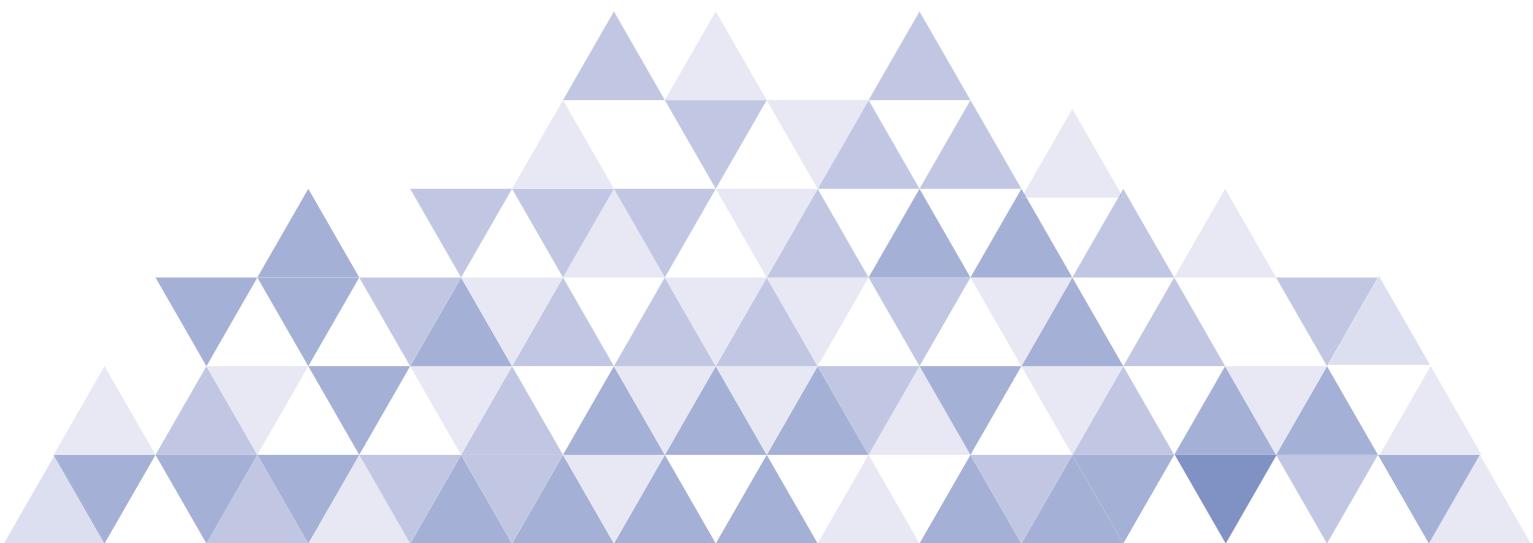


SUMA Y SIGUE MATEMÁTICA EN LÍNEA

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

FICHAS TALLER 1:
VISUALIZACIÓN ESPACIAL



INTRODUCCIÓN

Con este taller se tuvo el propósito de desarrollar la visualización espacial de objetos y cuerpos. Para ello, comenzamos introduciendo los distintos modos de representar objetos 3D en el plano, lo que corresponde al concepto de perspectiva. Estudiamos los diversos tipos de proyecciones de objetos 3D en el plano, distinguiendo sus características y sus elementos principales.

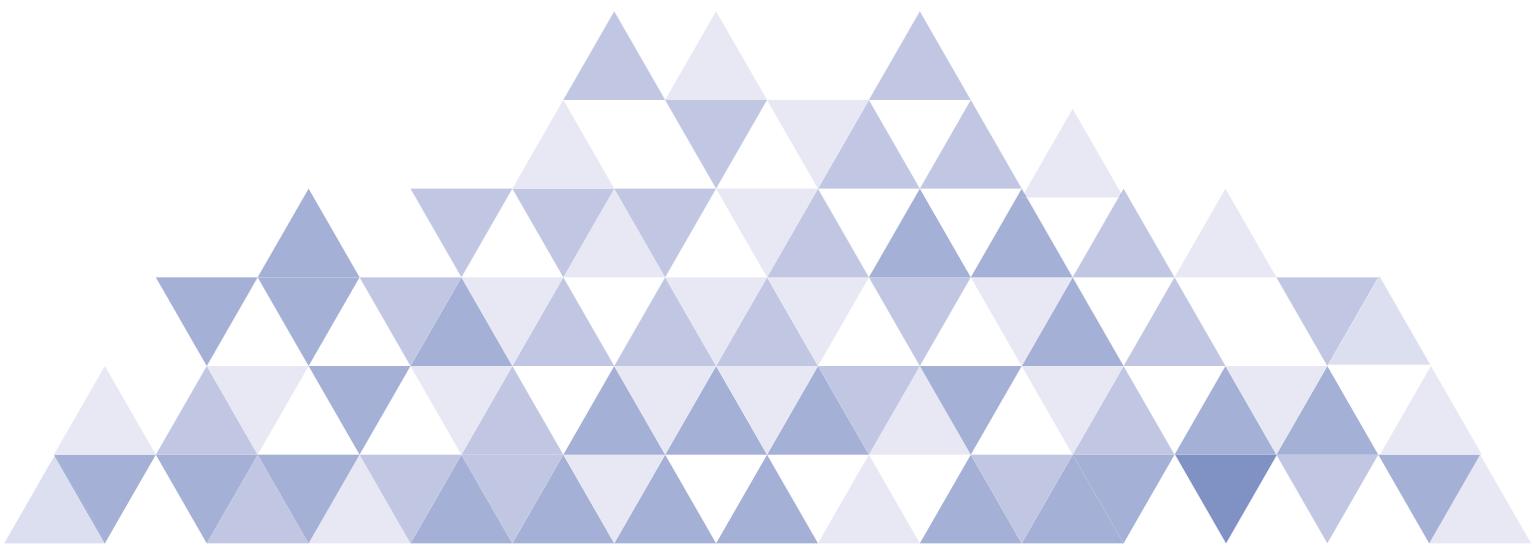
Continuamos el estudio con las vistas de cuerpos geométricos, poniendo énfasis en el uso de convenciones para describir y representar objetos 3D en el plano a través de las llamadas vistas principales.

Posteriormente, se trabajó en el desarrollo de la visualización de cuerpos geométricos a partir del diseño de redes con patrones.

Finalmente, se desarrollaron tareas matemáticas en contexto para identificar las secciones que se producen al realizar cortes en diferentes cuerpos geométricos y objetos 3D.

Las fichas que conforman este apartado contemplan los siguientes contenidos:

- Descripción de la posición de un objeto y sus convenciones.
- Nociones de paralelismo y perpendicularidad.
- Tipos de proyección, sus características y sus aplicaciones al arte.
- Proyección central y sus elementos.
- Tipos de proyección paralela.
- Uso del cubo para ilustrar proyecciones de objetos 3D.
- Vistas principales de cuerpos geométricos y sus convenciones.
- Representación de un cuerpo geométrico a partir de sus vistas.
- Redes de cuerpos geométricos.
- Estrategias para identificar redes de cubo con patrón.
- Secciones y sus aplicaciones.

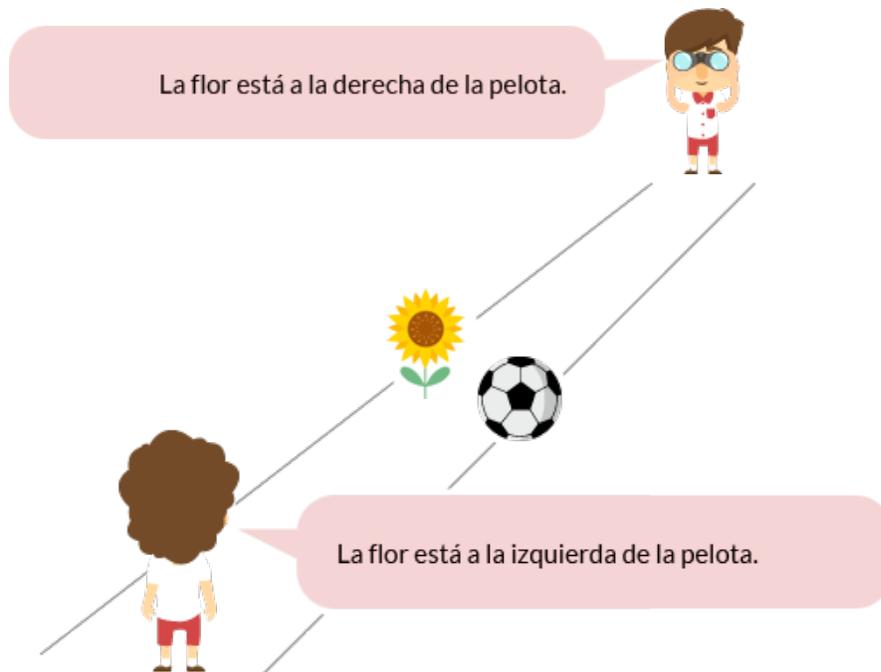


TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



1. Descripción de la posición de un objeto

La descripción de la posición de un objeto está determinada por la posición de su observador, como se muestra en la siguiente imagen:



En el caso anterior, se utiliza la lateralidad del observador para describir la posición de un objeto con respecto a otro. Es decir, se utiliza la derecha e izquierda del observador, puesto que los objetos por sí mismos no necesariamente tienen definida su propia derecha e izquierda.

Por otro lado, cuando en lo que se observa hay una persona involucrada, es posible utilizarla como punto de referencia para definir la posición de otro objeto, tal como se muestra a continuación:



Notemos que en este caso, a diferencia del anterior, se puede establecer claramente la derecha e izquierda de la persona, lo que permite indicar la posición del objeto independientemente del observador.

TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



Comentarios

- Se debe tener cuidado cuando el observador y lo observado tienen lateralidad, puesto que el observador podría utilizar su propia lateralidad, o bien la de lo observado, por lo que se debe precisar qué lateralidad se está usando.
- Al mirar objetos en la realidad, lo que se ve depende del punto de vista del observador, es decir, desde donde este se sitúa en el espacio. De esta forma, es posible observar diferentes características de un mismo objeto o paisaje.



