

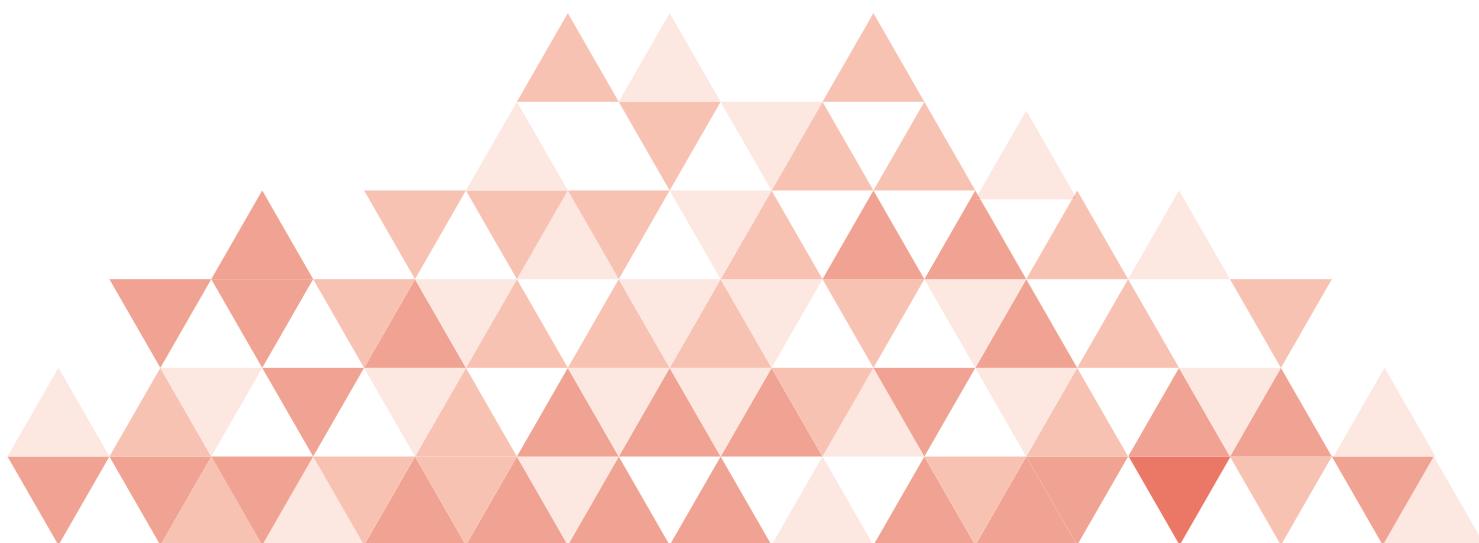
SUMA Y SIGUE MATEMÁTICA EN LÍNEA

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO



MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

FICHAS TALLER 4:
ANALIZANDO DATOS DE JUEGOS DE AZAR



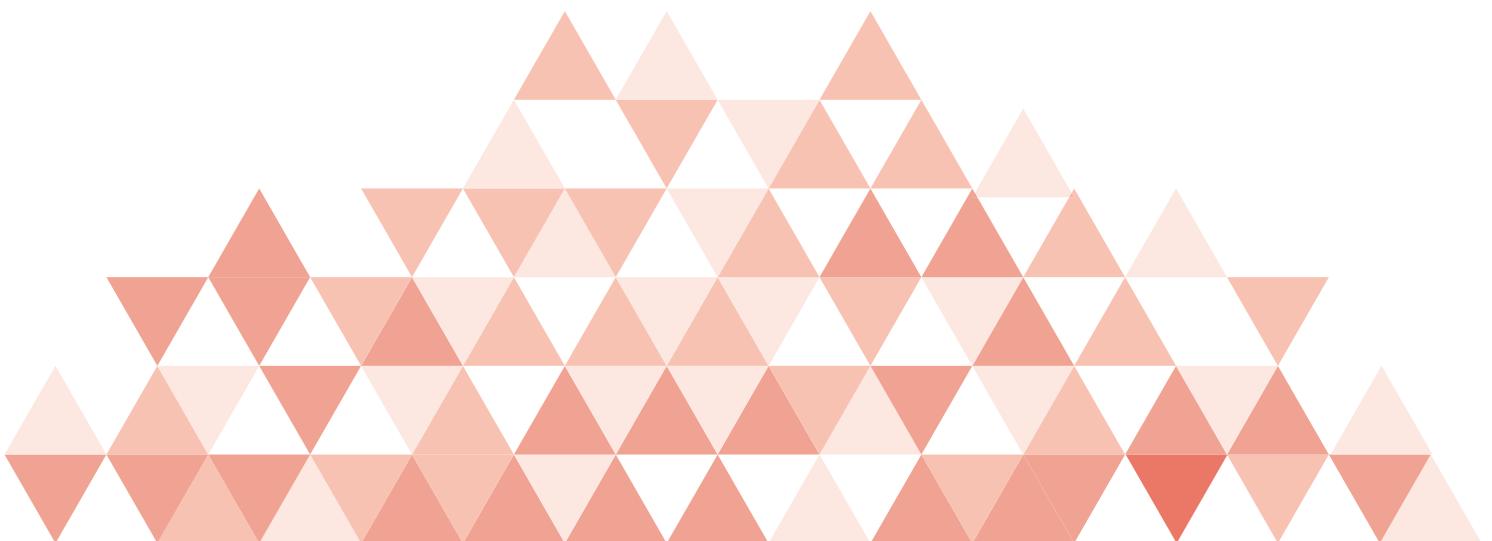
INTRODUCCIÓN

A través de contextos de juegos de azar, este taller abordó la utilidad de la estadística para estimar, comparar y verificar las posibilidades de ocurrencia de los resultados de un experimento aleatorio. Para ello, se estudiaron las distribuciones de los datos obtenidos de un gran número de repeticiones de distintos experimentos lúdicos, estableciendo conjeturas que luego se confrontaron con lo conseguido a partir del análisis de los casos posibles de estos experimentos. En este trabajo, la estadística facilitó el reconocimiento de regularidades en los resultados y además la verificación empírica de las posibilidades establecidas de forma teórica.

Las situaciones trabajadas permitieron contrastar algunas creencias y razonamientos erróneos respecto de las ideas de aleatoriedad y probabilidad, las que en este taller recibieron un tratamiento intuitivo que podría facilitar la transición de los estudiantes a niveles de comprensión más profundas de estas nociones.

Los temas abordados en las fichas son los siguientes:

- Experimentos aleatorios.
- Creencias erradas respecto de la idea de aleatoriedad.
- Análisis de datos de experimentos aleatorios
- Simulaciones
