SUMA Y SIGUE

MATEMÁTICA EN LÍNEA

Ministerio de Educación

Gobierno de Chile

fcfm

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

CMM

Centro de Modelamiento Matemático

United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization

UNESCO - Hamdan Prize for the effectiveness of teachers

INNOVANDO EN LA ENSEÑANZA DE LAS PROBABILIDADES

BIENVENIDA

¡Bienvenidos y bienvenidas al taller online 2 del curso ***Innovando en la enseñanza de las probabilidades*** del Programa Suma y Sigue!

Relator: Ricardo Salinas

Tutora: Francisca Vega

SESIÓN SINCRÓNICA

- Recuerdo Taller 3
- Actividad
- Recomendaciones para rendir el control 3.

ASISTENCIA

Para registrar su asistencia, escriba su nombre completo en el chat.

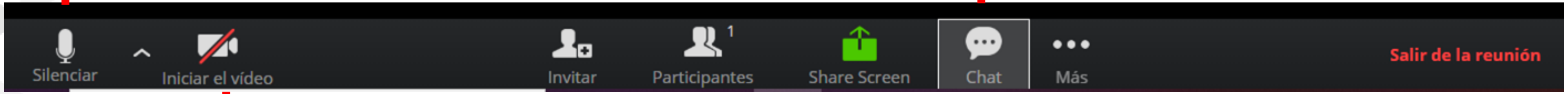
Si no sabe utilizar el chat, a continuación revisaremos cómo hacerlo.

¿CÓMO PARTICIPAR EN ZOOM?

