

# SUMA Y SIGUE MATEMÁTICA EN LÍNEA

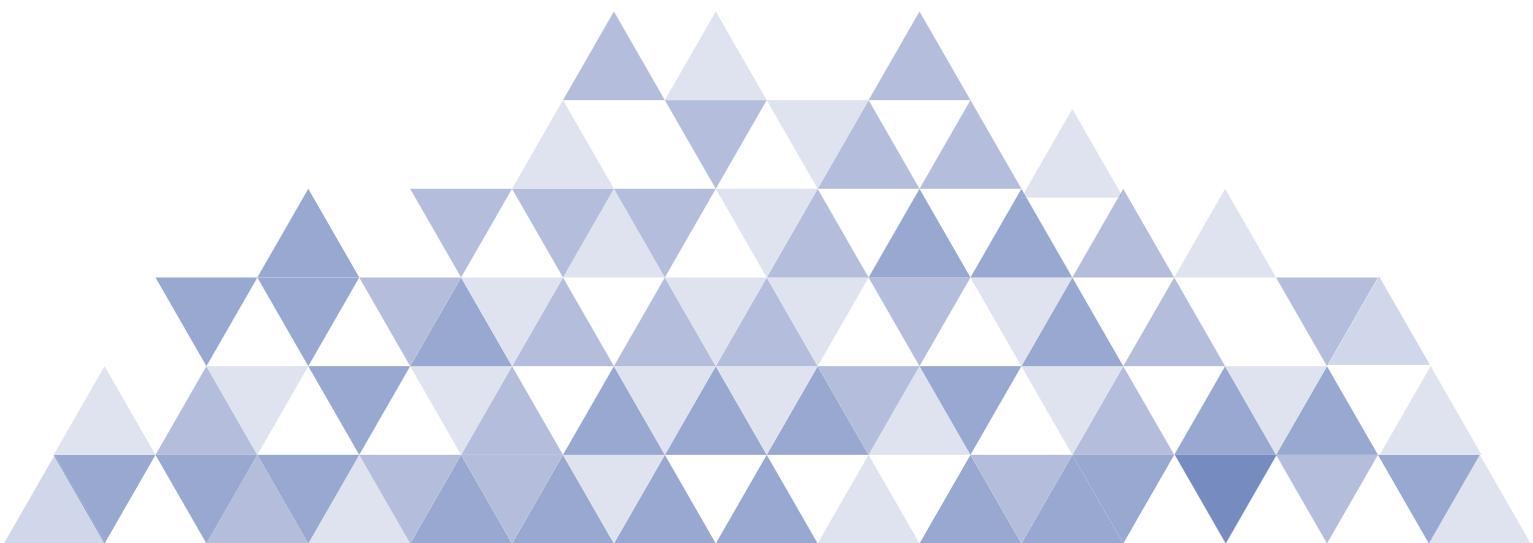
## MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

