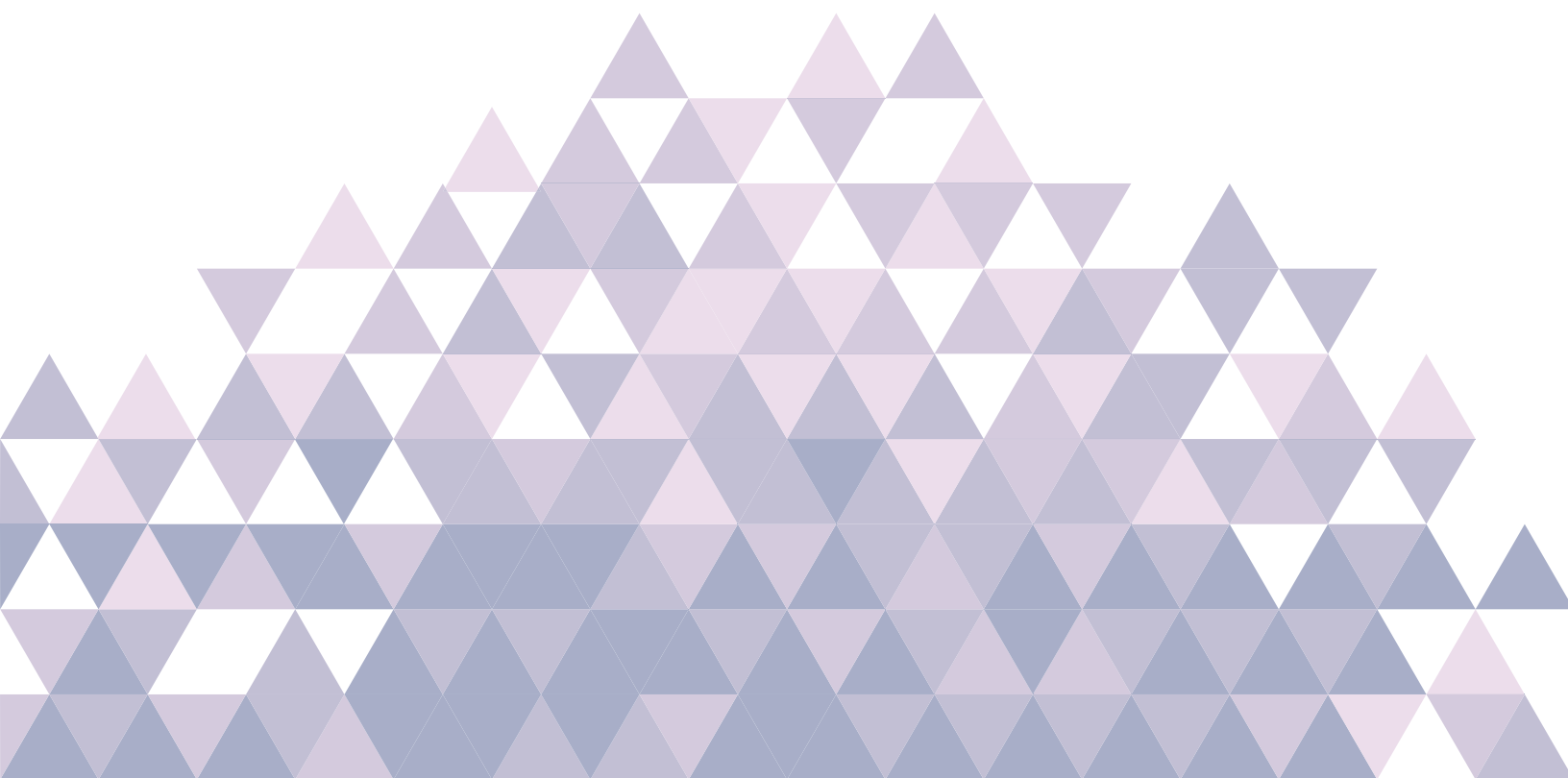


SUMA
Y SIGUE
MATEMÁTICA EN LÍNEA

MATERIAL PEDAGÓGICO
COMPLEMENTARIO

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

FICHAS TALLER 2:
SIMULACIONES DE EXPERIMENTOS ALEATORIOS

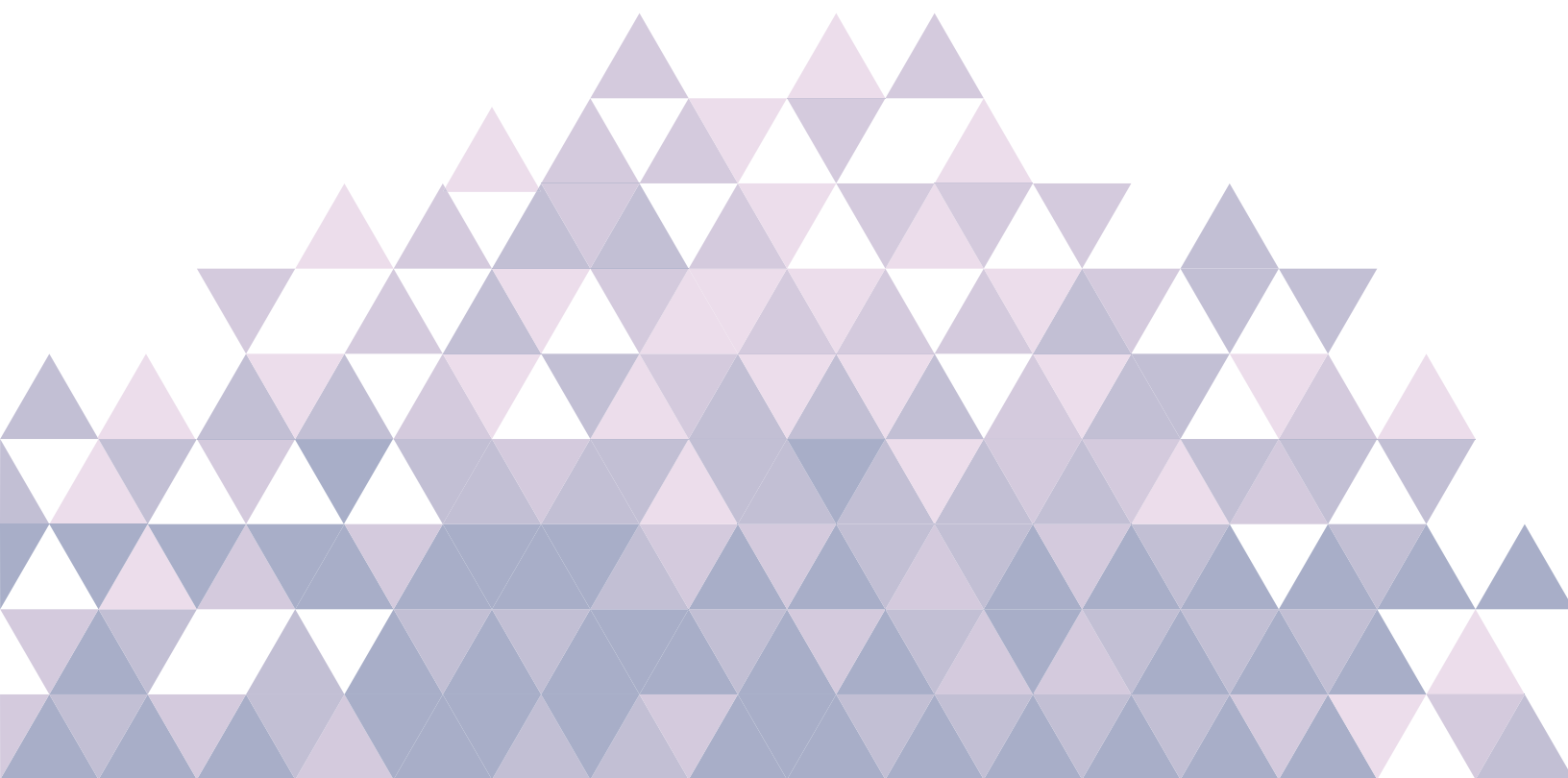


INTRODUCCIÓN

En este taller se abordaron las simulaciones como una herramienta práctica para analizar casos de incerteza y probabilidad. Para realizar estas simulaciones, se trabajó con distintas herramientas computacionales. Con la finalidad de cumplir con lo antes mencionado, se abordaron los siguientes temas:

