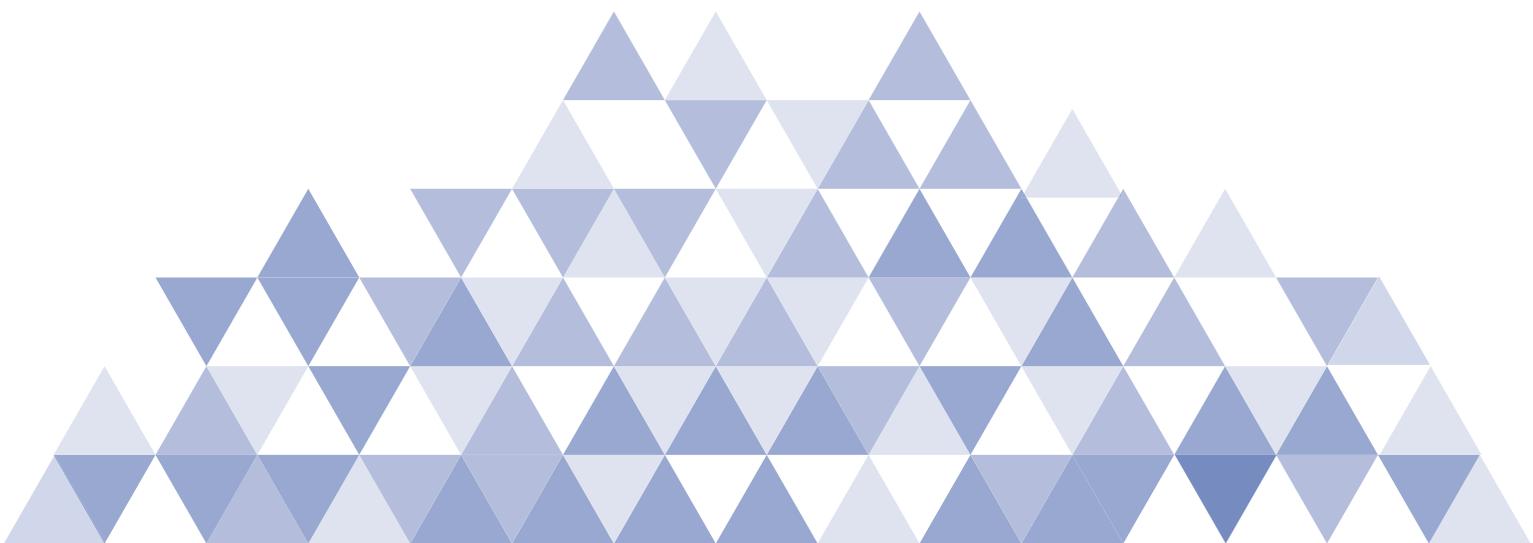


SUMA Y SIGUE MATEMÁTICA EN LÍNEA

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

FICHAS TALLER 2:
PREPARACIÓN DE LA ENSEÑANZA
DE MODELAMIENTO

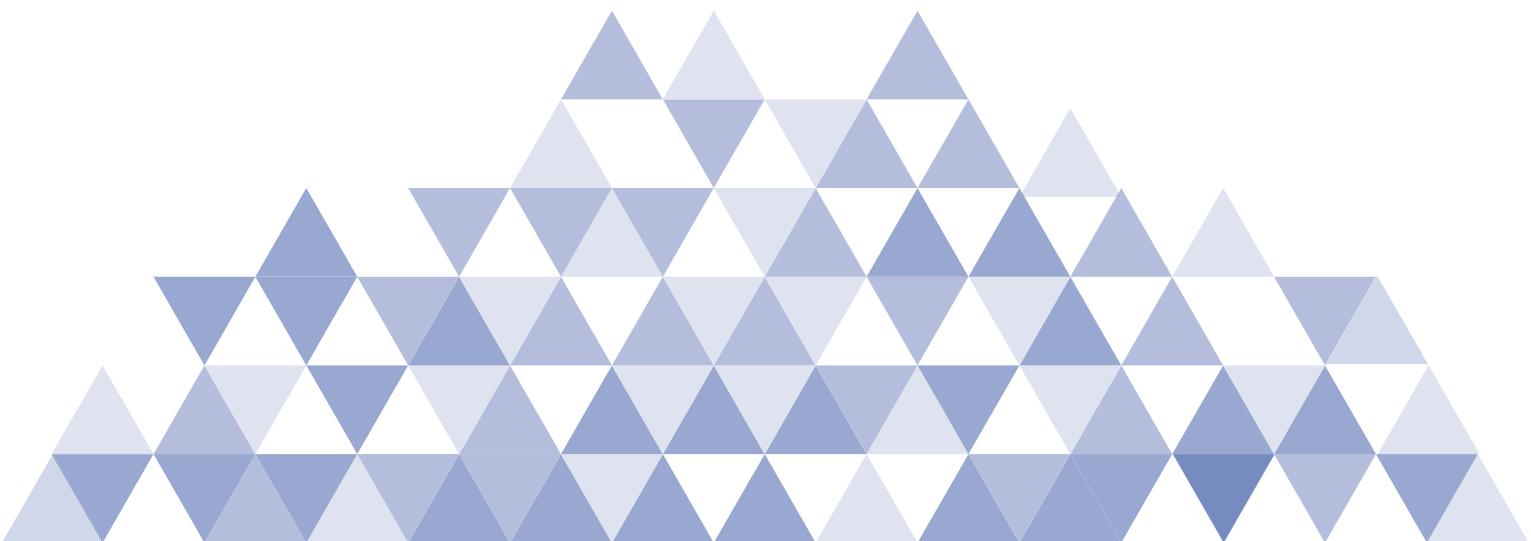


INTRODUCCIÓN

El propósito que se persigue en este taller es estudiar las distintas etapas del proceso de preparación para trabajar actividades de modelamiento en el aula. Primero se evidenciaron algunas de las dificultades que podrían tener los estudiantes al vincularse con las fases iniciales del ciclo de modelamiento para valorar la importancia de anticiparse a ellas y establecer formas de guiar su trabajo. Luego, usando un problema de modelamiento particular, se planteó el trabajo de modelamiento desde los distintos propósitos que se pueden considerar, ya sea como un fin o como un medio. Para el primero, se trabajó en torno a las distintas etapas del proceso de preparación del trabajo en aula usando el ciclo de modelamiento. En el caso del segundo, se ilustró cómo una solución para este problema puede ser usada para profundizar en contenidos matemáticos específicos.

Las fichas que conforman este apartado contemplan los siguientes contenidos:

- Proceso de preparación para trabajar actividades de modelamiento en el aula.
