

**DESARROLLANDO LA HABILIDAD DE MODELAR CON FUNCIONES**  
**DESCRIPCIÓN TALLER ONLINE SINCRÓNICO 1**  
**(MEDIANTE PLATAFORMA ZOOM)**

En este documento se describen actividades y gestiones sugeridas para la implementación de talleres online sincrónicos con los/as docentes.

<b>Tabla de contenidos</b>	
<b>Objetivo y estructura del taller online sincronico</b>	<b>2</b>
<b>Bienvenida al taller online</b>	<b>3</b>
<b>Actividades</b>	<b>4</b>
<b>Despedida</b>	<b>7</b>

## Objetivo y estructura del taller online sincrónico

El objetivo de este taller es sistematizar y potenciar aprendizajes logrados en el curso y reflexionar sobre la enseñanza.

El taller tiene una duración total de 110 minutos, organizados de la siguiente manera:

Tiempo	Actividad
10 min	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Bienvenida al taller online</li> <li>- Asistencia</li> <li>- Recuerdo del módulo 1</li> </ul>
15 min	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Recuerdo del problema del viaje compartido</li> </ul>
80 min	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Actividad 1: (20 min)</li> <li>- Actividad 2: (40 min)</li> <li>- Comentarios finales (20 min)</li> </ul>
5 min	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cierre</li> <li>- Encuesta</li> <li>- Despedida</li> </ul>

Las/os docentes verán el siguiente esquema en su árbol de actividades del curso:

TALLER ONLINE 1 (vista docente)	Formato	Descripción
Taller online Sesión sincrónica vía zoom*	<i>Acceso a zoom</i>	Acceso a la sesión sincrónica en zoom con el relator/a
Taller online Encuesta	<i>Encuesta en plataforma</i>	Encuesta para evaluar satisfacción del taller online (sesión sincrónica)
Taller online Presentación ppt taller online	<i>pdf - descargable</i>	Presentación ppt utilizada en la sesión sincrónica que el usuario puede descargar.
Taller online Grabación sesión sincrónica	<i>Video mp4</i>	El usuario puede ver la grabación de la sesión de zoom sincrónica.

**Nota:** Recuerde grabar la sesión sincrónica. Utilice el siguiente instructivo: <https://docs.google.com/document/d/1jBAIfbnN5bCT7a4f37txFggKj011e21166PVnVxYACc/edit>

## Bienvenida al taller online

En esta instancia se debe dar la bienvenida a la sesión, agradecer la participación y la disponibilidad para adecuarse a los cambios que durante este semestre tendrán los cursos Suma y Sigue, que debido a la emergencia sanitaria se han realizado. Invite a los participantes a trabajar activamente durante este taller.

Preséntese y describa el objetivo del taller online. Explique que para participar en la sesión sincrónica en zoom se puede utilizar el chat o bien levantar la mano. Si llegase a ser necesario explique cada una de estas funcionalidades.

Para marcar la asistencia y dar la palabra pida a los/as docentes que escriban su nombre y apellido en el nickname.

Comente el objetivo del curso y de inicio al recuerdo de los contenidos del Módulo 1 (correspondiente a los Talleres virtuales asincrónicos 1 y 2 del curso). Puede comentar alguna de las actividades y contenidos trabajados. Procure que esta parte no se extienda demasiado, ya que no se trata de un análisis exhaustivo de las actividades. Puede recomendar la lectura del programa del curso para revisar de manera breve los contenidos matemáticos abordados en cada actividad.

En el caso de que surjan dudas de contenidos comente que esta sesión tiene el propósito de aclararlas y si es de uso de la plataforma se puede revisar al final de la sesión.

En caso de que los docentes comiencen a comentar sobre posibles errores en la plataforma, comente que esta implementación es el piloto del curso (es decir, es primera vez que se implementa) y que además el curso se montó en una plataforma nueva. Invítelos a que nos ayuden a mejorar la experiencia reportando los errores y manteniendo una comunicación fluida con el/la tutor/a.



