SUMA Y SIGUE

MATEMÁTICA EN LÍNEA

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

fcfm
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

CMM Centro de Modelamiento Matemático

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

FICHAS TALLER 3:
ESTRATEGIAS DE CONTEO

INTRODUCCIÓN

En este taller se buscó abordar distintas estrategias para contar el número de colecciones posibles dadas ciertas restricciones y su uso en problemas de probabilidades. Además, se analizaron algunos errores comunes que se cometen en problemas que involucran técnicas de conteo.

Las fichas que conforman este apartado contemplan los siguientes contenidos:

- Razonamiento combinatorio
- Uso de las *k*-tuplas
- Variaciones con reposición
- Factorial
- Variaciones sin reposición
- Principio multiplicativo
- Permutaciones
- Enseñanza de las estrategias de conteo
- Estrategia "*similar, pero más pequeña*"
- Número combinatorio
- Expresión de $\binom{n}{k}$
- Función ***COMBINAT()*** en planillas de cálculo
- Errores en problemas de conteo

Por otro lado, a lo largo del taller destacamos algunos aspectos pedagógicos que contribuyen a la enseñanza de las técnicas de conteo. En este material también podrás encontrar fichas que contemplan dichos aspectos.

TALLER 3:
ESTRATEGIAS DE CONTEO

1. Razonamiento combinatorio

Muchas de las dificultades que se presentan al resolver problemas de probabilidades tienen que ver con el uso de estrategias de conteo. Para los estudiantes es complejo aprender a utilizar estas técnicas, pues requieren de una manera de trabajar con números naturales que es distinta de la que han empleado en aritmética. Esta forma de pensar se conoce como razonamiento combinatorio, el cual involucra:

- reconocer las variables en juego en una situación, tales como si los elementos de la colección están o no ordenados, si se pueden repetir o si son indistinguibles.

- organizar una estrategia que permita tanto determinar todas las colecciones posibles como el número de ellas.

El desarrollo de este razonamiento se puede ver mermado cuando la enseñanza se enfoca en el estudio de las fórmulas de las técnicas de conteo sin abordar la comprensión e identificación de las estrategias que son pertinentes para los problemas planteados.

Comentarios

- El uso de representaciones como diagramas de árbol, arreglos, casillas para las *k*-tuplas facilita tanto la visualización de los casos posibles de un experimento aleatorio como la comprensión de algunas estrategias de conteo.

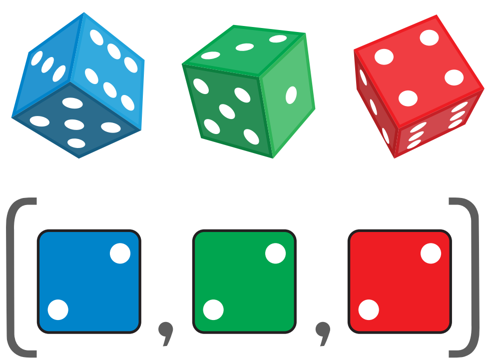
Ubicación: Módulo 2

Taller 3: Estrategias de conteo
Actividad: La duda de Carolina

TALLER 3:
ESTRATEGIAS DE CONTEO

2. Uso de las *k*- tuplas

Una *k*-tupla es una colección ordenada de *k* elementos. El uso de ellas suele estar asociado a la representación de experimentos en *k* etapas. Por ejemplo, en el experimento aleatorio de lanzar tres dados, sus resultados se pueden representar mediante 3- tuplas (o tripletas), en las que la primera posición representa el resultado del dado azul, la segunda el del dado verde y la tercera el del dado rojo.



En el cálculo de probabilidades, usualmente el problema se reduce a contar el número de casos posibles. Al representar los casos mediante *k*- tuplas, el problema se transforma en determinar el número de *k*- tuplas posibles.

Comentarios

- Dos *k*- tuplas son iguales si y solo si los elementos de todas sus posiciones coinciden.
- Las *k*- tuplas se denotan usando ( ) y listando sus elementos separados por una coma.

Ubicación: Módulo 2

Taller 3: Estrategias de conteo
Actividad: El concurso de las tres ruletas

3. Variaciones con reposición

Las *k*- tuplas en que las posiciones se eligen dentro de un mismo conjunto que tiene *n* elementos, los cuales se pueden repetir, se conocen como **variaciones con reposición**.