---

# MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

---

FICHAS TALLER 1:  
EL CICLO DE MODELAMIENTO



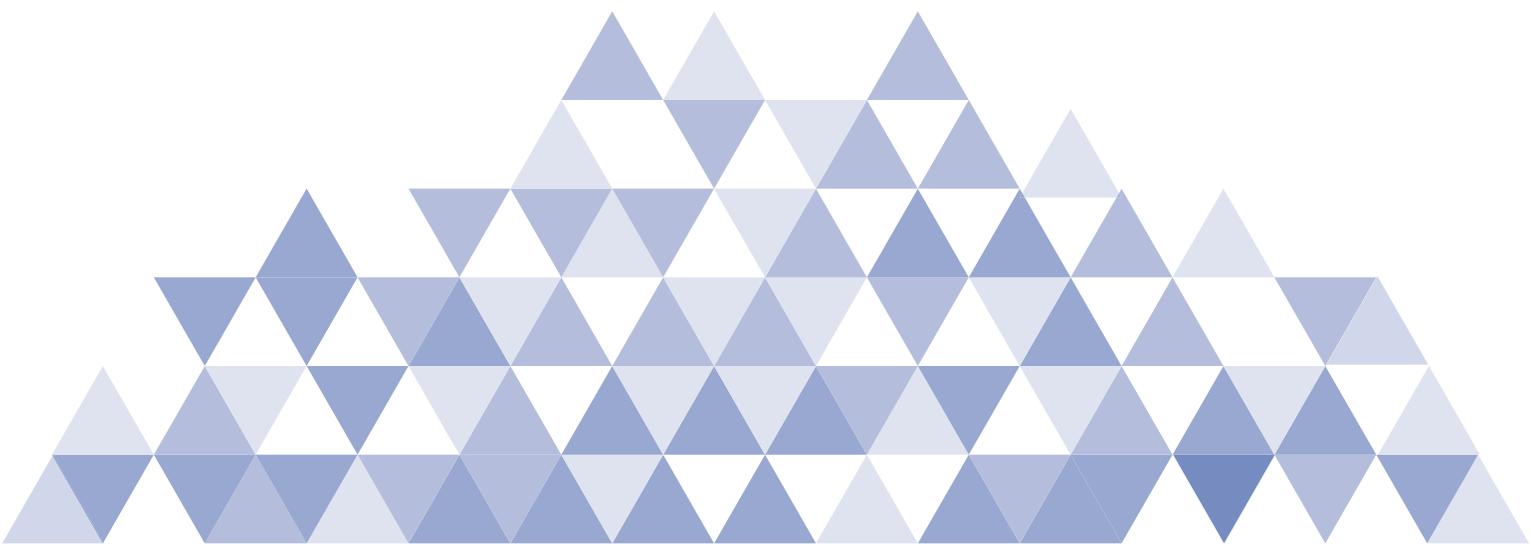
# INTRODUCCIÓN

---

El propósito que se persigue con este taller es dar a conocer en qué consisten la habilidad y la práctica de modelar. A partir de la resolución de un problema se ejemplificaron los conceptos, elementos, acciones y tareas matemáticas involucrados en el proceso de modelamiento matemático. Luego, se sistematizaron las ideas usando el denominado ciclo de modelamiento, que es una manera de conceptualizar la práctica de modelar y que, además, permite organizar su enseñanza en el aula.

Las fichas que conforman este apartado contemplan los siguientes contenidos:

- La práctica de modelar para la enseñanza.
- Ciclo de modelamiento.
- Fases y transiciones del ciclo de modelamiento.
- Aporte del ciclo de modelamiento a la enseñanza del modelamiento matemático.
- La importancia de enseñar a modelar.
- Desafíos de enseñar a modelar en el aula.
- Sugerencias para evitar algunas dificultades al trabajar modelamiento matemático en el aula.



## TALLER: EL CICLO DE MODELAMIENTO.



### 1- La práctica de modelar para la enseñanza.

La forma en que los docentes trabajan con sus estudiantes la habilidad de modelar está condicionada por la idea y la experiencia que tienen sobre modelamiento matemático.

Contar con una perspectiva más amplia sobre lo que es y cómo se lleva a cabo el modelamiento matemático es el punto de partida para poder enseñar esta habilidad. Comprender en qué consiste la práctica de modelar es fundamental para que el profesor pueda plantear en el aula problemas y actividades que tengan cercanía con el trabajo matemático involucrado en el modelamiento.



### Ubicación

Taller: El ciclo de modelamiento.

Actividad : La reunión del Departamento de Matemática.

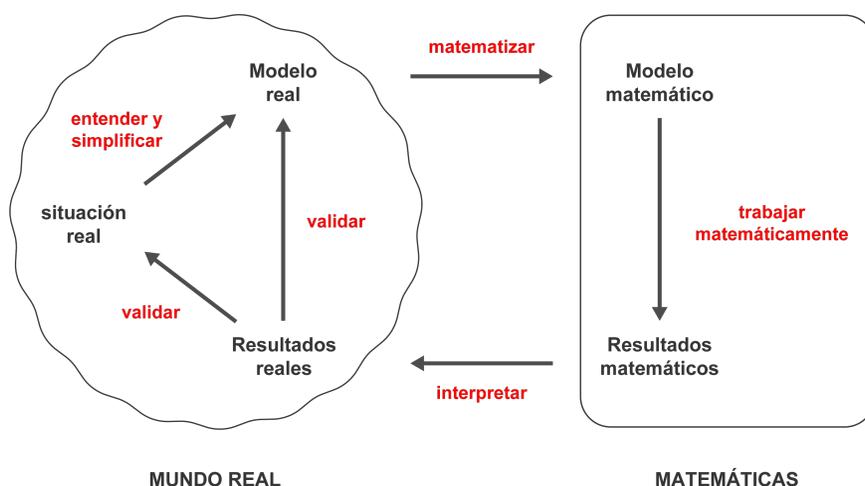
## TALLER: EL CICLO DE MODELAMIENTO.