Ubicación

Taller: Visualización espacial
Actividad: Visualizando el espacio 2D

TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



2. Descripción de la posición de un objeto

Describir la posición de objetos 3D en el espacio demanda adoptar ciertas convenciones que no suelen ser explícitas durante la enseñanza al momento de trabajar las habilidades de orientación espacial. Un ejemplo de este tipo de convenciones es considerar la lateralidad de una persona, y no la del observador, cuando se quiere describir la posición de un objeto respecto de ella.

Lo mismo ocurre cuando queremos representar objetos 3D en el plano. Por ello, es importante que el docente defina un lenguaje común que haga explícitas las convenciones, ya que, de lo contrario, sus estudiantes podrían no comprender si una representación se trata de un objeto 3D o 2D.



Ubicación

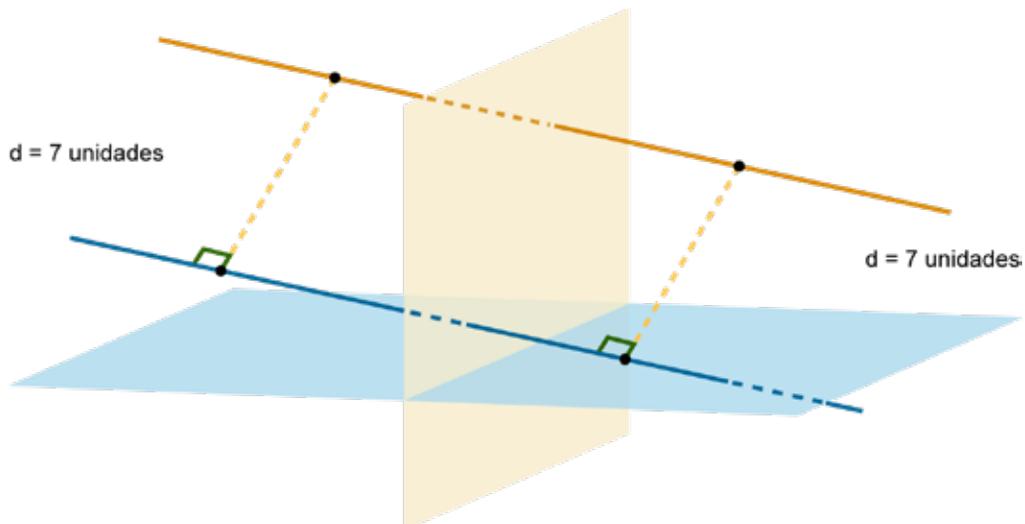
Taller: Visualización espacial
Actividad: Visualizando el espacio 2D

TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL

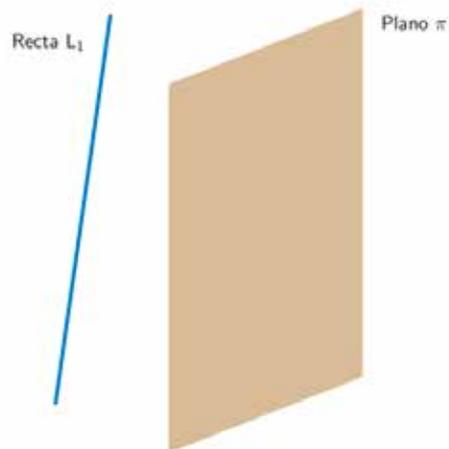


3. Descripción de la posición de un objeto

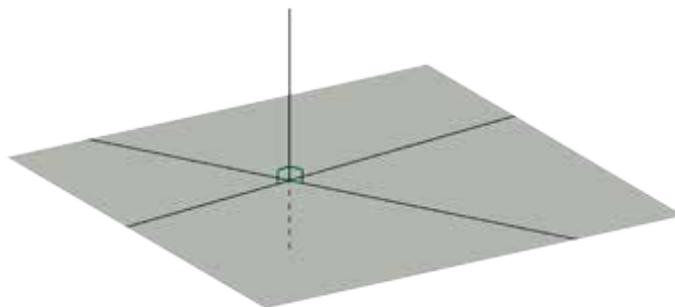
Decimos que dos rectas son paralelas cuando la distancia de un punto cualquiera de la primera a la segunda recta se mantiene constante.



Decimos que una recta es paralela a un plano cuando no tiene intersección con este.



Decimos que una recta que corta a un plano es perpendicular a este si es perpendicular a todas las rectas del plano que pasan por la intersección.



Ubicación

Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Planos y rectas en el espacio

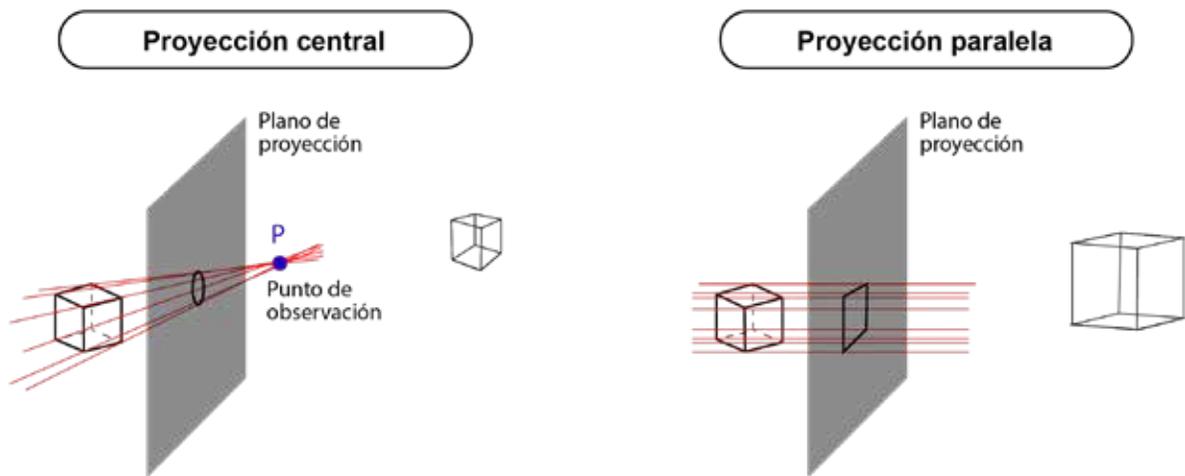
TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



4. Tipos de proyección

Una de las formas más usuales de representar el espacio tridimensional es mediante la perspectiva, que consiste en proyectar los objetos mediante rectas en un plano que se conoce como plano de proyección. Hay dos tipos fundamentales de proyección: central y paralela.

En la proyección central las rectas proyectantes pasan por un único punto, que corresponde a la posición del observador. La proyección central también se conoce como proyección cónica, proyección en perspectiva o, simplemente, perspectiva. En la proyección paralela las rectas proyectantes son paralelas.



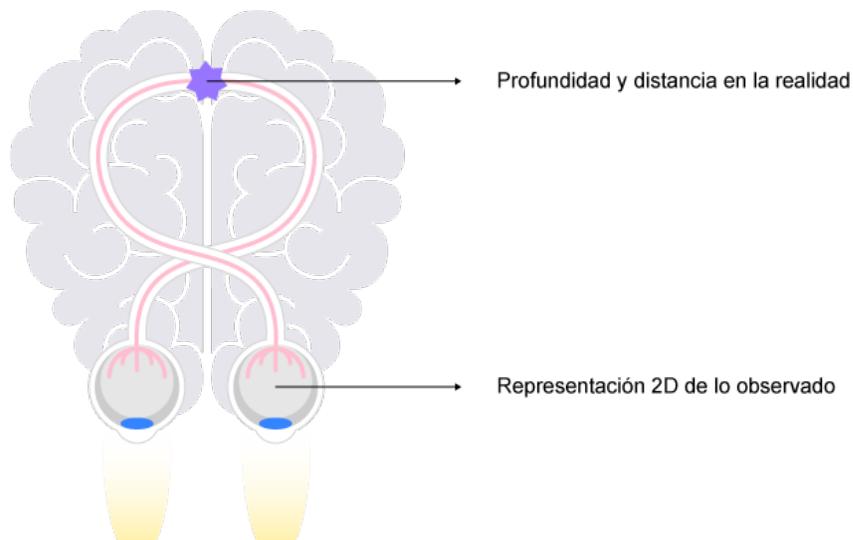
TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



Comentarios

- De manera similar al proceso que se lleva a cabo en una cámara fotográfica, el ojo humano realiza una proyección de la realidad que genera en la retina una imagen bidimensional de lo observado.

Si bien el ojo crea representaciones en dos dimensiones de la realidad, los seres humanos somos capaces de percibir el mundo en tres dimensiones. Esto se explica porque nuestro cerebro, a partir de la información visual de ambos ojos, es capaz de reconstruir la profundidad y distancia de los objetos.



Ubicación

Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Visualizando el espacio 2D

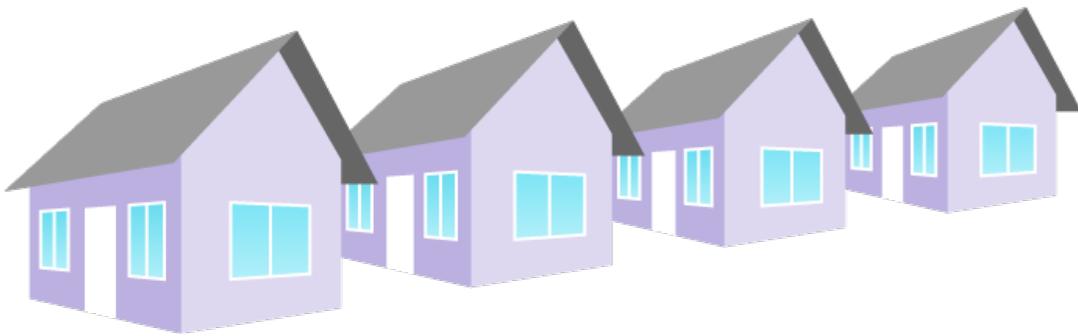
TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



5. Características de los tipos de proyección

El tipo de proyección utilizado para representar el espacio tridimensional determina las características de la perspectiva generada. En particular:

- En una perspectiva construida con proyección central, el mismo objeto se representará más pequeño cuanto más lejos se encuentre del observador. Además, es usual encontrar que líneas paralelas de la realidad convergen en uno o más puntos en el plano de proyección.



