

# SUMA Y SIGUE MATEMÁTICA EN LÍNEA



# INNOVANDO EN LA ENSEÑANZA DE LAS PROBABILIDADES

## | BIENVENIDA

¡Bienvenidos y bienvenidas al taller online 2 del curso ***Innovando en la enseñanza de las probabilidades*** del Programa Suma y Sigue!

Relator: Flavio Guiñez

Tutor: Israel Barrera



## | SESIÓN SINCRÓNICA

- Recuerdo Taller 3
- Actividad
- Recomendaciones para rendir el control 3.



## | ASISTENCIA

Para registrar su asistencia, escriba su nombre completo en el chat.

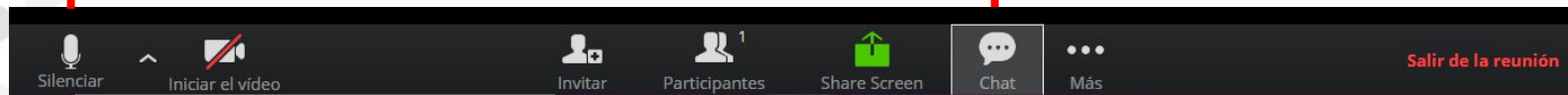
Si no sabe utilizar el chat, a continuación revisaremos cómo hacerlo.

# | ¿CÓMO PARTICIPAR EN ZOOM?

## PRINCIPALES ÍCONOS

Activa o desactiva  
tu micrófono

Abre la ventana del  
chat



Activa o desactiva  
la cámara de tu  
dispositivo

Al terminar la  
reunión, pincha  
aquí

# LEVANTAR LA MANO

Participantes (2)

TE THOMAS EDWARD PEET MORAGA (Yo)

C Caro (Anfitrión)

Mudo Me Reclamar el rol de hospedador Merge to Meeting Wind

The screenshot shows the Zoom meeting control bar. At the bottom left, the 'Raise Hand' icon (a blue hand) is circled in red. To its right are icons for 'Muted' (green checkmark), 'Unmute' (red X), 'Previous View' (left arrow), 'Next View' (right arrow), and 'More Options' (three dots). Below the icons, there are buttons for 'Mudo Me', 'Reclamar el rol de hospedador', and 'Merge to Meeting Wind'.

Participantes (1)

Nombre Apellido(Yo)

Silenciar

Levantar la mano

Chat de grupo de Zoom

Participantes (1)

Nombre Apellido(Yo)

Silenciar

Bajar la mano

Chat de grupo de Zoom

Para: Todos  
Escriba su mensaje aquí...

The image shows two overlapping screenshots of the Zoom chat interface. In the left screenshot, the 'Levantar la mano' button is circled in red. In the right screenshot, the 'Bajar la mano' button is circled in red. Both screenshots show a chat window with a participant list at the top, a 'Silenciar' button, and a 'Chat de grupo de Zoom' label. The right screenshot also shows a message input field at the bottom with a 'Para: Todos' dropdown and the text 'Escriba su mensaje aquí...'.

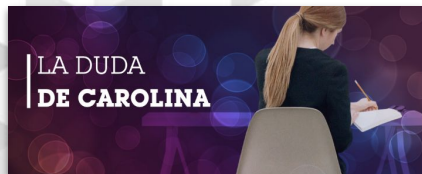


## | OBJETIVO DEL CURSO

Fortalecer los conocimientos y habilidades para la enseñanza de la probabilidad, con énfasis en la **comprensión de conceptos** probabilísticos fundamentales, en el **desarrollo de estrategias de cálculo** y en el **uso de simulaciones** de experimentos aleatorios

# | RECUERDO TALLER 3

## TALLER 3: ESTRATEGIAS DE CONTEO



- Razonamiento combinatorio.
- Principio multiplicativo.
- Variaciones, combinaciones y permutaciones
- Números combinatorios y multinomiales.
- Estrategias y heurísticas de conteo.
- Uso de representaciones.
- Análisis de producciones de estudiantes y errores comunes.

# ACTIVIDAD

LA GALERÍA DE ARTE

## | ANTES ... UN BREVE RECUERDO

- El **factorial** de un número  $n$ , denotado por  $n!$ , corresponde al producto de todos los números naturales desde  $1$  hasta  $n$ , esto es,

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 2 \cdot 1$$

- El factorial  $n!$  es igual al número de permutaciones de  $n$  elementos.

