

SUMA Y SIGUE



MATEMÁTICA EN LÍNEA

**PROGRAMA GANADOR DEL
PREMIO UNESCO-HAMDAN BIN RASHID AL-MAKTOUM**



United Nations
Educational, Scientific and
Cultural Organization



UNESCO - Hamdan Prize
for the effectiveness
of teachers

OBJETIVOS DEL TALLER DE AULA

- Analizar la progresión curricular relacionada con el estudio de ecuaciones de 3° a 6° básico.
- En el contexto de la preparación de clases, realizar anticipaciones a una actividad de aprendizaje relacionada con la enseñanza de ecuaciones.

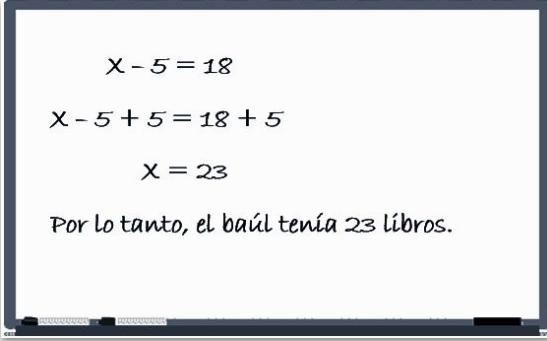
ACTIVIDAD 1

Después de haber introducido las ecuaciones en 4° básico, una profesora trabajó el siguiente problema:

Claudia donó 5 libros que guardaba en un baúl y le quedaron 18. ¿Cuántos libros tenía Claudia en el baúl?

Luego de discutir el problema con los estudiantes, la profesora representó la situación mediante la ecuación $x - 5 = 18$. Además, les pidió representar y resolver esta ecuación usando la balanza.

A partir de esa representación, la profesora justificó que la ecuación se puede resolver sumando 5 a ambos lados de la igualdad y mostró el siguiente procedimiento en la pizarra:



$$x - 5 = 18$$

$$x - 5 + 5 = 18 + 5$$

$$x = 23$$

Por lo tanto, el baúl tenía 23 libros.

¿Es pertinente la propuesta de la profesora?
Analicen al menos dos aspectos.

ACTIVIDAD 1

¿Es pertinente la propuesta de la profesora? Analicen al menos dos aspectos.

REFLEXIÓN ACTIVIDAD 1

- El uso de letras para representar incógnitas solo aparece a partir de 5° básico, por lo que la representación simbólica no es pertinente para el nivel en que enseña la profesora.
- Las ecuaciones de resta, que son las de la forma $ax - b = c$, son difíciles de representar con balanzas.
- El procedimiento que propone la profesora, que consiste en sumar el inverso aditivo, no es apropiado de 4° a 6°, ya que no tienen el concepto de número negativo, ni de inverso aditivo. La expresión $-5 + 5$ puede generar conflicto en los estudiantes.

ACTIVIDAD 2

Consideren los siguientes elementos relacionados al estudio de las ecuaciones de 3° a 6° básico:

Dimensión	Elementos
Ámbito numérico	De 0 al 100
	Principalmente del 0 al 100
Tipo de ecuación	Ecuaciones de un paso $x + a = b$; $x - a = b$
	Ecuaciones de dos pasos $ax + b = c$; $ax - b = c$
Forma de expresar la incógnita	Con figuras
	Con letras
Tipos de representaciones	Expresiones algebraicas
	Balanzas
	Diagramas de barras
Métodos de resolución	Métodos algebraicos (despejar la incógnita)
	Usar la operación inversa
	Ensayo y error
	Sentido numérico

Completen la siguiente tabla, indicando en qué niveles se trabaja cada uno de los elementos descritos de acuerdo al currículum. Consideren que se pueden repetir.

Dimensión	3° básico	4° básico	5° básico	6° básico
Ámbito numérico				
Tipo de ecuación				
Forma de expresar la incógnita				
Tipos de representaciones				
Métodos de resolución				

REFLEXIÓN ACTIVIDAD 2

Los **Objetivos de Aprendizaje (OA)** definidos en el currículum de matemática permiten identificar el nivel en que se sitúan varios elementos relacionados al estudio de las ecuaciones entre 3° y 6° básico.

Sin embargo, hay otros elementos en los que los OA no son explícitos. En esos casos, podemos considerar la interpretación sobre la progresión curricular que proponen los **textos escolares del Ministerio de Educación**.