El número de *k*- tuplas que cumplen con esta característica es n^k .

$$(\square, \square, \square, \ldots, \square)$$

Para la primera posición hay ***n*** elementos posibles.	Para la segunda posición hay ***n*** elementos posibles.	Para la tercera posición hay ***n*** elementos posibles.	. . .	Para la *k*-ésima posición hay ***n*** elementos posibles.

Hay n^k elecciones posibles para las *k*- tuplas.

Por ejemplo, en el experimento de lanzar 3 dados obtenemos que hay 6^3 tripletas que representan todos los posibles resultados del experimento.

Ubicación: Módulo 2

Taller 3: Estrategias de conteo
Actividad: El concurso de las tres ruletas

TALLER 3:
ESTRATEGIAS DE CONTEO

4. Factorial

La expresión $n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \ldots\ldots \cdot 1$ se conoce como **factorial** de n, se denota por $n!$ y corresponde al producto de todos los números naturales desde 1 hasta n.

Comentarios

- Una de las identidades relacionadas con números factoriales que aparecen con frecuencia en problemas de conteo es $n \cdot (n-1)! = n!$. Para que esta igualdad tenga sentido cuando $n = 1$, se necesita la convención $0! = 1$.

Ubicación: Módulo 2

Taller 3: Estrategias de conteo
Actividad: El concurso de las tres ruletas

TALLER 3:
ESTRATEGIAS DE CONTEO

5. Variaciones sin reposición

Las k- tuplas en que las posiciones se eligen dentro de un mismo conjunto que tiene n elementos, los cuales no se pueden repetir, se conocen como **variaciones sin reposición**. El número de distintas k- tuplas que cumplen con estas características es $n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot ... \cdot (n-k+1)$.

$$(\square \quad , \quad \square \quad , \quad \square \quad , \; ... \; , \quad \square)$$

Para la primera posición hay ***n*** elementos posibles.	Como no se pueden repetir elementos, por cada elección hecha en la primera posición hay **(*n* - 1)** elementos posibles para la segunda.	Como no se pueden repetir elementos, por cada elección hecha en la primera y segunda posición hay **(*n* - 2)** elementos posibles para la tercera.	...	Como no se pueden repetir elementos, por cada elección anterior hay **(*n* - *k* + 1)** elementos para la *k*-ésima posición.

$$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot ... \cdot (n-k+1).$$

Por ejemplo, los resultados del experimento de extraer 3 bolitas de una bolsa que contiene cuatro bolitas negras y una blanca sin devolverlas se pueden representar mediante las $5 \cdot 4 \cdot 3$ tripletas que son variaciones sin reposición.

Otra manera de expresar el número de k- tuplas que son variaciones sin reposición es $\frac{n!}{(n-k)!}$.

Esta expresión representa la cantidad de maneras de elegir ordenadamente k elementos de un conjunto de n elementos.

Comentarios

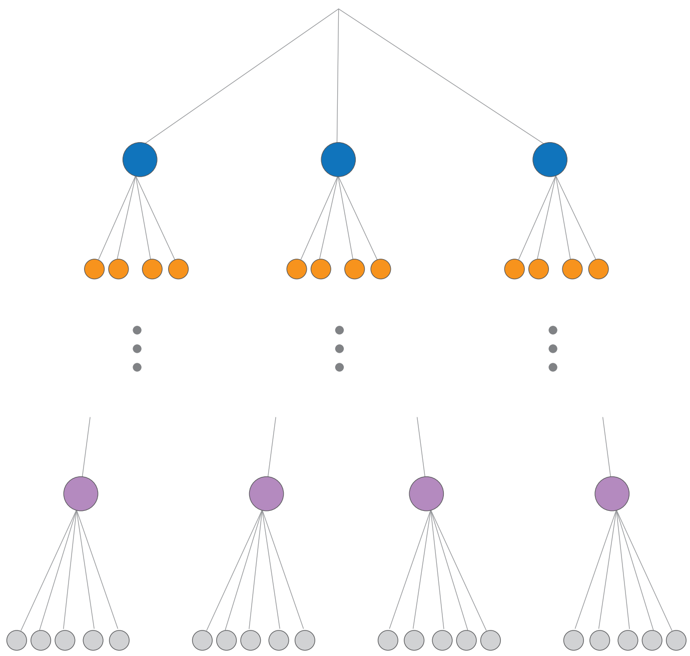
- Al imponer la condición de no repetir elementos en una k- tupla, hay menos casos posibles que cuando admitimos repetición de los elementos, es decir, el número de variaciones sin reposición es menor que el número de variaciones con reposición.
- Observemos que la expresión $\frac{n!}{(n-k)!}$ tiene sentido incluso en el caso $k = n$. Como $0! = 1$, obtenemos , $\frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = \frac{n!}{1} = n!$, lo que corresponde al número de permutaciones de n elementos.
- El conjunto compuesto por todas las posibles variaciones, ya sean con reposición o sin ella, es un espacio muestral del experimento de elegir de manera ordenada los k elementos de un conjunto dado. Este espacio muestral es equiprobable, ya que no hay razones que privilegien la ocurrencia de alguna variación por sobre otra.