### 2- Ciclo de modelamiento.

El proceso de modelamiento se conceptualiza a través de un esquema con varias fases que en la literatura se conoce como **ciclo de modelamiento**. Existen varias versiones de este que ponen énfasis en distintos aspectos que dependen del uso que se le quiera dar. Sin embargo, todas tienen en común la necesidad de transitar desde el mundo real al de las matemáticas, y viceversa.

En este curso utilizamos como marco de referencia una adaptación de uno de los ciclos de modelamiento encontrados en la literatura. Esta versión fue seleccionada porque muestra las características esenciales del proceso de una manera simple.



El ciclo presentado corresponde a una versión idealizada del proceso de modelamiento, en que se distinguen cinco **fases** y cinco **transiciones**:

- **Fases:** situación real, modelo real, modelo matemático, resultados matemáticos y resultados reales.
- **Transiciones:** entender y simplificar, matematizar, trabajar matemáticamente, interpretar y validar.



### Comentarios

- Se debe tener en cuenta que el mundo real y el de las matemáticas están entrelazados y su distinción en muchas ocasiones puede resultar difusa, lo que se traduce, por ejemplo, en que a veces puede ocurrir que no haya tanta claridad en la diferencia entre el modelo real y el matemático. Esta separación es una manera de conceptualizar el proceso de modelamiento.



### Ubicación

Taller: El ciclo de modelamiento.  
Actividad: ¿Qué es el ciclo de modelamiento?

## TALLER: EL CICLO DE MODELAMIENTO.



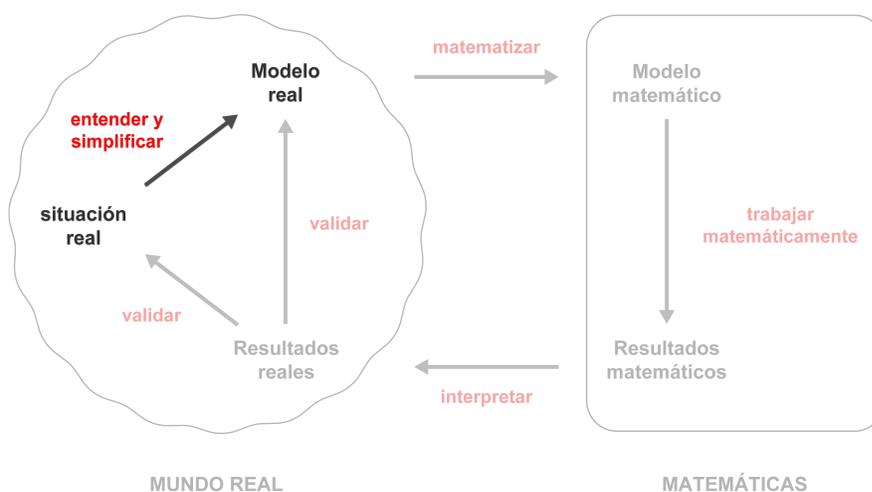
### 3- Fases: situación real y modelo real. Transición: entender y simplificar.

Un problema de modelamiento comienza cuando surge el interés de entender, describir, explicar o dar alguna solución a algún fenómeno del mundo real. Este punto de partida lo denominamos “**situación real**” y corresponde a la primera fase del ciclo de modelamiento.

