Sumo Primero

6°
básico

Guía Didáctica del Docente

TOMO 2

En esta Guía Didáctica del Docente, encontrarán orientaciones de uso para los recursos del Plan Sumo Primero. Los planes de clases detallan la implementación articulada del Texto del Estudiante con los demás recursos, Cuaderno de Actividades; Tickets de salida; Evaluaciones y Material recortable.

Autor
Masami Isoda, Universidad de Tsukuba, Japón.
Editorial Gakko Tosho Co, LTD.

Traducción y Adaptación
Ministerio de Educación de Chile, Unidad de Currículum y Evaluación.

Laboratorio de Educación del Centro de Modelamiento Matemático (CMMedu)
Universidad de Chile.
Proyecto Basal AFB170001.

Guía Didáctica del Docente Tomo 2
ISBN 978-956-292-842-7

Primera Edición
Diciembre 2020

Impreso en Chile
5 792 ejemplares

En este texto se utilizan de manera inclusiva los términos como
“los estudiantes”, “los niños”, “los padres”, “los hijos”, “los apoderados”,
“los profesores” y otros que refieren a hombres y mujeres.

ÍNDICE

Esta Guía Didáctica del Docente es reutilizable, por lo que te recordamos no rayarla.

Presentación del Texto del Estudiante

Características y propósitos

El Texto del Estudiante Sumo Primero de **sexto básico** busca contribuir a la formación matemática de los estudiantes a través de secuencias didácticas bien articuladas y orientadas al enfoque de enseñanza basado en resolución de problemas.

El texto tiene como propósitos:

1. Promover el desarrollo de habilidades superiores.
2. Desarrollar el pensamiento matemático.
3. Promover la comprensión de conceptos y procedimientos fundamentales de la matemática escolar.

Los Textos del Plan Sumo Primero corresponden a una traducción y adaptación de textos japoneses de la editorial Gakko Tosho Co, cuya propuesta fue adaptada y complementada para alinearse al currículum nacional en la asignatura de Matemática.

Estructura del Texto

El Texto del Estudiante está compuesto de dos tomos, uno para cada semestre del año escolar. Cada tomo contiene capítulos organizados en dos unidades, y cada capítulo está compuesto por uno o más temas.

El texto dispone de diferentes secciones para ayudar al docente en la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Al finalizar los capítulos se presentan ejercicios para afianzar el dominio de los temas estudiados.

Al finalizar los capítulos se presentan problemas que permiten poner en juego los conocimientos y habilidades adquiridos.

Actividades que permiten repasar y evaluar el dominio de conceptos y procedimientos aprendidos.

Problemas no rutinarios en contextos relevantes que permiten aplicar conocimientos aprendidos.

Uso del Texto

En cada capítulo se plantean situaciones desafiantes mediante preguntas o imágenes, las que permiten a los estudiantes elaborar estrategias y proponer soluciones que luego serán compartidas por toda la clase. El docente promueve un debate acerca de las estrategias utilizadas, en las que se pone de manifiesto el pensamiento matemático de los alumnos. Finalmente, se recurre al Texto del Estudiante para comparar, verificar y sistematizar las ideas propuestas por los niños. Este proceso se puede resumir en los siguientes momentos:

- Situación o problema desafiante.
- Trabajo en grupo para la búsqueda de soluciones.
- Presentación de las respuestas, discusión en torno a las estrategias utilizadas.
- Comparación con lo que propone el texto, debate y verificación para sistematizar.
- Uso del texto para realizar actividades de ejercitación y afianzar la comprensión matemática alcanzada en el debate.

Una característica importante del Texto del Estudiante Sumo Primero es que está diseñado para ser **reutilizado** varias veces. En algunas actividades del texto, se invita a los estudiantes a dirigirse a una página del Cuaderno de Actividades para responder. Es importante que el docente enfatice y reitere que el Texto del Estudiante no se debe rayar, para que pueda ser utilizado por otro estudiante el siguiente año.

Recursos asociados

Además del Texto del Estudiante, cada alumno dispone de un Cuaderno de Actividades que le permite ejercitar lo aprendido en distintos momentos del estudio de un capítulo. También dispone de un talonario con *Tickets* de Salida, que son preguntas breves para responder al finalizar cada clase. Estas respuestas constituyen evidencias de los aprendizajes logrados y pueden ayudar a los docentes a tomar decisiones sobre el proceso de enseñanza.

El docente cuenta con la Guía Didáctica que incluye planes detallados de clase y otros recursos para apoyar su gestión. Para el uso efectivo de las actividades propuestas en el texto se aconseja revisar detalladamente la gestión propuesta en esta guía. Finalmente, el docente cuenta con un Cuadernillo de Evaluaciones, que permite evaluar aprendizajes al inicio, durante y al final de cada semestre.

La Guía Didáctica del Docente, el Texto del Estudiante, el Cuaderno de Actividades y el Talonario de *Tickets* de Salida están organizados en dos tomos: el tomo 1 asociado al primer semestre y el tomo 2, al segundo semestre. Aunque los recursos se planificaron para distribuir los temas de forma semestral, es indispensable **terminar la revisión de un tomo para comenzar el siguiente**. Por lo tanto, si al terminar un semestre, usted aún no ha podido terminar el tomo 1, le recomendamos terminar su revisión, antes de continuar con el siguiente tomo.

Yo soy el monito del monte, acompaño a los estudiantes en su esfuerzo por elaborar estrategias y destaco las ideas matemáticas importantes.

Fundamentación Didáctica

Esta Guía Didáctica del Docente (GDD) ha sido elaborada a partir del modelo de gestión de clases basado en el enfoque de resolución de problemas. Su propósito es brindar orientaciones al docente respecto del uso del Texto del Estudiante (TE) y Cuaderno de Actividades (CA) Sumo Primero de sexto básico, específicamente en aspectos relativos a la organización de la enseñanza, gestión de aula, uso de los tiempos, selección de objetivos de aprendizaje (OA), consideraciones didácticas-matemáticas, uso de materiales y evaluación.

La organización de los capítulos y sus respectivas clases fueron construidas considerando procesos de estudio articulados y secuenciados, por esto, se recomienda estudiar los capítulos en el orden propuesto.

Cada capítulo del TE posee una descripción para la gestión docente en la GDD, que incluye una visión general, los OA asociados, el tiempo de dedicación en horas pedagógicas, los aprendizajes previos requeridos y las actitudes que se promoverán con mayor énfasis a lo largo del proceso.

Además, para cada página del TE hay una gestión sugerida en la GDD, que incluye los recursos que se deberán usar, el tiempo aproximado, el propósito específico de las actividades propuestas y las habilidades que se abordarán con mayor predominancia. La GDD presenta orientaciones y sugerencias para que el docente gestione las actividades flexiblemente, adaptándolas a sus necesidades, pero resguardando las condiciones didácticas y la secuencia planteada.

La enseñanza con enfoque en la resolución de problemas implica considerar situaciones abiertas que resulten nuevas y desafiantes, pero accesibles para los estudiantes, de tal manera que las estrategias de resolución sean construidas por ellos mismos.

Este enfoque requiere que los docentes conozcan y comprendan el estado actual del pensamiento matemático de sus estudiantes, para así ayudarlos a avanzar a un siguiente nivel de desempeño. Para eso, en la gestión de clases de la GDD se sugieren una serie de preguntas que ayuden a los profesores a indagar y utilizar pensamiento de los estudiantes para generar nuevos aprendizajes.

Para que el aprendizaje a través de esta propuesta sea efectivo, es importante que el docente promueva discusiones en la que sus estudiantes realicen preguntas, hagan observaciones, propongan explicaciones, argumenten sus ideas, construyan ejemplos y contraejemplos, entre otras acciones. De este modo, los estudiantes podrán reconstruir, conectar y dar sentido a los conocimientos que van adquiriendo. La gestión de clases de la GDD presenta orientaciones para generar y conducir este tipo de discusiones.

En general, una clase basada en la resolución de problemas sigue la siguiente estructura:

1. Presentación. Presentación y comprensión individual del problema. Puede generar una breve discusión con los compañeros para aclarar algunos puntos, pero es importante que cada estudiante intente comprender por sí mismo en qué consiste el problema y proponer sus ideas.

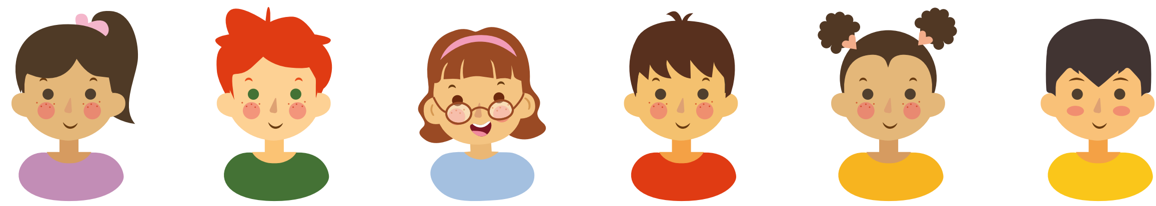
2. Exploración. Los estudiantes abordan el problema y elaboran una solución personal o colectiva. La labor docente en ese momento consiste en monitorear el trabajo de los estudiantes, haciendo preguntas inductivas y/o comentarios aclarativos, y brindando orientaciones más específicas a los estudiantes que presenten dificultades en el proceso. El docente también anima a aquellos estudiantes que terminan más rápidamente a encontrar explicaciones o soluciones alternativas.

3. Exposición. El docente selecciona estudiantes que han resuelto el problema de maneras diferentes, y los motiva a explicar su solución al resto de la clase. Tras escuchar las explicaciones, los estudiantes comparten sus opiniones acerca de las ventajas y desventajas de una estrategia en relación con otra, comparan las maneras de abordar el problema e identifican similitudes y diferencias.

4. Conclusión. El profesor, a partir de las propias ideas de los estudiantes, presenta un resumen con los puntos clave surgidos en la actividad, consolidando las ideas más importantes y formalizando lo aprendido. En este tiempo también pueden realizarse actividades de extensión o conexión, mostrando cómo se puede aplicar la estrategia óptima en la resolución de problemas similares.

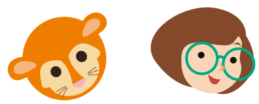
Le recomendamos seguir esta estructura de clase especialmente en aquellas en las que se desea enfatizar el enfoque de enseñanza basada en la resolución de problemas, como las que suelen presentarse al inicio de cada capítulo o tema en el TE.

Amigos que aprenden juntos



Sofía Matías Ema Juan Sami Gaspar

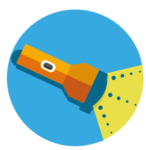
Simbología



Puntos importantes

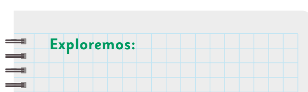
Cuaderno de Actividades

Ejercita

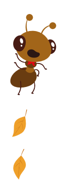


Focaliza tus ideas

Ticket de Salida



Explora tu entorno



Manos a la obra

Profundiza

Completa en tu
Cuaderno de Actividades

Objetivos de Aprendizaje Matemática 6° básico

Los estudiantes serán capaces de:

Números y operaciones

1. Demostrar que comprenden los factores y los múltiplos:
   - determinando los múltiplos y los factores de números naturales menores de 100
   - identificando números primos y compuestos
   - resolviendo problemas que involucran múltiplos
2. Realizar cálculos que involucren las cuatro operaciones en el contexto de la resolución de problemas, utilizando la calculadora en ámbitos superiores a 10 000.
3. Demostrar que comprenden el concepto de razón de manera concreta, pictórica y simbólica, en forma manual y/o usando software educativo.
4. Demostrar que comprenden el concepto de porcentaje de manera concreta, pictórica y simbólica, de forma manual y/o usando software educativo.
5. Demostrar que comprenden las fracciones y los números mixtos:
   - identificando y determinando equivalencias entre fracciones impropias y números mixtos, usando material concreto y representaciones pictóricas de manera manual y/o con software educativo
   - representando estos números en la recta numérica
6. Resolver adiciones y sustracciones de fracciones propias e impropias y números mixtos con numeradores y denominadores de hasta dos dígitos.
7. Demostrar que comprenden la multiplicación y la división de decimales por números naturales de un dígito, múltiplos de 10 y decimales hasta la milésima de manera concreta, pictórica y simbólica.
8. Resolver problemas rutinarios y no rutinarios que involucren adiciones y sustracciones de fracciones propias, impropias, números mixtos o decimales hasta la milésima.

Patrones y álgebra

9. Demostrar que comprenden la relación entre los valor de una tabla y aplicarla en la resolución de problemas sencillos:
   - identificando patrones entre los valores de la tabla
   - formulando una regla con lenguaje matemático
10. Representar generalizaciones de relaciones entre números naturales, usando expresiones con letras y ecuaciones.
11. Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita, utilizando estrategias como:
    - usar una balanza
    - usar la descomposición y la correspondencia 1 a 1 entre los términos en cada lado de la ecuación y aplicando procedimientos formales de resolución

Geometría

12. Construir y comparar triángulos de acuerdo a la medida de sus lados y/o sus ángulos con instrumentos geométricos o software geométrico.
13. Demostrar que comprenden el concepto de área de una superficie en cubos y paralelepípedos, calculando el área de sus redes (plantillas) asociadas.
14. Realizar teselados de figuras 2D, usando traslaciones, reflexiones y rotaciones.
15. Construir ángulos agudos, obtusos, rectos, extendidos y completos con instrumentos geométricos o software geométrico.
16. Identificar los ángulos que se forman entre dos rectas que se cortan (pares de ángulos opuestos por el vértice y pares de ángulos complementarios).
17. Demostrar de manera concreta, pictórica y simbólica que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° y de un cuadrilátero es 360°.

Medición

18. Calcular la superficie de cubos y paralelepípedos, expresando el resultado en cm^2 y m^2.
19. Calcular el volumen de cubos y paralelepípedos, expresando el resultado en cm^3, m^3 y mm^3.
20. Estimar y medir ángulos, usando el transportador y expresando las mediciones en grados.
21. Calcular ángulos en rectas paralelas cortadas por una transversal y en triángulos.

Datos y probabilidades

22. Comparar distribuciones de dos grupos, provenientes de muestras aleatorias, usando diagramas de puntos y de tallo y hojas.
23. Conjeturar acerca de la tendencia de resultado obtenidos en repeticiones de un mismo experimento con dados, monedas u otros, de manera manual y/o usando software educativo.
24. Leer e interpretar gráficos de barra doble y circulares y comunicar sus conclusiones.