- Simulaciones
- Simulaciones con planillas de cálculo
- Simulaciones con GeoGebra

Por otro lado, a lo largo del taller destacamos algunos aspectos pedagógicos que contribuyen a la enseñanza de la probabilidad a través de simulaciones de experimentos aleatorios. En este material también podrás encontrar fichas que contemplan dichos aspectos.



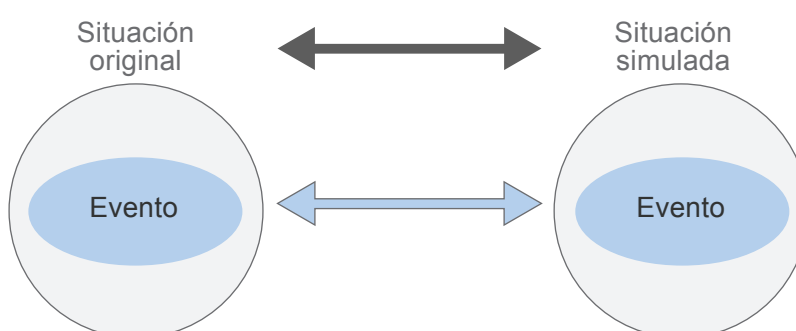
TALLER 2: SIMULACIONES DE EXPERIMENTOS ALEATORIOS