- Importancia de resolver el problema de modelamiento previo a su implementación.
- Lineamientos para el trabajo inicial de modelamiento de los estudiantes.
- Estrategias para involucrar a los estudiantes en los procesos de interpretar y validar.
- Propósitos de las actividades de modelamiento: modelamiento como un medio y como un fin.
- Variables y parámetros.
- Líneas de nivel.



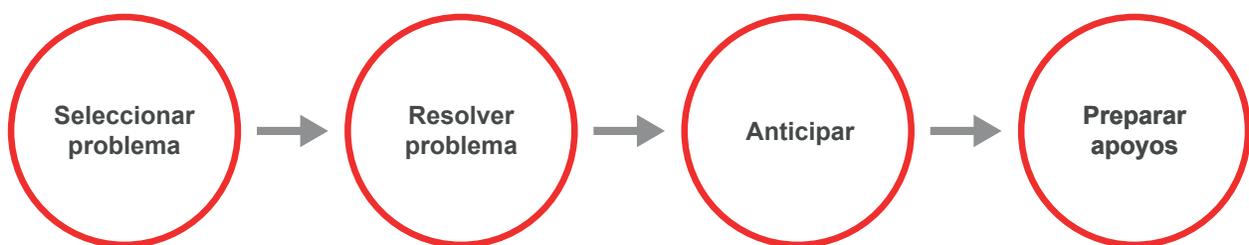
TALLER: PREPARACIÓN DE LA ENSEÑANZA DE MODELAMIENTO.



1. Proceso de preparación de actividades de modelamiento

Hacer que los estudiantes circulen por cada una de las fases del ciclo de modelamiento es una tarea desafiante que requiere preparación y habilidades de enseñanza específicas. En especial, la capacidad de formular preguntas y elaborar andamiajes que permitan apoyar a los estudiantes en el proceso de modelamiento.

El proceso de preparación de una clase para trabajar actividades de modelamiento en el aula es fundamental para implementarlas, y se puede esquematizar de acuerdo a las siguientes 4 etapas:



Ubicación

Taller: Preparación de la enseñanza de modelamiento.
Actividad: Resolviendo el problema antes de la clase.

TALLER: PREPARACIÓN DE LA ENSEÑANZA DE MODELAMIENTO.