Los fenómenos del mundo real suelen ser complejos y difíciles de entender, por lo que el primer paso al modelar es “**entender y simplificar**” la situación real. Esta transición involucra varias acciones, tales como las siguientes:

- Construir una representación mental de la situación.
- Identificar factores que pueden influenciar la situación y seleccionar aquellos más relevantes.
- Buscar información que sea útil para abordar la situación.
- Hacer supuestos razonables que simplifiquen la situación, pero que no soslayen sus aspectos esenciales.
- Definir elementos importantes de la situación que ayuden a establecer un lenguaje común.

Las acciones realizadas para entender y simplificar la situación real dan como resultado lo que se conoce como “**modelo real**”, que corresponde a la segunda fase del ciclo. Un modelo real es una versión simplificada y estructurada de la situación real, esto es, un sistema compuesto de distintos elementos, tales como cantidades, representaciones o supuestos que se usan para precisar la situación y facilitar el tránsito al mundo de las matemáticas.



### Ubicación

Taller: El ciclo de modelamiento.

Actividad: ¿Qué es el ciclo de modelamiento?

## TALLER: EL CICLO DE MODELAMIENTO.



### 4- Factores relevantes para modelar.

Uno de los primeros pasos que permiten “entender y simplificar” la situación que se quiere modelar es identificar aquellos factores que son más relevantes y que ayudarán a dar respuesta al problema. Es importante distinguir estos factores de aquellos que no tienen tanta incidencia, así como de los que si bien pueden ser relevantes, podrían complejizar demasiado la situación. Por ejemplo, para un problema de tráfico vehicular, el tiempo y la congestión vehicular son factores que suelen ser importantes, pero pueden ser difíciles de cuantificar, por lo que incluirlos al comienzo tendería a dificultar el análisis.

Una vez identificados los factores que son más relevantes, seleccionar a aquellos con los que se va a comenzar a modelar también depende de la factibilidad de conseguir los datos que el modelo necesitará. Puede resultar útil hacerse preguntas tales como las siguientes:

- ¿Cuáles factores de la situación se pueden medir o de cuáles es posible conseguir datos?
- ¿Es posible estimar este valor?
- ¿Tiene sentido asumir como conocida esta cantidad?



### Ubicación

Taller: El ciclo de modelamiento.  
Actividad: El viaje compartido.

## TALLER: EL CICLO DE MODELAMIENTO.



### 5- Construcción de modelos sencillos para ganar intuición.

En ocasiones, cuando se busca dar respuestas a problemas del mundo real, que es dinámico y bastante caótico, resulta complejo construir modelos que incorporen todos los factores que podrían estar involucrados.

Es por ello que es recomendable abordar estos problemas construyendo modelos sencillos que consideren pocas variables o solo aquellas que son más fundamentales, ya que permiten comprender mejor las dificultades del problema, intuir qué tipo de solución es razonable obtener y, por tanto, saber cómo construir mejores modelos. Esta construcción es un proceso gradual que puede involucrar definir nuevas variables, hacer otros supuestos, usar herramientas matemáticas alternativas, etc. Esto es algo que ocurre con frecuencia al enfrentarse a problemas de la vida real y que caracteriza el trabajo matemático de modelar.



### Ubicación

Taller: El ciclo de modelamiento.

Actividad: Otra solución al viaje compartido.

## TALLER: EL CICLO DE MODELAMIENTO.



### 6- Supuestos.

Hacer supuestos es fundamental para el proceso de modelamiento, pues permite reducir el número de factores que se deben considerar y, por tanto, ayuda a simplificar el análisis de la situación.

Por otro lado, en un problema de modelamiento siempre hay información que no está disponible o que está incompleta. Los supuestos, entonces, nos permiten suplirla o complementarla.

Siempre es importante preguntarse qué tan razonables son los supuestos. Si estos no lo son, puede ocurrir que:

- se ignoren aspectos importantes de la situación.
- se simplifique mucho la situación, de tal manera que no represente la realidad.
- se produzca un modelo que no reproduce la situación real con el grado de precisión que se necesita.
- se produzcan resultados que no son aplicables en la realidad.

La evaluación de los supuestos y de su razonabilidad es una actividad permanente en el proceso de modelamiento.



### Ubicación

Taller: El ciclo de modelamiento.

Actividad: El viaje compartido.