## | ANTES ... UN BREVE RECUERDO

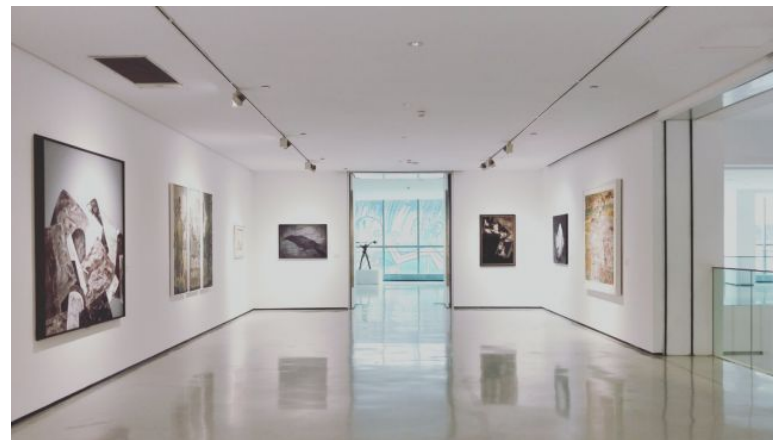
- Al número de subconjuntos de tamaño  $k$  que pueden formarse de extraer elementos de un conjunto con  $n$  elementos se conoce como **número combinatorio** y se denota:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

- Este número corresponde al número de combinaciones de  $k$  elementos tomados de un conjunto con  $n$  elementos.

## | LA GALERÍA DE ARTE

Una galería de arte está preparando una gran exposición de cuadros. Para esta cuentan con 9 salas idénticas y han decidido que 4 de ellas se pintarán blancas, 3 de ellas de color gris y las otras 2 de celestes.



**¿De cuántas maneras se pueden pintar las salas?**

## | LA GALERÍA DE ARTE

Una galería de arte está preparando una gran exposición de cuadros. Para esta cuentan con 9 salas idénticas y han decidido que 4 de ellas se pintarán blancas, 3 de ellas de color gris y las otras 2 de celestes.

**¿De cuántas maneras se pueden pintar las salas?**

INSTRUCCIONES:



1. Tiempo 15 min.
2. Se recomienda usar papel y lápiz.
3. Solo cuando el relator lo solicite, comparta las respuestas a través del chat o de la cámara.



## | UNA POSIBLE MANERA DE CONTAR

- Consideremos las 9 salas:



- Como las salas son idénticas en el contexto del problema, no podemos distinguirlas entre sí.

## | UNA POSIBLE MANERA DE CONTAR

- Primero elegimos 4 salas entre las 9 para pintarlas blancas. Por ejemplo estas:



- Hay  $\binom{9}{4}$  maneras de elegir 4 de las 9 salas.

## | UNA POSIBLE MANERA DE CONTAR

- Luego elegimos 3 de entre las 5 salas que quedaban para pintarlas grises:



- Hay  $\binom{5}{3}$  maneras de elegir 3 de las 5 salas.

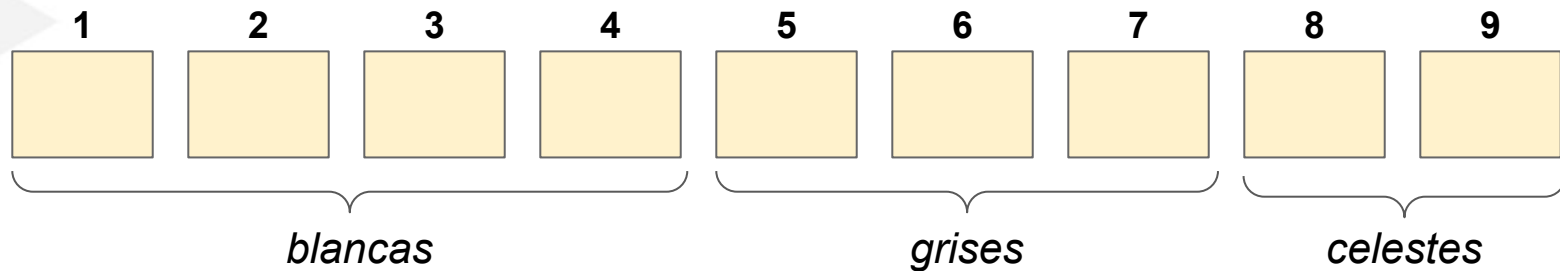
## | UNA POSIBLE MANERA DE CONTAR

- Entonces, la cantidad de formas de pintar 5 salas blancas, 3 salas grises y 2 salas de color celeste es:

$$\binom{9}{4} \cdot \binom{5}{3} \cdot \binom{2}{2} = \binom{9}{4} \cdot \binom{5}{3}$$

## | OTRA POSIBLE MANERA DE CONTAR

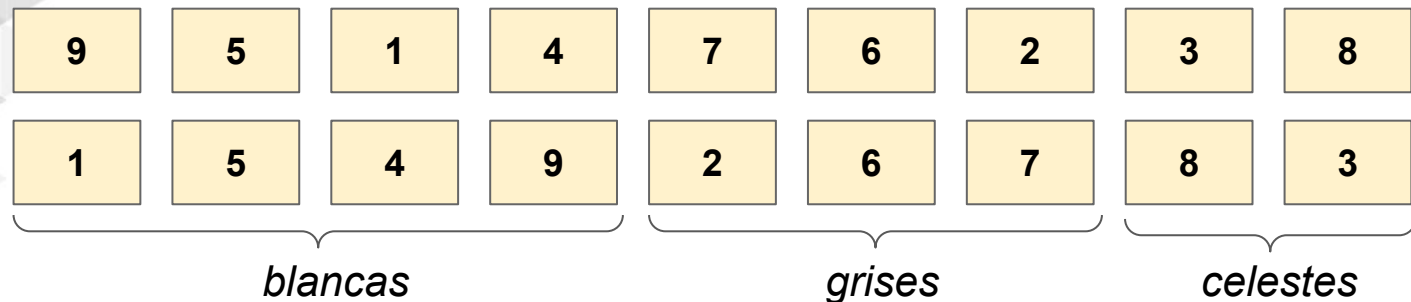
Numeramos las salas, por ejemplo, de acuerdo al orden en que se pintarán. Las cuatro primeras se pintarán blancas, las tres siguientes grises y el resto celeste.



Hay  $9!$  formas de numerar las 9 salas.

## OTRA POSIBLE MANERA DE CONTAR

Cualquier reordenamiento de las 4 primeras salas, o de las 3 siguientes, o de las 2 últimas nos da exactamente la misma manera de pintar las salas. Por ejemplo, los siguientes reordenamientos son equivalentes:



Hay  $4!$ ,  $3!$  y  $2!$  formas en que se pueden reordenar las salas pintadas de blanco, gris y celeste, respectivamente. Luego hay  $4! \cdot 3! \cdot 2!$  reordenamientos que son equivalentes.

## | OTRA POSIBLE MANERA DE CONTAR

Entonces, la cantidad de formas posibles de pintar las 9 salas, esto es, el número de reordenamientos distintos (no equivalentes entre sí) es:

$$\frac{9!}{4! \cdot 3! \cdot 2!}$$

## | LA GALERÍA DE ARTE

En este problema:

- El orden no era relevante, es decir, nos interesa contar subconjuntos y no colecciones ordenadas.
- Vimos dos estrategias distintas para contar las maneras en que se pueden pintar las salas.
  - una se basa en elegir las salas sin distinguirlas entre ellas.
  - en la otra es suponer que se pueden distinguir entre sí y agrupar reordenamientos equivalentes.
- Como ambas estrategias permiten contar lo mismo, tenemos que:

$$\binom{9}{4} \cdot \binom{5}{3} = \frac{9!}{4! \cdot 3! \cdot 2!}$$



## | IDEAS FUNDAMENTALES

- La **combinatoria** es una rama de las matemáticas que estudia las posibles maneras de **contar colecciones**.
- El **razonamiento combinatorio** corresponde a la habilidad de seleccionar y utilizar adecuadamente **estrategias de conteo** e involucra:
  - reconocer condiciones de la situación, tales como si los elementos de la colección están o no **ordenados**, si se pueden **repetir** o si son **indistinguibles**.
  - organizar una **estrategia** que permita determinar, tanto todas las colecciones posibles, como el número de ellas.

