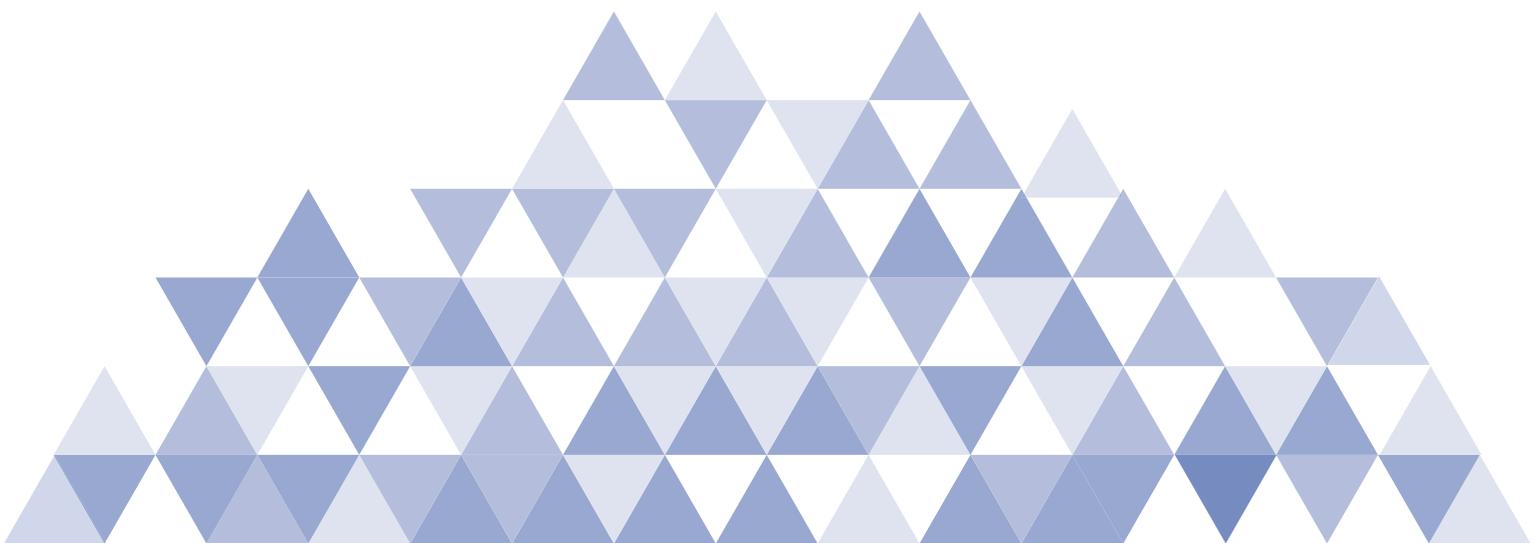


SUMA Y SIGUE MATEMÁTICA EN LÍNEA

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

FICHAS TALLER 1:
RAZONES Y PROPORCIONES

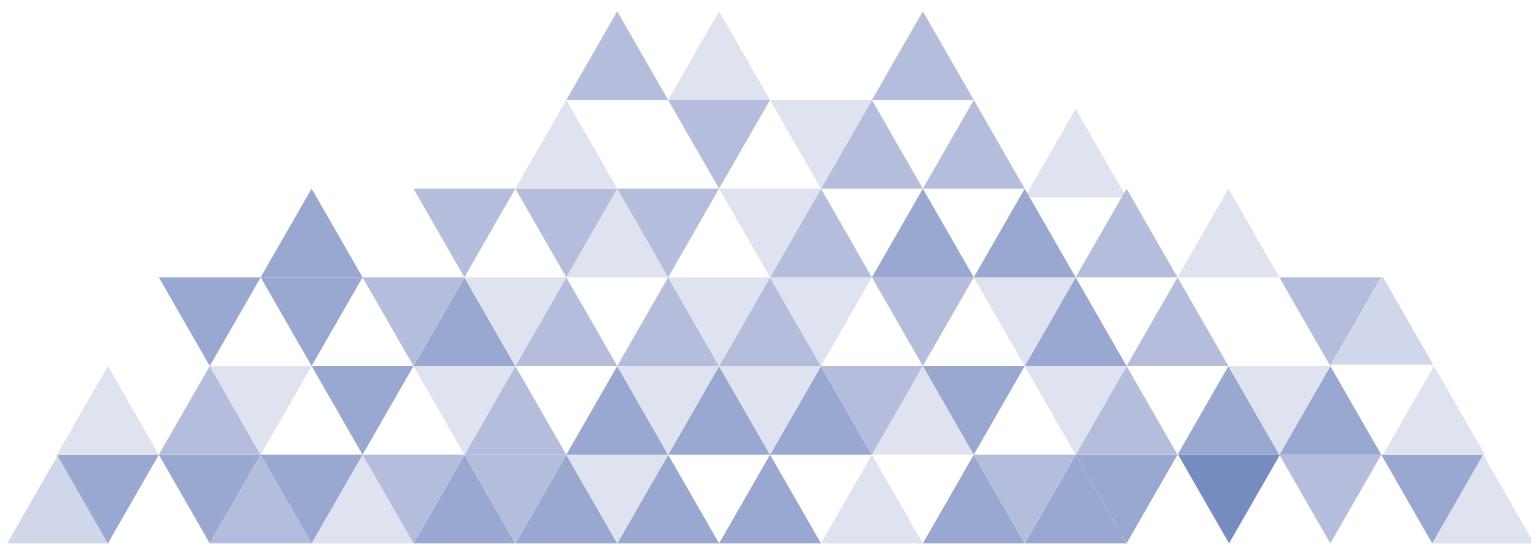


INTRODUCCIÓN

En este taller hemos trabajado en profundidad el concepto de razón entre dos o más cantidades. Se presentaron distintos contextos donde están presentes las razones, entre ellos, la descripción de una receta, al hablar de la velocidad de un vehículo o de su rendimiento, en las especificaciones del plano de un edificio, entre otras situaciones.

Los contenidos abordados en las fichas son los siguientes:

- Definición de razón.
- Razones iguales.
- Valor de la razón.
- Razones con unidades de medida.
- Razones entre más de dos cantidades.
- Proporción y propiedad fundamental de las proporciones



TALLER 1: RAZONES Y PROPORCIONES



1. Razón

Una razón es una comparación entre dos cantidades A y B que establece una relación entre ellas del tipo “*por cada tantas unidades de A , hay tantas unidades de B* ”.

La notación que se emplea para denotar la razón entre dos cantidades p y q es $p : q$ y se lee “ p es a q ”. Es importante considerar que si bien esta notación tradicional utiliza el símbolo de una división (“:”), el significado que se le atribuye a este símbolo, en el contexto de razones, es diferente.

Debe tenerse en cuenta que en esta notación, el orden en que aparecen las cantidades es importante. Así, la frase “*las cantidades A y B están en la razón $p : q$* ” quiere decir “*por cada p unidades de A hay q unidades de B* ”.

Ejemplos:

- En una limonada, las cantidades de agua y de jugo de limón deben estar en la razón $5 : 2$.
- En una limonada, las cantidades de jugo de limón y de agua deben estar en la razón $2 : 5$.

Las cantidades presentes en una razón no hacen, necesariamente, referencia a los totales respectivos de cada una de ellas. Sin embargo, si el total de una de las dos cantidades es conocido, entonces la razón entre ellas determina unívocamente el total de la otra cantidad.