2. La importancia de resolver el problema con anterioridad

Para implementar actividades de modelamiento en el aula, es fundamental que el profesor resuelva al menos una vez el problema recorriendo el ciclo de modelamiento completo. Este trabajo le permite al profesor:

- Identificar posibles enfoques de solución que pueden usar los estudiantes.
- Establecer si los conocimientos matemáticos involucrados son conocidos por los alumnos.
- Reconocer eventuales dificultades o bloqueos que puedan afectar a los estudiantes en las distintas fases del ciclo.
- Identificar recursos que pueden ayudar a los estudiantes en el proceso de modelamiento.
- Estimar el tiempo requerido por los estudiantes para transitar por las distintas fases del ciclo.
- Identificar contenidos desconocidos para los estudiantes que podrían surgir durante el proceso de modelamiento y que pueden generar oportunidades para profundizar y darles sentido a estos.



Comentarios

- La comprensión del problema y del proceso involucrado en su resolución es el punto de partida para anticipar y elaborar apoyos para preparar el trabajo con los estudiantes..



Ubicación

Taller: Preparación de la enseñanza de modelamiento.
Actividad: Resolviendo el problema antes de la clase.

TALLER: PREPARACIÓN DE LA ENSEÑANZA DE MODELAMIENTO.



3. Dificultades y lineamientos para guiar la transición de entender y simplificar

Al iniciar el trabajo de modelamiento, los estudiantes deben entender la situación real y construir un modelo simplificado de ella que les permita abordar el problema. Una de las principales dificultades cuando comienzan a modelar matemáticamente es que no tienen claro que se debe resolver una versión simplificada e idealizada del problema y no la situación real. Esto provoca que:

1. Tengan dificultades para tomar decisiones sobre qué factores pueden mantener y cuáles descartar para simplificar la situación.
2. No sean conscientes del rol de los supuestos en la simplificación de la situación real.

Para evitar esto, es importante que el profesor haga que los estudiantes tomen conciencia de que el modelamiento implica resolver una versión simplificada del problema, lo que les permitiría determinar qué factores y supuestos hacen posible reducir la complejidad de la situación real manteniendo la esencia del problema. Esto último es importante, ya que algunos estudiantes pueden llegar a simplificar la situación de tal manera que su resolución se vuelva trivial y las soluciones sean poco aplicables a la realidad.



Comentarios

- Es fundamental que el profesor anticipe qué tipo de preguntas pueden formular los estudiantes sobre el contexto, qué información adicional pueden necesitar, qué aspectos de la situación real considerarán, qué preguntas podrían ayudarlos a tomar decisiones sobre los aspectos relevantes, qué sugerencias podrían ayudarlos a pensar en un modelo simplificado de la realidad, etc.



Ubicación

Taller: Preparación de la enseñanza de modelamiento.
Actividad: Resolviendo el problema antes de la clase.

TALLER: PREPARACIÓN DE LA ENSEÑANZA DE MODELAMIENTO.



4. Importancia de conocer y valorar el contexto

No todos los problemas que se les presentan a los estudiantes consideran contextos cotidianos para ellos. En esos casos, el profesor puede mostrar antecedentes, explicar el contexto y aclarar por qué es importante resolver el problema. El docente debe intentar que el problema se vuelva significativo, de manera que los estudiantes acepten el desafío que implica su resolución.

Trabajar modelamiento en el aula requiere de un proceso de inmersión que permita a los estudiantes conocer y valorar el contexto, que es un paso previo a entender el problema.



Ubicación

Taller: Preparación de la enseñanza de modelamiento.
Actividad: Preparando clases de modelamiento.

TALLER: PREPARACIÓN DE LA ENSEÑANZA DE MODELAMIENTO.



5. Importancia de comprender y visualizar el problema

Una de las principales dificultades que tienen los estudiantes al enfrentarse a un problema de modelamiento, especialmente en sus primeras experiencias con este tipo de actividad, es tratar de entender cómo responder a un problema matemático que en su enunciado no contiene la información que permite resolverlo. Esto suele generar un bloqueo que les impide avanzar.

Dado que no es evidente para los estudiantes lo que deben hacer al iniciar el trabajo de modelamiento, el profesor debe animarlos a imaginar la situación real e identificar todos los elementos que están presentes en ella. Esto es lo que les posibilita entender el problema, por lo que se debe invertir tiempo para que construyan una imagen mental clara de la situación.