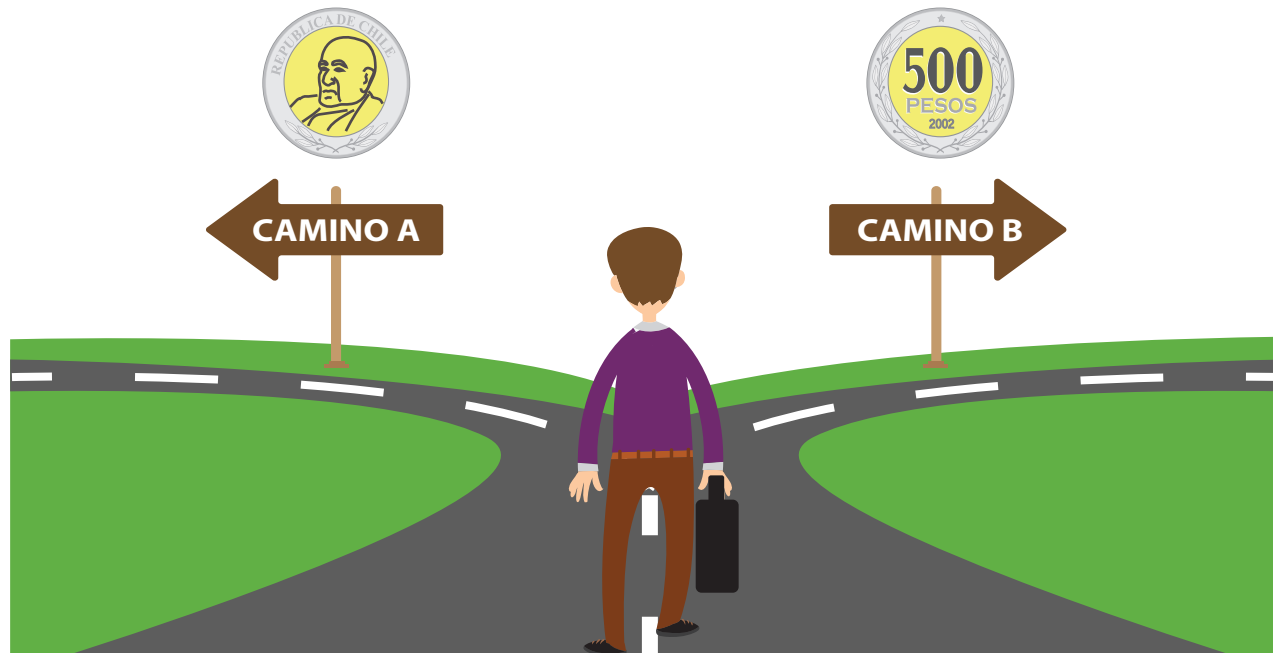
1. Simulaciones

Entenderemos como simulación un experimento realizado con dispositivos concretos o computacionales, cuyos resultados imitan los de una situación real. Se utilizan para reproducir muchas veces un experimento y estimar probabilidades de eventos de interés.

Se debe considerar que la simulación involucra poner en correspondencia dos experimentos aleatorios diferentes: uno que corresponde al problema original y otro utilizado en la simulación, con la condición de que a cada evento del primero le corresponda solo uno del segundo.



Por ejemplo, la elección de ruta entre dos caminos posibles A y B se podría simular con el lanzamiento de una moneda, en el que cara corresponde al camino A y sello al camino B.



Trabajar con simulaciones implica adoptar ciertos supuestos, de modo de simplificar la realidad. Si tomamos como ejemplo la elección de ruta mencionada anteriormente, para realizar su simulación se ha supuesto la equiprobabilidad de los eventos, lo que se sustenta asumiendo que los tiempos de viaje son iguales o que a las personas les son indiferentes los caminos de ambas rutas.



Ubicación: Módulo 1

Taller: Simulaciones de experimentos aleatorios
Actividad: Simulando con planillas de cálculo

TALLER 2: SIMULACIONES DE EXPERIMENTOS ALEATORIOS



2. Simulaciones concretas

Una **ventaja de las simulaciones concretas** es que permiten al estudiante **reproducir experimentos aleatorios** y **desarrollar la comprensión sobre su comportamiento**, dándose cuenta de la forma en que varían y de las regularidades que presentan. De esta forma, los estudiantes se vinculan con el problema planteado.

Por otro lado, una de sus limitaciones es que para algunos experimentos se puede **requerir un número de repeticiones muy grande**, por lo que es difícil simularlo en el aula.

Las planillas de cálculo, por otro lado, son una potente herramienta para apoyar la enseñanza de la probabilidad. En particular, **permiten generar los resultados de muchas repeticiones** del experimento simulado en forma casi instantánea, lo que facilita la obtención de buenas estimaciones de la probabilidad y ayuda al profesor a anticipar, evaluar y organizar actividades de simulación concreta en el aula.

Para trabajar con este tipo de simulaciones en el aula, es necesario considerar que para su comprensión **se requiere un grado de abstracción de los estudiantes** y que estén familiarizados con el funcionamiento de la herramienta computacional que se va a utilizar.



Ubicación: Módulo 1

Taller: Simulaciones de experimentos aleatorios

Actividad: Simulando con planillas de cálculo

TALLER 2: SIMULACIONES DE EXPERIMENTOS ALEATORIOS



3. Simulaciones computacionales

Existen muchos recursos informáticos que permiten simular experimentos aleatorios. Luego de programar la simulación, se pueden obtener resultados en pocos segundos. Uno de ellos son las planillas de cálculo, como por ejemplo Excel o Sheets de Google, que se encuentran en la mayoría de los computadores personales. Otro ejemplo es GeoGebra, que, a diferencia de las anteriores, ofrece más elementos visuales para apoyar la comprensión del experimento.

Estas herramientas son muy útiles para la enseñanza de la estadística y probabilidad, ya que permiten reproducir los resultados de experimentos cuya realización en el aula resulta imposible o requieren de un tiempo prolongado.