- En una perspectiva construida con proyección paralela, las rectas paralelas del espacio tridimensional se mantienen paralelas en el plano de proyección.



Ubicación

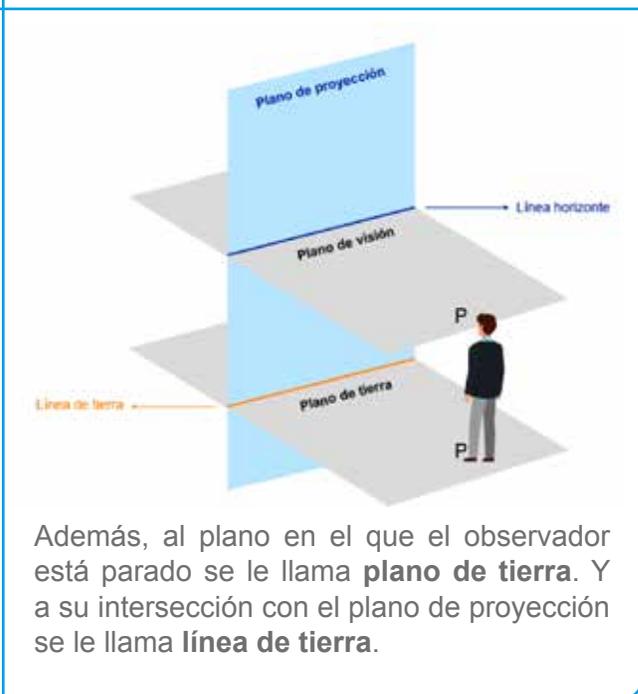
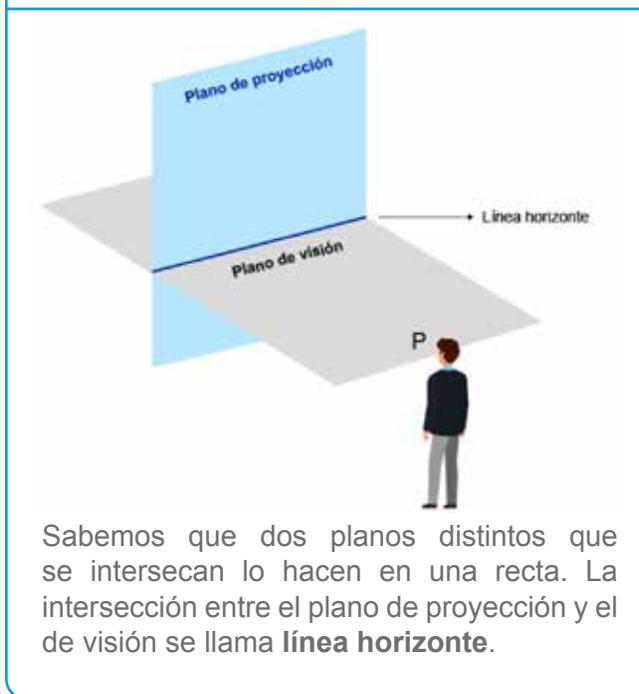
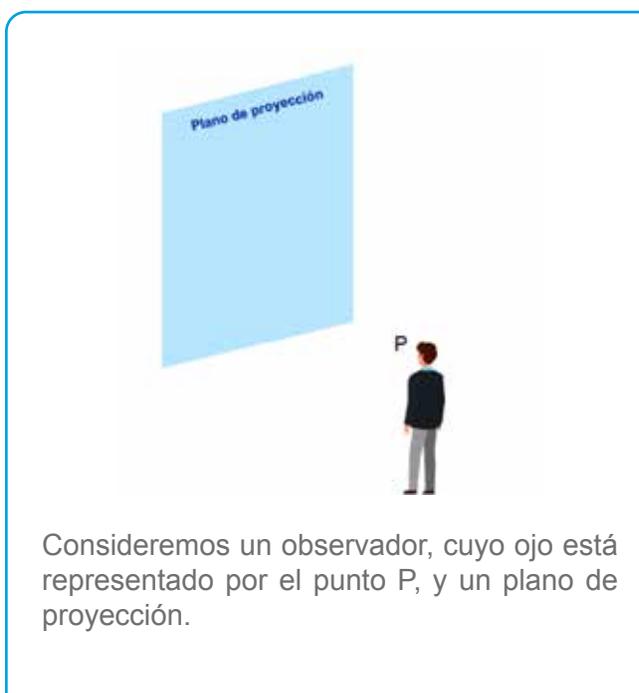
Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Visualizando el espacio 2D

TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



6. Elementos de la proyección central

En disciplinas como el arte o la arquitectura los elementos de la proyección central reciben nombres especiales. El punto de proyección P , que corresponde al ojo del observador, se denomina usualmente “punto de vista”. Además, se consideran otros elementos que son útiles al dibujar objetos usando perspectiva central:



TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



Comentarios

- En la siguiente imagen, la línea roja está determinada por la altura de los ojos de la persona. Esta corresponde a la línea horizonte respecto del punto de vista de la persona.



Ubicación

Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Visualizando el espacio 2D

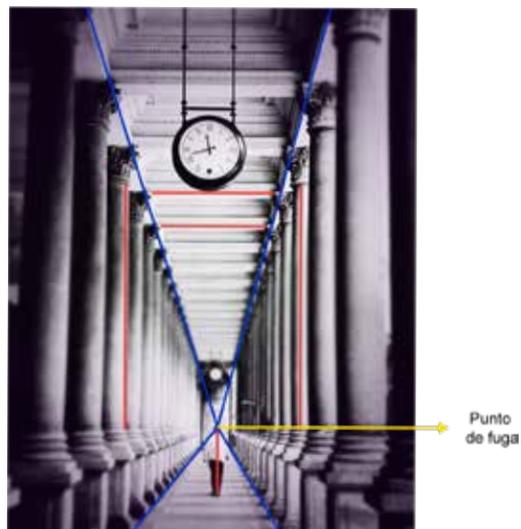
TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



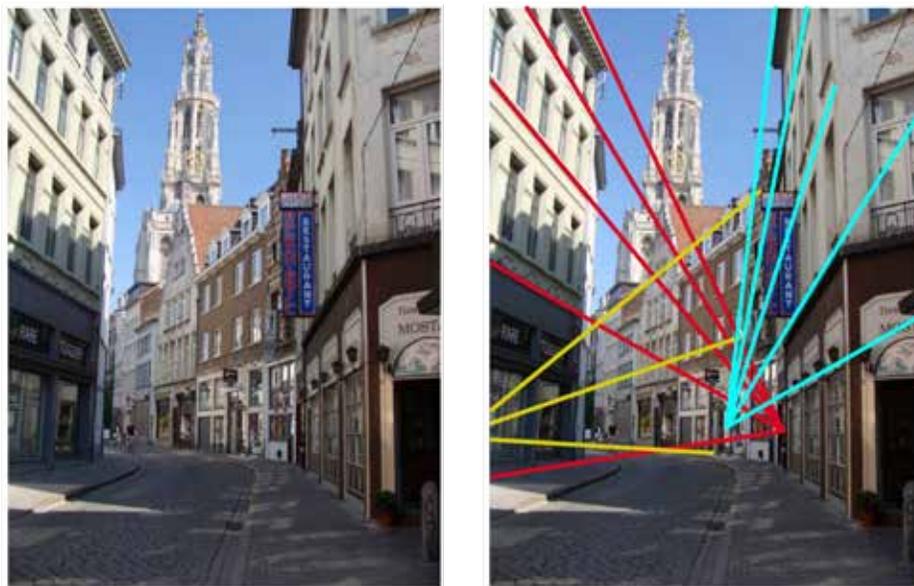
7. Proyección central: punto de fuga

En la proyección central, las rectas del espacio que son paralelas entre sí y paralelas al plano de proyección se representan como rectas paralelas.

Sin embargo, cuando dos o más rectas paralelas entre sí NO son paralelas al plano de proyección, las rectas proyectadas convergen en un mismo punto, que se conoce como punto de fuga.



Una proyección central puede tener tantos puntos de fuga como grupos de rectas paralelas tenga la escena que se quiere representar, como se muestra a continuación:



Si, además, el grupo de rectas paralelas son paralelas al plano de visión, entonces el punto de fuga pertenece a la línea horizonte.



Ubicación

Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Planos y rectas en el espacio

TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



8. Proyección central en distintas disciplinas

En distintas disciplinas, como el arte, la arquitectura, o el diseño, se han desarrollado diferentes técnicas para reconstruir el resultado de una proyección central directamente en el plano sin tener que realizar las proyecciones desde el espacio tridimensional.

Estas técnicas permiten aproximarse a lo que sería una proyección central, pero no necesariamente corresponde exactamente a lo que se obtendría con una fotografía. La habilidad y sensibilidad del artista entra en juego en este proceso.

Uno de los recursos empleados por artistas para simplificar y facilitar la representación de un espacio tridimensional corresponde a forzar que las rectas paralelas de la escena converjan a 1, 2 o 3 puntos de fuga. De hecho, hay técnicas desarrolladas para cada uno de estos casos que se estudian en cursos especializados de disciplinas artísticas.



Comentarios

- Las representaciones del espacio 3D mediante proyección central tienen variadas aplicaciones. Una de ellas aparece en los softwares de dibujo 3D, en los que se pueden visualizar objetos en proyección central o en otros tipos de proyección. Un ejemplo de esto se encuentra en el diseño de cierto tipo de videojuegos en el que se utiliza proyección central para generar las imágenes gráficas.