Comentarios

Dos cantidades pueden estar en la misma razón $p : q$, independiente de la magnitud de ellas. Por ejemplo, las cantidades 40.000 y 60.000, 20 y 30, 0,02 y 0,03, están en la razón $2 : 3$.



Ubicación

Taller: Razones y proporciones
Actividad: Comprando pintura

TALLER 1: RAZONES Y PROPORCIONES



2. Razones iguales

Si multiplicamos cada una de las cantidades de una razón por un mismo número, entonces la razón se *conserva*. Matemáticamente esto se expresa diciendo que si k es un número natural distinto de 0, entonces la razón $p : q$ es igual a la razón $(k \cdot p) : (k \cdot q)$.

$$p : q = (k \cdot p) : (k \cdot q)$$

Esta igualdad también la podemos leer de manera inversa, es decir, $(k \cdot p) : (k \cdot q)$ es igual a $p : q$. Así, hemos dividido por k los términos (cantidades relacionadas) de la primera razón obteniendo una razón igual. En general, si ambos términos en una razón tienen un factor en común, al dividirlos por dicho factor se obtiene una razón igual a la original, es decir:

$$(p : k) : (q : k) = p : q$$

Ejemplos:

- $2 : 5 = 4 : 10 = 6 : 15 = 8 : 20$
- $\frac{3}{4} : 7 = \frac{9}{4} : 21 = \frac{15}{4} : 35$



Comentarios

La razón entre dos cantidades es independiente de la unidad de medida cuando dichas cantidades tienen la misma unidad.



Ubicación

Taller: Razones y proporciones
Actividad: Repisas razonables

TALLER 1: RAZONES Y PROPORCIONES



3. Valor de la razón

A una razón $p : q$ que se puede expresar con dos números enteros (distintos de cero), se le puede asociar el valor $\frac{p}{q}$, que corresponde a la parte o fracción que representa p de la otra cantidad, q . Es decir, p es $\frac{p}{q}$ de q . Esta fracción se conoce como valor de la razón y depende solo de dicha razón y no de los valores de las cantidades, pues si se toma otra razón igual (por ejemplo, multiplicando o dividiendo ambas cantidades por el mismo número), esta fracción no cambia.