## Actividades

Puede comenzar esta instancia comentando que durante la sesión se revisará el problema del viaje compartido analizado en el Taller virtual 1 (de trabajo asincrónico en plataforma).

Comience recordando el problema (en slide 11). Luego comente (en slide 12 y 13) algunos de los factores que surgían y los que fueron seleccionados. Recuerdeles que en la resolución del taller virtual se decidió considerar longitudes de los trayectos y no el tiempo para simplificar el modelo. Puede preguntar a los participantes si recuerdan por qué se descartó el tiempo como un factor relevante. Continúe comentando los supuestos (slide 14), y hágalos notar que a partir del último supuesto fue que se decidió usar la distancia como cantidad relevante para la resolución del problema. Muestre (en slide 15) la notación utilizada e indique que se mantendrá para efectos del desarrollo de las actividades. Resuma (en slide 16) los enfoques de resolución (o posibles modelos) que surgieron en el taller virtual. Puede mencionar brevemente por qué se descartaron los modelos de reparto equitativo por el proporcional. Por ejemplo, puede recordar que el modelo de reparto equitativo del trayecto total se descartó porque en algunos casos (cuando el colega A se desvía muy poco para ir a buscar al colega B) el colega A se ahorra mucho dinero y el colega B muy poco, es decir, no había incentivos reales para que B decidiera compartir el viaje. Continúe recordando las distintas fases de la resolución (en slides 17 a 19) enfatizando que el modelo matemático incluye la matematización de las condiciones de conveniencia, que corresponden a las desigualdades que nos indican que habrá ahorro. Muestre el ciclo de modelamiento (en slide 20) para enmarcar el proceso de resolución de un problema de modelamiento. Puede dar ejemplos relativos al problema del viaje compartido.

A continuación (en slides 21 y 22) se muestra una reinterpretación del modelo de reparto proporcional en términos del ahorro del viaje compartido. Comente que es importante comprender conceptualmente este concepto para el desarrollo de las actividades que vienen.

$$\overbrace{(I_A + I_B) - (C_A + C_B)}^{\text{ahorro del viaje compartido}}$$

En este punto debe quedar claro que repartir el costo proporcionalmente al largo de cada viaje individual es equivalente a repartir el ahorro en la misma proporción.

Para dar inicio a las actividades reitere que para participar de la discusión pueden levantar la mano o bien responder a través del chat. Además, que le pueden mandar un mensaje privado si es que tienen alguna duda que no desean compartir con toda la clase.

### Actividad 1: Análisis de caso

#### Propósito

Esta actividad tiene como propósito que los docentes analicen una situación de aula en la que se evidencian dificultades en una etapa del ciclo en particular.

#### Gestión de la actividad

Proyecte las slides con el contexto y el caso de aula. Lea el caso en conjunto, o bien, de acceso a los docentes al documento compartido para que ellos puedan leerlo directamente desde su dispositivo.

Documento compartido:

[https://docs.google.com/document/d/1RPNC7Frj7WsR7p\\_IgG0yJDzWL0Wi2x9Oy81Z77pj6Tw/edit?usp=sharing](https://docs.google.com/document/d/1RPNC7Frj7WsR7p_IgG0yJDzWL0Wi2x9Oy81Z77pj6Tw/edit?usp=sharing)

Señale que, para efectos del caso, supondremos que Aldo y sus estudiantes trabajaron con la misma notación que hemos utilizado hasta el momento.

Plantee las preguntas (en slides 27 y 28) y gestione la actividad como una discusión plenaria. Para ello solicite que levante la mano o que utilice el chat o su micrófono quién quiera compartir su respuesta; en caso de que no haya un/a voluntario/a elija algún/a docente al azar. Enfóquese en que los docentes describan claramente su pensamiento y discutan sus respuestas.

Guíe la discusión de modo de concluir que:

- los estudiantes del caso se cuestionan la validez del modelo de reparto proporcional al costo individual de cada colega, ya que no considera el hecho de que el colega A se demoraría más en el viaje compartido.
- los estudiantes de este grupo están en la transición de “validar”, ya que están analizando y cuestionando los resultados del modelo con respecto a la situación real.
- Los estudiantes del caso quieren mejorar el modelo de manera de beneficiar más al colega A dado que invierte mayor tiempo en el viaje compartido.