Ubicación: Módulo 1

Taller: Simulaciones de experimentos aleatorios
Actividad: Simulando con planillas de cálculo

TALLER 2: SIMULACIONES DE EXPERIMENTOS ALEATORIOS



4. Funciones de las planillas de cálculo para experimentos aleatorios

En las planillas de cálculo la función **ALEATORIO.ENTRE(<valor1>; <valor2>)** entrega un número entero entre <valor1> y <valor2>. Por ejemplo, si se desea escoger un número entre 1 y 4, **ALEATORIO.ENTRE(1;4)** entregará aleatoriamente un valor entero entre 1 y 4, es decir, 1, 2, 3 o 4. Esta función permite simular experimentos aleatorios en los que se asume que todos sus resultados son **igualmente probables**. Algunos ejemplos de experimentos aleatorios que se pueden simular con esta función son:

- Lanzar dados o monedas, ya que la simetría física de sus caras hace posible asumir que todos los resultados tienen igual probabilidad de ocurrir.
- Escoger una persona al azar dentro de un grupo, si se considera que todas ellas tienen la misma probabilidad de ser elegidas.



Ubicación: Módulo 1

Taller: Simulaciones de experimentos aleatorios

Actividad: Simulando con planillas de cálculo

TALLER 2: SIMULACIONES DE EXPERIMENTOS ALEATORIOS



5. Frecuencias en planillas de cálculo

Cuando se trabaja con planillas de cálculo y se tiene una lista de resultados simulados del experimento, es útil usar la función **CONTAR.SI** para calcular frecuencias absolutas. La función **CONTAR.SI(<rango>;<valor>)** cuenta el número de celdas dentro del <rango> que contiene un determinado <valor>. Por ejemplo, **CONTAR.SI(B1:B6,1)** permite conocer la cantidad de veces que aparece el “1” entre las celdas B1 y B6.



Comentarios

- Para calcular la frecuencia relativa, es útil el símbolo “/” para dividir las cantidades de las celdas correspondientes a frecuencia absoluta y número de repeticiones.



Ubicación: Módulo 1

Taller: Simulaciones de experimentos aleatorios
Actividad: Simulando con planillas de cálculo

TALLER 2: SIMULACIONES DE EXPERIMENTOS ALEATORIOS



6. Simulaciones con GeoGebra

GeoGebra ofrece una gama más amplia de posibilidades para trabajar simulaciones que una planilla de cálculo. A continuación destacamos tres características de GeoGebra que son especialmente útiles para trabajar simulaciones en el aula:

- **Permite simular visualmente el experimento:** GeoGebra permite usar imágenes para simular los objetos involucrados en un experimento aleatorio (dados, monedas, bolitas, etc.). Este apoyo visual ayuda a la comprensión del experimento aleatorio, ya que la simulación se acerca más a la realidad.
- **Carácter dinámico de las simulaciones:** En GeoGebra es posible observar cómo varían los resultados en la medida en que el experimento se repite más veces. Esto ayuda a visualizar el comportamiento de los fenómenos aleatorios.
- **Mayor nivel de interacción y control sobre la simulación:** GeoGebra dispone de recursos, tales como botones, animaciones y deslizadores, que permiten controlar el número de repeticiones del experimento y su velocidad. Estos elementos otorgan al usuario un mayor grado de interacción con la simulación.



Ubicación: Módulo 1

Taller: Simulaciones de experimentos aleatorios
Actividad: Simulaciones en GeoGebra

TALLER 2: SIMULACIONES DE EXPERIMENTOS ALEATORIOS



7. Funciones en GeoGebra para experimentos aleatorios

Hay varias maneras de generar resultados aleatorios en GeoGebra. La utilización de listas por medio de los comandos “Secuencia” y “AleatorioEntre” es una de las formas más eficientes de hacerlo.