Junto con presentar el problema, el profesor debe generar una instancia que los haga discutir y aclarar dudas sobre él y las tareas en las que se deben involucrar para resolverlo.



Comentarios

- La imagen de la situación y los supuestos que consideran los estudiantes están influenciados por su conocimiento general del mundo y por sus experiencias personales. Aunque es importante promover y valorar las distintas interpretaciones de los estudiantes, el profesor debe procurar que intenten conciliarlas en una imagen más general de la situación que permita simplificar el problema.



Ubicación

Taller: Preparación de la enseñanza de modelamiento.

Actividad: Preparando clases de modelamiento.

TALLER: PREPARACIÓN DE LA ENSEÑANZA DE MODELAMIENTO.



6. Toma de decisiones en el trabajo de modelamiento

Una característica relevante de las actividades de modelamiento para el aula es que permitan tomar decisiones genuinas. En las primeras fases, los estudiantes deben tomar decisiones sobre los factores y supuestos que les ayudan a simplificar el problema.

Es importante que el profesor respete esas decisiones y que más que guiarlos a considerar algunos supuestos en particular, los anime a discutir y justificar sus elecciones. El profesor debe ser paciente y permitir que los estudiantes debatan para identificar los pros y los contras de sus decisiones, evitando intervenir para tomarlas por ellos.



Ubicación

Taller: Preparación de la enseñanza de modelamiento.
Actividad: Preparando clases de modelamiento.

TALLER: PREPARACIÓN DE LA ENSEÑANZA DE MODELAMIENTO.



7. Trabajo con supuestos

El trabajo con supuestos ocurre en distintos momentos del ciclo de modelamiento:

1. Al construir el modelo real, los supuestos ayudan a simplificar.
2. Al matematizar, debe evaluarse si los supuestos considerados previamente permiten construir el modelo matemático o si deben ajustarse.
3. En el trabajo matemático a veces es necesario ajustar los supuestos para reducir la complejidad de la resolución.
4. Al interpretar y validar los resultados, tenemos que evaluar si ellos son razonables. En caso de que no lo sean, es posible que se deba a los supuestos, por lo que tendrían que ser revisados.

Los profesores deben tratar que los estudiantes evalúen constantemente las decisiones respecto de los factores y supuestos, volviendo sobre ellas cada vez que sea pertinente en las distintas fases del ciclo de modelamiento.



Ubicación

Taller: Preparación de la enseñanza de modelamiento.
Actividad: Preparando clases de modelamiento.

TALLER: PREPARACIÓN DE LA ENSEÑANZA DE MODELAMIENTO.



8. Acciones que promueven la matematización

Hay dos acciones importantes que el profesor debe promover al pasar de la fase del modelo real a la fase del modelo matemático. Una de ellas consiste en generar instancias para que los estudiantes reflexionen sobre el proceso que llevaron a cabo al simplificar el problema. Esto es clave, ya que contribuye a mejorar su comprensión sobre el trabajo de modelamiento.

Por otro lado, el proceso de matematización requiere que los estudiantes piensen qué estrategias son útiles para resolver el problema y prevean de qué manera proporcionarán respuestas a las preguntas planteadas. Usualmente, esto no ocurre de forma espontánea, sino que debe ser impulsado por el profesor, por ejemplo, a través de preguntas.

El rol del profesor en estas fases del ciclo es ayudar a los estudiantes a evaluar sus decisiones sobre el modo en que abordarán el proceso de matematización y el trabajo matemático, y apoyarlos en su implementación. El docente debe estar preparado para ayudarlos mientras resuelven el problema de acuerdo con los distintos enfoques considerados.



Comentarios

- En la etapa de matematización los estudiantes deben identificar cantidades que permitan crear un modelo matemático de la situación. Hacer dibujos, diagramas o esquemas ayuda a que los estudiantes reconozcan las variables presentes en su modelo real. Es importante que el profesor guíe a los estudiantes a trabajar con representaciones, especialmente durante las primeras experiencias de modelamiento.



Ubicación

Taller: Preparación de la enseñanza de modelamiento.
Actividad: Preparando clases de modelamiento.

TALLER: PREPARACIÓN DE LA ENSEÑANZA DE MODELAMIENTO.



9. Promover la autonomía de los estudiantes en el trabajo de modelamiento

En el contexto de resolución de problemas abiertos, como los que se trabajan en actividades de modelamiento, es frecuente observar que los estudiantes utilizan una gran diversidad de enfoques de resolución, los que pueden diferir del utilizado por el profesor.

