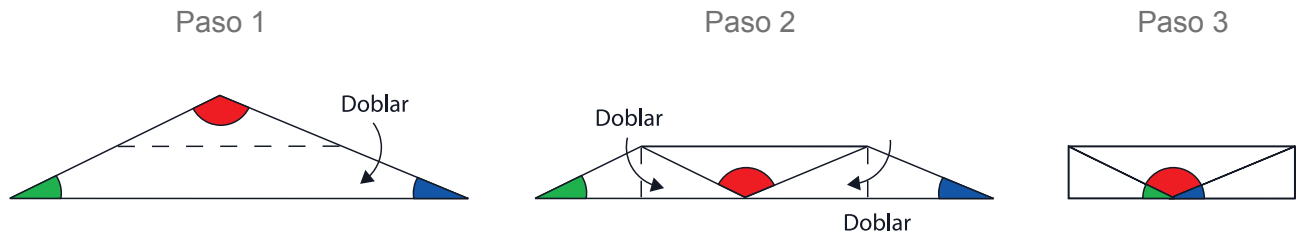
Taller: Ángulos y Construcciones Geométricas.
Actividad: Ángulos y rectas.



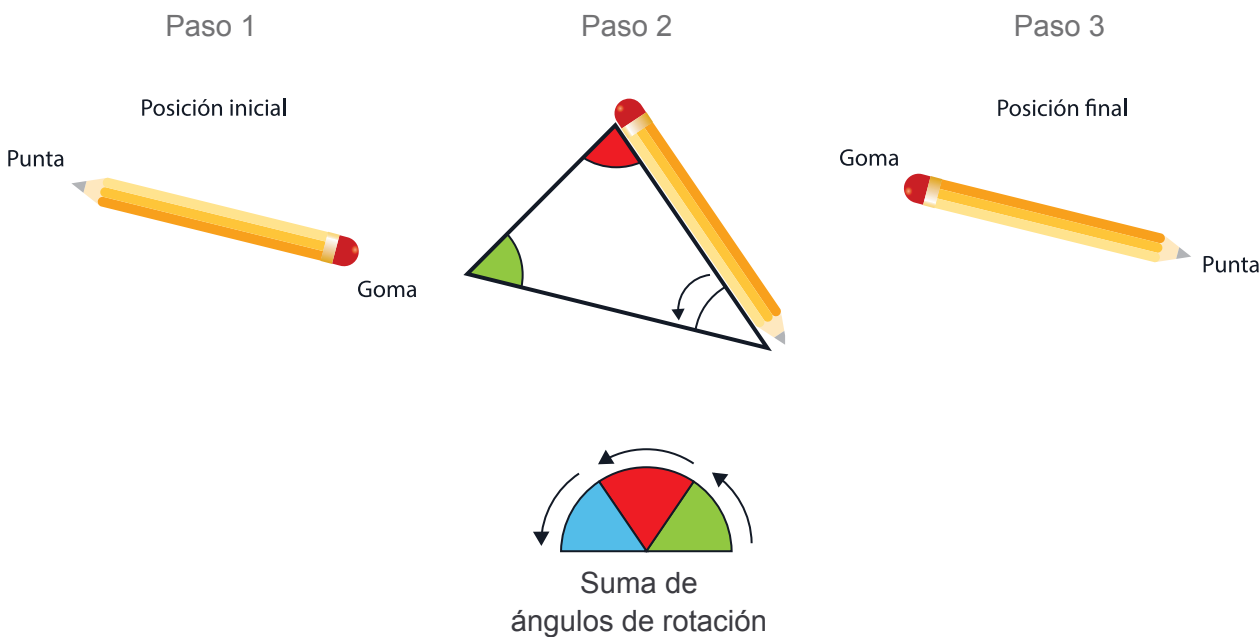
11. Suma de ángulos interiores de un triángulo

La suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180° . Esta afirmación se puede comprobar a través de distintos procedimientos, como los siguientes:

- Recortar un triángulo en un papel y luego doblarlo.