Planificaciones

Planificación Anual

Primer Semestre			
Unidad	Eje	Capítulo	Tiempo estimado (horas pedagógicas)
1	Números y operaciones	Operatoria combinada	8
	Números y operaciones	Múltiplos y divisores	17
	Números y operaciones	Suma y resta de decimales	6
	Geometría	Ángulos	10
	Números y operaciones	Fracciones y números mixtos	12
2	Números y operaciones	Multiplicación y división de decimales 1	13
	Números y operaciones	Razones	14
	Geometría	Ángulos en triángulos y cuadriláteros	12
	Números y operaciones	Porcentajes	9
	Números y operaciones	Aventura Matemática	2

Segundo Semestre			
Unidad	Eje	Capítulo	Tiempo estimado (horas pedagógicas)
3	Patrones y álgebra	Lenguaje algebraico y ecuaciones	19
	Números y operaciones	Multiplicación y división de decimales 2	13
	Geometría y Medición	Área de cubos y paralelepípedos	10
	Datos y probabilidades	Datos	14
4	Medición	Volumen de cubos y paralelepípedos	14
	Datos y probabilidades	Experimentos aleatorios	12
	Números y operaciones, Geometría, Medición y Datos y probabilidades	Aventura Matemática	2
	Medición	Sistemas de unidades de medición	7

Planificación Semestral

Primer Semestre					
Unidad	Eje	Objetivos de Aprendizaje (OA)	Capítulo	Tiempo estimado (min)	
				TE	CA
1	Números y operaciones	2	Operatoria combinada	270	90
	Números y operaciones	1	Múltiplos y divisores	615	150
	Números y operaciones	8	Suma y resta de decimales	215	55
	Geometría	15, 16 y 20	Ángulos	370	80
	Números y operaciones	5 y 18	Fracciones y números mixtos	420	120
2	Números y operaciones	7	Multiplicación y división de decimales 1	420	165
	Números y operaciones	3	Razones	440	190
	Geometría	12, 14, 17 y 21	Ángulos en triángulos y cuadriláteros	365	175
	Números y operaciones	3	Porcentajes	310	95
	Números y operaciones	3 y 4	Aventura Matemática	90	-

Segundo Semestre					
Unidad	Eje	Objetivos de Aprendizaje (OA)	Capítulo	Tiempo estimado (min)	
				TE	CA
3	Patrones y álgebra	9, 10 y 11	Lenguaje algebraico y ecuaciones	560	295
	Números y operaciones	7	Multiplicación y división de decimales 2	450	135
	Geometría y Medición	13 y 18	Área de cubos y paralelepípedos	360	90
	Datos y probabilidades	22 y 24	Datos	420	210
4	Medición	19	Volumen de cubos y paralelepípedos	555	75
	Datos y probabilidades	23	Experimentos aleatorios	420	120
	Números y operaciones, Geometría, Medición y Datos y probabilidades	3, 4, 13, 18, 19 y 24	Aventura Matemática	90	-
	Medición	18 y 19	Sistemas de unidades de medición	255	60

Planificación Detallada Unidad 3

Capítulo	Nombre del Capítulo	Eje	Páginas del Texto del Estudiante	Temas	Tiempo (min)	Objetivos de Aprendizaje (OA)	Habilidades				Actitud	Páginas Cuaderno de Actividades
							Representar	Argumentar y comunicar	Modelar	Resolver problemas		
11	**Lenguaje algebraico y ecuaciones**	**Patrones y álgebra**	8-22	Expresiones algebraicas	225	10	•		•		A	4
				Patrones	180	9			•	•		5-6
				Ecuaciones	195	11			•	•		7-8
				Ecuaciones de restas	105	11			•	•		9
				Ecuaciones en una balanza	45	11			•	•		10
				Ejercicios	75	9, 10 y 11			•	•		11-12
				Problemas	30	9, 10 y 11			•	•		-
12	**Multiplicación y división de decimales 2**	**Números y operaciones**	23-41	Multiplicación entre números decimales y números naturales	135	7		•	•	•	C	13
				Multiplicación entre números decimales	135	7		•	•			14-15
				Propiedades de las operaciones	90	7		•	•			16
				División entre números decimales	90	7			•	•		17-18
				Resolviendo problemas	60	7				•		19
				Ejercicios	30	7				•		20
				Problemas	45	7				•		21
13	**Área de cubos y paralelepípedos**	**Geometría y Medición**	42-51	Redes de paralelepípedos	180	13 y 18	•	•		•	A F	22-23
				Área de cubos	90	13 y 18	•	•		•		24
				Cálculo del área de cubos y paralelepípedos	90	13 y 18	•	•		•		25-26
				Ejercicios	45	13 y 18	•	•				-
				Problemas	45	13 y 18	•	•		•		-
14	**Datos**	**Datos y probabilidades**	52-62	Diagrama de puntos	90	22	•	•			A	28
				Diagrama de tallo y hojas	180	22	•	•				30
				Gráfico de barras dobles	90	24	•	•				32
				Gráfico circular	90	24	•	•				33
				Ejercicios	135	24		•				35-37
				Problemas	45	22	•	•				-

Planificación Detallada Unidad 4

Capítulo	Nombre del Capítulo	Eje	Páginas del Texto del Estudiante	Temas	Tiempo (min)	Objetivos de Aprendizaje (OA)	Habilidades: Representar	Habilidades: Argumentar y comunicar	Habilidades: Modelar	Habilidades: Resolver problemas	Actitud	Páginas Cuaderno de Actividades
15	**Volumen de cubos y paralelepípedos**	**Medición**	64-80	Volumen	135	19	•	•		•	A B F	38
				Cálculo del volumen	180	19	•	•		•		39-40
				Cálculo del volumen componiendo y descomponiendo figuras 3D	45	19	•	•		•		41
				Medición de volumen con metros y milímetros cúbicos	90	19	•	•				-
				Volumen y capacidad	90	19	•	•				42
				Ejercicios	45	19	•	•				43
				Problemas	45	19	•	•		•		-
16	**Experimentos aleatorios**	**Datos y probabilidades**	81-92	Tendencia de resultados en experimentos aleatorios	270	23	•	•		•	C	48-49
				Resultados posibles de un experimento aleatorio	180	23	•	•				51-52
				Ejercicios	60	23		•				53
				Problemas	30	23		•				-
17	**Aventura matemática**	**Números y operaciones, Geometría, Medición y Datos y probabilidades**	93-95		90	3, 4, 13, 18, 19 y 24		•		•		-
18	**Sistemas de unidades de medición**	**Medición**	97-105	Cantidades	45	-		•			A C	-
				Unidades de longitud	45	-	•	•		•		55
				Unidades de área	45	18	•	•		•		-
				Unidades de volumen	45	19	•	•		•		56
				Unidades de masa	45	-	•	•		•		-
				Sistema métrico	45	-	•	•				57

Planes de clases

Íconos

Ticket de salida

Cuaderno de Actividades

19 horas pedagógicas

Visión general

En este capítulo se retoma el estudio de los patrones de 5°, pero esta vez se utiliza el lenguaje algebraico para describir y usar las reglas o fórmulas. Asimismo, se avanza en el estudio de las ecuaciones; esta vez, modelando problemas de dos pasos.

Objetivos de Aprendizaje del capítulo

OA9: Demostrar que comprenden la relación entre los valores de una tabla y aplicarla en la resolución de problemas sencillos:
› identificando patrones entre los valores de la tabla;
› formulando una regla con lenguaje matemático.

OA10: Representar generalizaciones de relaciones entre números naturales, usando expresiones con letras y ecuaciones.

OA11: Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita, utilizando estrategias como: › usar una balanza; › usar la descomposición y la correspondencia 1 a 1 entre los términos en cada lado de la ecuación y aplicando procedimientos formales de resolución.

Aprendizajes previos

- Resuelven problemas de adición y sustracción de un paso con ecuaciones.
- Resuelven ecuaciones de adición y sustracción de un paso.

Actitud

Manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico.

11 Lenguaje algebraico y ecuaciones

Expresiones algebraicas

Vamos a la feria.

1 Construye una tabla para encontrar el precio de las manzanas.

Número de manzanas	Cálculo	Precio total
1	1 · 200	$200
2	?	$?
5	?	$?
8	?	$?

2 Si se compra una cantidad cualquiera de manzanas, ¿de qué manera se puede expresar el dinero que se pagará?

$x \cdot 200$ es x veces 200

En matemática se usan letras para representar números y cantidades.

Si cada manzana vale $200, el precio de x manzanas es:

$x \cdot 200$

A esta expresión le llamamos **expresión algebraica**.

8

11 | P. 8 | TE | **Lenguaje algebraico y ecuaciones**

Planificación 45 minutos

Propósito

Que los estudiantes comprendan la noción de expresión algebraica para representar cantidades y números.

Habilidad

Representar.

Recursos

Imagen de la feria.

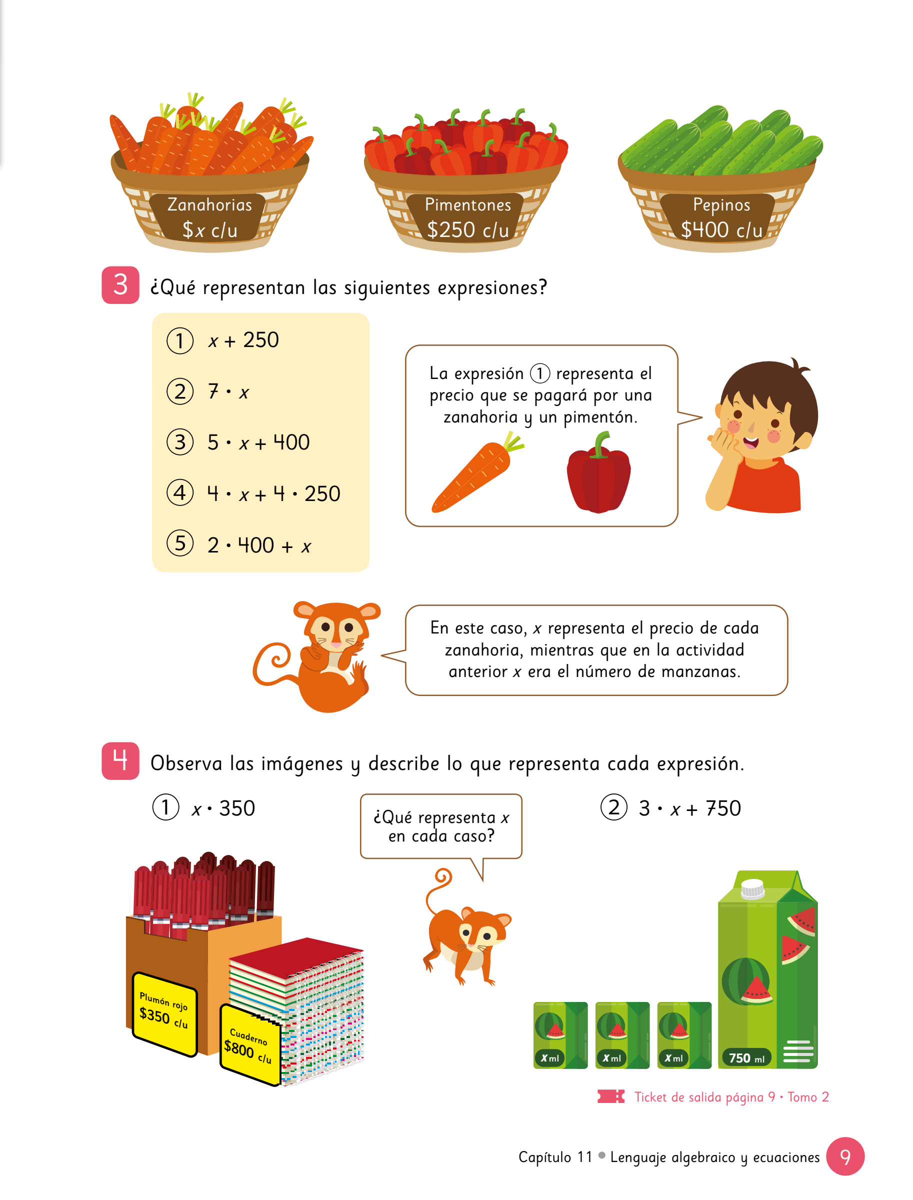
Gestión

Presente a los estudiantes la **Actividad 1** incentivando que expliquen el diálogo entre los estudiantes y el vendedor. Pregunte: *¿qué hace el vendedor para saber el precio que le deben pagar por 4 manzanas?* (Multiplica 4 por 200) *¿Y para saber el precio de 5 manzanas?* (Multiplica 5 por 200).

Invite a los estudiantes a construir una tabla para registrar el cálculo y el precio total que se debe pagar por distintas cantidades de manzanas. Pídales que observen en la tabla la columna con los cálculos y pregunte: *¿qué es lo que varía?* (El número de la izquierda) *¿Qué representan esos números?* (La cantidad de manzanas) *¿Cómo podemos representar el dinero que se debe pagar por una cantidad cualquiera de manzanas?* ($x \cdot 200$).

Finalmente, destaque que:

- La letra x representa una cantidad cualquiera de manzanas.
- $x \cdot 200$ es una expresión algebraica que representa el dinero que se pagará por x manzanas.
- En vez de construir una tabla, conviene usar una expresión algebraica.



Zanahorias
$x c/u

Pimentones
$250 c/u

Pepinos
$400 c/u

3 ¿Qué representan las siguientes expresiones?

① $x + 250$

② $7 \cdot x$

③ $5 \cdot x + 400$

④ $4 \cdot x + 4 \cdot 250$

⑤ $2 \cdot 400 + x$

La expresión ① representa el precio que se pagará por una zanahoria y un pimentón.

En este caso, x representa el precio de cada zanahoria, mientras que en la actividad anterior x era el número de manzanas.

4 Observa las imágenes y describe lo que representa cada expresión.

① $x \cdot 350$

¿Qué representa x en cada caso?

② $3 \cdot x + 750$

Plumón rojo
$350 c/u

Cuaderno
$800 c/u

x ml

x ml

x ml

750 ml

Ticket de salida página 9 • Tomo 2

Capítulo 11 • Lenguaje algebraico y ecuaciones 9

11 | P. 9 | TE | **Lenguaje algebraico y ecuaciones**

Planificación 45 minutos

Propósito

Que los estudiantes interpreten el significado de expresiones algebraicas en situaciones contextualizadas.

Habilidad

Modelar / Representar.

Recursos

Imagen de las hortalizas y sus precios.

Gestión

Presente a los estudiantes la **Actividad 3** incentivando que analicen la información que se presenta. Después, pídales que analicen las expresiones algebraicas del recuadro y pregunte: *¿qué representan las expresiones?* Dé un tiempo para que los estudiantes las analicen y escriban en su cuaderno lo que representan. Luego, haga una puesta en común para compartir las respuestas y justificaciones.

En ① $x + 250$ representa el dinero que se debe pagar por una zanahoria y un pimentón.
En ② $7 \cdot x$ representa el dinero que se debe pagar por 7 zanahorias.
En ③ $5 \cdot x + 400$ representa el dinero que se debe pagar por 5 zanahorias y un pepino.
En ④ $4 \cdot x + 4 \cdot 250$ representa el dinero que se debe pagar por 4 zanahorias y 4 pimentones.
En ⑤ $2 \cdot 400 + x$ representa el dinero que se debe pagar por 2 pepinos y una zanahoria.