En modelamiento es esencial que el profesor respete y promueva la autonomía de los estudiantes para tomar decisiones sobre las estrategias de resolución que usarán y los ayude a implementarlas y a evaluar su efectividad. La diversidad de enfoques contribuye a que todos los estudiantes tengan la oportunidad de vincularse en la resolución del problema.

Para poder apoyar a los estudiantes en este proceso es clave que el profesor haya anticipado las estrategias y enfoques que podrían aparecer. Esto requiere que el profesor haga un esfuerzo consciente por dejar de lado su propia comprensión sobre el problema e imagine cómo sus estudiantes lo abordarían.



Ubicación

Taller: Preparación de la enseñanza de modelamiento.
Actividad: Preparando clases de modelamiento.

TALLER: PREPARACIÓN DE LA ENSEÑANZA DE MODELAMIENTO.



10. Evaluar estrategias de resolución

Para ayudar a los estudiantes a evaluar sus estrategias de resolución, el profesor debe identificar las ventajas y limitaciones de los enfoques que consideran en sus anticipaciones. Esta información le permitirá plantear preguntas que lleven a los estudiantes a analizar la eficacia y eficiencia de sus estrategias y a decidir si son pertinentes para sus propósitos, así como a evaluar en qué casos puede ser más útil utilizar determinados enfoques, impulsándolos de esta forma a transitar de un enfoque a otro más adecuado para el problema.



Ubicación

Taller: Preparación de la enseñanza de modelamiento.
Actividad: Preparando clases de modelamiento.

TALLER: PREPARACIÓN DE LA ENSEÑANZA DE MODELAMIENTO.



11. Revisitar fases en el ciclo de modelamiento

El ciclo de modelamiento no solo se recorre de manera lineal. En muchas ocasiones, es necesario volver sobre las fases anteriores y hacer ajustes que permitan avanzar en la resolución del problema. Es importante que el profesor permita a los estudiantes darse cuenta de esta característica del trabajo de modelamiento.

En particular, al matematizar y trabajar matemáticamente un problema, es posible que las dificultades que los estudiantes encuentran se deban a una formulación matemática derivada de modelos reales complejos, lo que puede ser una oportunidad para que el profesor haga reflexionar a los estudiantes sobre la necesidad de revisar y ajustar los supuestos y factores para construir un modelo real que permita una formulación matemática más sencilla.



Ubicación

Taller: Preparación de la enseñanza de modelamiento.
Actividad: Preparando clases de modelamiento.

TALLER: PREPARACIÓN DE LA ENSEÑANZA DE MODELAMIENTO.



12. Involucrar a los estudiantes en los procesos de interpretar y validar

Es habitual que los estudiantes, condicionados por la naturaleza de las tareas matemáticas que están acostumbrados a realizar, detengan su proceso de modelamiento al llegar a los resultados matemáticos sin siquiera plantearse la necesidad de interpretarlos y validarlos en la situación real.

El rol del profesor al tratar de involucrar a los estudiantes en los procesos de interpretar y validar, es hacer que tomen conciencia de que el trabajo de modelamiento no implica solo ir de la realidad a la matemática, sino que es fundamental interpretar y analizar las implicaciones de los resultados matemáticos de vuelta en la realidad. Debe transmitirles a los estudiantes que sin esto el trabajo de modelamiento queda incompleto.



Ubicación

Taller: Preparación de la enseñanza de modelamiento.
Actividad: Preparando clases de modelamiento.

TALLER: PREPARACIÓN DE LA ENSEÑANZA DE MODELAMIENTO.



13. Consideraciones al finalizar el proceso de resolución

Hay dos aspectos importantes que el profesor debe considerar cuando los estudiantes han terminado de recorrer el ciclo de modelamiento:

1. Promover la metacognición en los estudiantes, ayudándolos a reconocer o internalizar los procesos de modelamiento en los que estuvieron involucrados. Este tipo de actividad es crucial para la enseñanza y aprendizaje del modelamiento matemático. A la retrospectiva sobre el trabajo realizado al concluir el ciclo de modelamiento, se deben sumar instancias intermedias que ayuden a los estudiantes a reflexionar sobre aspectos específicos de este tipo de trabajo.
2. Involucrar a los estudiantes en la evaluación del modelo y los resultados obtenidos a partir de él. Es aquí cuando puede surgir la necesidad de volver a pasar por el ciclo o por alguna de sus fases para ajustar o mejorar el modelo.



Ubicación

Taller: Preparación de la enseñanza de modelamiento.
Actividad: Preparando clases de modelamiento.