A partir de las conclusiones deje planteada la pregunta “¿Cómo podemos repartir el ahorro de manera que el colega A se vea más beneficiado que el colega B en términos relativos?”

### Anticipaciones a las posibles respuestas de los docentes

- Se espera que los docentes indiquen que el caso se trata de un grupo de estudiantes que notan que el modelo no considera el hecho de que el colega A se demoraría más en el viaje compartido, por lo que resulta cuestionable si es conveniente o no para el colega A.
- Se espera que los docentes señalen que los estudiantes del caso se encuentran en la transición de “Validar”. Aunque es posible que algunos indiquen que los estudiantes se sitúan en “Matematizar”. En tal caso puede comentar que los estudiantes comienzan la discusión cuestionando la validez del modelo en términos de la conveniencia del colega A, por lo que se sitúan en “validar”. Sin embargo, cuando intentan incorporar un mayor ahorro para el colega A, los estudiantes comienzan a visitar algunas fases del ciclo.

### Comentarios

- La gestión total de esta actividad no debe superar los 20 minutos.
- Promueva la participación de todos los docentes y no solo de unos pocos (los más entusiastas). Para esto, haga preguntas intencionadas utilizando el nombre de los docentes.

### Actividad 2: ¿Cómo repartir el ahorro?

#### Propósito

Esta actividad tiene como propósito que los docentes reflexionen y discutan ideas para mejorar el modelo dado.

#### Gestión de la actividad

Comience presentando el modelo general de reparto del ahorro (en slides 31 y 32):

$$\text{Costo A} = \text{Costo individual A} - \text{una parte del ahorro total} = ka - \alpha \cdot k(a - d)$$

$$\text{Costo B} = \text{Costo individual B} - \text{otra parte del ahorro total} = kb - \beta \cdot k(a - d)$$

Haga notar que se tienen dos incógnitas y solo una ecuación, por lo que los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  no quedan determinados de forma única. Por esto, se debe decidir de qué forma repartir el ahorro, lo que va a depender de lo que se considera más “justo” en la situación.

Para que se comprenda mejor el modelo general de reparto del ahorro, relacione (en slide 33) los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  con los modelos estudiados en el taller virtual (de trabajo asincrónico en plataforma).

Reitere que el objetivo es pensar en cómo repartir el ahorro de manera que el colega A se vea más beneficiado que el colega B en términos relativos. Indique que, de acuerdo al modelo general de reparto del ahorro, esto se traduce en determinar cuáles valores de  $\alpha$

y  $\beta$  serían apropiados para incorporar este hecho. Puede comentar que la pregunta que los estudiantes del caso se estaban planteando se expresa en el mundo real, ahora al traducirla al modelo general con los valores de  $\alpha$  y  $\beta$ , la estamos expresando en términos matemáticos.

A continuación, señale que la modalidad de discusión será en grupos pequeños a través de la herramienta zoom y luego en el curso completo. Dé las siguientes indicaciones:

- Se formarán grupos de manera aleatoria con 5 participantes .
- Se copiará la pregunta en el chat para que puedan verla dentro de los grupos pequeños.
- Se les solicita que todos tengan un espacio para dar su opinión.
- Se debe elegir un representante del grupo para compartir las respuestas.
- Pueden usar el chat interno del grupo si quieren registrar ideas.
- El relator visitará las salas de grupos pequeños
- Cuando el relator cree los grupos, deben aceptar la invitación a unirse al grupo pequeño.

Una vez que haya dado todas las indicaciones, copie la siguiente pregunta en el chat: **¿Cuáles valores de alpha y beta podrían incorporar este hecho? (slide 36)**

Mencione que el objetivo de la actividad es que los docentes tengan oportunidad de discutir ideas sobre los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  , y que, por tanto, no se espera que propongan y analicen un modelo porque eso requiere mucho más tiempo y de un mayor análisis.