- Análisis de los casos posibles de un experimento aleatorio
- Diagramas de árbol





1. Experimento aleatorio

Un **experimento aleatorio** es cualquier situación o procedimiento que produce resultados que no se pueden predecir.

Ejemplos:

- Registrar el número de personas que llegan a un paradero durante una hora.
- Registrar la temperatura de un vagón del metro cada 30 minutos durante un día completo.
- Plantar un poroto y registrar el tiempo que demora en crecer 10 cm.
- Lanzar una moneda y registrar si resulta cara o sello.



Comentarios

- Al describir un experimento aleatorio, muchas veces suele dejarse implícito lo que se desea observar, sin embargo, para evitar cualquier ambigüedad, es recomendable que se especifique claramente aquello que interesa registrar. Por ejemplo, al lanzar un par de dados, típicamente se asume que se observará el valor obtenido al sumar los puntos, pero también podría ocurrir que el interés esté en registrar si en ambos dados se obtuvo o no la misma cantidad.
- Los juegos de azar, tal como los juegos de naipes, ruletas, lanzamiento de dados o monedas, son experimentos aleatorios, ya que sus resultados no dependen exclusivamente de la habilidad de los jugadores y por tanto no se pueden predecir. El currículum nacional se refiere a este tipo de juegos como experimentos aleatorios lúdicos.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Analizando datos de juegos de azar.
Actividad: El juego de los caballos.