TALLER: PREPARACIÓN DE LA ENSEÑANZA DE MODELAMIENTO.



14. Modelamiento como un medio y como un fin

Las actividades de modelamiento pueden cumplir distintos propósitos en la enseñanza de la matemática, como se muestra en el esquema a continuación:

Modelamiento como un medio

Se centra en el uso del modelamiento para el aprendizaje de las matemáticas, es decir, en las formas en que el modelamiento puede facilitar y apoyar el aprendizaje de los contenidos de la asignatura.

Modelamiento como un fin

Se centra en el aprendizaje de las matemáticas para desarrollar la habilidad de aplicarlas y construir modelos matemáticos para áreas y propósitos que están fuera de las matemáticas.

Es importante tener en cuenta que la aparente dualidad entre el “modelamiento como un medio” y el “modelamiento como un fin” no hace que estos propósitos sean mutuamente excluyentes. En efecto, es usual que cuando se busca:

- resolver problemas de modelamiento (“fin”), emerge la necesidad de aprender nuevos contenidos matemáticos (“medio”).
- motivar o introducir contenidos matemáticos (“medio”), resulta conveniente utilizar contextos y problemas del mundo real (“fin”).



Ubicación

Taller: Preparación de la enseñanza de modelamiento.
Actividad: Modelamiento y funciones lineales.

TALLER: PREPARACIÓN DE LA ENSEÑANZA DE MODELAMIENTO.



15. Comprensión de conceptos matemáticos abstractos a través del modelamiento

El tema de funciones es uno de los contenidos matemáticos que generalmente es difícil de comprender por parte de los estudiantes. La abstracción del concepto de función, el inherente uso de símbolos y las técnicas algebraicas usadas en el análisis de funciones son una barrera para que los estudiantes logren comprender satisfactoriamente estos contenidos.

El modelamiento ofrece un contexto natural en el que estos conceptos abstractos cobran sentido real, lo que nos da la oportunidad de motivar y darle sentido a su aprendizaje.



Comentarios

- Si bien resulta útil apoyarse de contextos para darles sentido a conceptos matemáticos que resultan abstractos para los estudiantes, también es importante desarrollar en ellos la capacidad de razonar abstractamente sin la necesidad de interpretar las funciones y sus variables en una situación real.



Ubicación

Taller: Preparación de la enseñanza de modelamiento.
Actividad: Modelamiento y funciones lineales.

TALLER: PREPARACIÓN DE LA ENSEÑANZA DE MODELAMIENTO.



16. Variables y parámetros de un modelo

Las cantidades que aparecen en ecuaciones y funciones de un modelo las podemos considerar como variables y parámetros. En términos generales, las variables son aquellas que nos interesa que tomen distintos valores. Por otro lado, los **parámetros** son las cantidades que se consideran fijas o constantes, a pesar de que su valor pueda ser desconocido.

Por ejemplo, el modelo clásico para establecer la magnitud de la fuerza de atracción entre dos cuerpos celestes, como la Tierra y el Sol, es la ley de gravitación universal de Newton:

$$F = \frac{G M_1 M_2}{r^2}$$

En esta situación, la distancia r entre los cuerpos cambia, por lo que puede considerarse una variable. Sin embargo, es natural considerar las masas (M_1 y M_2) como parámetros, ya que para efectos prácticos no se alteran de manera significativa. Si ahora quisiéramos analizar la atracción entre el Sol y el resto de los planetas del sistema solar, la masa de los planetas sigue siendo un parámetro, aunque toma un valor distinto para cada planeta.



Comentarios

- La distinción entre variables y parámetros no siempre es evidente y depende tanto del contexto de la situación, como de lo que se quiere hacer con el modelo.



Ubicación

Taller: Preparación de la enseñanza de modelamiento.
Actividad: Modelamiento y funciones lineales.

TALLER: PREPARACIÓN DE LA ENSEÑANZA DE MODELAMIENTO.



17. Líneas de nivel

Dada una función lineal de dos variables $f(x,y)$, una **línea de nivel** se conforma por todos aquellos puntos del plano que satisfacen la ecuación $f(x,y)=c$, donde c es un valor fijo. Al variar el valor de c , se obtienen distintas líneas de nivel. Las líneas de nivel correspondientes a distintos valores de c siempre serán paralelas, por lo que forman un haz de rectas paralelas.



Ubicación

Taller: Preparación de la enseñanza de modelamiento.
Actividad: Modelamiento y funciones lineales.