- Recorrer sus ángulos con un lápiz, girándolo en torno a sus vértices.



Comentarios

- Las estrategias propuestas se relacionan con las dos definiciones de ángulo trabajadas en este curso.



Ubicación: Módulo 2

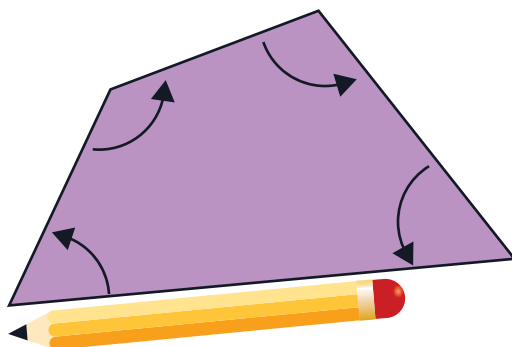
Taller: Ángulos y Construcciones geométricas.
Actividad: Suma de ángulos interiores.



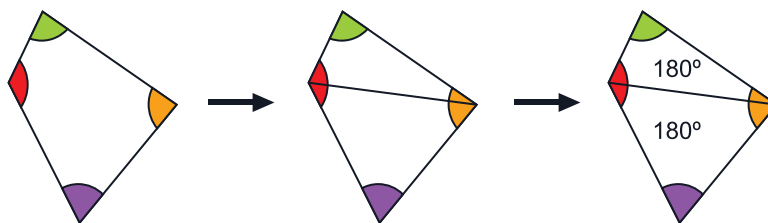
12. Ángulos interiores en cuadriláteros

En el curso hemos visto tres formas distintas de obtener la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero, las que se describen a continuación:

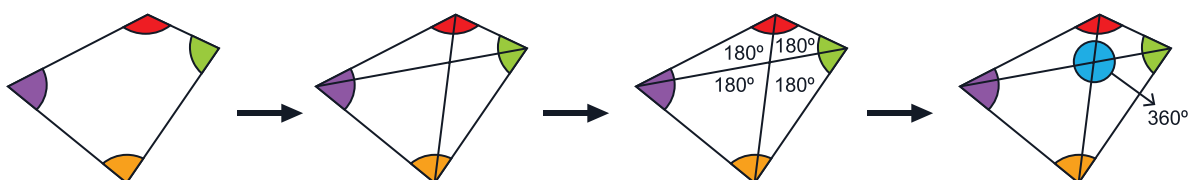
- Recorrer sus ángulos interiores con un lápiz, girándolo en torno a sus vértices.



- Descomponer el cuadrilátero en dos triángulos a través de una de sus diagonales.



- Trazar las dos diagonales del cuadrilátero formando cuatro triángulos y restando el ángulo (360°) que se forma en la intersección de las diagonales.



Comentarios

- Las estrategias utilizadas para encontrar la suma de los ángulos interiores en un cuadrilátero también permiten obtener la suma de ángulos interiores de otros polígonos.



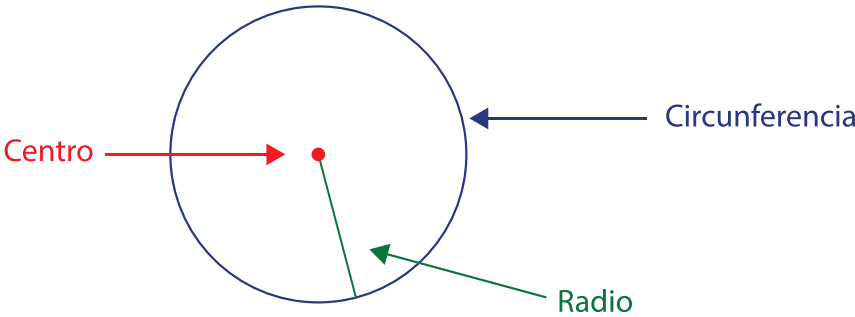
Ubicación: Módulo 2

Taller: Ángulos y Construcciones geométricas.
Actividad: Suma de ángulos interiores.