Por ejemplo, para simular los resultados obtenidos al repetir n veces el experimento de lanzar un dado, la línea “Secuencia(AleatorioEntre(1,6), i , 1, n)” asigna a cada valor de la variable i un valor aleatorio entre 1 y 6, que simulan los resultados de los n lanzamientos del dado.



Ubicación: Módulo 1

Taller: Simulaciones de experimentos aleatorios

Actividad: Simulaciones con GeoGebra

TALLER 2: SIMULACIONES DE EXPERIMENTOS ALEATORIOS



8. Frecuencias en GeoGebra

Una de las formas de calcular las frecuencias absolutas de los resultados de n repeticiones de un experimento aleatorio en GeoGebra es combinando los comandos “Secuencia” y “CuentaSi”.

Por ejemplo, si `dado = Secuencia(AleatorioEntre(1,6), i, 1, n)` es una lista que simula los resultados de n repeticiones del lanzamiento de un dado, el comando

$$\text{Secuencia}(\text{CuentaSi}(x=j, \text{dado}), j, 1, 6)$$

crea una lista en la que para cada valor de la variable j , desde 1 hasta 6, se calcula la cantidad de veces que se repite el valor j en la lista “dado”. De esta forma, el primer valor de la lista será la cantidad de unos (1) que hay en la lista “dado”, el segundo valor será la cantidad de dos (2), y así sucesivamente hasta tener las frecuencias absolutas de todos los resultados.



Comentarios

- Si se dispone de una lista “f” de frecuencias absolutas en GeoGebra, es posible obtener una lista “r” de frecuencias relativas dividiendo “f” por el total de elementos en ella (n). Esto es:

$$r = f / n$$

Cada elemento de la lista “r” es el elemento correspondiente de la lista “f” dividido por n .



Ubicación: Módulo 1

Taller: Simulaciones de experimentos aleatorios

Actividad: Simulaciones con GeoGebra

TALLER 2: SIMULACIONES DE EXPERIMENTOS ALEATORIOS



9. Descomposición de objetivos de aprendizaje en metas

Es habitual que los docentes planifiquen sus clases más en función de las actividades que solicitarán a sus estudiantes que en los aprendizajes matemáticos que estos deben lograr (Smith, M., y Stein, M. 2016).

La enseñanza efectiva de la matemática requiere **descomponer los objetivos de aprendizaje en metas específicas** que describan de manera clara lo que los estudiantes deben aprender como resultado de la enseñanza (Wiliam (2001), citado por NCTM, 2014).



Comentarios

- Para profundizar en este tema puedes revisar las siguientes referencias:

Smith, M., y Stein, M. (2016). 5 prácticas para orquestar discusiones productivas en Matemáticas. *National Council of Teachers or Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

NCTM (2014). De los principios a la acción para garantizar el éxito matemático para todos. *National Council of Teachers or Mathematics*. Reston, VA: NCTM.



Ubicación: Módulo 1

Taller: Simulaciones de experimentos aleatorios

Actividad: Definiendo metas de aprendizaje y tareas matemáticas

TALLER 2: SIMULACIONES DE EXPERIMENTOS ALEATORIOS



10. Características de las metas de aprendizaje

Establecer **metas de aprendizaje claras** constituye un punto de partida crucial para planificar la enseñanza de la matemática, ya que facilitan la selección de tareas matemáticas pertinentes y guían las decisiones sobre la enseñanza.

Para procurar una comprensión profunda de la matemática en los estudiantes, es importante que las metas de aprendizaje sean **ambiciosas**. Esto es, que los aprendizajes que se quieren lograr se establezcan teniendo una alta consideración de las capacidades de los estudiantes. Este mismo criterio se utiliza luego para guiar la elección de tareas que apunten al logro de las metas.



Ubicación: Módulo 1

Taller: Simulaciones de experimentos aleatorios

Actividad: Definiendo metas de aprendizaje y tareas matemáticas

TALLER 2: SIMULACIONES DE EXPERIMENTOS ALEATORIOS



11. Características de las tareas matemáticas

Es fundamental que las tareas matemáticas que se escogen para trabajar en clases estén en **concordancia con metas de aprendizaje** claramente definidas.

