

LECCIÓN

CONDICIONES PARA LA APLICACIÓN DE LA REGLA DE LAPLACE

Descripción

En esta lección se busca que los estudiantes identifiquen y corrijan la idea errónea sobre equiprobabilidad de los resultados de un juego de azar propuesto, reconociendo la necesidad de contar con un espacio muestral equiprobable para la aplicación de la regla de Laplace.

El problema consiste en elegir cuál de los personajes que apuestan a un determinado juego de azar tiene más probabilidades de ganar y argumentar la elección. Se espera que aparezcan distintas respuestas y justificaciones; dentro de ellas, las que tienen relación con el sesgo de equiprobabilidad. Se propone que los estudiantes, apoyados en simulaciones computacionales, discutan y analicen empíricamente la validez de esas ideas y hagan conjeturas sobre las probabilidades de ganar de cada personaje. Finalmente, se les pide que comprueben sus conjeturas calculando las probabilidades por medio de la regla de Laplace, con lo que se espera que reconozcan la necesidad de identificar un espacio muestral equiprobable para su correcta aplicación.

Aprendizajes previos

Experimento aleatorio, suceso, espacio muestral, regla de Laplace.

Materiales

- Presentación PPT
- Programa GeoGebra Clásico 5: <https://www.geogebra.org/download>
- Computador y proyector

Tiempo 75 minutos

SUGERENCIAS DE GESTIÓN

Lanzamiento de la lección (5 min)

Solicite a los estudiantes que describan con sus propias palabras conceptos de probabilidad trabajados previamente, tales como experimento aleatorio, espacio muestral y regla de Laplace. Asegúrese de que hayan clarificado sus dudas y comprendido estos conceptos.

Trabajo en parejas (20 min)

Proyecte la diapositiva 1, explique la actividad y pida que la desarrollen en parejas. Durante el monitoreo, identifique las diferentes respuestas y justificaciones. Plantee preguntas a los estudiantes que les permitan clarificar los argumentos que no estén tan claros. En particular, identifique aquellos que reflejan la presencia del sesgo de equiprobabilidad.

A continuación se presentan algunas anticipaciones y posibles preguntas que podrían ayudar a que los estudiantes clarifiquen y profundicen en su razonamiento. Es importante tener en cuenta que el foco en este momento no es apoyarlos a encontrar la respuesta correcta, sino que reconozcan sus creencias y formas de pensar respecto de la probabilidad.

Anticipaciones	Preguntas
CATEGORÍA A: No puede responder la pregunta, argumentando que no es posible calcular la probabilidad o bien no sabe cómo hacerlo	
<p>“No se puede saber quién va a ganar” “Hay que considerar muchos casos, y no sé como hacer eso”</p>	<p>¿Por qué dices que no se puede calcular?, ¿qué dificultad tienes? ¿Cómo habías calculado la probabilidad en otras ocasiones?, ¿podrías hacer lo mismo en este caso?</p>
CATEGORÍA B: Ambos tienen la misma probabilidad de ganar justificando su respuesta en el azar	
<p>“Es suerte, cualquiera puede ganar”, “Aunque hayan más bolitas rojas que azules, la suerte es igual para ambos”</p>	<p>Entonces, si es cuestión de suerte, ¿tú dices que da lo mismo cuántas bolitas de cada color haya?, ¿la probabilidad no depende de eso?, ¿puedes explicar un poco más?</p>
CATEGORÍA C: Ambos tienen la misma probabilidad de ganar, argumentando que hay dos casos posibles: o las bolitas son de distinto color o no	
<p>“La probabilidad de ganar es de 50 % para cada uno, porque hay dos casos posibles, uno favorable a Laura y el otro a Félix” “Como hay dos resultados posibles, la probabilidad de ganar es la misma para Félix y Laura”</p>	<p>¿Podrías explicarles a tus compañeros cuáles son esos dos casos? ¿Cómo llegaste al 50 %?, ¿Tú piensas que esos dos casos tienen la misma probabilidad?</p>
CATEGORÍA D: Félix tiene más probabilidad de ganar, ya que hay dos bolitas rojas y solo una azul	
<p>“Si ocupo la fórmula, la probabilidad de Félix es $\frac{2}{3}$ y la de Laura $\frac{1}{3}$”, “Es obvio que gana Félix porque hay más bolitas rojas”</p>	<p>¿Nos podrías indicar cuál es el espacio muestral que estás considerando? Lo que señalas, ¿se relaciona con el experimento de sacar una bolita o con el experimento de sacar dos bolitas? ¿Estás de acuerdo con que al haber dos bolitas rojas y solo una azul es más probable que gane Félix?</p>
CATEGORÍA E: Laura tiene más probabilidad de ganar, ya que reconoce tres casos posibles y en dos de ellos gana Laura	
<p>“Profe, hay dos casos que son favorables a Laura y uno solo a Félix”</p>	<p>¿Podrías hacer un esquema o dibujo que muestre lo que estás mencionando? ¿Alguien propone un esquema diferente?</p>

Discusión de curso completo (30 min)

El propósito de esta discusión es que los estudiantes reconozcan y corrijan ideas erróneas sobre probabilidad consideradas en sus respuestas, particularmente, referidas al sesgo de equiprobabilidad.