13. Circunferencia

El conjunto de todos los puntos del plano que están a igual distancia de un punto fijo se denomina *circunferencia*. El punto fijo se llama centro y cualquier segmento cuyos extremos sean el centro y un punto de la circunferencia se denomina radio. También se llama radio a la medida de estos segmentos.



Un *arco* de una circunferencia corresponde a una parte de ella comprendida entre dos de sus puntos:



Comentarios

- Para construir una circunferencia se puede usar un compás o una cuerda y una estaca. En ambos casos, se fija el centro y se gira manteniendo la longitud del radio.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Ángulos y Construcciones geométricas.
Actividad: El jardín geométrico.



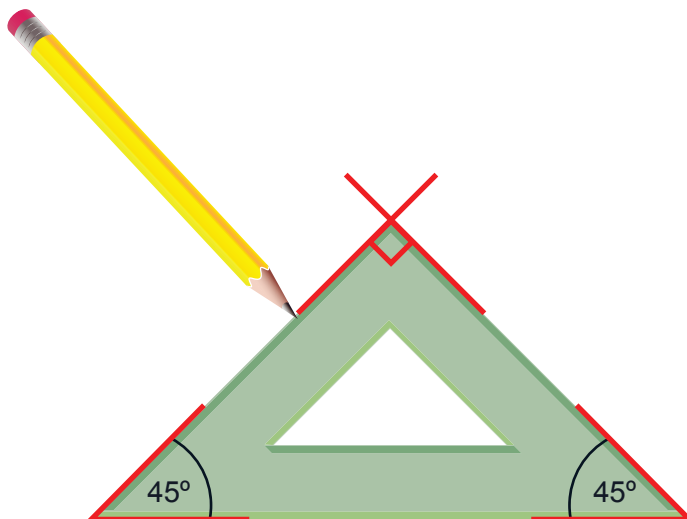
14. Instrumentos geométricos

1

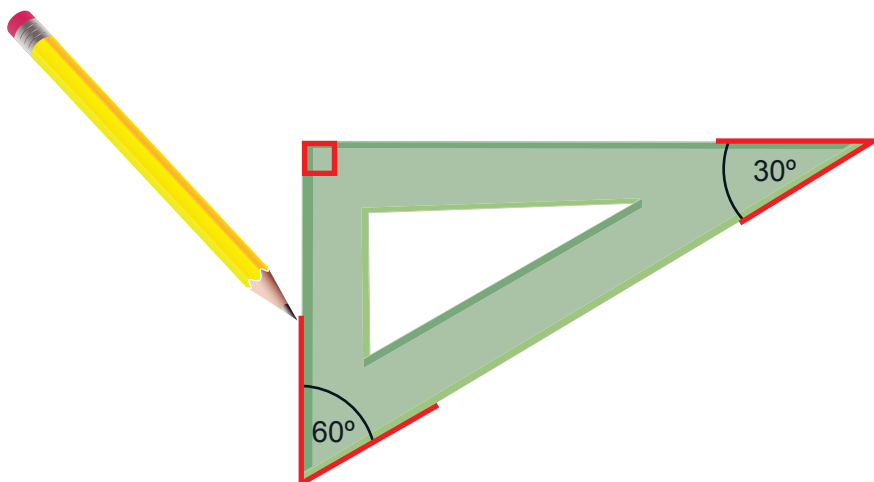
Regla: Se emplea para trazar líneas rectas y, si está graduada, para medir longitudes.



Escuadra: Se usa para trazar rectas perpendiculares (ángulos de 90°). Hay dos tipos de escuadra. Una de ellas con dos lados iguales, que sirve además para dibujar rectas que se cortan en ángulos de 45° .



Hay otra escuadra que permite representar rectas que se cortan en ángulos de 30° y 60° .