Para profundizar en el significado de las expresiones algebraicas, se sugiere preguntar: *¿en qué casos se ha comprado solo un tipo de hortaliza? En ese caso, ¿qué característica tiene la expresión algebraica asociada?* Se espera que reconozcan que $7 \cdot x$ representa el dinero que se debe pagar por la compra de zanahorias. En el resto de las expresiones algebraicas, se compran dos tipos de hortalizas y se caracterizan, ya que contienen el signo "más".

Luego, presente la **Actividad 4**, similar a la anterior, incentivando que los estudiantes analicen las expresiones algebraicas y el significado de la letra x en el contexto de cada situación.

En ①, x representa una cierta cantidad de plumones por comprar y, por tanto, la expresión algebraica $x \cdot 350$ representa el precio total que se debe pagar por x plumones.

En ②, x representa una cantidad de jugo de cada caja expresada en mL y, por tanto, la expresión algebraica $3 \cdot x + 750$ representa la cantidad total de jugo que contienen todas las cajas.

Consideraciones didácticas

Podemos representar una cantidad o un número con la letra x. En la situación de la compra de manzanas de la página anterior, x representa una cierta cantidad de manzanas (4, 6, 2, etc.), en cambio, en la situación de las hortalizas de esta página, x representa un cierto precio de las zanahorias ($180, $100, $200, etc.). Así, en $x \cdot 200$, que representa el dinero que se debe pagar por una cierta cantidad de manzanas, x representa la cantidad de veces que se debe sumar 200 (x veces 200). En cambio, $200 \cdot x$ representaría que se está iterando 200 veces una cantidad (200 veces x), situación que no tiene significado en la situación de la compra de manzanas.

Las expresiones algebraicas $x \cdot 200$ y $200 \cdot x$ permiten obtener el dinero que se debe pagar por x manzanas, sin embargo, la expresión $x \cdot 200$ es la que representa (modela) la situación.

Ticket de salida página 9 · Tomo 2

11 | P. 10 | TE | **Lenguaje algebraico y ecuaciones**

Planificación 45 minutos

Propósito

Que los estudiantes usen expresiones algebraicas para comprender y generalizar propiedades de las operaciones.

Habilidad

Representar / Modelar.

Gestión

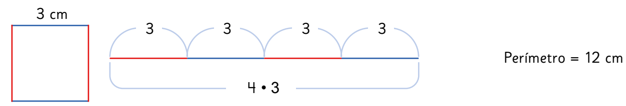
Presente la **Actividad 5** requiriendo a los estudiantes que analicen la información que se presenta. Luego de dar un tiempo, pregunte: *¿cómo se calcula el perímetro del cuadrado que tiene un lado que mide 3 cm? ¿Por qué se multiplica 4 por 3? Si el lado del cuadrado mide x cm, ¿cómo se representa el perímetro?* ($4 \cdot x$). *Si un cuadrado tiene un lado de 5 cm, ¿cuánto mide su perímetro?* (20 cm).

Gestione la **Actividad 6** de la misma forma. Pregunte: *¿cómo podemos calcular el perímetro del rectángulo cuyos lados miden 5 cm y 7 cm? ¿Por qué se puede sumar la medida de los dos lados, y luego el resultado se multiplica por 2? Si el lado del rectángulo mide x cm de ancho e y cm de largo, ¿cómo se representa su perímetro?* ($2 \cdot (x + y)$). *Si un rectángulo mide 5 cm de largo y 3 cm de ancho, ¿cuánto mide su perímetro?* ($2 \cdot (5 + 3) = 2 \cdot 15 = 30$. Es decir, 30 cm).

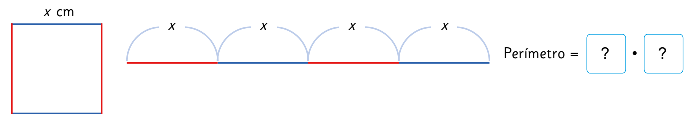
Al finalizar las dos actividades destaque que:

- $4 \cdot x$ permite encontrar el perímetro de un cuadrado para cualquier medida de su lado.
- $2 \cdot x + 2 \cdot y = 2 \cdot (x + y)$ se llama *propiedad distributiva*.

5 Observa el cálculo del perímetro del cuadrado de lado 3 cm.

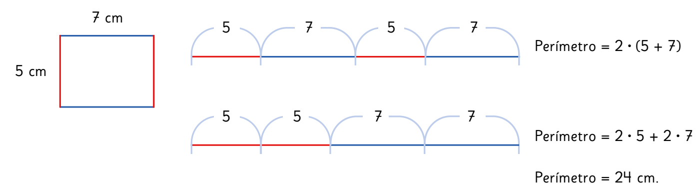


a) Encuentra una expresión matemática para el perímetro del cuadrado de lado x cm.

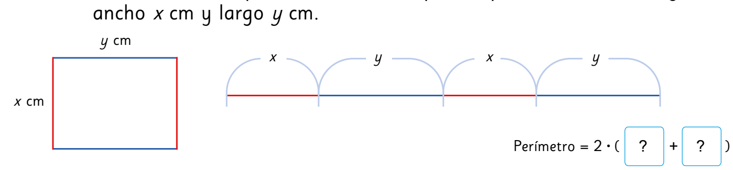


b) Si un cuadrado tiene un lado que mide $x = 5$ cm de largo, ¿cuál es su perímetro?

6 Observa el cálculo del perímetro del rectángulo de largo 7 cm y ancho 5 cm.



a) Encuentra una expresión matemática para el perímetro del rectángulo de ancho x cm y largo y cm.



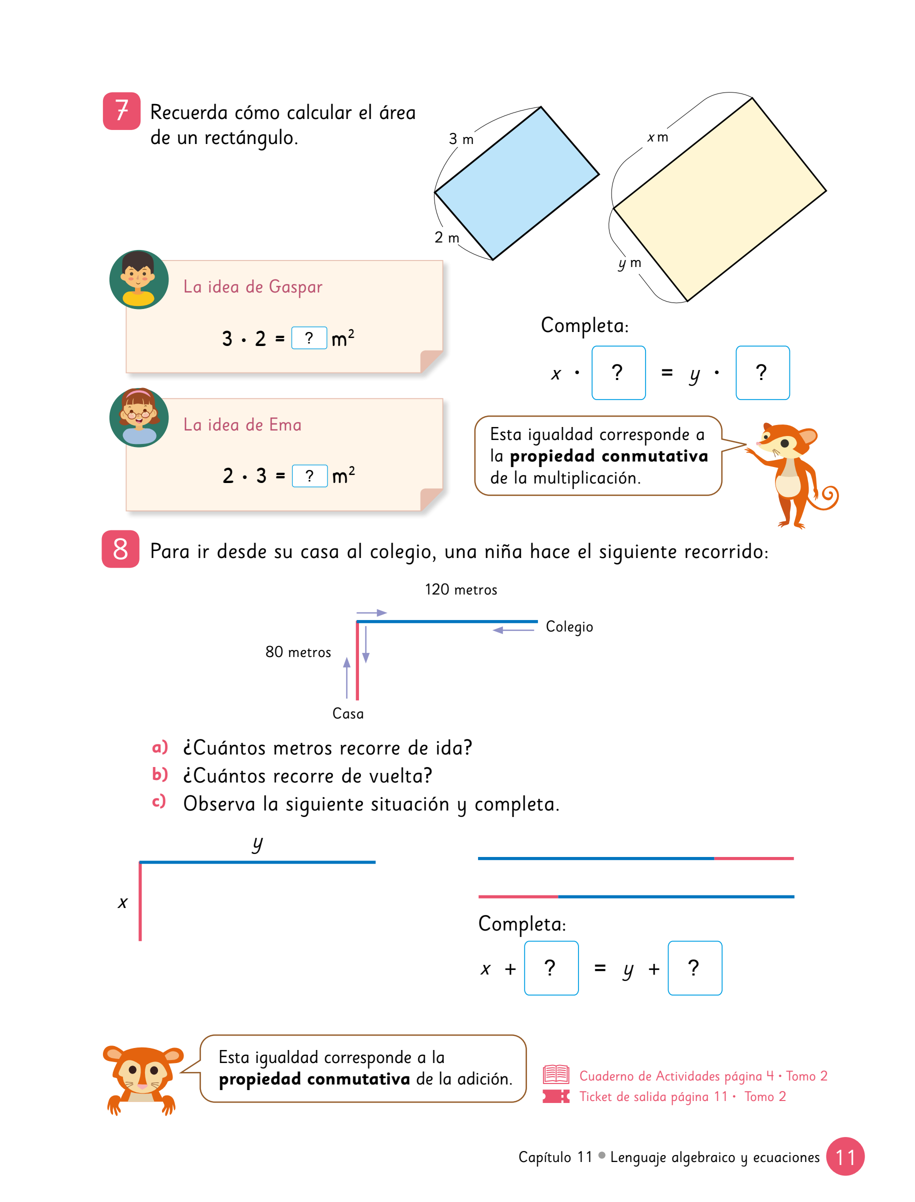
b) Si un rectángulo mide $x = 3$ cm de ancho e $y = 5$ cm de largo, ¿cuál es su perímetro?

10

Consideraciones didácticas

Al igual que en la situación de las zanahorias, en el caso del perímetro de un cuadrado de lado x, $4 \cdot x$ es la expresión algebraica que lo representa y no $x \cdot 4$, aun cuando ambas expresiones dan el mismo resultado.

En el caso del perímetro del rectángulo, se deduce la *propiedad distributiva*, que en términos generales se puede enunciar como: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$.


7 Recuerda cómo calcular el área de un rectángulo.

3 m

2 m

x m

y m

La idea de Gaspar

$3 \cdot 2 = \boxed{?}\ m^2$

La idea de Ema

$2 \cdot 3 = \boxed{?}\ m^2$

Completa:

$x \cdot \boxed{?} = y \cdot \boxed{?}$

Esta igualdad corresponde a la **propiedad conmutativa** de la multiplicación.

8 Para ir desde su casa al colegio, una niña hace el siguiente recorrido:

120 metros

Colegio

80 metros

Casa

a) ¿Cuántos metros recorre de ida?

b) ¿Cuántos recorre de vuelta?

c) Observa la siguiente situación y completa.

y

x

Completa:

$x + \boxed{?} = y + \boxed{?}$

Esta igualdad corresponde a la **propiedad conmutativa** de la adición.

Cuaderno de Actividades página 4 • Tomo 2

Ticket de salida página 11 • Tomo 2

Capítulo 11 • Lenguaje algebraico y ecuaciones 11

11	P. 11 | TE | **Lenguaje algebraico y ecuaciones**
Planificación 90 minutos	
TE 45 minutos	**CA** 45 minutos

Propósito
Que los estudiantes usen expresiones algebraicas para comprender y generalizar propiedades de las operaciones.

Habilidad
Representar / Modelar.

Gestión
Presente la **Actividad 7** solicitando a los estudiantes que analicen la información que se presenta. Luego de dar un tiempo, pregunte: *¿cómo se calcula el área del rectángulo que tiene un lado que mide 2 m y otro de 3 m? ¿Por qué se multiplica 2 por 3? ¿Se puede multiplicar 3 por 2? ¿Por qué? Si los lados de un rectángulo miden x e y metros, ¿cómo se representa su área?* ($x \cdot y$ o $y \cdot x$).

Presente la **Actividad 8** pidiendo a los estudiantes que analicen la información que se presenta. Luego de dar un tiempo, pregunte: *¿cuántos metros recorre de ida al colegio?* (200) *¿Qué cálculo se debe hacer?* (80 + 120) *¿Cuántos metros recorre de vuelta del colegio hacia su casa?* (200) *¿Qué cálculo hacen?* (120 + 80) *¿Por qué se obtiene el mismo resultado?*

Al finalizar las dos actividades, destaque que:

- $x \cdot y = y \cdot x$ se denomina *propiedad conmutativa para la multiplicación*.
- $x + y = y + x$ se denomina *propiedad conmutativa para la adición*.

Consideraciones didácticas
En el caso del área del rectángulo, se deduce la propiedad conmutativa de la multiplicación, que en términos generales se puede enunciar como $x \cdot y = y \cdot x$. En este caso, como el área se interpreta como el producto de medidas, da lo mismo el orden en que se escriban los números.

En el caso de las distancias recorridas, se deduce la propiedad conmutativa de la adición, que en términos generales se puede enunciar como: $x + y = y + x$.

Para enunciar cada propiedad, el álgebra ayuda a enunciarlas de manera general, es decir, son válidas para cualquier valor de x e y.

Se debe hacer notar que, en todos estos casos, el signo igual denota la equivalencia entre las expresiones algebraicas.

Cuaderno de Actividades página 4 · Tomo 2

Ticket de salida página 11 · Tomo 2

11 | P. 12 | TE | **Lenguaje algebraico y ecuaciones**

Planificación 45 minutos

Propósito

Que los estudiantes encuentren y utilicen reglas en patrones y las describan con expresiones algebraicas de la forma $a \cdot x$ y $a \cdot x + b$.

Habilidad

Modelar / Resolver problemas.

Gestión

Presente a los estudiantes la **Actividad 1**, en la cual se les solicita que establezcan la relación entre el número de clases y el valor que se debe pagar por ellas en ese gimnasio. Pídales que construyan una tabla monitoreando que en la columna de los cálculos escriban multiplicaciones en que el primer número sea la cantidad de clases y el segundo, el valor que se debe pagar por esa cantidad de clases. Luego, pregunte: *¿qué debemos hacer para saber el valor que se debe pagar por una cierta cantidad de clases?* (El número de clases se multiplica por 5 000) *¿Y cómo podemos expresar algebraicamente esa regla?* ($x \cdot 5\,000$) *Si se toman 30 clases, ¿cuánto habría que pagar?* ($30 \cdot 5\,000 = 150\,000$, es decir, habría que pagar \$150 000).

Presente la **Actividad 2** y gestiónela de la misma forma. En este caso, se solicita que establezcan la relación entre el número de clases y el valor que se debe pagar por ellas en otro gimnasio, que, a diferencia del anterior, cobra una cuota de incorporación. Pídales que construyan una tabla monitoreando que en la columna de los cálculos escriban expresiones aritméticas que contengan el número 10 mil, correspondiente a la cuota de incorporación, sumado con el valor que se debe pagar por las clases que se toman.

Luego, pregunte: *¿qué debemos hacer para encontrar el valor que se debe pagar por una cierta cantidad de clases en este gimnasio?* (A 10 mil se suma el valor que se debe pagar por una cierta cantidad de clases) *¿Y cómo podemos expresar algebraicamente esa regla?* ($10\,000 + x \cdot 4\,000$) *Si se toman 30 clases, ¿cuánto habría que pagar?*

($10\,000 + 30 \cdot 4\,000$, es decir, habría que pagar \$130 000).

Continúe, motivando que los niños analicen las expresiones algebraicas encontradas:

Gimnasio 1 $\rightarrow x \cdot 5\,000$
Gimnasio 2 $\rightarrow 10\,000 + x \cdot 4\,000$

Patrones

1 Un gimnasio cobra \$5 000 por clase.

a) Completa la tabla.