Las tareas matemáticas pueden ir desde simples ejercicios rutinarios hasta problemas complejos. Pero es importante tener en cuenta que las tareas desafiantes que fomentan de manera sostenida el **razonamiento** de los estudiantes ofrecen mejores oportunidades de aprendizaje.

Las tareas matemáticas seleccionadas deben permitir a los estudiantes comprometerse con un **pensamiento de alto nivel**, y deben ser **accesibles para todos** los estudiantes, esto es, que puedan abordarse con distintos niveles de conocimientos y que admitan múltiples formas de resolverlas y representarlas para que los estudiantes puedan **involucrarse** con la tarea.



Ubicación: Módulo 1

Taller: Simulaciones de experimentos aleatorios

Actividad: Definiendo metas de aprendizaje y tareas matemáticas

TALLER 2: SIMULACIONES DE EXPERIMENTOS ALEATORIOS



12. Descomposición de un objeto de aprendizaje en probabilidades

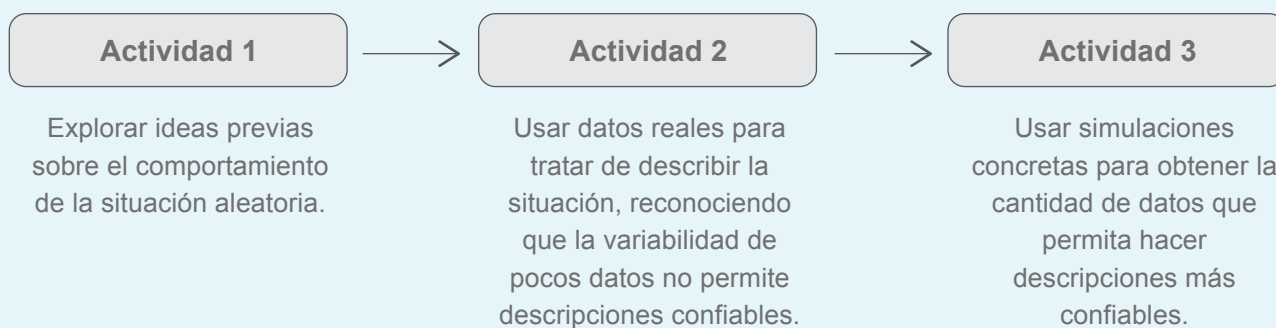
En este taller se analizó el caso de la profesora Lisette, quien quería trabajar con sus estudiantes el siguiente objetivo:

Experimentar con situaciones azarosas y usar la probabilidad para describir su comportamiento.

Para el análisis de este objetivo se propuso una descomposición en tres metas, en la que cada una de ellas se abordó mediante distintas actividades.

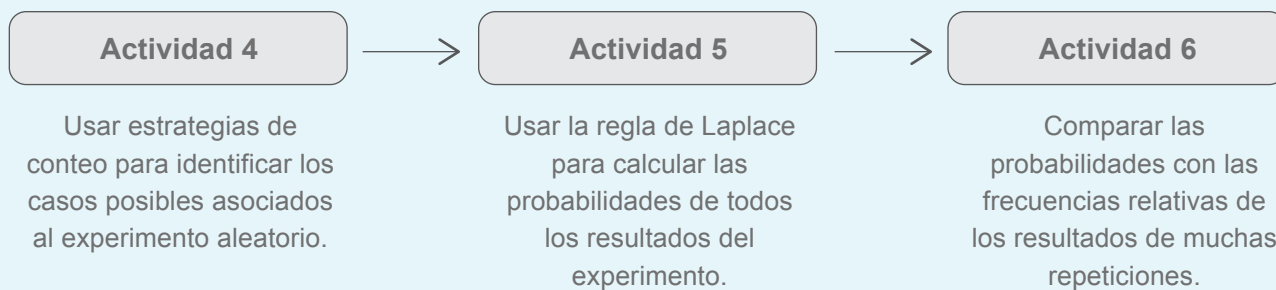
META 1

Los estudiantes usan datos para escribir una situación aleatoria, reconociendo que para que la descripción sea confiable se necesitan muchas repeticiones del experimento.