Ubicación

Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Visualizando el espacio 2D

TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL

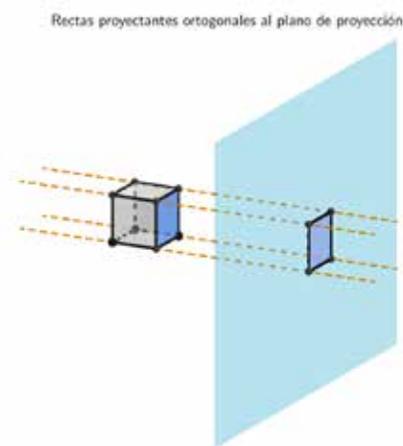


9. Proyección paralela: ortogonal y oblicua

En la proyección paralela, dependiendo de la dirección de las rectas proyectantes, podemos distinguir dos casos:

- Proyección paralela ortogonal: es aquella en la que las proyecciones de rectas cortan al plano de proyección perpendicularmente.
- Proyección paralela oblicua: es aquella en la que las proyecciones de rectas cortan al plano de proyección, pero no perpendicularmente.

Proyección paralela ortogonal



Proyección paralela oblicua



Las representaciones con proyección paralela no son algo que se pueda “ver” directamente, ya que la visión humana corresponde a una proyección central. Sin embargo, la proyección paralela ortogonal se puede interpretar como una proyección central en la cual el punto de proyección se va al infinito, y en ese sentido se asemeja a lo que un observador vería cuando está muy alejado del plano de proyección.



La proyección paralela oblicua, en cambio, no tiene una interpretación en términos de lo que un observador vería.



Ubicación

Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Visualizando el espacio 2D

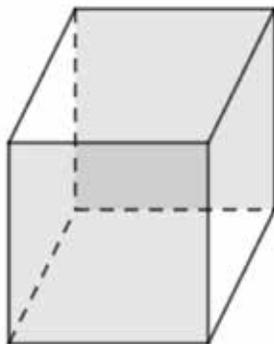
TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



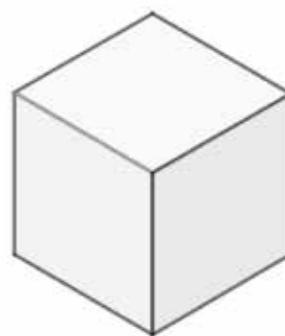
10. Distintas perspectivas en proyección paralela

Como hemos visto, existen diferentes tipos de proyección paralela, las que tienen en común el hecho de que las líneas paralelas de la realidad se mantienen paralelas en la perspectiva. Sin embargo, no en todas ellas los segmentos de igual longitud en la realidad tienen igual longitud en la representación bidimensional.

Por ejemplo, en las siguientes perspectivas de un cubo construidas con proyección paralela, solo en la segunda todos los segmentos tienen igual longitud.



Aristas del cubo no tienen igual longitud



Aristas del cubo tienen igual longitud



Ubicación

Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
 Actividad: Visualizando el espacio 2D

TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL

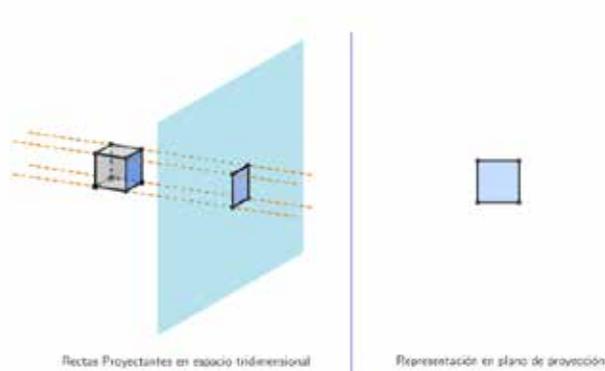


11. Tipos de proyección paralela ortogonal

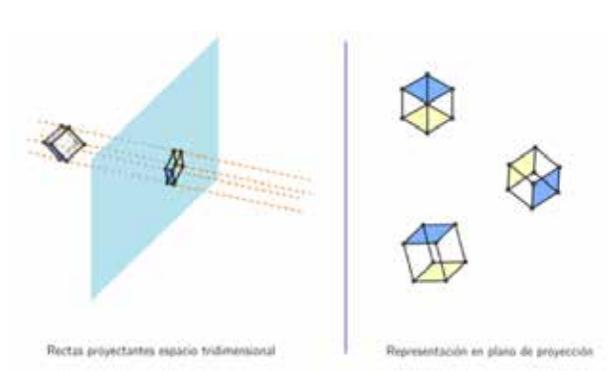
Las representaciones que se obtienen al proyectar un cuerpo de forma ortogonal se conocen como vistas.

Cuando proyectamos ortogonalmente un cuerpo que tiene solo caras planas, como los poliedros, es usual distinguir dos situaciones, como se ilustra a continuación con el cubo:

Proyección paralela ortogonal



Proyección paralela oblicua



Ubicación

Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D

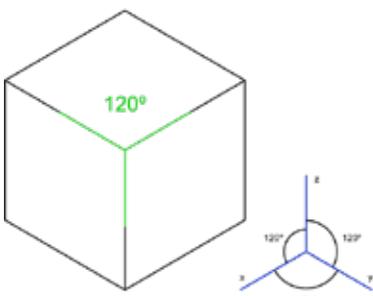
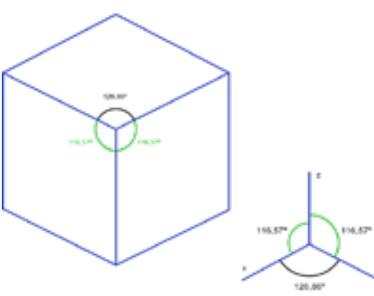
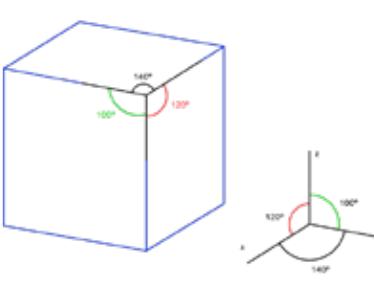
Actividad: Visualizando el espacio 2D

TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



12. Tipos de proyección paralela ortogonal

Cuando un cuerpo geométrico se dispone en el espacio de manera que no tenga caras paralelas al plano de proyección, hay un continuo de posibles representaciones en proyección ortogonal. Se distinguen los siguientes tres casos que se ilustran en el cubo:

Isométrica	Dimétrica	Trimétrica
		
<p>Los ejes se representan con ángulos de 120° entre ellos.</p>	<p>Los ejes se representan con un par de ángulos de igual medida.</p> <p>Las longitudes a lo largo de dos de los ejes se representan con la misma escala.</p>	<p>Los ejes se representan con tres ángulos de distinta medida.</p> <p>Las longitudes a lo largo de los tres ejes se representan con distinta escala.</p>



Ubicación

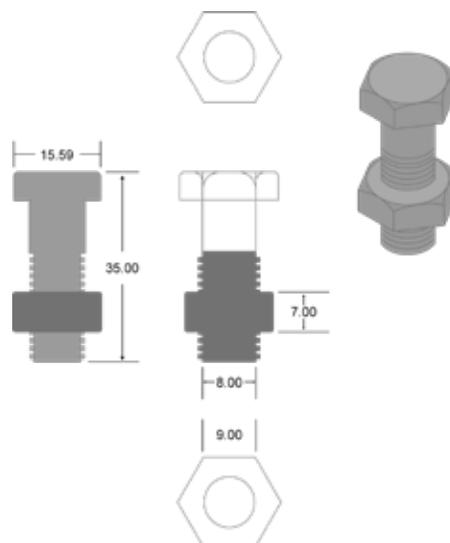
Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Visualizando el espacio 2D

TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



13. Ventajas de la proyección paralela ortogonal

Las proyecciones paralelas ortogonales son muy usadas para mostrar características de los objetos. En el caso en que el objeto tiene caras paralelas al plano de proyección, estas mantienen su forma y dimensiones. En el caso de la proyección isométrica, las longitudes a lo largo de los ejes mantienen la misma proporción, lo cual facilita la representación.



Como notamos en la imagen anterior, en las proyecciones paralelas es usual utilizar un escalamiento de los objetos para poder representarlos.



Ubicación

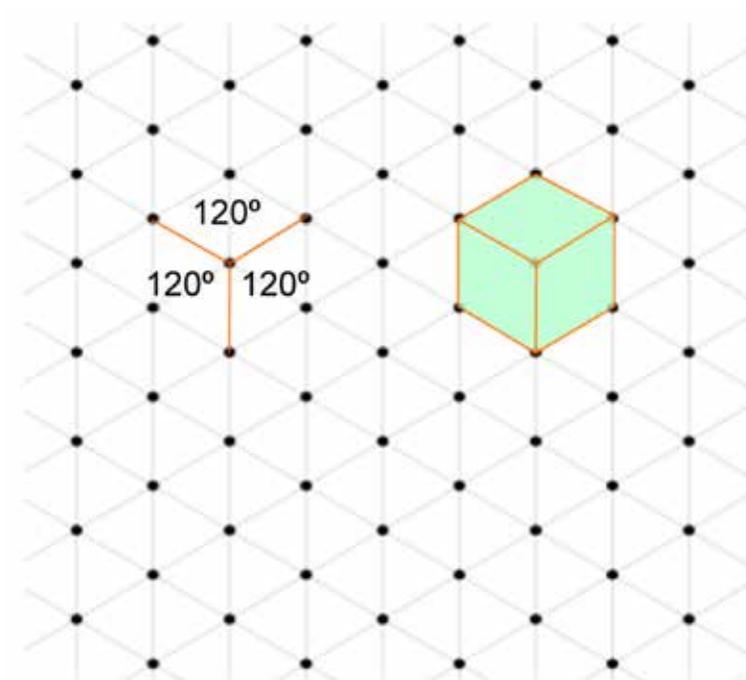
Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Visualizando el espacio 2D

TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



14. Geoplano isométrico

La proyección isométrica es una de las más usadas. Una forma usual de representar objetos 3D en proyección isométrica es hacerlo en un geoplano construido a partir de triángulos equiláteros, llamado geoplano isométrico, como se muestra a continuación:



El geoplano isométrico es una herramienta muy práctica y útil que puede ser usada desde niveles iniciales para ejercitar la visualización y representación de distintos objetos 3D.