PRINCIPALES ÍCONOS

Activa o desactiva tu micrófono

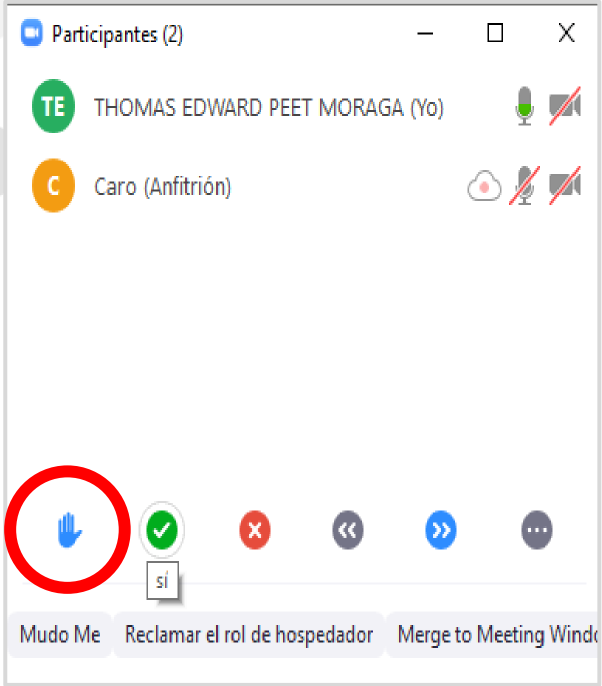
Abre la ventana del chat

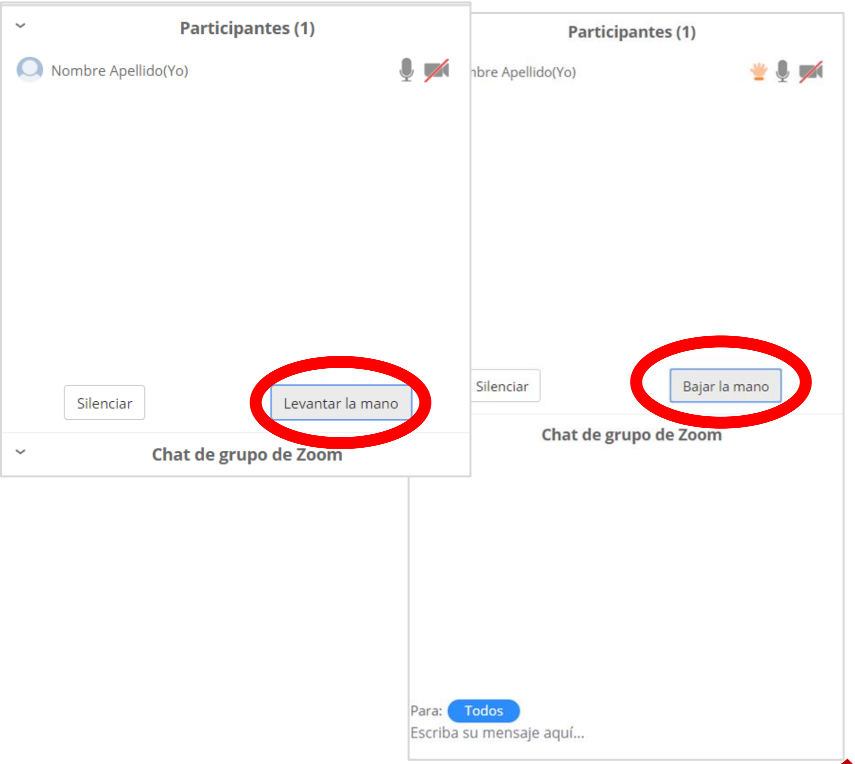


Activa o desactiva la cámara de tu dispositivo

Al terminar la reunión, pincha aquí

LEVANTAR LA MANO





OBJETIVO DEL CURSO

Fortalecer los conocimientos y habilidades para la enseñanza de la probabilidad, con énfasis en la **comprensión de conceptos** probabilísticos fundamentales, en el **desarrollo de estrategias de cálculo** y en el **uso de simulaciones** de experimentos aleatorios

RECUERDO TALLER 3

TALLER 3: ESTRATEGIAS DE CONTEO

- Razonamiento combinatorio.
- Principio multiplicativo.
- Variaciones, combinaciones y permutaciones
- Números combinatorios y multinomiales.
- Estrategias y heurísticas de conteo.
- Uso de representaciones.
- Análisis de producciones de estudiantes y errores comunes.

ACTIVIDAD

LA GALERÍA DE ARTE

ANTES … UN BREVE RECUERDO

- El **factorial** de un número *n*, denotado por *n*!, corresponde al producto de todos los números naturales desde *1* hasta *n*, esto es,

$$n! = n \cdot (n–1) \cdot (n–2) \cdots 2 \cdot 1$$

- El factorial *n!* es igual al número de permutaciones de *n* elementos.

ANTES … UN BREVE RECUERDO

- Al número de subconjuntos de tamaño *k* que pueden formarse de extraer elementos de un conjunto con *n* elementos se conoce como **número combinatorio** y se denota:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

- Este número corresponde al número de combinaciones de *k* elementos tomados de un conjunto con *n* elementos.

LA GALERÍA DE ARTE

Una galería de arte está preparando una gran exposición de cuadros. Para esta cuentan con 9 salas idénticas y han decidido que 4 de ellas se pintarán blancas, 3 de ellas de color gris y las otras 2 de celestes.

¿De cuántas maneras se pueden pintar las salas?

LA GALERÍA DE ARTE

Una galería de arte está preparando una gran exposición de cuadros. Para esta cuentan con 9 salas idénticas y han decidido que 4 de ellas se pintarán blancas, 3 de ellas de color gris y las otras 2 de celestes.

¿De cuántas maneras se pueden pintar las salas?

INSTRUCCIONES:

1. Tiempo 15 min.
2. Se recomienda usar papel y lápiz.
3. Solo cuando el relator lo solicite, comparta las respuestas a través del chat o de la cámara.

UNA POSIBLE MANERA DE CONTAR

- Consideremos las 9 salas:

- Como las salas son idénticas en el contexto del problema, no podemos distinguirlas entre sí.

UNA POSIBLE MANERA DE CONTAR

- Primero elegimos 4 salas entre las 9 para pintarlas blancas. Por ejemplo estas:

- Hay $\binom{9}{4}$ maneras de elegir 4 de las 9 salas.

UNA POSIBLE MANERA DE CONTAR

- Luego elegimos 3 de entre las 5 salas que quedaban para pintarlas grises:

- Hay $\binom{5}{3}$ maneras de elegir 3 de las 5 salas.