2. Creencias erradas respecto de la idea de la aleatoriedad

Es frecuente que los estudiantes manifiesten ideas erróneas acerca de situaciones que involucran aleatoriedad como los juegos de azar. Entre las más comunes tenemos:

1. **Falacia del jugador:**
consiste en suponer que las posibilidades de obtener un resultado aumentan o, por el contrario, disminuyen si este se ha repetido con cierta frecuencia anteriormente.
2. **Todos los resultados tienen la misma posibilidad de ocurrir:**
consiste en suponer que siempre da lo mismo qué resultado elegir, lo que no es cierto en todos los experimentos aleatorios.



Comentarios

- La falacia del jugador se relaciona con la dificultad para reconocer la independencia de los resultados de algunos experimentos aleatorios. En esos casos, la posibilidad de ocurrencia de un resultado no depende de los resultados obtenidos anteriormente.
- Una manera de contrastar la intuición inicial de que todos los resultados tienen siempre la misma posibilidad de ocurrir es proponer juegos de azar en los que, al observar las frecuencias, se evidencie con claridad que algunos resultados tienen más posibilidades que otros. Es importante que el docente incentive a sus estudiantes a reconocer estas diferencias a partir del análisis de los datos obtenidos al repetir muchas veces el experimento.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Analizando datos de juegos de azar.
Actividad: El juego de los caballos.



3. Análisis de datos de experimentos aleatorios

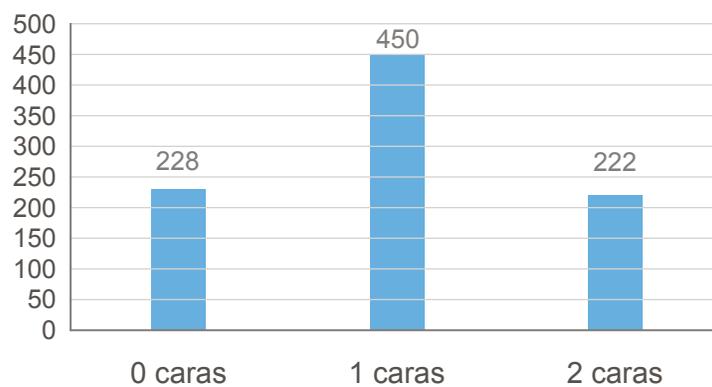
El propósito fundamental del análisis de los datos de experimentos aleatorios es observar regularidades en sus distribuciones que permitan, eventualmente, hacer predicciones sobre el comportamiento global de los resultados del experimento.

Estas regularidades pueden ser develadas al analizar tablas y gráficos, y ayudan a estimar o comparar las posibilidades de ocurrencia de los distintos resultados del experimento aleatorio.

Ejemplo:

El siguiente gráfico muestra la distribución de los datos para el experimento “lanzar dos monedas y registrar el número de caras” después de 900 lanzamientos.

Resultados de 900 lanzamientos



El gráfico sugiere que después de un gran número de lanzamientos la frecuencia con la que se observa el resultado “1 cara” tiende a ser el doble que la frecuencia de cualquiera de los otros dos resultados. Esto permite estimar que al lanzar dos monedas, las posibilidades de obtener “1 cara” son el doble que las de obtener “0 caras”.



Comentarios

- Un hecho relevante que deja en evidencia el análisis de datos de experimentos aleatorios es que muchas situaciones azarosas, cuyos resultados en pocas repeticiones son variables e impredecibles, al observar los datos de un gran número de repeticiones pueden presentar un comportamiento regular y describir ciertas tendencias.
- Hay que tener en cuenta que no es posible determinar de manera precisa el número de repeticiones que son suficientes para caracterizar completamente las regularidades de algunos experimentos aleatorios.
- Los juegos de azar otorgan a los estudiantes la oportunidad de generar una gran cantidad de datos, por ejemplo, juntando los resultados de las repeticiones del experimento obtenidos por cada estudiante o grupos de estudiantes.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Analizando datos de juegos de azar.

Actividad: Analizando datos de juegos de azar.

TALLER 4: ANALIZANDO DATOS DE JUEGOS DE AZAR.