Ubicación

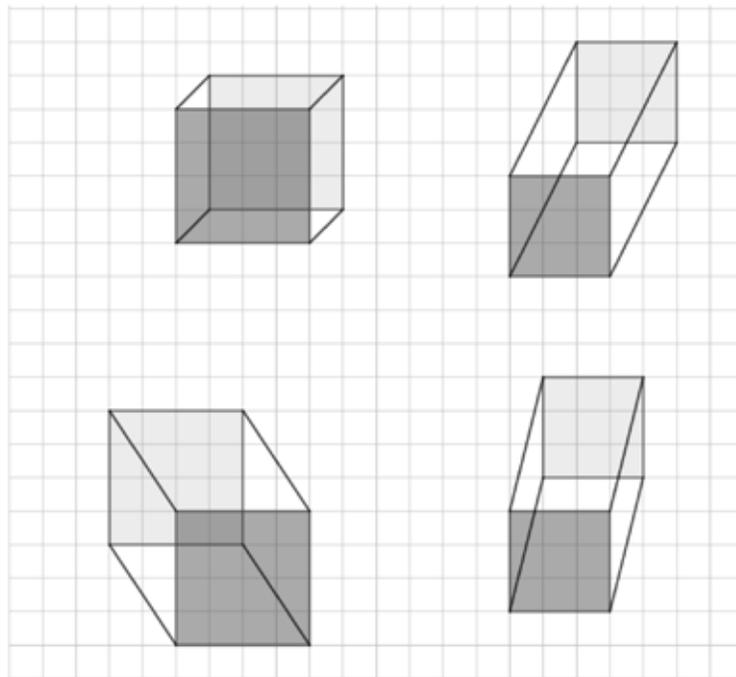
Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Visualizando el espacio 2D

TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



15. Proyección paralela oblicua

Al realizar una proyección oblicua de un cubo, es posible obtener distintos ángulos entre las aristas proyectadas y, a su vez, distintas proporciones entre ellas. De esta forma, cualquier representación del cubo en la cuadrícula corresponderá a una proyección oblicua.



Si bien la cuadrícula facilita la representación en algunos casos, no hay que olvidar que la proyección oblicua no corresponde a algo que podamos ver de forma natural.



Ubicación

Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Visualizando el espacio 2D

TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL

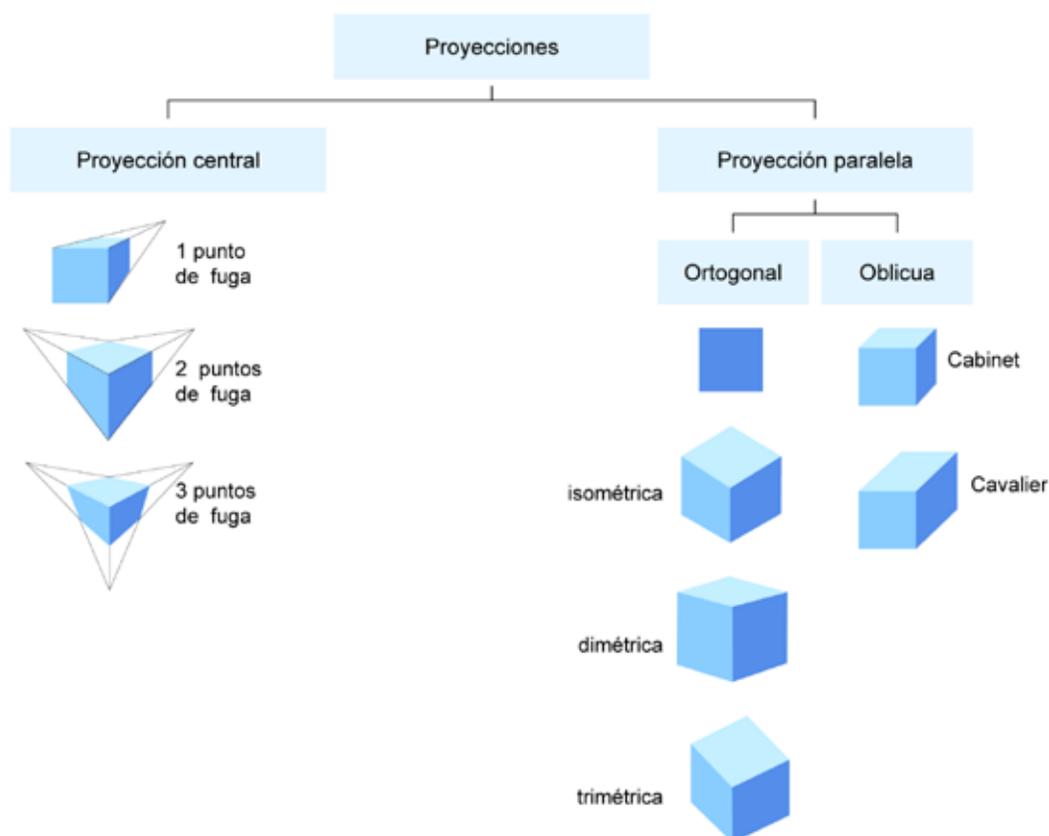


16. Uso del cubo para ilustrar proyecciones de objetos 3D

El cubo aparece con frecuencia en distintos niveles en la enseñanza de la geometría, pues permite abordar una variedad de conceptos y propiedades geométricas. Como consecuencia, el cubo es un cuerpo geométrico que forma parte de la experiencia de los estudiantes desde muy temprana edad. Esto hace que tengan una construcción mental de él y da un punto de partida para estudiar representaciones planas de objetos 3D.

Por otro lado, sus simetrías y el paralelismo de sus caras y aristas son características que lo hacen un cuerpo apropiado para ilustrar las ideas y propiedades geométricas de las proyecciones de objetos 3D.

El siguiente esquema resume los distintos tipos de proyecciones que son ilustradas con el cubo.



Ubicación

Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Visualizando el espacio 2D

TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



17. Consideraciones al vincular la perspectiva con el arte y la arquitectura

El currículo del plan diferenciado de Geometría 3D vincula el uso de la perspectiva con el arte y la arquitectura. Si bien estas disciplinas ofrecen un contexto interesante de aplicación del estudio de la perspectiva, es importante ser cuidadosos al momento de identificar elementos geométricos en ellas.

En particular, en algunas obras artísticas es difícil identificar la proyección utilizada debido a que en el arte es usual que se empleen distintas técnicas y perspectivas, las que aparecen mezcladas en una misma pintura o cuadro. Por ejemplo, en la siguiente obra se aprecia que el techo está dibujado en proyección central mientras que la mesa corresponde más bien a una proyección paralela.



Última cena, Museo del Opera del Duomo, de Siena



Ubicación

Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Visualizando el espacio 2D

TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



18. Uso de *softwares* educativos como herramienta para desarrollar la visualización

Softwares interactivos de geometría dinámica, como GeoGebra, ofrecen valiosas oportunidades para desarrollar la visualización espacial dado que disponen de herramientas de exploración, manipulación y visualización de elementos geométricos.

Si bien los recursos interactivos de GeoGebra no constituyen demostraciones formales de las propiedades geométricas abordadas, sí permiten explorar características de los tipos de proyecciones, visualizar representaciones de objetos 3D en el plano y guiar nuestra intuición para conjeturar propiedades a partir de ejemplos genéricos. Este trabajo exploratorio resulta indispensable para el aprendizaje de la Geometría 3D, incluso por sobre el tratamiento formal, dado que este último en ocasiones se vuelve muy abstracto y tiende a ocultar las ideas geométricas subyacentes.



Ubicación

Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Visualizando el espacio 2D

TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



19. Visualización de objetos 3D desde distintos puntos de vista

En contextos como el diseño de muebles es común encontrarse con representaciones de un objeto tridimensional en el plano que ayudan a visualizar e imaginar cómo lo “vería” un observador externo al objeto desde una determinada posición. Estas representaciones constituyen una descripción visual del objeto y se usan para precisar la estructura y cada una de las piezas que lo conforman. Por lo general, para hacer este tipo de representaciones se utiliza la proyección paralela.



Esta forma de representar objetos nos entrega una manera simplificada de entender la naturaleza geométrica del objeto tridimensional observado, siendo una herramienta de visualización esencial en diversas disciplinas. Además, emplear este tipo de representaciones resulta clave para desarrollar la habilidad de visualización espacial y el razonamiento geométrico 3D.

Ser capaz de visualizar un objeto 3D desde distintos puntos de vista, por más que parezca natural, no es una tarea automática o innata. Es de hecho una habilidad que se adquiere con trabajo y entrenamiento adecuado. Para ello, resulta imprescindible presentar a nuestros estudiantes actividades matemáticas apropiadas para desarrollar esta habilidad de visualización específica.