Ejemplo:

El valor de las razones $2 : 5$ y $4 : 10$ es $\frac{2}{5}$.

Notamos que 2 es $\frac{2}{5}$ de 5. Esta forma de interpretar el valor de la razón como un “operador” que relaciona la primera cantidad con la segunda, resulta muy útil cuando queremos encontrar una de las cantidades que se requiere para conservar la razón, dado que la otra cantidad es conocida.

Ejemplo:

Para que las cantidades de jugo de limón y de agua en una limonada estén en razón $2 : 5$, sabiendo que se utilizan:

- 10 medidas de agua, debemos usar 4 medidas de limón.
- 1 litro de agua, debemos utilizar $\frac{2}{5}$ litro de jugo de limón.



Comentarios

- Cuando se puede encontrar una unidad que permita expresar las medidas de dos cantidades con números enteros, se dice que las cantidades son conmensurables y, en ese caso, la razón se puede expresar como una fracción.
- Sin embargo, no siempre es posible encontrar dicha unidad de medida. En estos casos diremos que estas cantidades son inconmensurables, y por tanto la razón no se puede expresar como una fracción, en ese caso el valor es el resultado de la división. Por ejemplo, la longitud del lado de un cuadrado (a) y la longitud de su diagonal ($a\sqrt{2}$) son inconmensurables. El valor de la razón en este caso es $a : a\sqrt{2} = 1 : \sqrt{2}$.



Ubicación

Taller: Razones y proporciones
Actividad: Repisas razonables

TALLER 1: RAZONES Y PROPORCIONES



4. Razones con diferentes unidades de medida

Una razón puede expresar la relación entre cantidades de diferente naturaleza. En el siguiente ejemplo se establece una razón entre la distancia recorrida por un automóvil y el combustible que utiliza.

Un auto híbrido recorre 30 km por cada litro de combustible que consume.

En casos como este, al momento de escribir la razón, es importante indicar las unidades de medida que le corresponde a cada una de las cantidades. En nuestro ejemplo la razón es (30 km) : (1 L).



Comentarios

Es común referirse a la razón anterior con la frase: “30 km por litro”, lo que en realidad significa que el automóvil recorre 30 km por cada litro de combustible, y que típicamente denotamos “ $30 \frac{\text{km}}{\text{L}}$ ”. Notamos que los números que expresan la razón varían si cambiamos las unidades. Por ejemplo, $30 \frac{\text{km}}{\text{L}}$ es equivalente a $30.000 \frac{\text{m}}{\text{L}}$.



Ubicación

Taller: Razones y proporciones
Actividad: Repisas razonables

TALLER 1: RAZONES Y PROPORCIONES



5. Razón entre más de dos cantidades

El concepto de razón puede aplicarse también a situaciones en que queremos comparar más de dos cantidades. Por ejemplo si tenemos 3 cantidades A, B y C, podemos ligarlas estableciendo una razón del tipo:

“Por cada p unidades de A, hay q unidades de B, y r unidades de C”

Como es natural, para escribir esta razón usamos la notación “ $p : q : r$ ”, que se lee “ p es a q es a r ”.

Ejemplo:

La mezcla para un concreto resistente lleva, por cada parte de cemento, 2 partes de arena y 6 partes de ripio. Es decir, las cantidades de cemento, arena y ripio están en la razón $1 : 2 : 6$.



Comentarios

La razón $1 : 2 : 6$, del ejemplo anterior, nos permite plantear razones entre pares de cantidades. Así, de mantenerse la razón de las tres juntas, también se mantendrán estas razones de a pares:

- La razón entre la cantidad de cemento y arena es $1 : 2$.
- La razón entre la cantidad de cemento y ripio es $1 : 6$.
- La razón entre la cantidad de arena y ripio es $1 : 3$.



Ubicación

Taller: Razones y proporciones
Actividad: En el almacén con el abuelo

TALLER 1: RAZONES Y PROPORCIONES



6. Proporción y la propiedad fundamental de las proporciones

Una **proporción** es la igualdad entre dos razones que se denota por:

$$a : b = c : d$$

Donde a , b , c y d son números naturales distintos de cero.

Las proporciones permiten resolver diferentes situaciones en las que se conoce la razón entre dos cantidades, y sabiendo el valor de una de ellas, se necesita averiguar el valor de la otra.

Las proporciones cumplen con varias propiedades. Una de las más utilizadas se denomina **propiedad fundamental de las proporciones**. Esta señala que:

$$a : b = c : d \text{ corresponde a } a \cdot d = c \cdot b$$



Comentarios

La propiedad fundamental de las proporciones se utiliza frecuentemente en situaciones en que se debe establecer si un par de razones forman una proporción.



Ubicación

Taller: Razones y proporciones
Actividad: Haciendo carteles