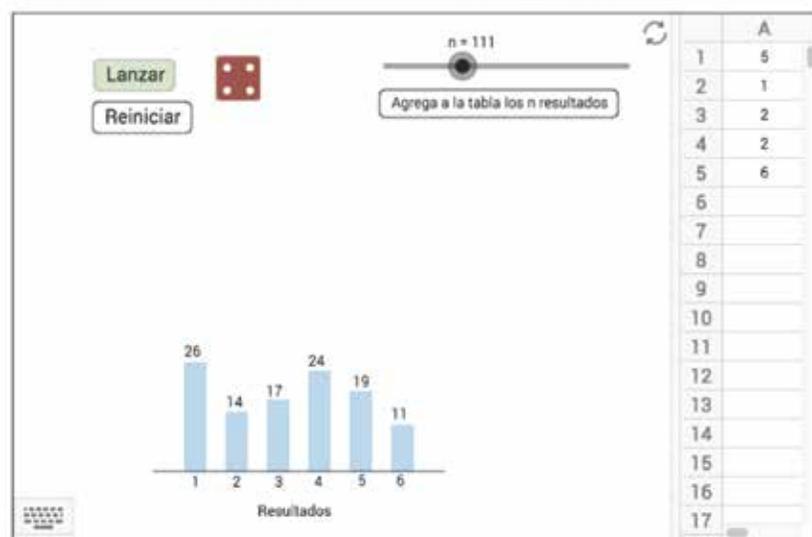
4. Simulación

En muchas ocasiones puede resultar difícil o incluso imposible repetir un experimento aleatorio una gran cantidad de veces. En estos casos se puede recurrir a una **simulación**, que es un experimento aleatorio que genera los mismos resultados que el original y cuya implementación resulta más simple.

Ejemplo:

El recurso de GeoGebra disponible en <https://ggbm.at/sRwU2CcH> simula el lanzamiento de un dado y registra los resultados en una tabla.

Simulación lanzamiento del dado



Comentarios

- Existen muchos recursos informáticos que simulan experimentos aleatorios relacionados con monedas, dados, urnas y ruletas. Estas herramientas son muy útiles para la enseñanza de la estadística y probabilidad, ya que permiten replicar los resultados de experimentos cuya realización en el aula resulta imposible o requiere de un tiempo prolongado.
- Hay que considerar que también existen simulaciones que no requieren el uso de herramientas computacionales. Por ejemplo, si se desea simular los resultados del sexo de un grupo de recién nacidos en un hospital, se puede recurrir a una urna que contenga igual cantidad de bolitas negras y blancas, que representan el nacimiento de un niño y de una niña, respectivamente.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Analizando datos de juegos de azar.
Actividad: ¿A qué caballo conviene apostar?



5. Análisis de los resultados posibles de un experimento aleatorio

Una forma de comparar posibilidades de ocurrencia de dos o más eventos de un experimento aleatorio consiste en identificar y comparar el número de resultados posibles asociados a tales eventos.

Este tipo de comparación requiere que todos los resultados del experimento aleatorio tengan la misma posibilidad de ocurrir.

Ejemplo:

Consideremos el experimento “lanzar dos monedas y registrar si resultan cara o sello”. Los resultados posibles de este experimento son:

1ª moneda 2ª moneda



- El evento “ambas monedas son cara” tiene 1 resultado posible:



- El evento “solo una de las monedas es cara” tiene 2 resultados posibles:



Esto permite establecer que al lanzar dos monedas, las posibilidades de obtener solo 1 cara son el doble que las de obtener 2 caras.

TALLER 4: ANALIZANDO DATOS DE JUEGOS DE AZAR.



Comentarios

- En el caso de juegos de azar en los que hay dados o monedas, la hipótesis de que todos los resultados del experimento tienen la misma posibilidad de ocurrir se sustenta en la simetría física que presentan las caras. Esto permite asumir que ninguno de los resultados tiene ventaja sobre los otros.
- Otra forma de sustentar esta hipótesis es a través de una verificación estadística, en la que se observa que las frecuencias de cada resultado tienden a ser iguales cuando el experimento se repite un gran número de veces. Por ejemplo, se puede observar empíricamente que la frecuencia de los nacimientos de niños y niñas tienden a equipararse al observar muchos casos.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Analizando datos de juegos de azar.
 Actividad: ¿A qué caballo conviene apostar?