Número de clases	Cálculo	Valor total
1	$1 \cdot 5\,000$	\$5 000
2	?	?
3	?	?
4	?	?

b) ¿Cuál expresión algebraica permite obtener el dinero a pagar por x clases?

c) Si tomas 30 clases, ¿cuánto tendrías que pagar?

2 Otro gimnasio cobra una cuota de incorporación de \$10 000 y cada clase vale \$4 000.

a) Completa la tabla.

Número de clases	Cálculo	Valor total
1	$10\,000 + 1 \cdot 4\,000$	\$14 000
2	$10\,000 + 2 \cdot 4\,000$	?
3	?	?
4	?	?
5	?	?

b) Describe cómo se calcula el dinero que se debe pagar si tomas una cantidad cualquiera de clases.

c) ¿Cuál expresión algebraica permite obtener el dinero a pagar por x clases?

d) Si tomas 30 clases, ¿cuánto debes pagar?

Ticket de salida página 12 · Tomo 2

Pregunte: *¿en qué se parecen las expresiones?* (En ambas la x se multiplica por un número) *¿En qué se diferencian?* (En el gimnasio 2, al valor por las clases se suma un valor fijo; en cambio, en el gimnasio 1 no.) *Si se toman solo 10 clases, ¿en qué gimnasio es menor el costo?* (Es el mismo costo. En cada gimnasio se pagarían \$50 000).

Consideraciones didácticas

Las expresiones algebraicas que modelan los patrones estudiados en el capítulo tienen la forma $a \cdot x$ y $a \cdot x + b$. Los problemas o situaciones de patrones que son modelados con estas expresiones facilitan que los estudiantes logren obtenerlas.

Ticket de salida página 12 · Tomo 2

En vez de completar la tabla, la expresión algebraica permite saber los cálculos que se deben hacer para encontrar el valor que se pagará por una cantidad cualquiera de clases.

3 Carla decidió ahorrar dinero. Compró un chanchito y puso \$10 000. Después, cada mes colocó \$5 000.

a) Construye una tabla con el dinero reunido cada mes.

b) ¿Cuál expresión algebraica permite calcular el dinero ahorrado al cabo de x meses?

c) ¿Cuánto dinero ha ahorrado en un año?

d) ¿Es posible que al cabo de una cierta cantidad de meses tenga \$157 000 en su chanchito? Justifica.

Practica

1 Una señora vende colaciones, y para calcular la recaudación del día utiliza la expresión algebraica:

$$x \cdot 2\,800$$

a) ¿Qué representa x? ¿Y 2 800?

b) Si un día vendió 10 colaciones, ¿cuánto dinero recaudó?

c) Si otro día vendió 30 colaciones, ¿cuánto dinero recaudó?

30 colaciones es 3 veces 10.

Cuaderno de Actividades páginas 5 y 6 · Tomo 2
Tickets de salida página 13 · Tomo 2

Capítulo 11 • Lenguaje algebraico y ecuaciones 13

11	P. 13 | TE | **Lenguaje algebraico y ecuaciones**
Planificación 135 minutos	
TE 45 minutos	**CA** 90 minutos

Propósito

Que los estudiantes encuentren y utilicen reglas en patrones y las describan con expresiones algebraicas de la forma: $a \cdot x$ y $a \cdot x + b$.

Habilidad

Modelar / Resolver problemas.

Gestión

Comience la clase haciendo preguntas para que recuerden los temas estudiados anteriormente: *¿para qué nos sirvieron las expresiones algebraicas? ¿Cómo son las expresiones algebraicas que descubrimos?*

Destaque la utilidad de usar expresiones algebraicas para resolver problemas, por ejemplo, en la situación de las clases en los gimnasios, en vez de recurrir a la construcción de tablas. Una expresión algebraica es una fórmula que nos ayuda a resolver problemas.

Presente a los estudiantes la **Actividad 3**, en la cual se les solicita que establezcan la relación entre la cantidad de dinero ahorrado y la cantidad de meses. Pídales que construyan una tabla monitoreando que en la columna de los cálculos escriban expresiones aritméticas que contengan al número 10 mil, correspondiente al dinero inicial, sumado con la cantidad de dinero ahorrada al cabo de una cierta cantidad de meses.

Invítelos a escribir una expresión algebraica que permita calcular el dinero ahorrado al cabo de x meses, y luego que la usen para encontrar el dinero ahorrado al cabo de un año. Finalmente, ante la pregunta: *¿es posible que haya ahorrado \$157 000?*, se espera que los estudiantes respondan que no, ya que cada mes se ahorran 5 mil pesos, por tanto, las cantidades de dinero que quedan en el chanchito deben ser múltiplos de \$5 000.

Para terminar, solicite a los estudiantes que resuelvan el problema de patrones de la sección **Practica**. Considere que en este caso se da la expresión algebraica que modela la situación y lo que se pide es interpretarla y usarla para obtener nueva información.

Finalmente, solicite que desarrollen el **Cuaderno de Actividades**.

Consideraciones didácticas

Disponer del lenguaje algebraico facilita la manera como describimos las reglas de formación de los problemas con patrones.

Para encontrar las expresiones algebraicas que modelan situaciones con patrones, es importante identificar la variable. Para ello, se recomienda que los estudiantes construyan tablas y escriban las expresiones aritméticas asociadas.

Cuaderno de Actividades páginas 5 y 6 · Tomo 2
Tickets de salida página 13 · Tomo 2

11 | P. 14 | TE | **Lenguaje algebraico y ecuaciones**

Planificación 45 minutos

Propósitos

- Que los estudiantes modelen y resuelvan problemas usando ecuaciones de la forma $a \cdot x + b = c$.
- Que los estudiantes resuelvan ecuaciones de la forma $a \cdot x + b = c$ comunicando y explicando diversas estrategias.

Habilidad

Modelar / Resolver problemas.

Recursos

Imagen de cajas y botellas.

Gestión

Presente a los estudiantes **la Actividad** describiendo el contexto de la situación. Pregunte: *¿es posible saber la cantidad de botellas que hay en total?* (No, ya que no se sabe la cantidad que hay en cada caja) *¿Cómo podemos representar la cantidad de botellas que hay en las cajas si x es la cantidad de botellas que hay en cada una?* ($5 \cdot x$) *¿Y cómo representamos entonces el total de botellas?* ($5 \cdot x + 4$).

Luego, pida a los estudiantes que construyan una tabla para encontrar el total de botellas suponiendo cualquier cantidad de botellas en cada caja.

Si se sabe que en total se compraron 124 botellas para los asistentes al evento de atletismo, *¿cuál ecuación permite encontrar la cantidad de botellas que hay en cada caja? ¿Cómo se resuelve la ecuación?*

Dé un tiempo para que los estudiantes piensen en cómo encontrar una ecuación. Luego, haga una puesta en común para compartir las respuestas.

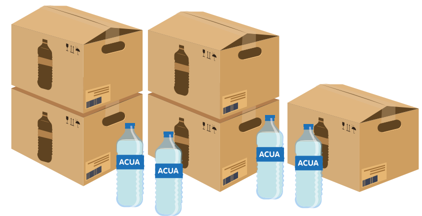
En la página siguiente se analizan las estrategias que pueden surgir, tanto para formar la ecuación como para resolverlas.

Consideraciones didácticas

En esta parte del capítulo se inicia el estudio de las ecuaciones que tienen más de un paso, es decir, que involucran más de una operación para obtener la solución. Las ecuaciones que se estudian son del tipo $a \cdot x + b = c$. Se debe considerar que $b > c$. Si no, la ecuación no tendrá solución en el conjunto de los racionales positivos.

Ecuaciones

1 Para una competencia de atletismo, se compró la siguiente cantidad de agua para repartir:



Si la cantidad de botellas en cada caja es x:

a) ¿Cuál expresión algebraica permite representar la cantidad de botellas que hay en todas las cajas?

b) ¿Cuál expresión algebraica permite saber el total de botellas compradas?

c) Construye una tabla para registrar la cantidad de botellas cuando $x = 7, 8, 9,...$

x	7	8	9	
$5 \cdot x$	35	?	?	?
$5 \cdot x + 4$	39	?	?	?

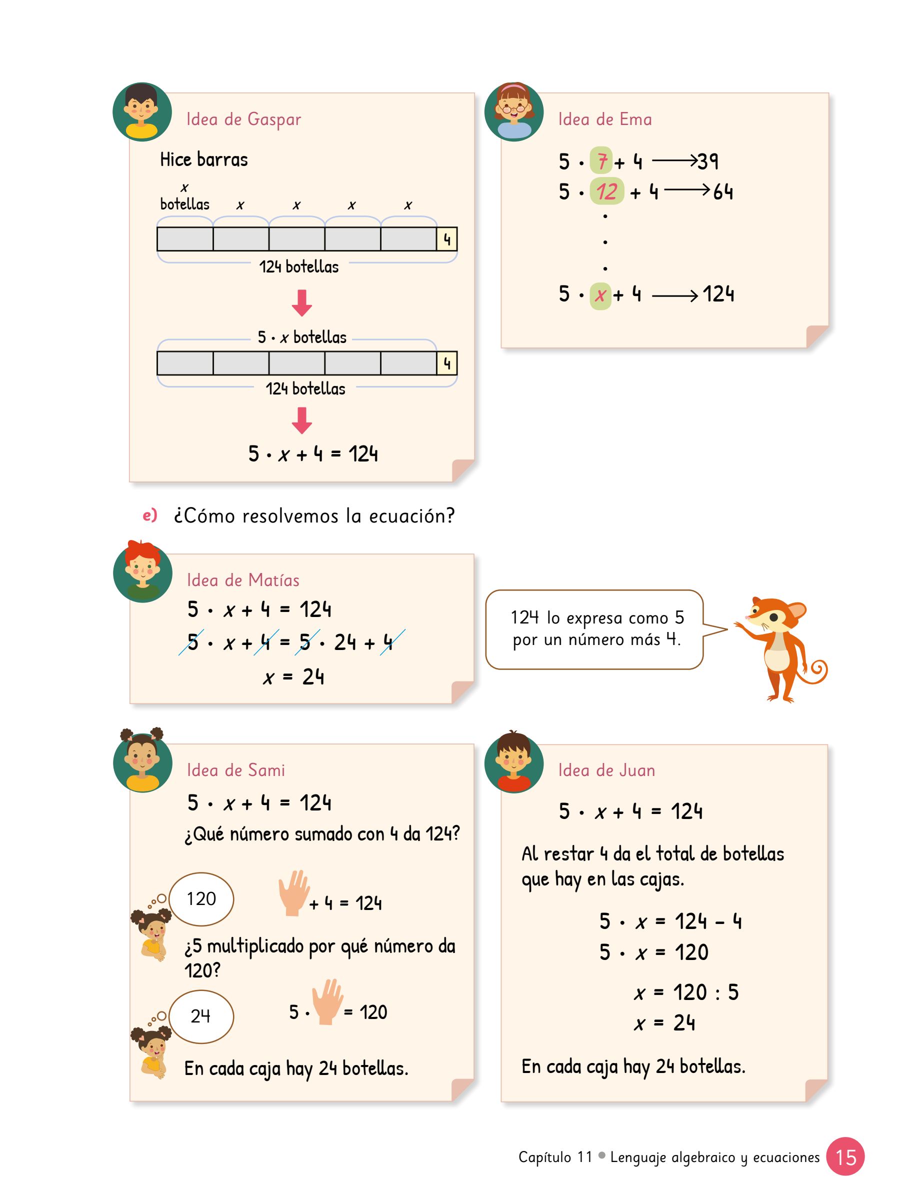
d) Si sabes que en total compraron 124 botellas, encuentra una ecuación que permita saber la cantidad de botellas que hay en cada caja.

14

Resolver una ecuación consiste en encontrar, de entre todos los posibles valores de x, aquel que satisface la igualdad, es decir, que la hace verdadera. En el contexto del problema, se debe hallar una cantidad tal de botellas en cada caja, de forma que 5 veces esa cantidad más las 4 botellas sueltas resulte 124.

Para despejar x en ecuaciones de este tipo, se tendrá que hacer una resta y luego una división. Para que los estudiantes comprendan el porqué deben hacer estos cálculos, se sugiere apoyarse en el modelo de barras que representa el problema. Una vez que comprendan el porqué de estos cálculos, pueden manipular la ecuación sin necesidad de estar justificando cada paso.

Se espera que los estudiantes reconozcan la utilidad de la ecuación, ya que de otra forma habría que estar completando la tabla e ir verificando que se cumple igualdad. Al resolver la ecuación, se obtiene directamente la solución al problema.



Idea de Gaspar

Hice barras

x botellas x x x x 4

124 botellas

$5 \cdot x$ botellas 4

124 botellas

$5 \cdot x + 4 = 124$

Idea de Ema

$5 \cdot 7 + 4 \longrightarrow 39$

$5 \cdot 12 + 4 \longrightarrow 64$

$5 \cdot x + 4 \longrightarrow 124$

e) ¿Cómo resolvemos la ecuación?

Idea de Matías

$5 \cdot x + 4 = 124$

$\cancel{5} \cdot x + \cancel{4} = \cancel{5} \cdot 24 + \cancel{4}$

$x = 24$

124 lo expresa como 5 por un número más 4.

Idea de Sami

$5 \cdot x + 4 = 124$

¿Qué número sumado con 4 da 124?

120 + 4 = 124

¿5 multiplicado por qué número da 120?

24 5 · = 120

En cada caja hay 24 botellas.

Idea de Juan

$5 \cdot x + 4 = 124$

Al restar 4 da el total de botellas que hay en las cajas.

$5 \cdot x = 124 - 4$

$5 \cdot x = 120$

$x = 120 : 5$

$x = 24$

En cada caja hay 24 botellas.

Capítulo 11 • Lenguaje algebraico y ecuaciones 15

11 P. 15 | TE | **Lenguaje algebraico y ecuaciones**

Planificación 45 minutos

Propósitos

- Que los estudiantes modelen y resuelvan problemas usando ecuaciones de la forma $a \cdot x + b = c$.
- Que los estudiantes resuelvan ecuaciones de la forma $a \cdot x + b = c$ comunicando y explicando diversas estrategias.

Habilidad

Modelar / Resolver problemas.

Gestión

Los procedimientos que pueden surgir para encontrar la ecuación del problema de la página anterior pueden ser:

- Uso de modelos de barras (Idea de Gaspar). Pregunte: *¿por qué todas las barras con x tienen el mismo tamaño?* (Porque hay la misma cantidad en cada caja) *¿Podría ser más grande la barra del 4 que las barras con x?* (No, como en total hay 124 botellas, seguro que en cada caja hay más de 4 botellas) *¿Por qué se juntan todas las barras?* (Porque hay que sumar el total de botellas).
- Uso de expresiones aritméticas (Idea de Ema). Pregunte: *¿qué es lo que varía en cada expresión?* (La cantidad de botellas en cada caja) *¿Qué se mantiene fijo en cada expresión?* (La cantidad de cajas y las 4 botellas sueltas) *¿Cómo se forma le ecuación?* (A 5 veces una cantidad *x* de botellas, se le suman 4 y debe resultar 124).