Ubicación: Módulo 2

Taller 3: Estrategias de conteo
Actividad: El concurso de las tres ruletas

6. Principio multiplicativo

Algunos experimentos aleatorios pueden modelarse o pensarse como compuestos por varios experimentos que se realizan en etapas sucesivas. Cuando un experimento aleatorio puede modelarse en k etapas, de manera que:



el primer experimento tiene n_1 casos posibles.

por cada uno de los n_1 casos posibles hay n_2 casos posibles del segundo experimento.

⋮

y hay n_k casos posibles para el k-ésimo experimento.

entonces hay un total de $n_1 \cdot n_2 \cdot \ldots \cdot n_k$ casos posibles. Esto se conoce como **principio multiplicativo**.

Comentarios

- Existen ciertos experimentos aleatorios en los que los casos posibles de una etapa dependen del resultado obtenido en la etapa anterior. Pero en la medida en que el número de casos sea el mismo, el principio multiplicativo sigue siendo válido. Esto es lo que ocurre, por ejemplo, con las variaciones sin reposición.

Ubicación: Módulo 2

Taller 3: Estrategias de conteo
Actividad: El concurso de las tres ruletas

7. Permutaciones

Recordemos que las variaciones sin reposición son aquellas k- tuplas cuyas posiciones se eligen entre n elementos, los cuales no se pueden repetir. Cuando $k = n$, estas n- tuplas se conocen como **permutaciones**, y es frecuente que aparezcan en los problemas de conteo, ya que dan cuenta de todas las formas posibles en que pueden ordenarse n elementos en una n- tupla.

El número de posibles permutaciones de n elementos es $n!$

$$(\square \quad , \quad \square \quad , \quad \square \quad , \ldots , \quad \square \quad)$$

Para la primera posición hay ***n*** elementos posibles.	Como no se pueden repetir elementos, por cada elección hecha en la primera posición hay **(*n* - 1)** elementos posibles para la segunda.	Como no se pueden repetir elementos, por cada elección hecha en la primera y segunda posición hay **(*n* - 2)** elementos posibles para la tercera.	. . .	Como no se pueden repetir elementos, por cada elección anterior hay **1** elemento posible.

Hay $n \bullet (n - 1) \bullet (n - 2) \bullet (n - 3) \ldots \bullet 1$ permutaciones de n elementos.

Comentarios

- Como las permutaciones son un caso particular de las variaciones, se tiene que el conjunto compuesto por todas las posibles permutaciones de n elementos es un espacio muestral equiprobable del experimento de elegir de manera ordenada los n elementos de un conjunto dado.

Ubicación: Módulo 2

Taller 3: Estrategias de conteo
Actividad: El concurso de las tres ruletas

8. Enseñanza de las estrategias de conteo

Hay algunos aspectos que son relevantes para la labor docente en relación con la enseñanza de las estrategias de conteo:

- Así como es importante manejar distintas estrategias de conteo, también es relevante comprender la interpretación combinatorial de identidades usuales en el trabajo de técnicas de conteo, pues de esta manera se favorece su uso con sentido y no por pura memorización.

- Otro aspecto que se debe considerar es el uso de ejemplos genéricos. Abordar casos particulares de algunos ejemplos podría facilitar la comprensión de ideas más generales. Esto también es útil para ejemplificar la justificación de algunos resultados.