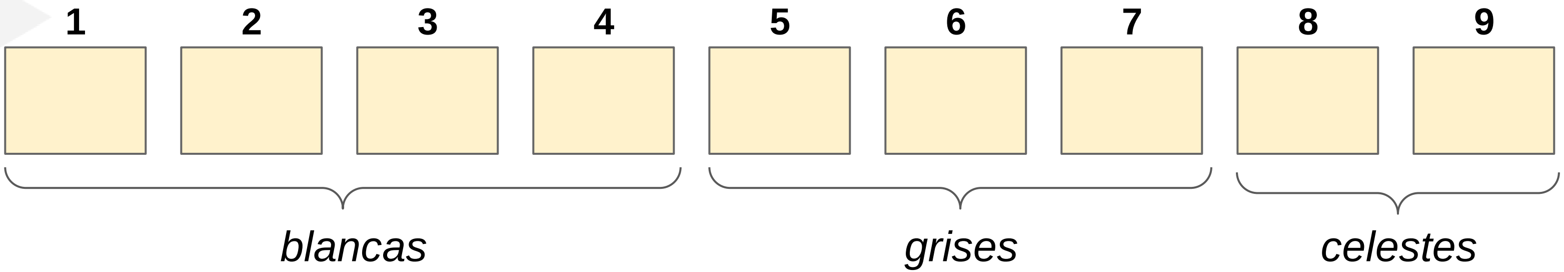
UNA POSIBLE MANERA DE CONTAR

- Entonces, la cantidad de formas de pintar 5 salas blancas, 3 salas grises y 2 salas de color celeste es:

$$\binom{9}{4} \cdot \binom{5}{3} \cdot \binom{2}{2} = \binom{9}{4} \cdot \binom{5}{3}$$

OTRA POSIBLE MANERA DE CONTAR

Numeramos las salas, por ejemplo, de acuerdo al orden en que se pintarán. Las cuatro primeras se pintarán blancas, las tres siguientes amarillas y el resto celeste.



Hay *9!* formas de numerar las 9 salas.

OTRA POSIBLE MANERA DE CONTAR

Cualquier reordenamiento de las 4 primeras salas, o de las 3 siguientes, o de las 2 últimas nos da exactamente la misma manera de pintar las salas. Por ejemplo, los siguientes reordenamientos son equivalentes:

9	5	1	4	7	6	2	3	8
1	5	4	9	2	6	7	8	3

$$\underbrace{\quad 9\ 5\ 1\ 4 \quad}_{\textit{blancas}}\ \underbrace{\quad 7\ 6\ 2 \quad}_{\textit{grises}}\ \underbrace{\quad 3\ 8 \quad}_{\textit{celestes}}$$

Hay 4!, 3! y 2! formas en que se pueden reordenar las salas pintadas de blanco, gris y celeste, respectivamente. Luego hay $4! \cdot 3! \cdot 2!$ reordenamientos que son equivalentes.

OTRA POSIBLE MANERA DE CONTAR

Entonces, la cantidad de formas posibles de pintar las 9 salas, esto es, el número de reordenamientos distintos (no equivalentes entre sí) es:

$$\frac{9!}{4! \cdot 3! \cdot 2!}$$

LA GALERÍA DE ARTE

En este problema:

- El orden no era relevante, es decir, nos interesa contar subconjuntos y no colecciones ordenadas.
- Vimos dos estrategias distintas para contar las maneras en que se pueden pintar las salas.
  - una se basa en elegir las salas sin distinguirlas entre ellas.
  - en la otra es suponer que se pueden distinguir entre sí y agrupar reordenamientos equivalentes.
- Como ambas estrategias permiten contar lo mismo, tenemos que:

$$\binom{9}{4} \cdot \binom{5}{3} = \frac{9!}{4! \cdot 3! \cdot 2!}$$

IDEAS FUNDAMENTALES

- La **combinatoria** es una rama de las matemáticas que estudia las posibles maneras de **contar colecciones**.

- El **razonamiento combinatorio** corresponde a la habilidad de seleccionar y utilizar adecuadamente **estrategias de conteo** e involucra:
  - reconocer condiciones de la situación, tales como si los elementos de la colección están o no **ordenados**, si se pueden **repetir** o si son **indistinguibles**.
  - organizar una **estrategia** que permita determinar, tanto todas las colecciones posibles, como el número de ellas.