## TALLER: EL CICLO DE MODELAMIENTO.



### 7- Importancia de establecer un lenguaje común.

Cuando se trabaja en un problema de modelamiento es recomendable realizar convenciones con respecto a algunos conceptos y términos que surgen en la discusión. Estas permiten generar un lenguaje común para reflexionar, comunicar y debatir ideas de forma clara durante el proceso de resolución del problema y evitan ambigüedades y confusiones.



### Comentarios

- Establecer un lenguaje común también es importante durante el trabajo de modelamiento en el aula, especialmente cuando este se desarrolla de forma colaborativa y requiere discutir e intercambiar ideas.



### Ubicación

Taller: El ciclo de modelamiento.  
Actividad: El viaje compartido.

## TALLER: EL CICLO DE MODELAMIENTO.



### 8- Fase: modelo matemático. Transición: matematizar.

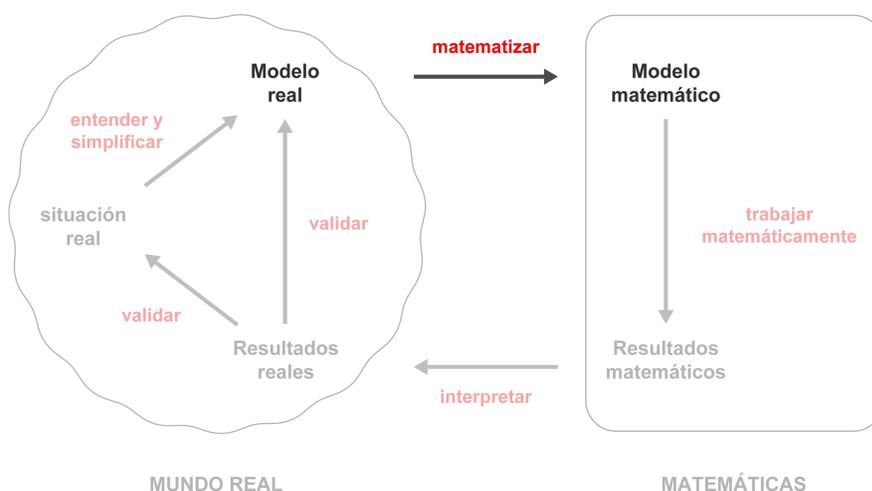
Una vez establecido el “modelo real”, comienza la segunda transición del ciclo, que se conoce como “**matematizar**”. Esta transición consiste en expresar el problema y el modelo real en términos matemáticos, e incluye acciones como las siguientes:

- Cuantificar las cantidades relevantes que fueron seleccionadas, especificando qué son y cómo se van a medir.
- Definir cómo se van a denotar estas cantidades.
- Establecer relaciones entre estas cantidades y expresarlas matemáticamente mediante ecuaciones, funciones, etc.
- Usar representaciones matemáticas adecuadas para comprender y visualizar estas relaciones, tales como gráficos, tablas de doble entrada o diagramas.

El resultado de esta matematización se conoce como “**modelo matemático**”, y corresponde a la tercera fase del ciclo.

En este sentido, un modelo matemático:

- es un sistema formado por objetos matemáticos (cantidades, figuras geométricas, tablas con datos, etc.) y relaciones matemáticas.
- tiene una definición precisa para cada componente del modelo, sea objeto o relación, en la que cada uno de ellos tiene una contraparte en el mundo real.



### Ubicación

Taller: El ciclo de modelamiento.

Actividad: ¿Qué es el ciclo de modelamiento?