La siguiente es una interpretación posible de la evolución en el estudio de las ecuaciones entre 3° y 6° básico:

Dimensión	3° básico	4° básico	5° básico	6° básico
Ámbito numérico	Del 0 al 100	Del 0 al 100	Principalmente del 0 al 100	Principalmente del 0 al 100
Tipo de ecuación	Ecuaciones de un paso de la forma $x + a = b$; $x - a = b$	Ecuaciones de un paso de la forma $x + a = b$; $x - a = b$	Ecuaciones de un paso de la forma $x + a = b$; $x - a = b$	Ecuaciones de dos pasos de la forma $ax + b = c$; $ax - b = c$
Forma de expresar la incógnita	Con figuras	Con figuras	Con letras	Con letras
Tipos de representaciones	Balanzas Diagramas de barras	Balanzas Diagramas de barras	Balanzas Diagramas de barras Expresiones algebraicas	Balanzas Diagramas de barras Expresiones algebraicas
Métodos de resolución	Usar la operación inversa	Usar la operación inversa Ensayo y error Sentido numérico	Usar la operación inversa Ensayo y error Sentido numérico Métodos algebraicos (despejar la incógnita)	Usar la operación inversa Ensayo y error Sentido numérico Métodos algebraicos (despejar la incógnita)

REFLEXIÓN ACTIVIDAD 2

Al finalizar este taller te invitamos a revisar con detalle la propuesta para el estudio de las ecuaciones de 3° a 6° que se propone el currículum, que se resume en el documento anexo que te enviamos a continuación.

Anexo OA Ecuaciones 3° a 6° básico

Nivel	Descripción Programa de Estudio	Objetivo de aprendizaje	Indicadores de evaluación sugeridos
3°	Los alumnos aprenderán a resolver ecuaciones simples de un paso con una incógnita, que es representada por un símbolo geométrico (\square), usando las relaciones inversas que se dan entre la adición y la sustracción.	OA_13: Resolver ecuaciones de un paso que involucren adiciones y sustracciones y un símbolo geométrico que represente un número desconocido, en forma pictórica y simbólica del 0 al 100.	<ul style="list-style-type: none"> › Modelan ecuaciones con una balanza, real o pictóricamente, por ejemplo: $x + 2 = 4$. › Modelan inecuaciones con una balanza real que se encuentra en desequilibrio; por ejemplo: $2 + x < 7$. › Modelan ecuaciones e inecuaciones de un paso, concreta o pictóricamente, con una balanza y además con software educativo. › Resuelven adivinanzas de números que involucren adiciones y sustracciones.
4°	Resuelven ecuaciones de un paso por el concepto de la operación inversa entre adición y sustracción.	OA_14: Resolver ecuaciones e inecuaciones de un paso que involucren adiciones y sustracciones, comprobando los resultados en forma pictórica y simbólica del 0 al 100 y aplicando las relaciones inversas entre la adición y la sustracción.	<ul style="list-style-type: none"> › Describen y explican una operación inversa con ayuda de las relaciones numéricas en una "familia de operaciones", por ejemplo, 6, 7 y 13 en forma concreta, pictórica y simbólica: <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> $\begin{array}{ccc} 6 + 7 = 13 & \rightarrow & 7 + 6 = 13 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 13 - 7 = 6 & \rightarrow & 13 - 6 = 7 \end{array}$ </div> › Resuelven una ecuación, aplicando estrategias como: <ul style="list-style-type: none"> - ensayo y error. - "utilizar la operación inversa" en forma concreta, pictórica y simbólica.
5°	Se espera que los alumnos creen ecuaciones de primer grado con una incógnita y resuelvan estas	OA_15: Resolver problemas, usando ecuaciones e inecuaciones de un paso, que involucren adiciones y	<ul style="list-style-type: none"> › Expresan un problema mediante una ecuación donde la incógnita está representada por una letra. › Crean un problema para una ecuación dada.

ACTIVIDAD 3

Una profesora quiere trabajar con sus estudiantes de 5° básico el siguiente problema que aparece en el texto escolar que está utilizando:

*Claudia donó 5 libros que guardaba en un baúl y le quedaron 18.
¿Cuántos libros tenía Claudia en el baúl?*

La profesora plantea las siguientes preguntas a los estudiantes:

1. Escribe una ecuación que permita encontrar la cantidad de libros que había en el baúl.
2. ¿Cómo resolverías esta ecuación? Explica.

Para preparar la clase la profesora necesita anticipar las respuestas que podría obtener de los alumnos.

ACTIVIDAD 3

Completa la siguiente tabla identificando las diversas estrategias, las respuestas correctas o incorrectas, las maneras en que podrían usar los diagramas de barras los estudiantes, las dificultades que pueden encontrar al enfrentarse a esta tarea, entre otros aspectos a considerar en las anticipaciones.

Aspectos	Anticipaciones
Estrategias posibles	
Uso de los diagramas de barras	
Errores posibles	
Posibles dificultades	
Otros aspectos	

REFLEXIÓN ACTIVIDAD 3

- Los estudiantes pueden proponer usar la balanza para representar o resolver la ecuación. Pero esto no resulta pertinente ya que se trata de una ecuación de resta.
- Respecto a las estrategias, estas podrían ser: ensayo y error, recurrir al sentido numérico, despejar la incógnita, uso de representaciones, etc. Incluso no es necesario plantear la ecuación para resolver el problema.
- Un error frecuente es despejar de la siguiente manera: $x = 18 - 5$.
- Una dificultad habitual es determinar la ecuación que modela el problema. Los diagramas de barras podrían ayudar a entender y modelar el problema.

¡Muchas gracias por participar en este taller!