Ubicación: Módulo 2

Taller 3: Estrategias de conteo
Actividad: El concurso de las tres ruletas

9. Estrategia “similar pero más pequeña”

Reemplazar los valores de un problema por números más pequeños es una estrategia que se usa con frecuencia al abordar problemas de conteo. Al reducir el número de objetos, se hace más fácil armar listas y, por tanto, pensar en cómo enumerarlas o decidir cuál es la técnica de conteo más pertinente.

Un aspecto importante de esta estrategia es que se deben preservar las características fundamentales del problema y de las colecciones que se quieren contar. De esta forma, lo que se busca es una versión “similar pero más pequeña” del problema original, que ayude a desarrollar la intuición y a encontrar una estrategia de resolución.

Ubicación: Módulo 2

Taller 3: Estrategias de conteo
Actividad: Carlos y la colección de autitos

10. Número combinatorio

En problemas de conteo es usual preguntarse cuántos subconjuntos de cierto tamaño se pueden formar a partir de extraer sin reposición elementos de un conjunto que son distinguibles entre sí. A estos subconjuntos se les llama **combinaciones**.

Al número de combinaciones de tamaño k, cuyos elementos se eligen de un conjunto con n elementos, le llamaremos **número combinatorio** y lo denotaremos:

$$\binom{n}{k}$$

Por ejemplo, a partir del conjunto { *a*, *b*, *c*, *d* } se pueden formar $\binom{4}{2} = 6$ subconjuntos con dos elementos:

{ *a*, *b* } , { *a*, *c* }, { *a*, *d* }, { *b*, *c* }, { *b*, *d* } y { *c*, *d* }

Notemos que la combinación { *b*, *c* } corresponde a elegir los elementos *b* y *c* del conjunto { *a*, *b*, *c*, *d* }, independiente del orden en que se seleccionen.

Comentarios

- A diferencia de las k- tuplas, las combinaciones corresponden a conjuntos, esto es, listas no ordenadas. Por tanto, usamos { } en lugar de ( ) para denotarlas.
- El conjunto compuesto por todas las posibles combinaciones de tamaño k es un espacio muestral del experimento “elegir k elementos de un conjunto dado”. Este espacio muestral es equiprobable, ya que no hay razones que privilegien la ocurrencia de alguna combinación por sobre otra.

Ubicación: Módulo 2

Taller 3: Estrategias de conteo
Actividad: Carlos y la colección de autitos

11. Expresiones de $\binom{n}{k}$

Observemos que el valor de $\binom{n}{k}$ se ha expresado de dos formas distintas:

$$\binom{n}{k} = \frac{n \cdot (n-1) \cdots (n-k+1)}{k!}$$

y

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

Ambas se obtuvieron a partir de contar los subconjuntos de tamaño k de un conjunto con n elementos, aunque de dos maneras distintas. Contar de formas distintas una misma cantidad es un aspecto clave del razonamiento combinatorio, pues ayuda a descubrir relaciones entre diferentes expresiones.

Ubicación: Módulo 2

Taller 3: Estrategias de conteo
Actividad: Carlos y la colección de autitos

TALLER 3:
ESTRATEGIAS DE CONTEO

12. Función COMBINAT() en planillas de cálculo

La función **COMBINAT()** de planillas de cálculo permite calcular el valor del número combinatorio $\binom{n}{k}$, es decir, la cantidad de subconjuntos de tamaño k que se pueden escoger de un total de n elementos sin orden y sin repetición.

Esta función "***COMBINAT*** $(\boldsymbol{n};\boldsymbol{k})$" tiene dos argumentos:

- número total de elementos (n)
- número de elementos de cada subconjunto (k).

Comentarios

- El uso de herramientas tales como calculadoras y planillas de cálculo contribuye a simplificar cálculos y a evitar errores que se cometen al trabajar con números combinatorios muy grandes. En particular, la función ***COMBINAT()*** permite optimizar el cálculo de cualquier número combinatorio.