Ubicación

Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Representando vistas de cuerpos geométricos

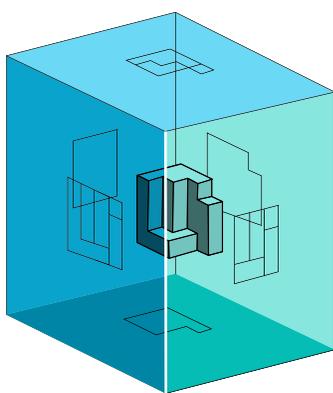
TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



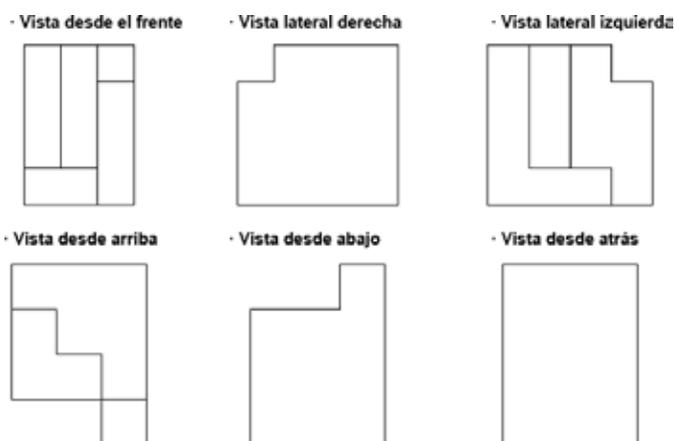
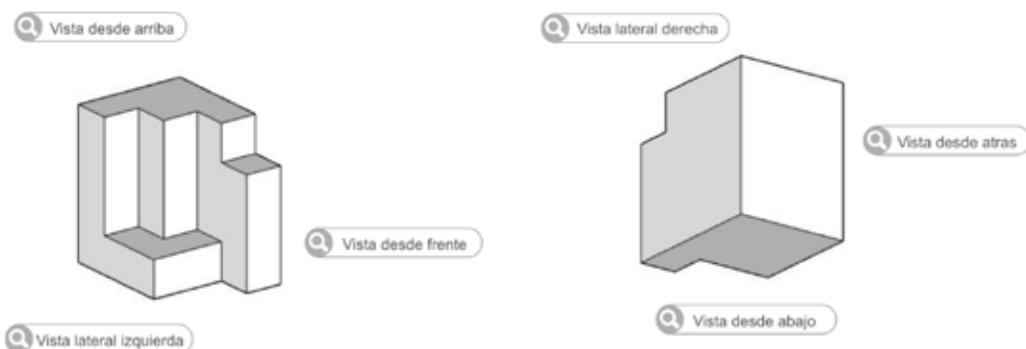
20. Vistas principales

Recordemos que una vista de un objeto corresponde a una proyección paralela ortogonal. Según la definición dada, podría haber tantas vistas de un objeto como se quiera, dependiendo de los planos y direcciones en las que se proyecta.

Sin embargo, en la práctica se utilizan las denominadas vistas principales, que corresponden a proyectar el cuerpo en 6 planos perpendiculares entre sí y que delimitan un cubo:



Por ejemplo, las vistas principales del cuerpo geométrico son las que se muestran a continuación:



Ubicación

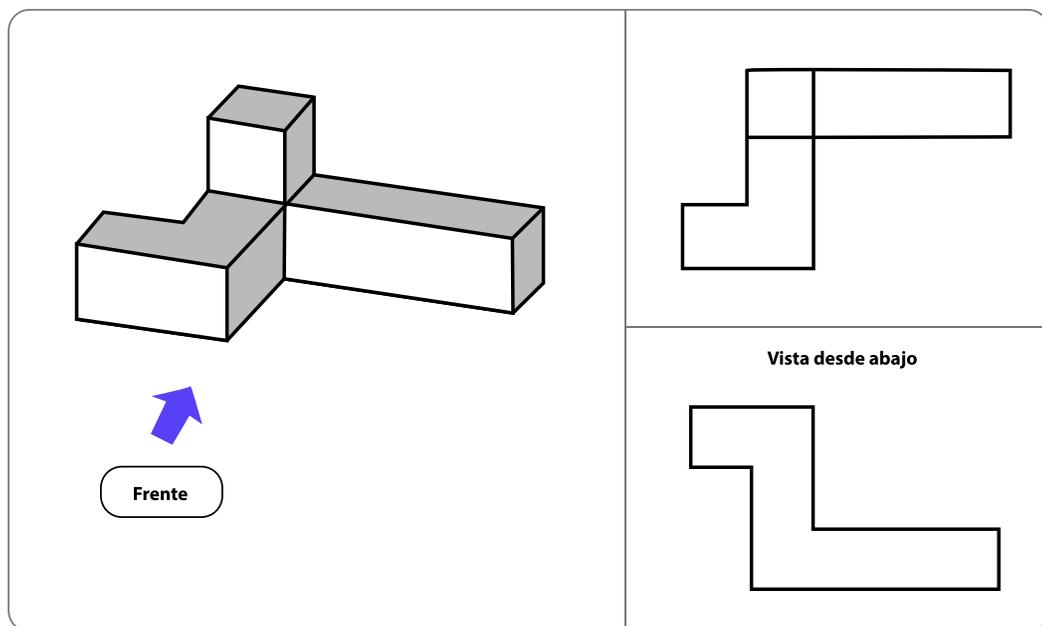
Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Representando vistas de cuerpos geométricos

TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



21. Convenciones sobre algunas vistas principales

Convendremos que las vistas desde abajo y desde arriba se obtendrán mediante una rotación del cuerpo geométrico desde su frente en las direcciones que corresponda. Por ejemplo:



Ubicación

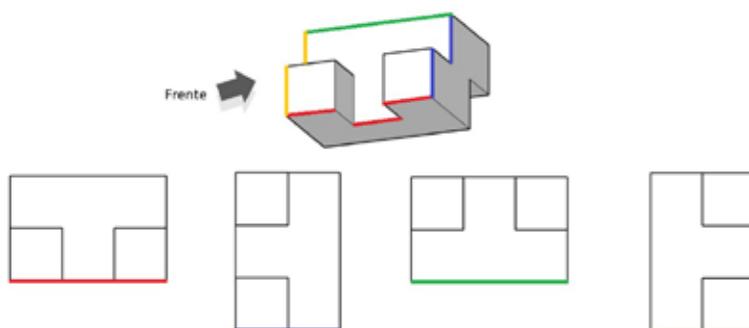
Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Representando vistas de cuerpos geométricos

TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



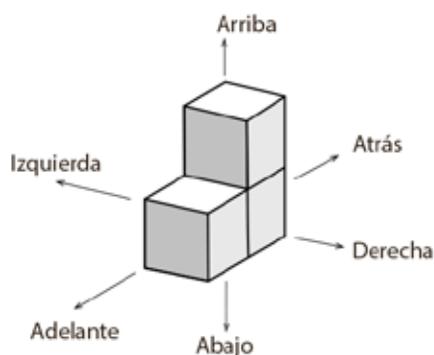
22. Determinar las vistas principales de manera única

Para que las vistas de un cuerpo geométrico queden determinadas de manera única, no es suficiente indicar solo una dirección. En la siguiente imagen se muestran las cuatro posibles vistas que se podrían obtener cuando solo se señala qué posición corresponde al frente de un objeto:

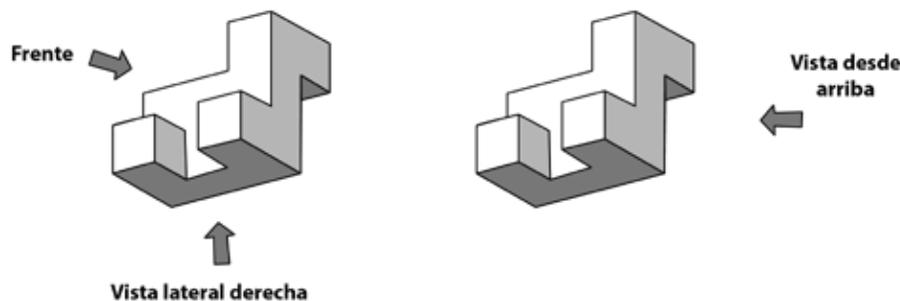


Notemos que indicar cuál es la vista de atrás no soluciona el problema, ya que este queda determinado al conocer la vista de frente.

Para que las vistas principales de un cuerpo geométrico queden determinadas de manera única, se requiere indicar al menos dos de las tres direcciones perpendiculares entre sí que se usan para orientarse en el espacio: *arriba-abajo*, *adelante-atrás*, *derecha-izquierda*.

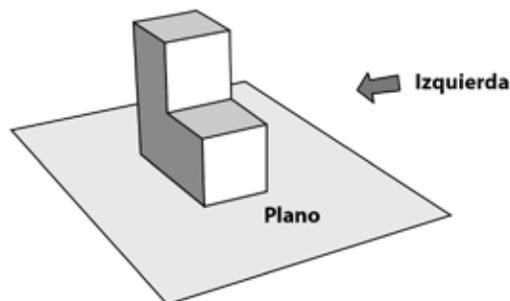


En los siguientes ejemplos se indican dos ejes para definir las vistas de manera única:



TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL

Otra forma de que las vistas de un cuerpo geométrico queden determinadas de manera única es establecer el plano donde este reposa, que indica la dirección arriba-abajo, y además indicar una de las otras dos direcciones.



De aquí en adelante asumiremos que los cuerpos geométricos reposan sobre un plano horizontal, por lo que bastará indicar solo una dirección para determinar sus vistas de manera única (*adelante-atrás, izquierda-derecha o arriba-abajo*).



Ubicación

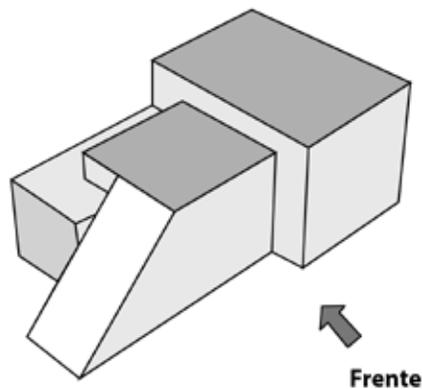
Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Representando vistas de cuerpos geométricos

TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



23. Identificar un cuerpo a partir de sus vistas

Podemos encontrarnos con cuerpos geométricos en los que algunas de sus partes están ocultas. Por ejemplo, en el siguiente cuerpo, la vista desde atrás queda oculta.



Para reducir la ambigüedad sobre cómo es el objeto tridimensional, es necesario contar con más de una vista o con diferentes puntos de vista del objeto, de manera que se pueda reproducir de forma exacta.



Ubicación

Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Representando vistas de cuerpos geométricos

TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



24. Representar un cuerpo geométrico en el geoplano isométrico a partir de sus vistas

Representar un cuerpo geométrico en el geoplano isométrico a partir de sus vistas es una tarea compleja. Para llevarla a cabo es necesario, entre otras cosas, extraer información dada en las distintas imágenes de las vistas y determinar posibles relaciones entre ellas, especificando exactamente cómo encajan entre sí. Para esto se requiere imaginar distintas posiciones y ubicaciones de las partes que componen el cuerpo, de manera que al integrar las vistas del objeto tridimensional se construya un modelo coherente de él.