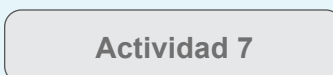
META 2

Los estudiantes comparan las probabilidades teóricas con las frecuencias relativas obtenidas para muchas repeticiones, reconociendo que las primeras sirven como un modelo que permite describir los resultados empíricos



META 3

Los estudiantes usan probabilidades para caracterizar una situación aleatoria, estableciendo inferencias respecto de lo que se espera que ocurra en la realidad que están basadas en la comparación de dichas probabilidades.



Ubicación: Módulo 1

Taller: Simulaciones de experimentos aleatorios

Actividad: Definiendo metas de aprendizaje y tareas matemáticas

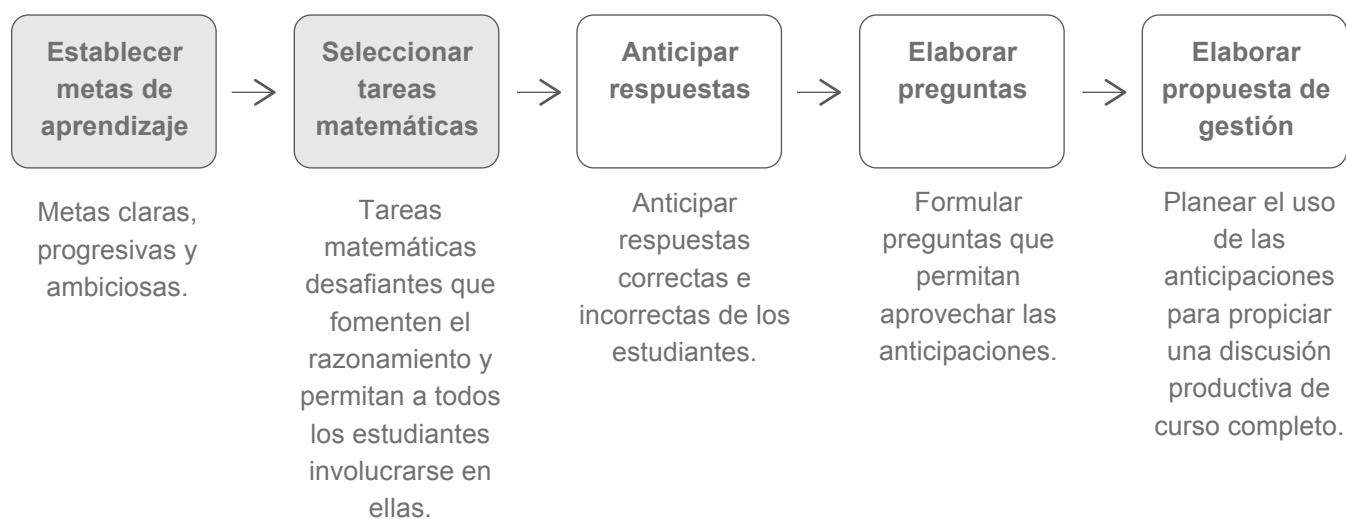
TALLER 2: SIMULACIONES DE EXPERIMENTOS ALEATORIOS



13. Preparación de la enseñanza

Para mejorar las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes se requiere pensar la enseñanza como un proceso en el que la preparación cuidadosa y detallada es fundamental.

A través de las actividades de vinculación con el aula que hemos propuesto en los talleres 1 y 2 de este curso, se han querido ejemplificar algunas prácticas pedagógicas relacionadas con la preparación de la enseñanza. El siguiente esquema las resume:



Ubicación: Módulo 1

Taller: Simulaciones de experimentos aleatorios

Actividad: Definiendo metas de aprendizaje y tareas matemáticas