Ubicación: Módulo 2

Taller 3: Estrategias de conteo
Actividad: Carlos y la colección de autitos

TALLER 3:
ESTRATEGIAS DE CONTEO

13. Técnicas que facilitan el conteo de casos

Existen problemas de probabilidad cuyo contexto impone ciertas condiciones o restricciones para contar los casos favorables o los totales. Por ello resulta conveniente manejar algunas técnicas o heurísticas que, al aplicarlas de manera adecuada, facilitan este conteo.

Por ejemplo, una manera eficiente de contar los casos en que dos personas se pueden sentar juntas en una fila es pensar en ellas como si fueran una sola, poniéndose en el caso en que una queda a la izquierda o a la derecha de la otra.

Ubicación: Módulo 2

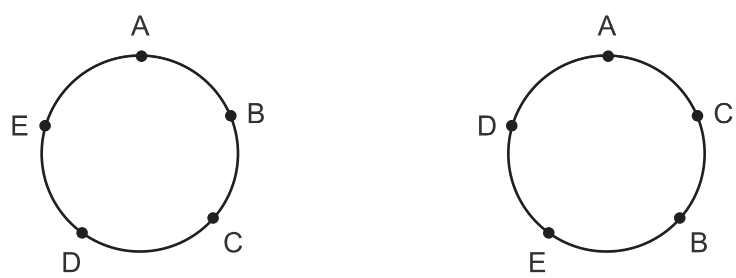
Taller 3: Estrategias de conteo
Actividad: Resolución de problemas a través de técnicas de conteo

TALLER 3:
ESTRATEGIAS DE CONTEO

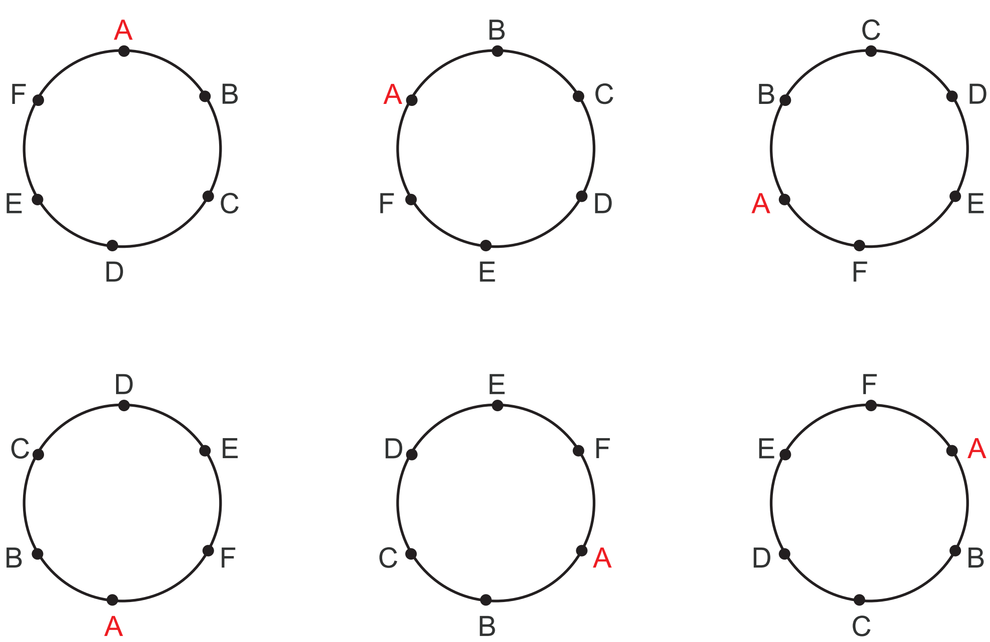
14. Arreglo circular

Diremos que un **arreglo circular** es una colección de elementos distinguibles entre sí que están dispuestos en torno a un círculo.

Por ejemplo, los siguientes son arreglos circulares del conjunto {A, B, C, D, E}.



Diremos que dos arreglos circulares son iguales cuando cada elemento tiene el mismo vecino a su izquierda y el mismo vecino a su derecha. Por ejemplo, los siguientes 6 arreglos son iguales.



Observemos que siempre podemos rotar uno de estos arreglos circulares para obtener otro.

Hay $(n-1)!$ arreglos circulares distintos con n elementos.