## TALLER: EL CICLO DE MODELAMIENTO.



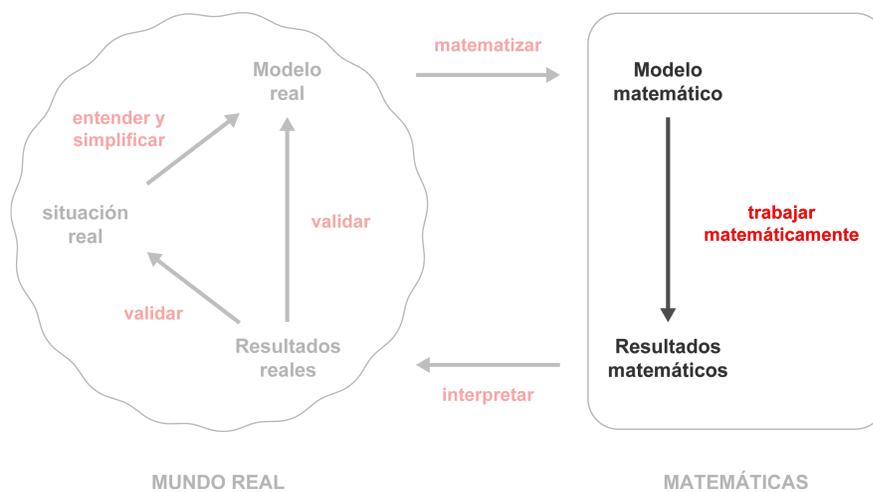
### 9- Fase: resultados matemáticos. Transición: trabajar matemáticamente.

Una vez construido el modelo matemático, es necesario **“trabajar matemáticamente”** para obtener resultados aplicando los conocimientos y técnicas matemáticas disponibles.

Entre las acciones que se pueden realizar en la transición de trabajar matemáticamente están:

- Usar algoritmos y estrategias de cálculo para estimar cantidades importantes.
- Aplicar procedimientos para resolver ecuaciones e inecuaciones.
- Usar estrategias y heurísticas para la resolución de problemas matemáticos.
- Analizar gráficos usando herramientas computacionales.

Este trabajo matemático permite resolver las preguntas que hayan surgido a partir del modelo matemático y obtener lo que se conoce como **“resultados matemáticos”**.



### Ubicación

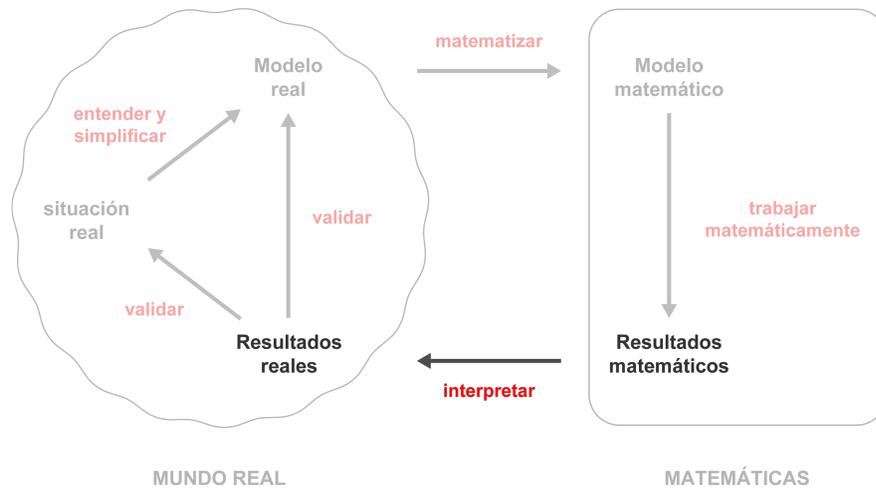
Taller: El ciclo de modelamiento.  
Actividad: ¿Qué es el ciclo de modelamiento?

## TALLER: EL CICLO DE MODELAMIENTO.



### 10- Fase: resultados reales. Transición: interpretar.

Una vez obtenidos los resultados matemáticos, estos se deben **“interpretar”** en el contexto de la situación. Esta transición requiere traducir los resultados matemáticos al mundo real, entender qué significan en el contexto e identificar sus implicaciones para el problema. Llamamos **“resultados reales”** a lo que se obtiene de esta interpretación.



### Ubicación

Taller: El ciclo de modelamiento.

Actividad: ¿Qué es el ciclo de modelamiento?