TALLER 4: ANALIZANDO DATOS DE JUEGOS DE AZAR.



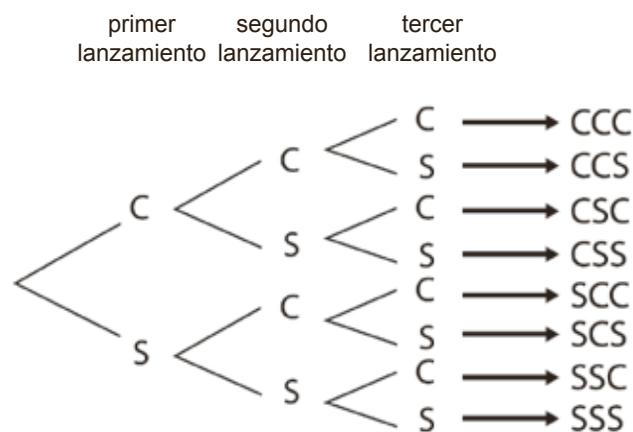
6. Diagramas de árbol.

Identificar todos los resultados posibles de un experimento aleatorio es una tarea que puede resultar compleja si no se cuenta con procedimientos que permitan sistematizar la búsqueda.

Uno de los recursos que facilitan esta búsqueda es el **diagrama de árbol**, que corresponde a una representación gráfica que ayuda a listar todos los casos posibles de experimentos aleatorios compuestos por dos o más experimentos que se realizan en etapas.

Ejemplo:

El siguiente diagrama de árbol permite listar todos los resultados posibles que se pueden obtener al lanzar una moneda tres veces consecutivas:



• Comentarios

- La complejidad para reconocer todos los casos posibles de un experimento aleatorio no se limita solo a la ausencia de procedimientos sistemáticos de búsqueda, también hay otras dificultades, como la de distinguir que algunos resultados son distintos entre sí. Por ejemplo, suponer que al lanzar dos monedas existe un solo resultado en que las monedas muestran distintas caras. Los diagramas de árbol ayudan a reconocer estas diferencias y superar esta dificultad.
- Los diagramas de árbol, además de describir los resultados de experimentos que se realizan en etapas, pueden ser utilizados para representar experimentos que se efectúan de manera simultánea. Por ejemplo, el diagrama anterior también describe los resultados de lanzar de forma conjunta tres monedas, ya que, como los lanzamientos son independientes, es posible pensar que primero se lanzó una de ellas, luego la otra y finalmente la tercera moneda.
- Observemos que contar los resultados de un experimento aleatorio en etapas corresponde a un problema de combinación que puede ser resuelto usando diagramas de árbol, o bien otras estrategias empleadas en la multiplicación de números naturales.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Analizando datos de juegos de azar.
Actividad: ¿A qué caballo conviene apostar?



7. Comparar posibilidades

La comparación de las posibilidades de ocurrencia de sucesos relacionados a experimentos aleatorios se puede realizar a través de:

1. el análisis de la distribución de los datos , en que se comparan las frecuencias con que se presentan los distintos sucesos al repetir el experimento aleatorio un gran número de veces.
2. el análisis de los **casos posibles del experimento aleatorio**, en los que se identifican y comparan los números de resultados posibles asociados a los distintos sucesos. Esto requiere que todos los resultados posibles del experimento tengan la misma posibilidad de ocurrir.



• Comentarios

- En muchos experimentos aleatorios el análisis de los datos permite verificar empíricamente las posibilidades descritas al estudiar los casos posibles, o viceversa. Esto muestra la complementariedad de estos tipos de análisis.
- Sin embargo, hay casos en los que la repetición del experimento no es viable, por lo que el análisis de los casos posibles constituye la única manera de evaluar posibilidades. Por otro lado, existen experimentos en que el estudio de los casos posibles resulta muy complejo, pero en las que sí se puede estimar las posibilidades a través de la toma de datos o simulaciones.
- Los análisis descritos constituyen aproximaciones intuitivas a definiciones o interpretaciones de probabilidad que se estudian en niveles escolares más avanzados.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Analizando datos de juegos de azar.
Actividad: ¿A qué caballo conviene apostar?