## | IDEAS FUNDAMENTALES

- El desarrollo del razonamiento combinatorio puede verse mermado cuando la enseñanza se enfoca principalmente en el **estudio de las fórmulas** de conteo.
- La relación de la combinatoria con probabilidades se observa en la resolución de problemas de cálculo de probabilidades que involucran estrategias de conteo de los **casos totales y posibles de un experimento aleatorio**.

## | IDEAS FUNDAMENTALES

Existen varias **técnicas o heurísticas** que se pueden usar para resolver problemas de conteo, tales como:

- Pensar en una **versión “similar, pero más pequeña”** del problema.
- Transformar un problema en uno **equivalente** que sí se sabe resolver.
- Usar **representaciones** como diagramas de árbol, arreglos, casillas o separadores.

# ACTIVIDAD

## EL RAZONAMIENTO DE MAURICIO

## EL RAZONAMIENTO DE MAURICIO



Partimos enumerando las salas del 1 al 9. Las salas 1, 2, 3, 4 se pueden enumerar de  $\binom{9}{4}$  maneras y se pueden pintar de 3 colores posibles.

Las salas 5, 6, 7 se pueden enumerar de  $\binom{5}{3}$  maneras y se pueden pintar solamente de 2 colores posibles.

Las últimas dos salas se pueden pintar solamente del color restante.

Entonces, las maneras de pintar las salas son:  $3 \cdot \binom{9}{4} + 2 \cdot \binom{5}{3} + 1$

**¿Es correcto el razonamiento de Mauricio? Justifica.**

## | EL RAZONAMIENTO DE MAURICIO

- Mauricio no aplica el principio multiplicativo, ya que él suma las maneras que hay de enumerar las salas.
- Mauricio, además, ocupa una estrategia que no asegura tener 4 salas blancas, 3 grises y 2 celestes, es decir que cumplan las condiciones del problema.

# INFORMACIÓN Y RECOMENDACIONES PARA EL CONTROL

## | INFORMACIÓN RELEVANTE

- Se dispone de 1 hora y 30 minutos para rendirlo.
- Se debe responder 7 preguntas:
  - 4 de selección múltiple,
  - 2 de verdadero o falso y
  - 1 pregunta abierta.
- No se puede omitir ninguna pregunta.
- En caso de urgencia o problema mayor hay que comunicarse cuanto antes con el/la tutor/a.
- Inicio: Desde hoy
- Fin: **Domingo 5 de Julio**



## | RECOMENDACIONES

- Terminar el taller correspondiente.
- Imprimir las fichas del material complementario.
- Asegurarse de tener buena conexión a Internet.
- Verificar que la batería tenga carga suficiente o tener a mano el cargador en caso de que tu computador sea portátil.
- Programar tu tiempo para rendir el control. No lo dejes para último minuto.
- Comprobar que hayas respondido todas preguntas antes de presionar el botón “Terminar mi examen”.

Luego de que el/la tutor/a revise las preguntas abiertas, tendrás acceso a una retroalimentación sobre el control.

## | REQUISITOS DE APROBACIÓN

Para aprobar un curso Suma y Sigue, los siguientes requisitos deben cumplirse por separado:

- Tener un promedio de evaluaciones (controles y tarea) mayor o igual a 4,0.
- Avanzar como mínimo el 80% de las actividades virtuales.
- Participación en los talleres online 1, 2 y 3 (en caso de no poder participar en alguna de estas instancias se debe enviar un justificativo vía correo electrónico al tutor/a virtual de su curso).

I

Para finalizar

Los invitamos a contestar una **encuesta sobre este taller online** en plataforma.

<https://es.surveymonkey.com/r/talleronline2media2020>

I

Agradecemos su participación en el taller online

Agradecemos también su disposición y adaptación a los cambios sufridos producto de la contingencia.

¡Que tengan una excelente experiencia de aprendizaje en este curso!



**CMM**  
Centro de  
Modelamiento  
Matemático



**SUMA  
Y SIGUE**  
MATEMÁTICA EN LÍNEA