Los procedimientos que pueden surgir para resolver la ecuación pueden ser:

- Igualar expresiones (Idea de Matías). Pregunte: *¿por qué descompone 124 de esa manera?* (Para que las expresiones tengan la misma forma) *¿Por qué tarja los números?* (Porque son los elementos de cada expresión que están igualados. Así *x* debe ser 24 para que las expresiones sean iguales).
- Pensar las expresiones (Idea de Sami). Pregunte: *¿por qué tapa $5 \cdot x$?* (Busca un número que sumado con 4 dé 124) *¿Por qué tapa x?* (Busca un número que al ser multiplicado por 5 dé 120).
- Despejar *x* (Idea de Juan). Pregunte: *¿en qué consiste la estrategia de Juan?* (Despeja la *x*) *¿Por qué a 124 le resta 4?* (Al total de botellas le resta las 4 sueltas y se obtiene 120) *¿Por qué divide 120 por 5?* (Porque 120 botellas las debe repartir en forma equitativa entre 5 cajas).

Una vez que los estudiantes han comprendido las estrategias, invítelos a que las comparen y que evalúen cuál les convendría para resolver ecuaciones.

Destaque las principales ideas surgidas:

- $5 \cdot x + 4 = 124$ es una ecuación en la que *x* representa la cantidad de botellas en cada caja.

  Para resolver la ecuación, nos preguntamos: *¿5 veces qué número más 4 da 124?*
- Despejamos *x* realizando cada paso en forma ordenada. Primero restamos (operación inversa de la suma), y luego dividimos (operación inversa de a multiplicación).

Planificación 30 minutos

Propósitos

- Que los estudiantes modelen y resuelvan problemas usando ecuaciones de la forma $a \cdot x + b = c$ y $c = a \cdot x + b$
- Que los estudiantes resuelvan ecuaciones interpretando las soluciones en el contexto de los problemas.

Habilidad

Modelar / Resolver problemas.

Gestión

Comience la clase haciendo preguntas para que recuerden los temas estudiados: *¿qué significa resolver una ecuación? ¿Cómo podemos encontrar una ecuación que resuelve un problema? ¿Cómo resolvemos las ecuaciones?*, etc.

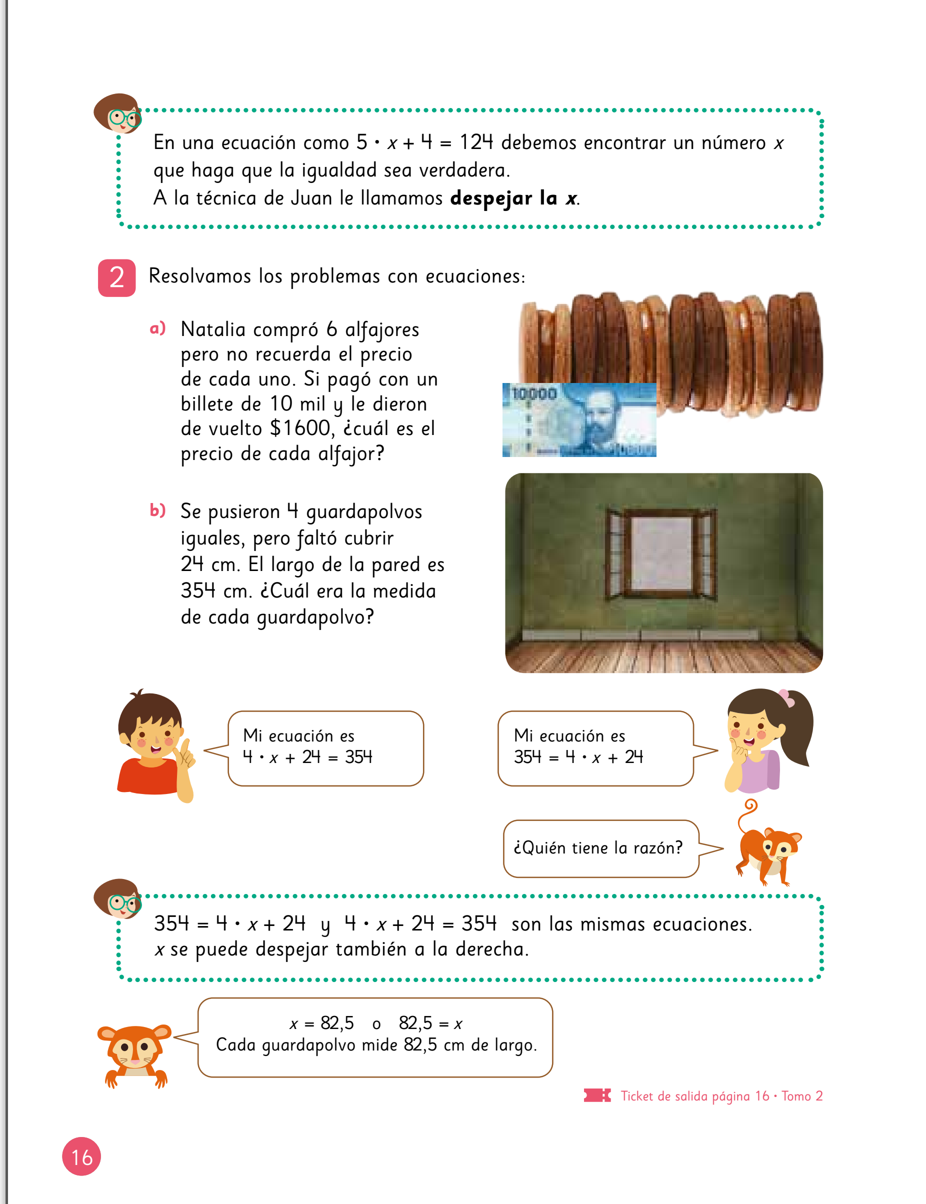
Sistematice la idea que señala la profesora en el **Texto del Estudiante** asegurando que los estudiantes comprendan la noción de ecuación y manejen justificadamente la técnica de despejar *x*.

Invite a los estudiantes a realizar la **Actividad 2**, que consiste en resolver dos problemas usando ecuaciones. Motívelos para que usen modelos de barras para representar los problemas y así encontrar las ecuaciones.

En **a)** oriente a los niños a que realicen modelos de barras para representar la situación y para apoyarse en la formulación de una ecuación. En **b)** es posible que la mayoría de los estudiantes modelen el problema con la ecuación $4 \cdot x + 24 = 354$, sin embargo, es posible que algún niño también lo haga con la ecuación $354 = 4 \cdot x + 24$. En tal caso, permita que validen si las dos ecuaciones permiten obtener la respuesta al problema. El contexto puede ayudar a ello. En la primera ecuación, se interpreta que el largo de 4 guardapolvos más 24 cm da el largo de la pared. En la segunda ecuación, el ancho de la pared se forma con 4 guardapolvos y una medida de 24 cm. Ambas interpretaciones son correctas.

Concluya junto con los estudiantes que, en una ecuación la *x* puede estar en cualquier lado de la igualdad y, por tanto, se puede despejar desde la izquierda o desde la derecha.

En el proceso de resolución de la ecuación permita que los niños utilicen la calculadora para obtener el resultado de 330 : 4. Al obtener 82,5 pregunte: *¿qué significa este número?* Concluya con ellos que este número corresponde a la medida en centímetros del pedazo que faltó para cubrir el largo de la pared con guardapolvo.



En una ecuación como $5 \cdot x + 4 = 124$ debemos encontrar un número *x* que haga que la igualdad sea verdadera.
A la técnica de Juan le llamamos **despejar la *x***.

2 Resolvamos los problemas con ecuaciones:

a) Natalia compró 6 alfajores pero no recuerda el precio de cada uno. Si pagó con un billete de 10 mil y le dieron de vuelto $1600, ¿cuál es el precio de cada alfajor?

b) Se pusieron 4 guardapolvos iguales, pero faltó cubrir 24 cm. El largo de la pared es 354 cm. ¿Cuál era la medida de cada guardapolvo?

$354 = 4 \cdot x + 24$ y $4 \cdot x + 24 = 354$ son las mismas ecuaciones.
x se puede despejar también a la derecha.

Ticket de salida página 16 · Tomo 2

16

Consideraciones didácticas

$4 \cdot x + 24 = 354$ y $354 = 4 \cdot x + 24$ son equivalentes. En ellas, las expresiones de cada lado de la igualdad están intercambiadas. Esto se sustenta en la *propiedad refleja de la igualdad:* $a = b \Longleftrightarrow b = a$. De cara a la resolución de la ecuación, para evitar despejar *x* desde la derecha, se pueden intercambiar las expresiones de la igualdad y así despejar *x* siempre desde la izquierda.

Las soluciones de una ecuación dependen del conjunto numérico en que se plantean, algunas veces determinado por el contexto del problema. En el problema del guardapolvo, la solución es un número decimal que corresponde a una medida de longitud continua.

Ticket de salida página 16 · Tomo 2

3 Continúa resolviendo las ecuaciones:

a) $8 \cdot x + 12 = 240$
$8 \cdot x = 240 - 12$

b) $142 = 4 \cdot x + 34$
$142 - 34 = 4 \cdot x$

4 ¿Puedes resolver las ecuaciones en forma mental?

a) $5 \cdot x + 2 = 52$

b) $5 = 2 + 3 \cdot x$

¿Qué número sumado con 2 da 52?

5 Inventa ecuaciones:

a) Que tengan como solución $x = 5$.

b) Que no tengan solución.

¿Cómo inventas las ecuaciones?

Practica

1 Resuelve las ecuaciones.

a) $3 \cdot x + 5 = 20$

b) $16 + 4 \cdot x = 48$

c) $5 \cdot x = 45$

d) $47 = 3 \cdot x + 5$

2 Identifica los errores en la resolución de las siguientes ecuaciones:

① $3 \cdot x + 2 = 45$
$5 \cdot x = 45$
$x = 45 : 5$
$x = 9$

② $4 \cdot x + 8 = 20$
$4 \cdot x = 12$
$x = 12 - 4$
$x = 8$

③ $4 \cdot x + 2 = 12$
$x + 2 = 12 : 4$
$x + 2 = 3$
$x = 1$

Cuaderno de Actividades páginas 7 y 8 • Tomo 2
Tickets de salida página 17 • Tomo 2

11 | P. 17 | TE | **Lenguaje algebraico y ecuaciones**

Planificación 75 minutos

TE 30 minutos | **CA** 45 minutos

Propósito

Que los estudiantes profundicen en la resolución de ecuaciones (inventando ecuaciones que tengan como solución un número dado, identificando errores en el proceso de resolución, etc.)

Habilidad

Modelar / Resolver problemas.

Gestión

Presente a los estudiantes la **Actividad 3**, en la cual se ha iniciado el proceso de resolución de dos ecuaciones usando la estrategia de "despejar *x*". Pídales que completen el proceso de resolución para encontrar la solución de cada ecuación. Considere que en un caso la *x* está al lado izquierdo de la igualdad, y en el otro, al lado derecho, lo que podría obstaculizar la resolución.

Prosiga con la **Actividad 4,** en la cual se desafía a los estudiantes a encontrar las soluciones de las ecuaciones en forma mental. Para ello se espera que usen la estrategia de "tapar con la mano" de Sami. Haga una puesta en común para que los estudiantes expliquen cómo encuentran las soluciones.

Presente a los estudiantes la **Actividad 5**, en la cual, en la parte **a)**, deben inventar ecuaciones que tengan como solución el número 5. La idea es que las escriban en una pizarra individual o en una cartulina, y luego las expongan a sus compañeros justificando que su solución efectivamente es 5. La actividad se puede plantear en forma grupal y pedir a cada grupo que inventen ecuaciones con sumas. En la puesta en común se sugiere preguntar: *¿cómo inventaron las ecuaciones? ¿En qué se fijaron?*

En la parte **b)** deben inventar ecuaciones que no tengan solución. Es posible que las ecuaciones que inventen tengan como solución una fracción o un decimal. En tal caso, permita que se cuestionen sobre su solución. Así, se espera que las ecuaciones que inventen tengan solución en los números enteros, pero no en los naturales: por ejemplo, la ecuación $3 \cdot x + 5 = 2$.

Al finalizar la actividad, destaque las siguientes ideas:

- Un número puede ser solución de varias ecuaciones.
- Una ecuación puede no tener solución. Por ejemplo, $3 \cdot x + 6 = 4$ no tiene solución, ya que no hay ningún número que sumado con 6 dé 4.

Luego, invite a los estudiantes a desarrollar los ejercicios de la sección **Practica**.

En el ejercicio 1 se solicita que resuelvan ecuaciones con sumas en que la *x* está al lado derecho o izquierdo de la igualdad.

En el ejercicio 2 se solicita que identifiquen los errores que se cometen en tres procesos de resolución de ecuaciones. En la ecuación ① se comete el error de sumar $3 \cdot x$ con 2 obteniendo $5 \cdot x$. En la ecuación ② se comete el error de pasar al otro lado de la igualdad 4 restando cuando debe pasar dividiendo. En la ecuación ③ se comete el error de pasar dividiendo el 4 cuando se debe pasar restando el 2.

Una vez que hayan detectado los errores, pídales que resuelvan cada ecuación.

Finalmente, solicite que desarrollen el **Cuaderno de Actividades**.

Cuaderno de Actividades página 7 y 8 · Tomo 2
Tickets de salida página 17 · Tomo 2

11 | P. 18 | TE | **Lenguaje algebraico y ecuaciones**

Planificación 30 minutos

Propósitos

- Que los estudiantes modelen y resuelvan problemas usando ecuaciones de la forma $a \cdot x - b = c$.
- Que los estudiantes resuelvan ecuaciones de la forma $a \cdot x - b = c$ comunicando y justificando la estrategia utilizada.

Habilidad

Modelar / Resolver problemas.

Gestión

Presente a los estudiantes la **Actividad 1** describiendo el contexto de la situación. Para orientar su comprensión y ayudar a que encuentren una ecuación, se sugiere realizar algunas de las siguientes preguntas: *si x es la cantidad de huevos de cada bandeja, ¿cómo se representa el total de huevos que se compraron?* ($5 \cdot x$) *¿Cómo se representa el total de huevos que se usaron?* ($5 \cdot x - 8$).

Luego, pregunte: *¿qué ecuación permitiría encontrar la capacidad de cada bandeja de huevos?*

Los procedimientos que pueden surgir para encontrar la ecuación del problema pueden ser:

- Traduciendo directamente desde el enunciado del problema. (Idea de Juan).
- Uso de modelos de barras. (Idea de Sofía).
  Pregunte: *¿por qué todas las barras con x tienen el mismo tamaño?* (Porque hay la misma cantidad de huevos en cada bandeja) *¿Por qué una barra tiene el número 8?* (Porque puede ser que de una bandeja se hayan quebrado 8 huevos y se deben quitar de la bandeja) *¿Por qué se juntan todas las barras?*

Una vez que todos los estudiantes han comprendido cómo encontrar la ecuación que resuelve el problema, pídales que la resuelvan usando la estrategia que estimen conveniente.