Para ello, se sugiere comenzar la discusión explorando las respuestas relacionadas con la categoría B, que dan cuenta del error relativo a la equiprobabilidad de los resultados. Asegúrese de que el pensamiento de los estudiantes que comparten sus respuestas quede claro para todos. Si es necesario, use preguntas como las descritas en la tabla de anticipaciones.

Pida al resto de los estudiantes que opinen sobre la idea de que como se trata del azar, ambos personajes tienen la misma probabilidad de ganar. Si es posible, solicite a estudiantes con respuestas de la categoría C que argumenten a favor de que ambos tienen igual probabilidad, pero basados en el argumento de un espacio muestral con solo dos resultados posibles en el que se asume la equiprobabilidad.

Centre la discusión en torno a las razones que respaldan o refutan la equiprobabilidad de los dos resultados. Luego, proyecte la diapositiva 2 y ejecute la simulación de GeoGebra “Recurso frecuencia bolitas.ggb”. Pida a los estudiantes que comenten qué se observa al repetir el juego muchas veces. Asegúrese de que reconozcan que los resultados empíricos sugieren que estos dos resultados no tienen la misma probabilidad. Solicíteles que hagan conjeturas sobre las probabilidades de estos resultados a partir de las frecuencias observadas. Por ejemplo, es posible que señalen que la probabilidad de ganar de Laura es el doble de que la de Félix, o, dicho de otro modo, que la probabilidad de ganar de Laura es $\frac{2}{3}$ y la de Félix $\frac{1}{3}$.

Continúe con respuestas relacionadas con las categorías D y E, centrando la discusión en la posibilidad de contar con otro espacio muestral que dispone de 3 resultados posibles. Pregunte si hay razones para suponer que este espacio sí es equiprobable. Para confirmar empíricamente la hipótesis de equiprobabilidad de los resultados, proyecte la diapositiva 3, muestre la simulación de GeoGebra “Recurso 3 casos bolitas.ggb” y pida que comenten. Asegúrese de que comprendan que observar frecuencias similares después de muchas repeticiones del experimento es un hecho empírico que sugiere la posibilidad de equiprobabilidad de los resultados, pero que la certeza de ello solo se puede dar a través de un argumento lógico irrefutable. En este caso, un argumento es que al tratarse de 3 casos en que las bolitas solo difieren en el color, no hay razones para pensar que un par tenga que salir más veces que otro.

Plantee la tarea de calcular la probabilidad de que cada personaje gane usando la regla de Laplace. Asegúrese de que reconozcan que la respuesta de la categoría E es la correcta.

Sistematización (10 min)

Para finalizar la discusión, mencione las siguientes ideas, relacionándolas con los aspectos abordados por los mismos estudiantes en la discusión de curso completo:

- Una creencia errónea común en probabilidad es suponer que toda situación aleatoria arroja resultados *equiprobables* (con igual probabilidad de ocurrir).

- Para aplicar la regla de Laplace, es necesario disponer de un *espacio muestral equiprobable* (todos los resultados posibles tienen la misma probabilidad de ocurrir).
- Para un mismo experimento, es posible definir más de un espacio muestral. Es importante distinguir cuáles son equiprobables y cuáles no.
- En ocasiones, repetir el experimento muchas veces y observar que las frecuencias de los resultados del espacio muestral son similares constituye una prueba que sugiere que dicho espacio puede ser equiprobable.
- Para tener certeza de que el espacio muestral es equiprobable, no basta con la evidencia empírica; se requiere de argumentos lógicos basados en la naturaleza de los objetos y fenómenos aleatorios, como, por ejemplo, la simetría de las monedas y dados.

Cierre (10 min)

Para finalizar la clase, solicite a los estudiantes que en parejas respondan las siguientes preguntas, y luego haga una breve puesta en común para compartir algunas respuestas.

1. ¿Qué llevó a algunos a pensar que Laura y Félix tenían la misma probabilidad de ganar?
2. ¿Cuántos espacios muestrales se definieron para el juego de las bolitas? ¿En qué se diferencian?
3. ¿Qué condición debía tener el espacio muestral usado para calcular probabilidades de ganar en el juego de las bolitas ocupando la regla de Laplace?
4. ¿Cómo llegamos a reconocer que el espacio muestral cumplía esa condición?