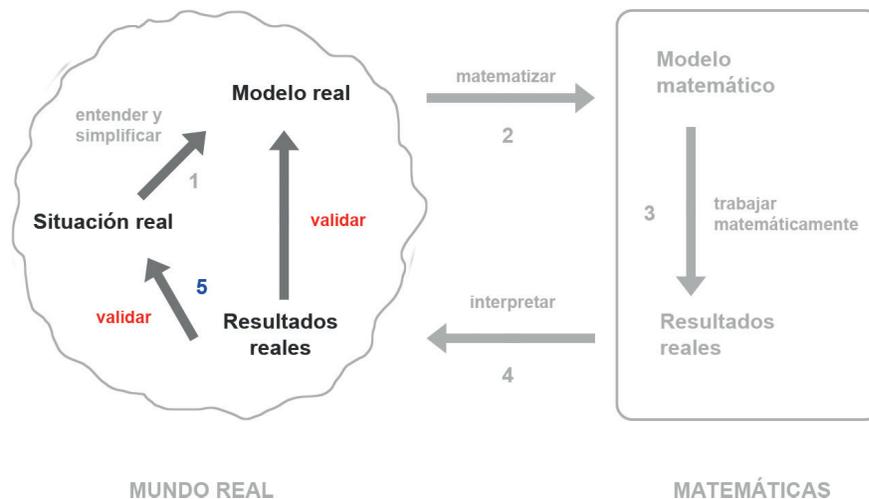
## TALLER: EL CICLO DE MODELAMIENTO.



### 11- Transición: validar.

La transición “**validar**” consiste en evaluar los resultados reales en relación con la situación real y también con respecto al modelo real. El objetivo es determinar si las soluciones tienen sentido en la situación real y si cuentan con el nivel de exactitud que se requiere. Algunas de las acciones que se pueden realizar en esta transición son:

- Reflexionar de forma crítica acerca de las soluciones encontradas.
- Revisar partes del modelo o volver a transitar por las fases del ciclo de modelamiento si las soluciones no son adecuadas para la situación real.
- Reflexionar acerca de otras formas de resolver el problema.
- Discutir sobre el alcance y las limitaciones del modelo matemático construido.



### Comentarios

- La validación de modelos matemáticos es muy importante al modelar, pero usualmente es la transición menos considerada en el trabajo de modelamiento.



### Ubicación

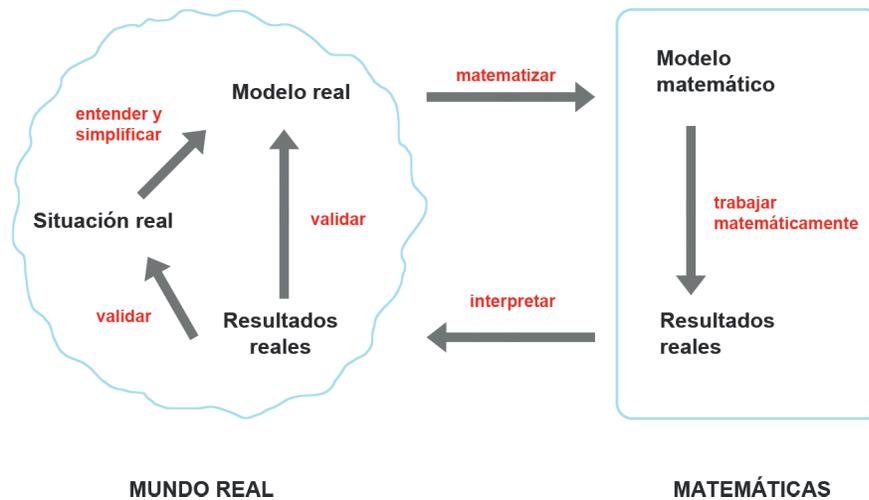
Taller: El ciclo de modelamiento.  
Actividad: ¿Qué es el ciclo de modelamiento?

## TALLER: EL CICLO DE MODELAMIENTO.



### 12- Tránsito por el ciclo de modelamiento.

Existe una variedad de ideas acerca de qué significa modelar, pero en este curso consideramos que **modelar** corresponde a transitar por todo el ciclo de modelamiento.



Es importante tener en cuenta que el proceso de modelamiento es dinámico y flexible, y es común que no se realice exactamente en el orden en que se han presentado las fases del ciclo. Por ejemplo, es posible que al interpretar los resultados sea necesario revisar los supuestos. Además, puede que después de la validación surja la necesidad de refinar el modelo o construir uno nuevo, lo que conllevaría una nueva iteración del ciclo.