Dé un tiempo para que los estudiantes exploren cómo "despejar *x*" y así responder al problema.

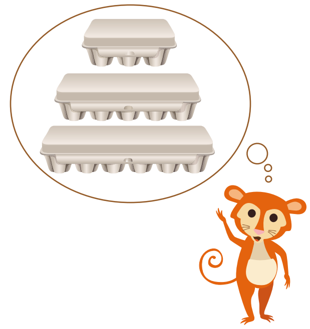
Ecuaciones de restas

1 En el casino compraron 5 bandejas de huevos. 8 venían quebrados. Para el almuerzo los usaron todos, e hicieron 92 raciones con un huevo cada una. ¿Cuál era la capacidad de cada bandeja?

a) Si la cantidad de huevos en cada bandeja es x, ¿cuál es la expresión algebraica que permite encontrar el total de huevos que compraron?

b) ¿Cuál es la expresión algebraica que permite encontrar el total de huevos que usaron?

c) ¿Cuál es la ecuación que permite encontrar la capacidad de cada bandeja de huevos?



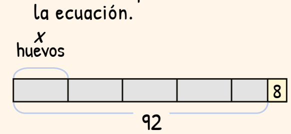
Idea de Juan

A 5 veces la cantidad de huevos le restamos 8 quebrados y obtengo los huevos que quedan.

$$5 \cdot x - 8 = 92$$

Idea de Sofía

Hice barras para encontrar la ecuación.



$$5 \cdot x - 8 = 92$$

d) ¿Cómo podemos resolver la ecuación? ¿Cuál es la respuesta al problema?

18

Consideraciones didácticas

En esta sección se estudian ecuaciones de la forma $a \cdot x - b = c$, a las que llamamos ecuaciones con resta. Ellas también requieren de dos pasos para encontrar su solución.

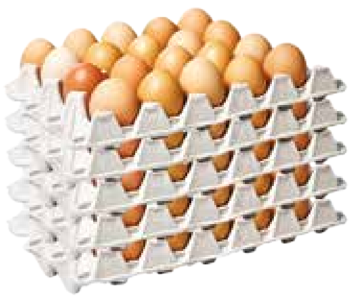
Para representar los datos e incógnita del problema se recomienda que los estudiantes realicen modelos de barras. Esta herramienta les será de utilidad para comprender la relación entre los datos y la incógnita y, por tanto, para formar la ecuación. Se debe hacer notar que en el modelo que hace Sofía hay 5 barras, que cada una de ellas representa la cantidad de huevos que hay en cada bandeja y que de una de ellas se sacan 8 huevos.

Representar problemas con modelos de barra será de gran ayuda para comprender también el porqué de los cálculos que hay que realizar para despejar x en el proceso de resolución.

Analiza la estrategia de Gaspar.

$$
\begin{aligned}
5 \cdot x - 8 &= 92 \\
5 \cdot x &= 92 + 8 \\
5 \cdot x &= 100 \\
x &= 100 : 5 \\
x &= 20
\end{aligned}
$$

Respuesta: Cada bandeja tiene una capacidad de 20 huevos.



Practica

1 Resuelve el siguiente problema usando ecuaciones:

Si al triple de un número le restamos 10, se obtiene 71. ¿Cuál es el número?

2 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $4 \cdot x = 40$

b) $36 = 12 \cdot x$

c) $48 = 4 \cdot x - 12$

d) $4 \cdot x - 8 = 40$

e) $3 \cdot x - 12 = 9$

f) $32 = 4 \cdot x + 12$

Cuaderno de Actividades página 9 • Tomo 2
Tickets de salida página 19 • Tomo 2

Capítulo 11 • Lenguaje algebraico y ecuaciones 19

11 | P. 19 | TE | **Lenguaje algebraico y ecuaciones**

Planificación 75 minutos	
TE 30 minutos	**CA** 45 minutos

Propósitos

- Que los estudiantes modelen y resuelvan problemas usando ecuaciones de la forma $a \cdot x - b = c$ y $c = a \cdot x - b$.
- Que los estudiantes resuelvan ecuaciones de la forma $a \cdot x - b = c$ y $c = a \cdot x - b$ comunicando y justificando la estrategia utilizada.

Habilidad

Modelar / Resolver problemas.

Gestión

Pida a los estudiantes que analicen la estrategia de Gaspar para resolver la ecuación del problema de la página anterior. Solicíteles que justifiquen cada uno de los pasos para despejar *x*. Para ello, pueden apoyarse en el modelo de barras realizado por Sofía o también en las estrategias aprendidas anteriormente. Pregunte: *¿por qué a 92 le suma 8?* (Los 92 huevos usados más los 8 que se quebraron dan el total de huevos que había en las bandejas; si el 8 está restado a un lado, pasa al otro lado sumando) *¿Por qué el 5 que multiplica a x a un lado, pasa al otro lado dividiendo?* (Se deben repartir 120 huevos entre 5 cajas, por tanto, para saber lo que hay en cada caja se debe dividir por 5; si el 5 está multiplicado a un lado, pasa al otro lado dividiendo).

Finalmente, pida a los estudiantes que den respuesta al problema y que analicen las bandejas con huevos que se compraron a la luz del análisis realizado.

Luego, invite a los estudiantes a desarrollar los ejercicios de la sección **Practica**.

En el ejercicio 1 deben plantear una ecuación para resolver el problema. Se espera que no tengan dificultades hacerlo, y que para hallar la solución de la ecuación se espera que utilicen la estrategia de despejar la *x*.

En el ejercicio 2 se solicita a los estudiantes que resuelvan diversas ecuaciones del tipo de las estudiadas. Note que en algunos casos los estudiantes pueden encontrar la solución mentalmente sin necesidad de usar otras estrategias, en particular la de despejar *x*. Por ejemplo, en $4 \cdot x = 40$ se obtiene 10 inmediatamente. En el caso de la ecuación $48 = 4 \cdot x - 12$ es más complejo encontrar la solución mentalmente, por tanto, convendría usar la técnica de despejar *x*.

Por último, solicite que desarrollen el **Cuaderno de Actividades**.

Consideraciones didácticas

Para despejar *x* en ecuaciones de este tipo, se tendrá que hacer una suma, y luego una división. Al igual que en las ecuaciones con suma, también se sugiere apoyarse en el modelo de barras que representa el problema para justificar estos cálculos. Una vez que comprendan el porqué de ellos, pueden manipular la ecuación sin necesidad de estar justificando cada paso.

Se debe considerar que para resolver este tipo de ecuaciones no se puede aplicar la estrategia de sumar un mismo número a ambos lados de la igualdad. Esto ya que los estudiantes no manejan la suma de números enteros.

Cuaderno de Actividades página 9 · Tomo 2
Tickets de salida página 19 · Tomo 2

11 | P. 20 | TE | **Lenguaje algebraico y ecuaciones**

Planificación 45 minutos

TE 20 minutos | **CA** 25 minutos

Propósitos

- Que los estudiantes modelen con ecuaciones situaciones de equilibrio en una balanza.
- Que los estudiantes comprendan que hay ecuaciones que no tienen solución en el contexto de problemas.

Habilidad

Modelar / Resolver problemas.

Recursos

Balanza numérica o imagen de las balanzas del texto.

Gestión

Presente a los estudiantes la **Actividad 1**, que consiste en equilibrar una balanza numérica. Se sugiere disponer de una balanza para presentar la situación a todo el grupo curso.

Asegúrese de que los estudiantes comprendan la situación y las instrucciones del desafío:

- Se deben poner solo dos placas.
- Las dos placas se deben poner en un mismo número.

Se sugiere dar un tiempo para que los estudiantes piensen su respuesta. Luego, invite a alguno a poner las placas en la balanza (o que dé su respuesta y la justifique). Se verifica si la balanza se equilibra y se pide al estudiante justificar cómo encontró la solución.

Pregunte: *¿por qué se deben poner las placas en el número 7?* (En un lado hay 15, en el otro hay 1, por tanto, faltan 14 para formar 15. Así, dos veces 7 da 14) *¿Por qué se equilibra la balanza?* (Se forma el 15 en cada lado: en un lado $10 + 5$, y en el otro, $2 \cdot 7 + 1$).

Luego, invite a los estudiantes a que planteen una ecuación asociada al desafío. Dé un tiempo para que la encuentren, y luego compartan y analicen las estrategias.

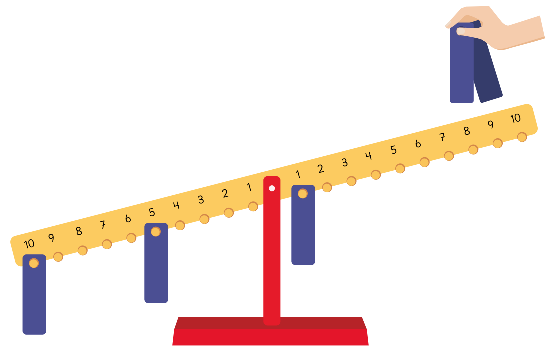
Algunas ecuaciones que modelan la situación pueden ser: $15 = 1 + 2 \cdot x$; $1 + 2 \cdot x = 15$; $15 = 2 \cdot x + 1$.

Concuerde con los estudiantes la equivalencia de las ecuaciones para encontrar la respuesta al problema.

Solicite a un estudiante que resuelva una de ellas con la estrategia de despejar x para obtener la solución 7.

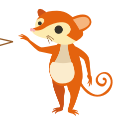
Ecuaciones en una balanza

1 Necesitamos equilibrar la balanza. Se deben poner solo dos placas en un mismo número. ¿En qué número se deben colocar las dos placas?



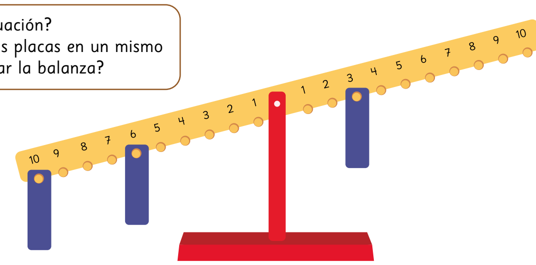
Plantea una ecuación que represente el problema.

La balanza se equilibra cuando la suma de los números es igual en cada lado.



2 ¿En qué número se deben poner dos placas para equilibrarla? Plantea una ecuación.

¿Tiene solución la ecuación?
¿Es posible colocar las placas en un mismo número para equilibrar la balanza?



Cuaderno de Actividades página 10 · Tomo 2
Tickets de salida página 20 · Tomo 2

20

Gestione la **Actividad 2** de la misma manera. En este caso, los estudiantes concluyen que no es posible poner dos placas en un mismo número para equilibrarla. Pregunte: *¿por qué no se puede equilibrar la balanza poniendo dos placas en un mismo número?* (En un lado hay 16, en el otro hay 3, por tanto, faltan 13 para formar 16. Así, no hay ningún número tal qué dos veces ese número dé 13).

Al plantear una ecuación que modela el problema, por ejemplo, $16 = 3 + 2 \cdot x$, los estudiantes concluyen que la solución es 6,5; sin embargo, que no hay solución al problema, ya que las placas deben colocarse en números naturales.

Consideraciones didácticas

Siempre es importante evaluar la pertinencia de las soluciones de una ecuación en el contexto del problema. Así, una ecuación puede tener solución en un conjunto numérico, pero no ser solución del problema. Es lo que sucede en la actividad 2, en la que 6,5 es la solución de la ecuación, pero en la balanza no se pueden dejar dos placas entre 6 y 7.

Cuaderno de Actividades página 10 · Tomo 2
Tickets de salida página 20 · Tomo 2

EJERCICIOS

1. Representa con expresiones algebraicas.
   - a) ¿Cuál es el perímetro de un triángulo equilátero de lado x cm?
   - b) ¿Cuánto se debe pagar por x litros de bencina, si el litro cuesta $850?
   - c) Loreto gastó $5 000 del dinero que tenía. ¿Cuánto tiene ahora?

2. Pedro compra 5 lápices a $$x$ cada uno y una goma de borrar a $600. Laura compra 3 de esos mismos lápices y una goma de borrar a $500. ¿Quién gasta más dinero? Justifica.

3. Resuelve las ecuaciones.

a) $5 \cdot x + 5 = 80$	c) $7 \cdot x = 35$	e) $45 = 5 \cdot x - 5$
b) $16 + 8 \cdot x = 48$	d) $105 = 10 \cdot x - 5$	f) $65 = 5 \cdot x + 5$

4. Boris decidió ahorrar dinero. Compró un chanchito y puso $5 000. Después, cada mes colocó $2 000.
   - a) ¿Cuál expresión algebraica permite calcular el dinero ahorrado al cabo de x meses?
   - b) ¿Cuánto dinero ha ahorrado en 8 meses?
   - c) ¿Es posible que al cabo de una cierta cantidad de meses tenga ahorrados $85 000? Justifica.

5. Resuelve los siguientes problemas planteando una ecuación:
   - a) Cuatro envases idénticos tienen la misma capacidad. Si sabemos que llenando los cuatro envases y una botella de 3 litros se juntan 19 litros en total, ¿cuál es la capacidad de cada envase?
   - b) Juan tenía ahorrados $23 000. Con ese dinero compró 3 entradas al cine y con los $5 000 que le quedaron compró cabritas. ¿Cuánto dinero le costó cada entrada al cine?

Cuaderno de Actividades páginas 11 y 12 • Tomo 2
Tickets de salida página 21 • Tomo 2.

11	P. 21 | TE | **Lenguaje algebraico y ecuaciones**
Planificación 75 minutos	
TE 30 minutos	**CA** 45 minutos

Propósito

Que los estudiantes ejerciten los temas estudiados relacionados con el lenguaje algebraico y las ecuaciones.

Habilidad

Modelar / Resolver problemas.

Gestión

Permita que los estudiantes resuelvan de manera autónoma todos los ejercicios, y luego, en una puesta en común, que compartan sus resultados y estrategias. Asegúrese de que todos comprendan lo que se les solicita y pídales que resuelvan cada ejercicio en su cuaderno.

Mientras realizan los ejercicios, monitoree el trabajo verificando si ponen en juego los conocimientos y habilidades estudiadas en el capítulo.

En el **Ejercicio 1** se les solicita que representen situaciones aritméticas y geométricas usando expresiones algebraicas. Considere que en **a)** la expresión $3 \cdot x$ es la que representa el perímetro del triángulo equilátero, dado que lo que varía es la medida del lado, es decir, 3 veces la medida del lado. La expresión $x \cdot 3$ también permite encontrar el perímetro del triángulo, pero no es la expresión que representa la situación (x veces la medida 3).