Ubicación: Módulo 2

Taller 3: Estrategias de conteo
Actividad: Resolución de problemas a través de técnicas de conteo

TALLER 3:
ESTRATEGIAS DE CONTEO

15. Estrategia de los separadores

En problemas de conteo es usual encontrarse con contextos en los que interesa contar las maneras de distribuir n elementos en k clases o grupos. Los elementos considerados deben ser indistinguibles entre sí. En estos problemas, las clases se consideran distinguibles, y entenderemos que una distribución corresponde a la cantidad de objetos en cada clase.

Una técnica para abordar este tipo de problemas es la **estrategia de los separadores**, la que consiste en pensar en los n elementos idénticos (representados por un ○) y k - 1 separadores de clases (representados por |). Por ejemplo, el siguiente esquema representa a 3 elementos en la primera clase, 4 en la segunda y 5 en la tercera.

○ ○ ○ | ○ ○ ○ ○ | ○ ○ ○ ○ ○

De esta manera, el problema se reduce a contar las distintas maneras de ordenar un total de $n + k - 1$ objetos, considerando que n de ellos son indistinguibles entre sí y los otros $k - 1$ objetos también son indistinguibles entre sí. Como hemos visto anteriormente, la cantidad de maneras de distribuir estos objetos es:

$$\frac{(n+k-1)!}{n!\,(k-1)!}$$

Observemos que este valor coincide con $\binom{n+k-1}{k-1}$, que se puede interpretar como elegir en qué lugar de las $n + k - 1$ posiciones podemos ubicar los $k - 1$ separadores.

Ubicación: Módulo 2

Taller 3: Estrategias de conteo
Actividad: Resolución de problemas a través de técnicas de conteo

16. Variación del problema de separar elementos

Una variación típica del problema de separar *n* elementos indistinguibles en *k* clases, se obtiene al agregar condiciones al número mínimo de elementos que cada clase debe contener, lo que equivale a la ecuación:

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_k = n$$

con las restricciones $x_j \geq m_j$. En este contexto:

- x_j representa el número de elementos en la clase j
- m_j es el mínimo requerido en la clase j.

Para resolver este problema, una solución natural es asignar primero el mínimo de elementos requeridos por cada clase, y luego distribuir los elementos sobrantes entre las *k* clases, ya sin restricciones. Para ello, definimos variables auxiliares:

- $y_j = x_j - m_j$ que es el número de elementos en la clase j que excede al mínimo requerido.
- el número de elementos restantes que se deben distribuir será $m = n - (m_1 + \ldots + m_k)$.

Así, se obtiene una nueva ecuación, para la cual ya sabemos contar sus soluciones enteras no negativas:

$$y_1 + \ldots + y_k = m$$

Luego hay $\binom{m+k-1}{k-1}$ maneras de hacer esta distribución, satisfaciendo las restricciones.

Ubicación: Módulo 2

Taller 3: Estrategias de conteo
Actividad: Resolución de problemas a través de técnicas de conteo

TALLER 3:
ESTRATEGIAS DE CONTEO

17. Identificar y analizar errores de los estudiantes

Uno de los conocimientos relevantes para los profesores es saber cómo piensan matemáticamente sus estudiantes. Este conocimiento es específico y se pone en juego al interpretar las producciones de los estudiantes y al identificar, analizar y anticipar las posibles dificultades.

Ubicación: Módulo 2

Taller 3: Estrategias de conteo
Actividad: Analizando producciones de estudiantes

18. Errores de orden

En problemas de conteo es usual enfrentarse a la dificultad de reconocer si las colecciones deben considerarse ordenadas o no. Esto podría no ser evidente. Por ejemplo, podemos considerar dos experimentos aleatorios distintos que involucran la elección de 3 voluntarios entre 5 candidatos:

- Si todos los voluntarios elegidos cumplen la misma función (como lo que ocurre al elegir consejeros), no importa el orden en que sean seleccionados.
- En cambio, cuando los voluntarios son elegidos para funciones distintas (como en una directiva con presidente, secretario y tesorero), sí importa el orden.

La dificultad mencionada puede traducirse en **errores de orden** de dos tipos:

- Considerar orden cuando no se debe, es decir, usar k -tuplas cuando no es importante el orden.
- No considerar orden cuando sí es relevante, es decir, considerar combinaciones en lugar de k -tuplas.