### Ubicación

Taller: El ciclo de modelamiento.  
Actividad: ¿Qué es el ciclo de modelamiento?

## TALLER: EL CICLO DE MODELAMIENTO.



### 13- Aporte del ciclo de modelamiento a la enseñanza del modelamiento matemático.

El ciclo de modelamiento juega un rol importante en la enseñanza del modelamiento matemático, ya que ayuda al docente a organizar el proceso de enseñanza-aprendizaje al permitirle:

- anticipar posibles errores y dificultades para cada una de las fases del ciclo, y así planificar intervenciones estratégicas con el fin de guiar al estudiante a progresar en cada una de ellas.
- diseñar lecciones con un foco en el desarrollo de habilidades específicas para cada transición en el ciclo.
- determinar en qué etapa del trabajo matemático están los estudiantes cuando se enfrentan a un problema de modelamiento.
- anticipar las posibles respuestas de los estudiantes.
- sistematizar de manera oportuna las respuestas de los estudiantes.



### Ubicación

Taller: El ciclo de modelamiento.  
Actividad: ¿Qué es el ciclo de modelamiento?

## TALLER: EL CICLO DE MODELAMIENTO.



### 14- La importancia de enseñar a modelar.

En la literatura aparecen varias razones por las cuales es importante enseñar a modelar; dentro de ellas se encuentran:

- Organizar y entender situaciones del mundo real, lo que implica también comprender las aplicaciones de la matemática.
- Promover el interés por las matemáticas en los estudiantes, propiciando una visión más realista del trabajo matemático.
- Fortalecer las competencias de modelamiento y su relación con el desarrollo de las otras habilidades y actitudes, tales como el trabajo colaborativo y la metacognición.
- Contribuir a dar sentido o comprender con mayor profundidad conceptos matemáticos.



### Ubicación

Taller: El ciclo de modelamiento.

Actividad: ¿Qué es el ciclo de modelamiento?

## TALLER: EL CICLO DE MODELAMIENTO.



### 15- Desafíos de enseñar a modelar en el aula.

Enseñar modelamiento matemático en el aula es un gran desafío y no es una tarea fácil. El proceso de modelamiento es dinámico y flexible, lo que implica que los estudiantes y el docente deben redefinir sus roles en el aula. Los estudiantes tienen que prepararse para trabajar colaborativamente, de forma autónoma, y hacerse responsables de la construcción de su aprendizaje. Esto no significa que el profesor pierda protagonismo. Al contrario, enseñar modelamiento requiere que el docente esté preparado y empoderado para transformarse en un guía en este proceso dinámico y flexible.



### Ubicación

Taller: El ciclo de modelamiento.  
Actividad: ¿Qué es el ciclo de modelamiento?

## TALLER: EL CICLO DE MODELAMIENTO.



### 16- Desafíos de enseñar a modelar en el aula.

No hay una única manera de trabajar el modelamiento en el aula. Cada profesor, considerando su propia realidad, puede adoptar distintas estrategias dependiendo de los objetivos que se plantee. Además, hay varios factores que influyen en la gestión en el aula y en la enseñanza que son difíciles de cambiar, ya que están generalmente fuera del control del docente. Sin embargo, las siguientes sugerencias pueden ayudar a soslayar estas dificultades.

- Abordar una transición del ciclo de modelamiento por clase, de tal forma de no tener que transitar por el ciclo completo en poco tiempo.
- Tener en cuenta que la primera transición del ciclo (“entender/simplificar”) puede ser abordada también con el propósito de potenciar habilidades de argumentación y comunicación en los estudiantes.
- Tener en cuenta que los proyectos o problemas de modelamiento también pueden incluir aplicaciones de contenidos específicos abordados en la clase de matemáticas. Incluso pueden abarcar más contenidos que los establecidos en la planificación inicial.
- Promover en los estudiantes mayor autonomía una vez que hayan adquirido cierta práctica en el proceso de modelamiento matemático.



### Ubicación

Taller: El ciclo de modelamiento.  
Actividad: ¿Qué es el ciclo de modelamiento?