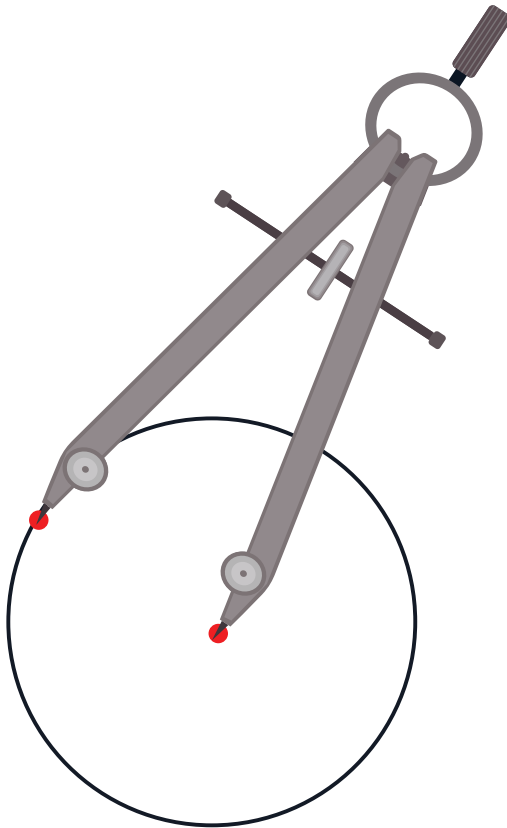




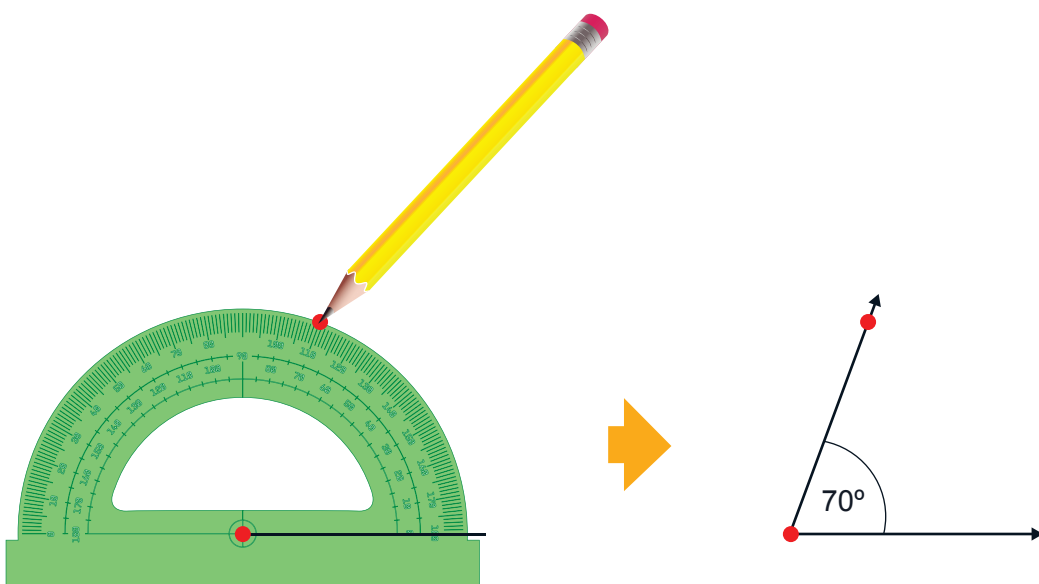
14. Instrumentos geométricos

2

Compás: Se utiliza para trazar circunferencias y arcos. También, para copiar una longitud.



Transportador : Se usa para medir o trazar ángulos.





Comentarios

- En los niveles iniciales comprender el uso de instrumentos geométricos y utilizarlos para dibujar figuras básicas permite que los/las estudiantes se vayan apropiando paulatinamente de herramientas para que en niveles posteriores puedan construir figuras geométricas.
- Es conveniente que el profesor sepa dibujar figuras geométricas en la pizarra utilizando diversos instrumentos y procedimientos, y comprender por qué la construcción es correcta.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Ángulos y Construcciones geométricas.
Actividad: El jardín geométrico.