Comentarios

Para profundizar en este tema puedes visitar las siguientes referencias en español:

- http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol8/1/05Navarro.pdf
- https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/TesisRoa.pdf

Referencias en otros idiomas:
Fischbein, E., & Gazit, A. (1988). The combinatorial solving capacity in children and adolescents. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 5, 193-198.

Ubicación: Módulo 2

Taller 3: Estrategias de conteo
Actividad: Analizando producciones de estudiantes

19. Enunciados de problemas de conteo

En ocasiones, nos vemos enfrentados a problemas cuyos enunciados podrían no ser claros sobre si se deben resolver considerando un orden o no.

Debido a lo anterior, al momento de escoger un problema para un cierto propósito es importante resguardar que su enunciado sea claro, de manera que se cumpla dicho propósito. Así se evitará que surjan dobles interpretaciones o ambigüedades al resolverlo.

Ubicación: Módulo 2

Taller 3: Estrategias de conteo
Actividad: Analizando producciones de estudiantes

20. Errores de repetición

Una dificultad que aparece con frecuencia en problemas de conteo es determinar si los elementos en las k- tuplas pueden repetirse o no. Por ejemplo, podemos considerar dos experimentos aleatorios distintos que involucran extraer una bolita de una bolsa:

- Si se extrae una bolita de una bolsa y esta no se devuelve, los elementos de la k -tupla no se pueden repetir.
- En cambio, cuando la bolita que se extrae de la bolsa se devuelve, los elementos de la k -tupla se pueden repetir.

La dificultad puede manifestarse como **errores de repetición** de dos tipos:

- considerar que los elementos en las k- tuplas se repiten cuando no es posible hacerlo.
- O bien, no repetir elementos cuando era necesario hacerlo.

Comentarios

Para profundizar en este tema puedes visitar:

- https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/TesisRoa.pdf
- http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol8/1/05Navarro.pdf

Ubicación: Módulo 2

Taller 3: Estrategias de conteo
Actividad: Analizando producciones de estudiantes

21. Confundir el tipo de objeto

Otra dificultad habitual que surge en problemas de conteo es identificar si los elementos en las k-tuplas son o no distinguibles entre sí. Por ejemplo, podemos considerar dos situaciones distintas que involucran el experimento aleatorio de extraer una bolita de una bolsa:

- Si en el experimento interesa observar el color de la bolita extraída, no es necesario distinguir entre sí las bolitas de un mismo color.

- En cambio, si en la bolsa las bolitas están numeradas e interesa observar tanto el color como el número de la bolita, se hace necesario distinguir entre sí las bolitas que son de un mismo color.

Esta dificultad se manifiesta como error al **confundir el tipo de objeto**, esto es, se consideran como indistinguibles aquellos elementos que no lo son, o viceversa.

Comentarios

Para profundizar en este tema puedes visitar:

- https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/TesisRoa.pdf
- http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol8/1/05Navarro.pdf

Ubicación: Módulo 2

Taller 3: Estrategias de conteo
Actividad: Analizando producciones de estudiantes

22. Aspectos sobre la enseñanza de las estrategias de conteo

A continuación se presentan algunas consideraciones sobre la enseñanza de las estrategias de conteo para el cálculo de probabilidades:

- Un error común que se comete al aplicar la regla de Laplace es ocupar criterios distintos para obtener los casos favorables y totales, lo que lleva a calcular de manera incorrecta la probabilidad.

- En muchos casos los problemas de cálculo de probabilidad se pueden abordar con distintas estrategias, por ejemplo, dependiendo de si la situación se modela con colecciones ordenadas o no. De esta manera, los estudiantes podrían seguir cualquiera de las dos. Cuál de ellas resulta más fácil para hacer el cálculo depende tanto del problema como de los conocimientos del estudiante.

- Trabajar con problemas que pueden modelarse tanto con colecciones ordenadas como con colecciones no ordenadas genera instancias en las que los estudiantes pueden compartir sus estrategias y discutir sobre las diferencias que existen entre ellas. Esto fortalece la comprensión de las probabilidades y técnicas de conteo, y además permite que los estudiantes tengan una gama más amplia de estrategias al momento de enfrentarse a un problema.

Ubicación: Módulo 2

Taller 3: Estrategias de conteo
Actividad: Analizando producciones de estudiantes