Haga una puesta en común en la que compartan las respuestas con sus compañeros. Pida a los estudiantes que presenten sus dudas y errores al curso para analizarlos y corregirlos entre todos.

En el **Ejercicio 2** se presenta un problema no rutinario en que deben aplicar lo aprendido en relación con las expresiones algebraicas y su significado. Pedro gasta $5 \cdot x + 600$, en cambio, Laura gasta $3 \cdot x + 500$. Así, Pedro gasta más dinero, ya que, independiente del precio de cada lápiz, compra más lápices que Laura y además compra una goma de borrar más cara que la que compra Laura.

Enel **Ejercicio 3** deben resolver ecuaciones con sumas y restas en que la x está en cualquier lado de la igualdad.

Enel **Ejercicio 4** se presenta un problema de patrones en que deben expresar la regla con una expresión algebraica. En **c)** se espera que interpreten la expresión algebraica. La puedan usar para formar una ecuación y así determinar al cabo de cuántos meses Boris ha ahorrado $85 000.

En el **Ejercicio 5** se presentan dos problemas y se les solicita que los resuelvan usando ecuaciones. Se sugiere que usen modelos de barras para así facilitar su formulación. Considere que pueden formar diversas ecuaciones que podrían resolver los problemas, por ejemplo, en **a)** algunas de las ecuaciones pueden ser:

$$3 + 4 \cdot x = 19 \qquad 4 \cdot x + 3 = 19 \qquad 19 = 4 \cdot x + 3$$

Cuaderno de Actividades página 11 y 12 · Tomo 2
Tickets de salida página 21 · Tomo 2

Planificación 30 minutos

Propósito
Que los estudiantes profundicen en la comprensión de los temas estudiados relacionados con el lenguaje algebraico y las ecuaciones.

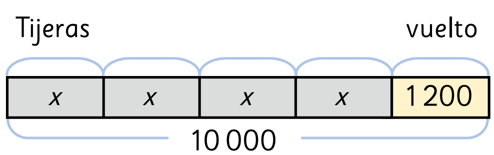
Habilidad
Modelar / Resolver problemas.

Gestión
Permita que los estudiantes resuelvan de manera autónoma todos los problemas, y luego, en una puesta en común, que compartan sus resultados y estrategias. Asegúrese de que todos comprendan lo que se les solicita y pídales que resuelvan cada ejercicio en su cuaderno.

Mientras resuelven los problemas, monitoree el trabajo verificando si ponen en juego los conocimientos y habilidades estudiados en el capítulo.

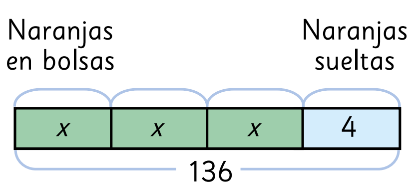
En el **Problema 1** se solicita a los estudiantes que resuelvan 3 problemas usando ecuaciones. Pídales que justifiquen cómo encuentran la ecuación, cómo la resuelven y que den la respuesta al problema. Se sugiere incentivar el uso de modelos de barras para que apoyen el planteamiento de las ecuaciones.

En el problema **a)** el modelo y ecuación pueden ser:

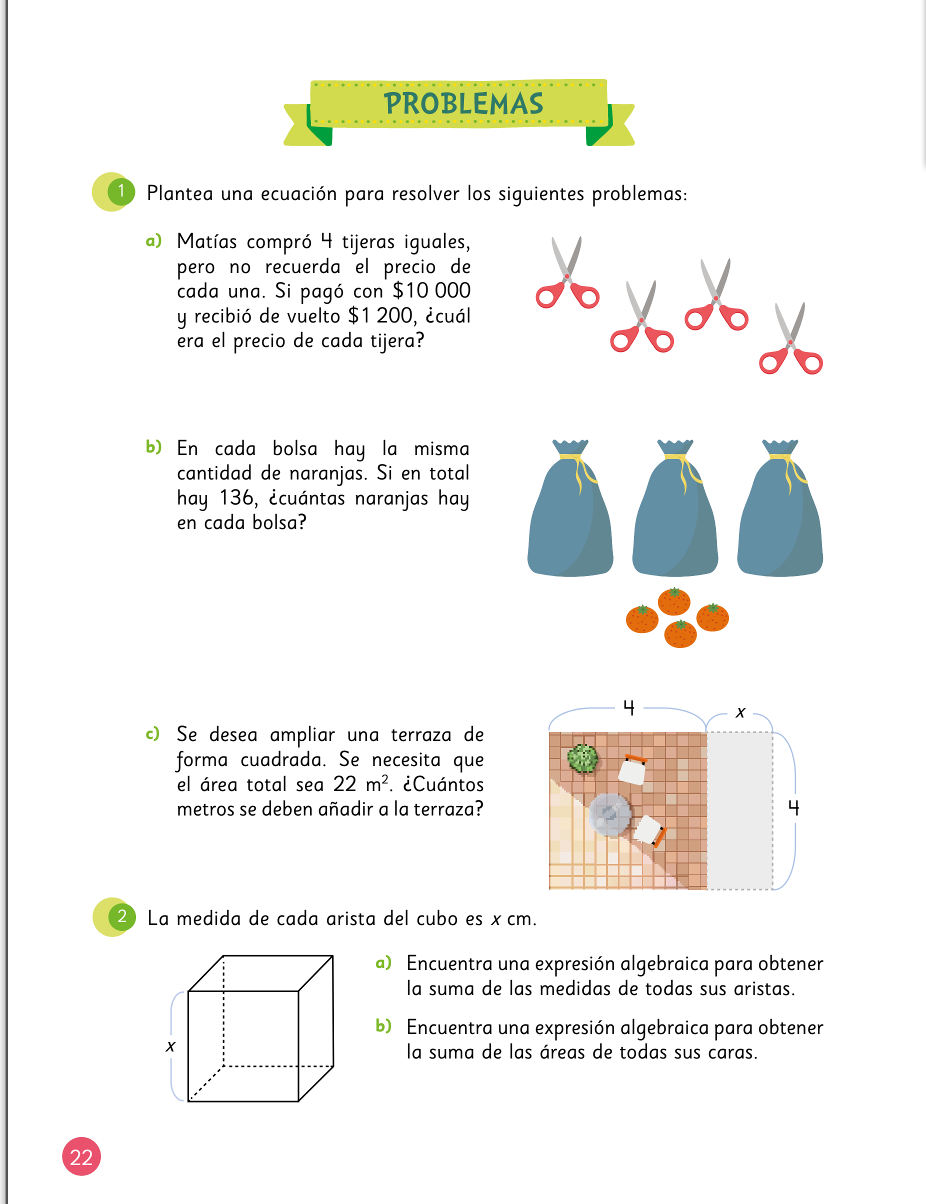


$$4 \cdot x + 1\,200 = 10\,000$$

En el problema **b)** el modelo y ecuación pueden ser:



$$3 \cdot x + 4 = 136$$



PROBLEMAS

1 Plantea una ecuación para resolver los siguientes problemas:

a) Matías compró 4 tijeras iguales, pero no recuerda el precio de cada una. Si pagó con \$10 000 y recibió de vuelto \$1 200, ¿cuál era el precio de cada tijera?

b) En cada bolsa hay la misma cantidad de naranjas. Si en total hay 136, ¿cuántas naranjas hay en cada bolsa?

c) Se desea ampliar una terraza de forma cuadrada. Se necesita que el área total sea 22 m². ¿Cuántos metros se deben añadir a la terraza?

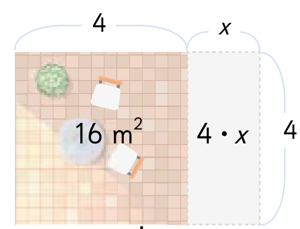
2 La medida de cada arista del cubo es x cm.

a) Encuentra una expresión algebraica para obtener la suma de las medidas de todas sus aristas.

b) Encuentra una expresión algebraica para obtener la suma de las áreas de todas sus caras.

22

En el problema **c)** la representación y ecuación pueden ser:



$$16 + 4 \cdot x = 22$$

En el **Problema 2** deben encontrar las expresiones algebraicas que representen la medida de la suma de todas las aristas y la medida de la suma de todas las caras del cubo de lado x. Así:

a) $12 \cdot x$ representa la suma de las medidas de todas las aristas del cubo (en cm).

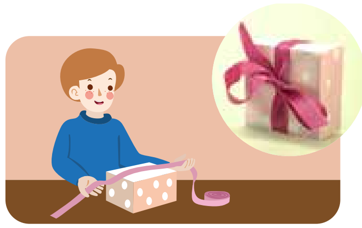
b) $6 \cdot x \cdot x$ representa la suma de las áreas de todas las caras del cubo (en cm²).

Consideraciones didácticas
En el **Problema 2** como aún no se estudia la multiplicación de expresiones algebraicas, es posible que los estudiantes expresen el área de cada cara como $x \cdot x$ y no como x^2.

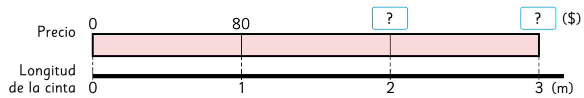
12 Multiplicación y división de números decimales 2

Multiplicación entre números decimales y números naturales

1 Un trozo de 1 m de cinta para regalo cuesta $80.

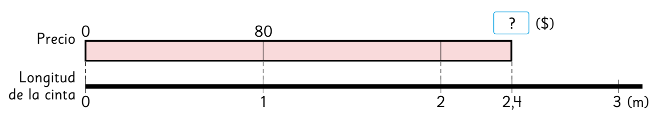


a) ¿Cuánto se debe pagar por 2 m?, ¿y por 3 m?



b) ¿Cuáles son las expresiones matemáticas?

c) ¿Cuál es la expresión matemática para saber cuánto se debe pagar por 2,4 m de cinta?



Precio ($)	80	?
Longitud de la cinta (m)	1	2,4

Capítulo 12 | Multiplicación y división de números decimales 2

13 horas pedagógicas

Visión general

En este capítulo los estudiantes comenzarán el estudio de multiplicaciones y divisiones con números decimales aplicando diversas estrategias en el contexto de la resolución de problemas.

Objetivo de Aprendizaje del capítulo

OA7: Demostrar que comprenden la multiplicación y la división de decimales por números naturales de un dígito, múltiplos de 10 y decimales hasta la milésima de manera concreta, pictórica y simbólica.

Aprendizajes previos

- Comprenden la formación de los números decimales.
- Calculan multiplicaciones y divisiones de números naturales usando el algoritmo.

Actitud

Manifestar curiosidad e interés por el aprendizaje de las matemáticas.

12 | P. 23 | TE | Multiplicación y división de números decimales 2

Planificación 25 minutos

Propósitos

Que los estudiantes busquen estrategias para resolver multiplicaciones entre números naturales múltiplos de 10 y números decimales.

Habilidad

Resolver problemas.

Recursos

Modelo de barras para la pizarra sin números (2 barras rectangulares largas de cartulina).

Gestión

Presente el capítulo a los estudiantes en el que se presentarán nuevas situaciones que involucran multiplicaciones y divisiones de números decimales.

Para activar sus conocimientos con respecto a la multiplicación, escriba en la pizarra la multiplicación 3,4 • 6 y pregúnteles: *¿cómo la calcularían?* Se espera que mencionen el uso de las técnicas que se abordaron en el **Capítulo 6**, como, por ejemplo, las que se basan en la descomposición y el algoritmo convencional.

Para continuar, presente la **Actividad 1 a)** e invítelos a comprender el problema. Para esto pregúnteles: *¿qué se debe encontrar?* (El valor de 2 m y de 3 m de cinta) *¿Qué datos tienen?* (El valor de 1 m de cinta). Organice esta información en uno de los modelos de barra en la pizarra. Luego, pídales plantear las expresiones matemáticas según lo propuesto en la **Actividad 1 b)** y pregúnteles: *¿qué técnica facilita el cálculo de este tipo de operaciones?* (Operar sin considerar el cero y agregarlo en el resultado).

Invite a los estudiantes a realizar la **Actividad 1 c)** y pregúnteles: *¿en qué se parece esta expresión (2,4 • 80) a la planteada en la **Actividad 1 b)**?* (Que ambas son multiplicaciones) *¿Y en qué se diferencian?* (En que una involucra solo números naturales y la otra números naturales y decimales) *¿En qué se parece esta expresión a 3,4 • 6?* (En que ambas involucran un número natural y un número decimal) *¿Y en qué se diferencian?* (En que el número natural tiene diferente cantidad de cifras).

12 | P. 24 | TE | **Multiplicación y división de números decimales 2**

Planificación 20 minutos

Propósito

Que los estudiantes busquen estrategias para resolver multiplicaciones entre números naturales múltiplos de 10 y números decimales.

Habilidad

Resolver problemas.

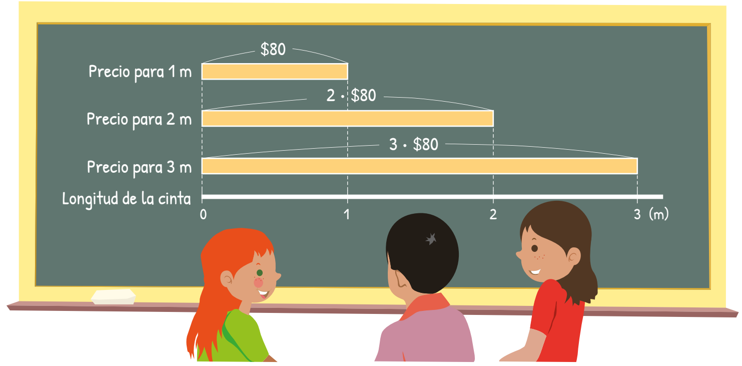
Recursos

Modelo de barras para la pizarra sin números (6 barras rectangulares iguales).

Gestión

Continúe el trabajo de la página anterior y presente en la pizarra el mismo esquema del **Texto del Estudiante**. Invite a los estudiantes a explicar el esquema paso a paso. Es importante que estas explicaciones incluyan que primero se considera el valor de 1 m de cinta, que luego se considera el valor de 2 m de cinta y, finalmente, se considera el valor para 3 m de cinta. Luego pregúnteles: *¿por qué se consideraron 3 m de cinta?* (Porque 2,4 es mayor que 2, pero menor que 3) *Entonces, ¿dónde se ubica el 2,4?* Pídales marcar este dato en el modelo de barras donde aproximadamente va.

Plantee la pregunta de la **Actividad 1 d)** y pídales comunicar las posibles respuestas. Pregúnteles: *¿cómo encontraron el valor aproximado? ¿En qué se fijaron?* Luego, invítelos a revisar las estrategias planteadas por los niños en el texto y pregúnteles: *¿a cuál se parece tu estrategia? Si pudieras cambiar tu estrategia, ¿cuál elegirías? ¿Por qué?* Destaque que la primera estrategia, presentada por la niña, considera los datos del modelo de barra para dar un valor aproximado. En tanto, el niño calcula el valor del doble de la longitud de la cinta, que es un número natural, y luego calcula el valor aproximado que se debe pagar calculando la mitad. Y la estrategia de la tercera niña presenta un rango dentro del cual debería estar el valor que se debe pagar.



d) ¿Cuál es el valor aproximado que se debe pagar por 2,4 m de cinta?