Ubicación

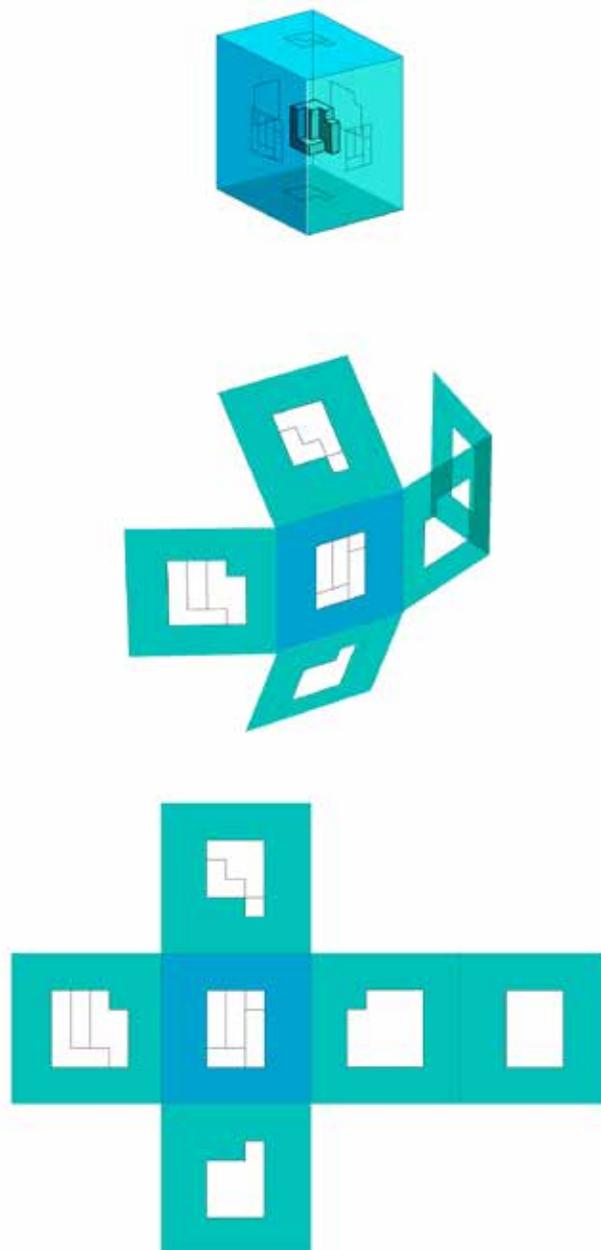
Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Representando vistas de cuerpos geométricos

TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



25. Convenciones sobre vistas principales y su relación con la red del cubo

Recordemos que las vistas principales de un cuerpo corresponden a proyectarlo en 6 planos que delimitan un cubo. Las vistas principales del objeto corresponden a desplegar una red particular del cubo, tal como se ilustra a continuación:



Ubicación

Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Representando vistas de cuerpos geométricos

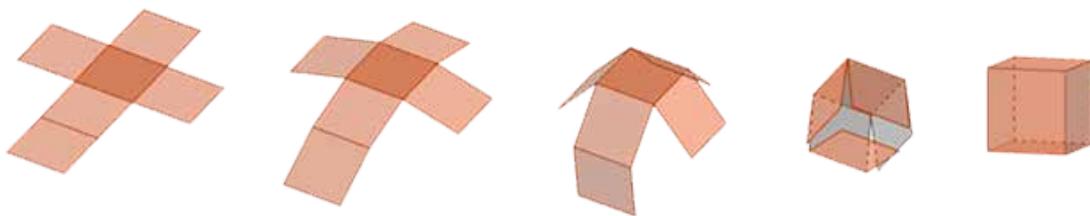
TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



26. Red de un cuerpo geométrico

Una red de un cuerpo geométrico es una representación de la superficie de este mediante una colección de figuras planas contiguas, las que al plegarse se transforman en las caras de dicho cuerpo.

Por convención, diremos que al visualizar la red, estamos viendo las caras externas del cuerpo. Por ejemplo, en la red del cubo estas se colorearon y se doblaron de la siguiente manera:



Comentarios

- El trabajo con redes se inicia en Educación Básica con la construcción y el armado de redes de cuerpos geométricos habituales y continúa con el cálculo de área. Aunque su estudio suele asociarse exclusivamente a estos niveles, la resolución de problemas que involucran redes entrega buenas oportunidades para que los estudiantes de Educación Media desarrollen el razonamiento geométrico 3D a través de la visualización espacial. Este razonamiento incluye, entre otras cosas, el ser capaz de analizar las partes que componen un cuerpo geométrico, como caras, aristas y vértices, y establecer relaciones entre ellas y su representación en una red. Por ejemplo, para construir la red de un cubo con diseño, se requiere visualizar cómo sus caras se pliegan para formar el cubo.



Ubicación

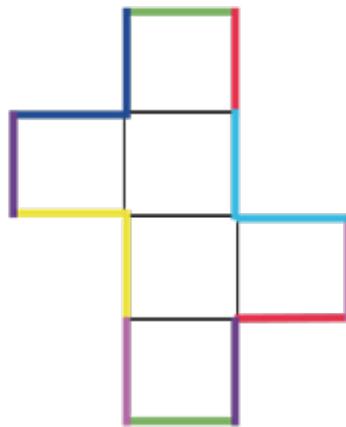
Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Diseñando redes de cubos

TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



27. Estrategia para identificar redes del cubo

Es importante destacar que no toda configuración de seis cuadrados contiguos es una red del cubo. Una estrategia que puede ayudar a distinguir si una figura corresponde a una red o no es identificar con un mismo color los pares de segmentos del borde de la figura que deben unirse para formar una arista del cubo.



Sin embargo, no cualquier coloración de aristas nos asegura que se formará un cubo, ya que hay figuras que tienen seis cuadrados contiguos, pero no son redes.



Ubicación

Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D

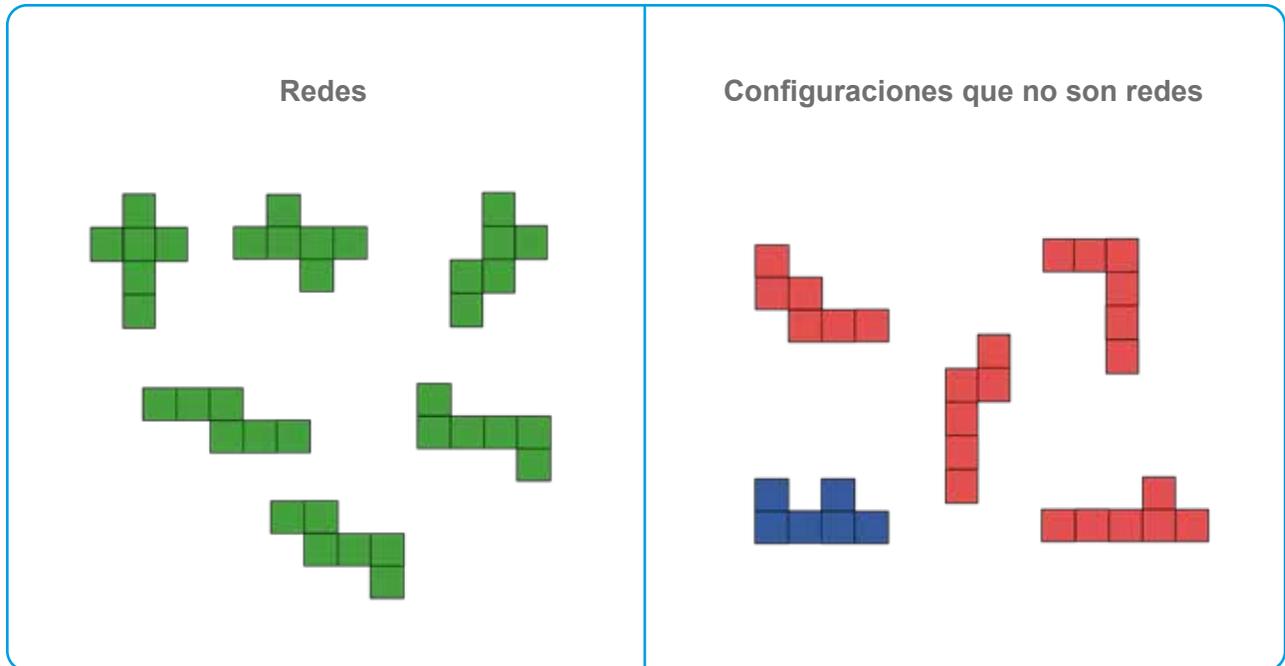
Actividad: Diseñando redes de cubos

TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



28. Ejemplos de configuraciones que son redes y otras que no lo son

Recordemos que no toda configuración de seis cuadrados contiguos es una red del cubo. El siguiente esquema muestra algunas configuraciones de seis cuadrados contiguos que son redes del cubo y otras que no lo son.



Si bien hay algunos casos en los que se puede reconocer fácilmente si la figura es o no una red, en otros casos menos tradicionales esto resulta más complejo.