IDEAS FUNDAMENTALES

- El desarrollo del razonamiento combinatorio puede verse mermado cuando la enseñanza se enfoca principalmente en el **estudio de las fórmulas** de conteo.

- La relación de la combinatoria con probabilidades se observa en la resolución de problemas de cálculo de probabilidades que involucran estrategias de conteo de los **casos totales y posibles de un experimento aleatorio**.

IDEAS FUNDAMENTALES

Existen varias **técnicas o heurísticas** que se pueden usar para resolver problemas de conteo, tales como:

- Pensar en una **versión "similar, pero más pequeña**" del problema.
- Transformar un problema en uno **equivalente** que sí se sabe resolver.
- Usar **representaciones** como diagramas de árbol, arreglos, casillas o separadores.

ACTIVIDAD

EL RAZONAMIENTO DE MAURICIO

EL RAZONAMIENTO DE MAURICIO

Partimos enumerando las salas del 1 al 9. Las salas 1, 2, 3, 4 se pueden enumerar de $\binom{9}{4}$ maneras y se pueden pintar de 3 colores posibles.

Las salas 5, 6, 7 se pueden enumerar de $\binom{5}{3}$ maneras y se pueden pintar solamente de 2 colores posibles.

Las últimas dos salas se pueden pintar solamente del color restante.

Entonces, las maneras de pintar las salas son: $3 \cdot \binom{9}{4} + 2 \cdot \binom{5}{3} + 1$

¿Es correcto el razonamiento de Mauricio? Justifica.

EL RAZONAMIENTO DE MAURICIO

- Mauricio no aplica el principio multiplicativo, ya que él suma las maneras que hay de enumerar las salas.

- Mauricio, además, ocupa una estrategia que no asegura tener 4 salas blancas, 3 grises y 2 celestes, es decir que cumplan las condiciones del problema.

INFORMACIÓN Y RECOMENDACIONES PARA EL CONTROL

INFORMACIÓN RELEVANTE

- Se dispone de 1 hora y 30 minutos para rendirlo.
- Se debe responder 7 preguntas:
    - 4 de selección múltiple,
    - 2 de verdadero o falso y
    - 1 pregunta abierta.
- No se puede omitir ninguna pregunta.
- En caso de urgencia o problema mayor hay que comunicarse cuanto antes con el/la tutor/a.
- Inicio: Desde hoy
- Fin: **Domingo 5 de Julio**

RECOMENDACIONES

- Terminar el taller correspondiente.
- Imprimir las fichas del material complementario.
- Asegurarse de tener buena conexión a Internet.
- Verificar que la batería tenga carga suficiente o tener a mano el cargador en caso de que tu computador sea portátil.
- Programar tu tiempo para rendir el control. No lo dejes para último minuto.

- Comprobar que hayas respondido todas preguntas antes de presionar el botón "Terminar mi examen".

Luego de que el/la tutor/a revise las preguntas abiertas, tendrás acceso a una retroalimentación sobre el control.

REQUISITOS DE APROBACIÓN

Para aprobar un curso Suma y Sigue, los siguientes requisitos deben cumplirse por separado:

- Tener un promedio de evaluaciones (controles y tarea) mayor o igual a 4,0.
- Avanzar como mínimo el 80% de las actividades virtuales.
- Participación en los talleres online 1, 2 y 3 (en caso de no poder participar en alguna de estas instancias se debe enviar un justificativo vía correo electrónico al tutor/a virtual de su curso).

Para finalizar

Los invitamos a contestar una **encuesta sobre este taller online** en plataforma.

https://es.surveymonkey.com/r/talleronline2media2020

Agradecemos su participación en el taller online

Agradecemos también su disposición y adaptación a los cambios sufridos producto de la contingencia.

¡Que tengan una excelente experiencia de aprendizaje en este curso!

Ministerio de Educación

Gobierno de Chile

fcfm

CMM

Centro de Modelamiento Matemático

SUMA Y SIGUE

MATEMÁTICA EN LÍNEA