Luego, proceda a crear las salas de grupos pequeños de manera automática (aleatoria) asegurándose que queden 4 o 5 participantes por grupo.

Con los grupos creados, visite la mayor cantidad de grupos posibles y ponga atención a lo que van comentando. Se sugiere tomar nota de las respuestas que van surgiendo en los grupos, de manera que pueda utilizarlas en la discusión de curso completo.

Avise a los grupos cuando quede 1 minuto. Posteriormente, disuelva las salas asegurándose de que todos los participantes vuelvan a la sesión principal de Zoom.

Para la discusión de curso completo dé la palabra a los representantes que voluntariamente quieran compartir las ideas de su grupo. En caso que no haya voluntarios puede elegir grupos al azar o a un grupo en específico.

Abra la discusión para que los grupos que quieran puedan plantear sus ideas y sus opiniones. En este punto el rol del relator es actuar como mediador y facilitador de la discusión. Procure que la discusión sea fluida y fomente la participación de todos los docentes.

Para cerrar la puesta en común, comente que un posible enfoque de resolución que permitiría beneficiar más al colega A es repartir el ahorro proporcionalmente a la distancia que recorre cada colega. Esto permite establecer una razón entre  $\alpha$  y  $\beta$ (en slide 37), y

encontrar sus valores resolviendo un sistema de ecuaciones simple (en slide 38).

Plantee la pregunta de la slide 39 y de la palabra a quienes quieran comentar. El objetivo de esta pregunta es introducir la importancia que tiene la preparación que debe realizar el docente al momento de implementar actividades de modelamiento en el aula. Puede describir brevemente el proceso (en slide 40) poniendo énfasis en la importancia de resolver el problema antes de la clase, anticipar posibles dificultades que pueden experimentar los estudiantes y preparar apoyos en tales casos. Puede comentar que este proceso fue abordado en el Taller virtual 2 de trabajo asincrónico.

Para cerrar comente las ideas fundamentales que aparecen en la ppt (slides 41 a 47).

### Anticipaciones a las posibles respuestas de los docentes

- Es posible que algunos grupos de docentes establezcan valores explícitos de  $\alpha$  y  $\beta$  aunque no se espera que todos los grupos lo logren, ya que establecer estos valores requiere mayor análisis, discusión y consensuar lo que se considera justo, lo cual puede tomar más tiempo del destinado en la sesión sincrónica.
- Es posible que algunos grupos se acerquen a la idea de repartir el ahorro de manera proporcional a la distancia recorrida. De esta manera es probable que logren establecer que las expresiones involucradas son  $d + b$  y  $b$  para el colega A y B, respectivamente. Sin embargo, puede que tengan dificultades en establecer

que la proporcionalidad se expresa como  $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{d + b}{b}$ .

- Es posible que los docentes noten que al repartir los costos proporcionalmente a los costos individuales de los colegas ya se está incorporando el hecho de beneficiar más al colega A que demora más tiempo. Esto dado que se supone un rendimiento uniforme, por lo cual el tiempo va de la mano de la distancia recorrida. En tal caso, hágalos notar que en este caso se obtienen ahorros relativos iguales para ambos colegas, y guíelos para que exploren ideas sobre cómo repartir los ahorros de manera que no sean iguales relativamente, sino que sean mayores para el colega A.

### Comentarios

- La gestión total de esta actividad no debe superar los 40 minutos.
- Promueva la participación de todos los docentes y no solo de unos pocos (los más entusiastas). Para esto, haga preguntas intencionadas utilizando el nombre de los docentes.

## Despedida

Para finalizar, recuerde lo importante que es el apoyo del/a tutor/a virtual, y que pueden comunicarse con ellos/as mediante correo electrónico.

Para finalizar invite a los docentes a contestar la encuesta que evalúa el taller online sincrónico en plataforma. Enfatice que la encuesta intenta evaluar la sesión sincrónica y no todos los talleres del curso. Reitere los agradecimientos por el tiempo y la participación en este taller online.