Ubicación

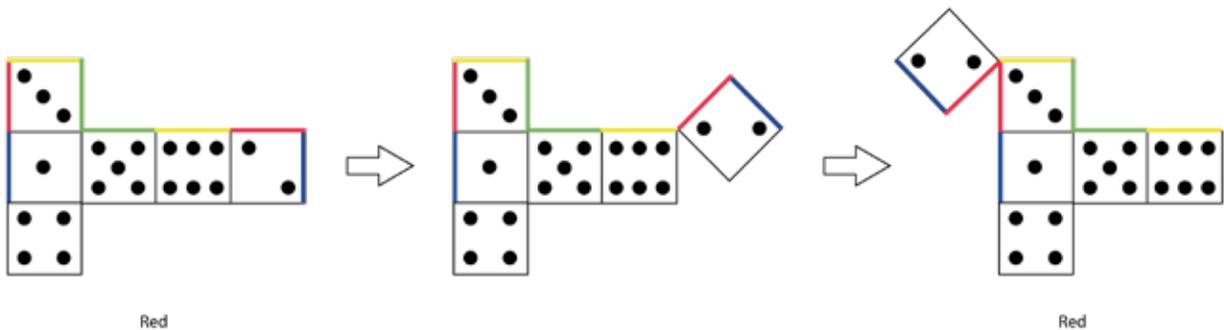
Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Diseñando redes de cubos

TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL

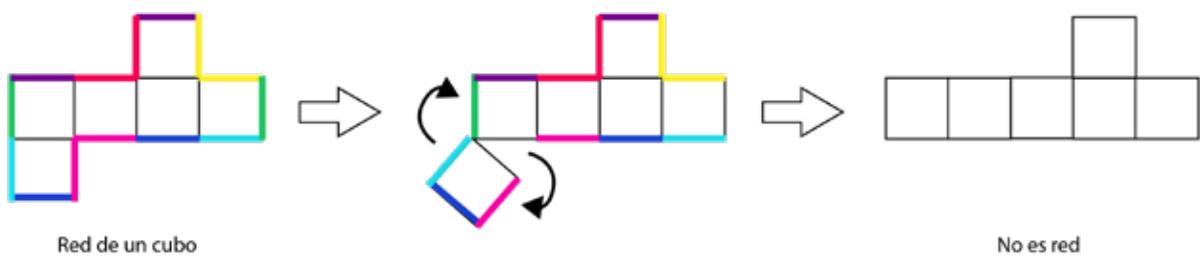


29. Estrategia para visualizar un cubo dada su red

Dada la red de un cubo, una estrategia que ayuda a visualizar cómo se observaría dicho cubo desde un vértice dado es despegar segmentos para pegarlos con otro del mismo color.



Con respecto a esta estrategia, es importante destacar que requiere transformar una red del cubo en otra que también lo sea. Cuando no se cumple que las aristas que se pegan tienen el mismo color asignado en la red original, puede ocurrir que se obtenga una figura que no es red, tal como se ilustra a continuación:



Ubicación

Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Diseñando redes de cubos

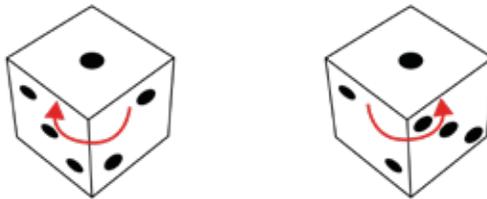
TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



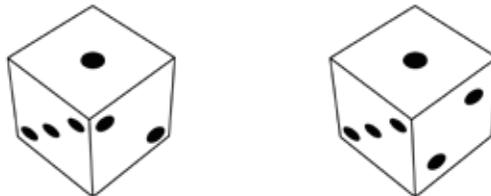
30. Red de cubo con patrón

Para identificar o construir de manera correcta una red de un cubo con algún patrón o diseño en sus caras, es importante cuidar lo siguiente:

- El sentido en que se ubican las caras en una red. Por ejemplo, hay dos maneras en que pueden unirse las caras que tienen uno, dos y tres puntos:



- La orientación de las caras que no son simétricas (como las caras dos, tres o seis en el dado). Por ejemplo, las siguientes imágenes corresponden a dados diferentes, pues la cara que tiene dos puntos está orientada de distinta forma con respecto a las otras dos:



Ubicación

Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Diseñando redes de cubos

TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



31. Trabajo con redes para el desarrollo de la visualización

El trabajo con redes requiere de la coordinación entre la representación mental del objeto como un todo y la descomposición de las partes que lo componen. Además, el tránsito desde la percepción de un objeto 3D a la visualización de su red necesita de la activación de acciones mentales apropiadas que coordinan las distintas perspectivas del objeto.

Aunque el trabajo con redes involucra procesos mentales que los estudiantes podrían no tener, todos ellos se pueden desarrollar a través de una selección adecuada y andamiada de tareas que involucren la identificación, el armado y la construcción de redes.



Ubicación

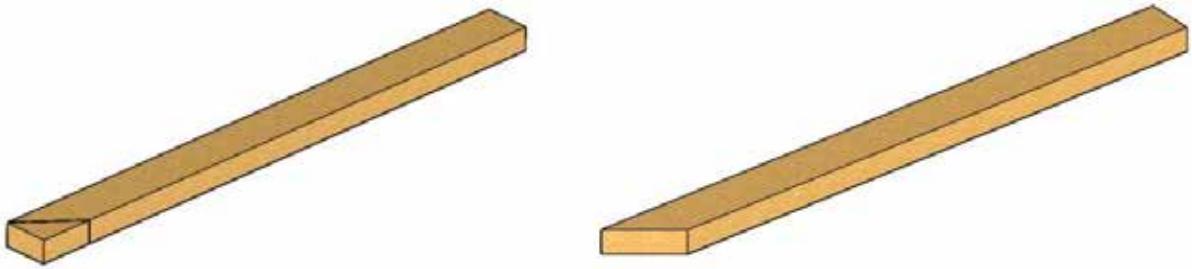
Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Diseñando redes de cubos

TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



32. Secciones

Al cortar un sólido con un plano, las figuras que se obtienen en el lugar del corte se llaman secciones. Para visualizar las secciones es importante imaginar que se está mirando de manera perpendicular al plano de corte. Por ejemplo, en el siguiente tablón la sección que se obtiene es un rectángulo:



Ubicación

Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Cortes en cuerpos geométricos

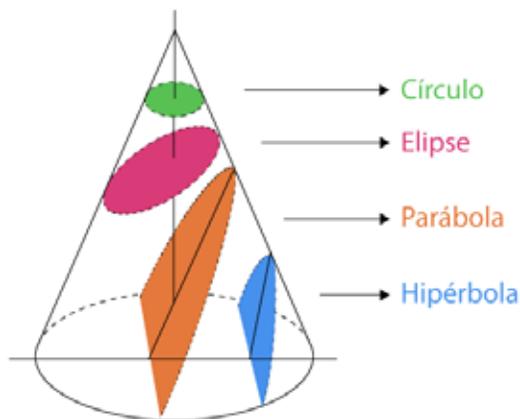
TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



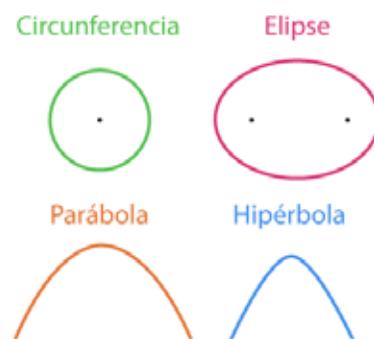
33. Secciones cónicas

Las secciones del cono han sido estudiadas en geometría desde la antigüedad. Dependiendo de cómo se realiza el corte en el cono, se producen distintas secciones:

Secciones cónicas en el cuerpo geométrico



Secciones cónicas en el plano



Ubicación

Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Cortes en cuerpos geométricos

TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL



34. Secciones poligonales

Al cortar un cuerpo geométrico con n caras, a lo más se podrían producir secciones poligonales de n lados.

Sin embargo, se debe tener cuidado, ya que la afirmación anterior no significa que siempre exista una sección de n lados, pues no siempre hay un plano tal que corte a todas las caras del cuerpo. El caso del octaedro es un ejemplo de esto.



Ubicación

Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Cortes en cuerpos geométricos

TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL

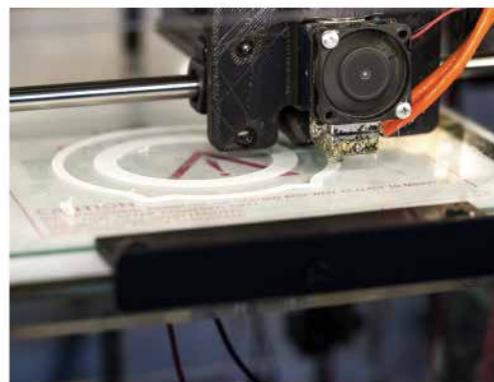


35. Aplicaciones del estudio de secciones

En Educación Media el trabajo con cortes de objetos 3D juega un rol clave no solo para el desarrollo de la visualización espacial, sino también para conectar la matemática con otras disciplinas. Existen diversas aplicaciones del estudio de las secciones de un objeto 3D particularmente en áreas STEAM (ciencia, tecnología, ingeniería, artes y matemática) que pueden motivar el estudio de la geometría en niveles escolares. Por ejemplo:

Impresión 3D

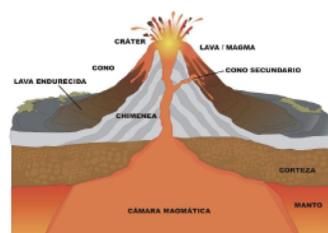
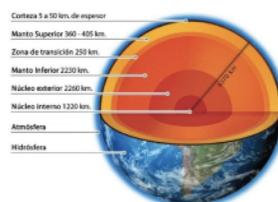
La tecnología de impresión 3D permite crear un objeto mediante la superposición de capas sucesivas de material, las que corresponden a secciones del objeto.



Geografía

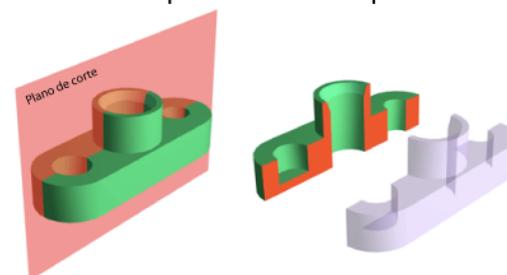
Se utilizan secciones para estudiar las componentes internas de distintos elementos geográficos, como un volcán o la Tierra.

Capas de la Tierra



Ingeniería

Se utilizan secciones, por ejemplo, para planificar la construcción de caminos o carreteras. También se usan para el diseño de piezas mecánicas.



TALLER: VISUALIZACIÓN ESPACIAL

Tecnología

En imagenología, una rama del área de la salud, se utiliza tecnología no invasiva a través de escáneres o tomografías para obtener imágenes de secciones del cuerpo humano con el fin de observar tejidos y órganos internos.



Medicina

En el estudio de secciones anatómicas del cuerpo humano en medicina.



Artes

Incluso se pueden encontrar aplicaciones artísticas, por ejemplo en la fotografía se muestran secciones de distintas frutas.



Ubicación

Taller: Razonamiento geométrico en el espacio 3D
Actividad: Cortes en cuerpos geométricos