Se debe pagar más que por 2 m y menos que por 3 m, entonces es alrededor de $200.

2,4 m es más o menos la mitad de 5 m, que cuestan $400, por lo que se debería pagar cerca de $200.

Se debería pagar un valor entre $160 y $240.

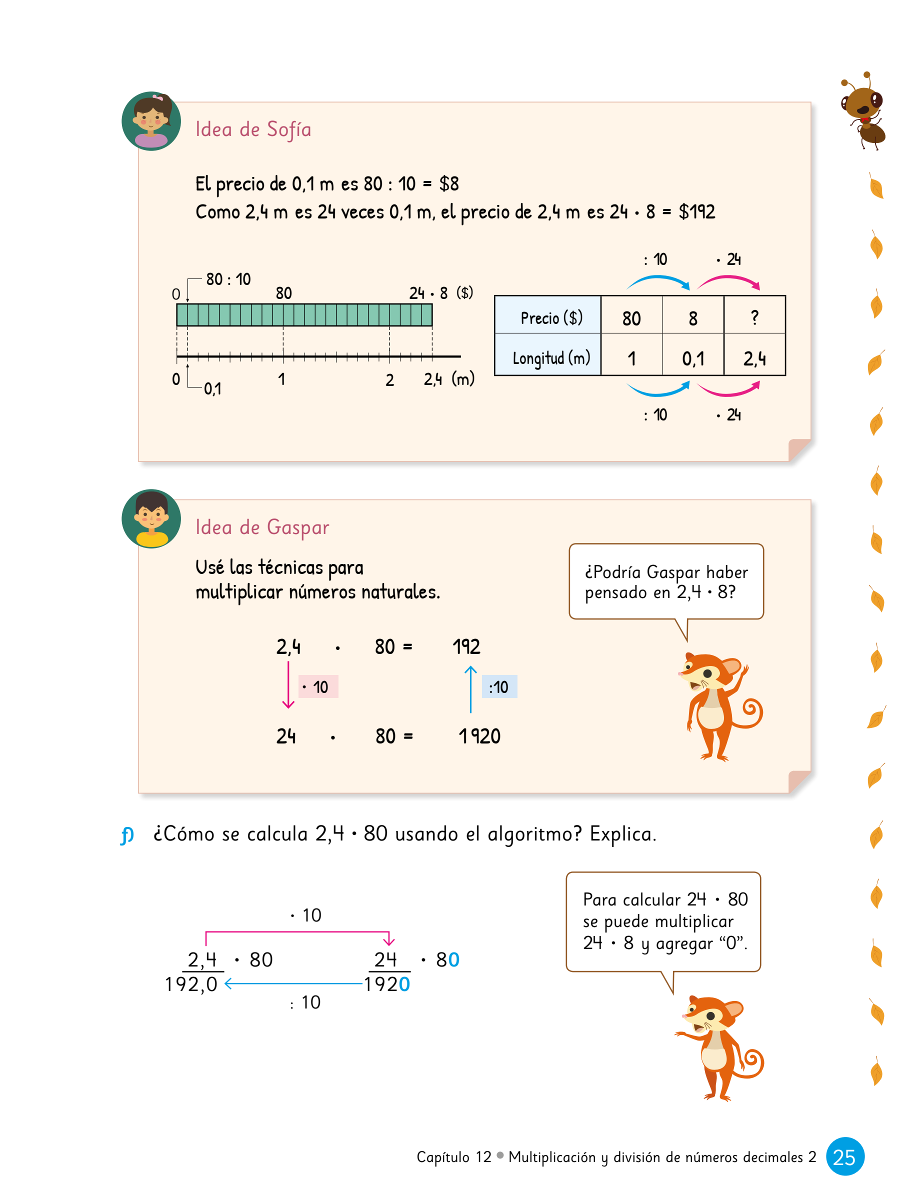
Si el primer factor es un número decimal, la forma de calcular es la misma que la de números naturales.

e) ¿Cómo podríamos calcular? Explica.

24

Invite a sus estudiantes a revisar la información que presenta el monito del monte y pregúnteles: *¿por qué es correcto lo que dice el monito?* Se espera que los estudiantes argumenten que la estructura de los números naturales y decimales es la misma.

Luego de que los estudiantes recordaron lo aprendido en el **Capítulo 6: Multiplicación y división de números decimales 1**, plantee la pregunta de la **Actividad 1 e)**. Es posible que los estudiantes indiquen el algoritmo como estrategia de cálculo, no obstante podrían mencionar estrategias como la descomposición y la aplicación de distintas técnicas de división.



Idea de Sofía

El precio de 0,1 m es 80 : 10 = $8
Como 2,4 m es 24 veces 0,1 m, el precio de 2,4 m es 24 • 8 = $192

Precio ($)	80	8	?
Longitud (m)	1	0,1	2,4

Idea de Gaspar

Usé las técnicas para multiplicar números naturales.

$2{,}4 \cdot 80 = 192$

$24 \cdot 80 = 1\,920$

f) ¿Cómo se calcula 2,4 • 80 usando el algoritmo? Explica.

12 | P. 25 | TE | **Multiplicación y división de números decimales 2**

Planificación 20 minutos

Propósito

Que los estudiantes analicen estrategias para resolver multiplicaciones entre números naturales múltiplos de 10 y números decimales.

Habilidad

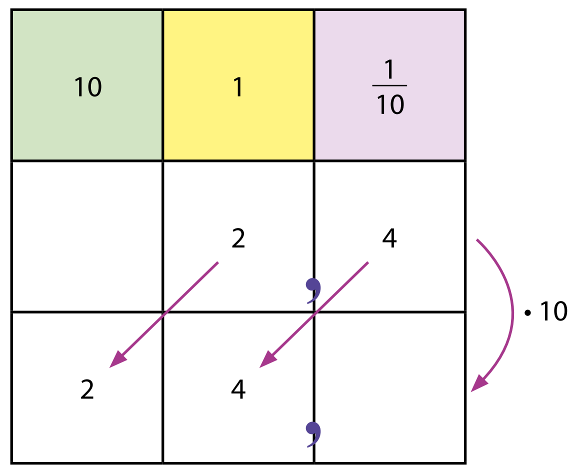
Argumentar y comunicar.

Gestión

Invite a los estudiantes a analizar las ideas de Sofía y de Gaspar. Puede preguntarles:

Idea de Sofía: *¿por qué calculó el precio para 0,1 m?* (Porque así utiliza números naturales) *¿Qué representaciones utilizó?* (Modelo de barras y tabla de relaciones) *¿Por qué en la tabla se divide por 10 y se multiplica por 24?* (Para operar con números naturales).

Idea de Gaspar: en una multiplicación, si se multiplica por un número uno de los factores, *¿cómo se obtiene el resultado de la multiplicación original?* (Dividiendo por el mismo número que se multiplicó el resultado obtenido en la segunda multiplicación) *¿Qué pasa si se multiplica por 10 un número decimal?* (El patrón numérico se desplaza a la izquierda) *¿Qué pasa si se divide por 10 un número decimal?* (El patrón numérico se desplaza a la derecha)



¿Cuál sería tu respuesta a la pregunta del monito del monte? Se espera que los estudiantes, que ya saben multiplicar números decimales por números naturales de un dígito, extiendan este conocimiento y respondan que es posible calcular y luego agregar el cero al resultado.

Presente a los estudiantes la pregunta de la **Actividad 1 f)**. Se espera que las explicaciones consideren que al multiplicar 2,4 por 10 se obtiene una nueva multiplicación: 24 • 80 cuyo resultado será 10 veces mayor que el resultado de 2,4 • 80. Por esto, al obtener 24 • 80 = 1 920, será necesario dividir 1 920 por 10 para obtener el resultado de 2,4 • 80.

12 | P. 26 | TE | **Multiplicación y división de números decimales 2**

Planificación 25 minutos

Propósito

Que los estudiantes comprendan el uso del algoritmo como estrategia para resolver multiplicaciones entre números naturales múltiplos de 10 y números decimales.

Habilidad

Modelar.

Gestión

Analice con sus estudiantes el recuadro en el que se presenta la aplicación del algoritmo para resolver una multiplicación que involucra un número decimal y un número natural de 2 dígitos múltiplo de 10. Invítelos a comparar con lo aprendido al respecto en el Capítulo 6 y pregúnteles: *¿el cálculo con números naturales es distinto?* (No, solo se debe registrar la coma en el producto dependiendo de donde la tenga el factor decimal) *¿Se diferencia en algo cuando se aplica el algoritmo si el número natural tiene 2 dígitos?* (No). Pídales explicar cómo se realizó el cálculo verbalizando cada uno de los pasos y argumentando por qué el cero se escribió debajo del 4. En este caso, como queda un cero en la posición de los décimos, no tiene sentido registrar la coma y el cero, pues el resultado es un número natural.

Presente la **Actividad 2** y pregunte a sus estudiantes: *¿qué se quiere encontrar?* (El área de la piscina) *¿Qué datos conoces?* (Que tiene forma rectangular y las medidas del largo y del ancho) *¿Son datos suficientes para calcular el área?* Se espera que los estudiantes respondan que sí, ya que deberían aplicar la fórmula del área de un rectángulo, largo por ancho (20 • 7,5 o 7,5 • 20).

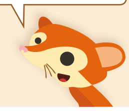
Para calcular el área, solo basta con aplicar la estrategia de dobles y agregar el cero al producto, ya que uno de los factores es 20. Se espera que en la pregunta **2 c)** los estudiantes utilicen el algoritmo y comparen este resultado con el obtenido mediante el uso de la técnica de dobles, validando así el uso del algoritmo. Puede preguntar a los estudiantes acerca de la pertinencia del resultado: *si 2 • 7 = 14, ¿es razonable que 2 • 7,5 = 15?*

Cómo calcular 2,4 · 80 usando el algoritmo

- Calculamos como números naturales.
- Ubicamos la coma del producto en el mismo lugar del factor.

$$\begin{array}{r} 2{,}4 \cdot 80 \\ \hline 192{,}\cancel{0} \end{array}$$

Hay una cifra a la derecha de la coma en el factor y en el producto.



2 ¿Cuál es el área de la piscina rectangular expresada en m²?

a) ¿Cuál es la expresión matemática?

b) ¿Cuál es el área aproximada en m²?

c) ¿Cómo se resuelve la situación usando el algoritmo? Explica.

Practica

1 Calcula usando el algoritmo.

a) 4,7 · 60	**c)** 3,9 · 50	**e)** 1,6 · 70
b) 2,7 · 6	**d)** 3,3 · 20	**f)** 2,8 · 3

Tickets de salida página 26 • Tomo 2

26

Como práctica guiada, invite a los estudiantes a resolver los ejercicios de la sección **Practica** poniendo atención en el cálculo de cada multiplicación, pero en especial en las que consideran un número natural de 2 dígitos múltiplo de 10, monitoreando si los estudiantes escriben el 0 en el resultado o no, ya que si lo hacen, deben registrar la coma. Sin embargo, otros estudiantes pueden darse cuenta que cuando uno de los factores es múltiplo de 10 y el otro factor es un número decimal hasta los décimos, entonces en el producto no es necesario escribir el 0 ni registrar la coma, ya que se obtiene un número natural.

Tickets de salida página 26 • Tomo 2

3 Explica cómo se resolvieron las siguientes multiplicaciones:

a)

$$\begin{array}{r} 2{,}5 \cdot 43 \\ 7\,5 \\ +\;100\;\; \\ \hline 107{,}5 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} 3{,}4 \cdot 51 \\ 3\,4 \\ +\;170\;\; \\ \hline 173{,}4 \end{array}$$

4 Se tienen 13 botellas con 1,2 L de jugo de naranja. ¿Cuántos litros de jugo hay en total?

a) ¿Cuál es la expresión matemática?

b) Calcula usando el algoritmo.

5 Calcula usando el algoritmo.

a) 1,6 • 14 b) 1,5 • 18

Practica

1 Calcula usando el algoritmo.

a) 1,5 • 6	e) 3,6 • 5	i) 4,5 • 40	m) 2,5 • 8
b) 0,6 • 50	f) 0,8 • 5	j) 0,5 • 6	n) 0,2 • 15
c) 2,2 • 10	g) 1,2 • 31	k) 1,9 • 14	ñ) 1,7 • 70
d) 3,4 • 12	h) 4,8 • 21	l) 3,5 • 18	o) 2,9 • 30

Cuaderno de Actividades página 13 • Tomo 2
Ticket de salida página 27 • Tomo 2

12 | P. 27 | TE | **Multiplicación y división de números decimales 2**

Planificación 45 minutos

TE 30 minutos | **CA** 15 minutos

Propósito

Que los estudiantes usen el algoritmo como estrategia para resolver multiplicaciones entre números naturales de 2 dígitos y números decimales.

Habilidad

Resolver problemas.

Recursos

Modelo de barras para la pizarra sin números (1 barra rectangular larga, opcional).

Gestión

Presente a los estudiantes la **Actividad 3** y pregúnteles: *¿en qué se parecen estas multiplicaciones con las trabajadas en páginas anteriores?* (En que involucran el cálculo de un número decimal por uno natural) *¿Y en qué se diferencian?* (En que el número natural tiene 2 dígitos, pero no es múltiplo de 10). Luego, invítelos a analizar cómo fueron resueltas y que lo expliquen. Es importante que en la explicación mencionen que las multiplicaciones fueron resueltas mediante la aplicación del algoritmo tradicional de la multiplicación, en que se comienza multiplicando la cifra menor (unidades) del número natural por el número decimal de derecha a izquierda y luego se multiplica por la cifra de la posición inmediata a la menor (decenas) del número natural, igual que en el paso anterior. La diferencia está en que este resultado parcial se comienza a escribir abajo del otro, pero una posición más a la izquierda que el otro, es decir, en la posición de las decenas, ya que es por esta cifra por la cual se está multiplicando. Para finalizar el cálculo, se suman los resultados parciales, el obtenido al multiplicar por la cifra de unidades y el obtenido al multiplicar por la cifra de las decenas, y se obtiene el resultado o producto de la multiplicación.

Continúe con la **Actividad 4**. Invite a los estudiantes a comprender el problema presentado con el apoyo de un modelo de barras o de una tabla de relaciones. Pídales organizar y relacionar los datos para plantear la expresión matemática que lo representa y permite resolverlo. Pregúnteles: *¿qué se debe encontrar?* (La cantidad de jugo que hay en total) *¿Qué datos conoces?* (La cantidad de botellas y la cantidad de jugo que hay en cada una) *¿Son suficientes para resolver el problema?* (Sí) Ahora pídales responder la pregunta **4 a)** y pregúnteles: *¿cómo son los números involucrados?* (Número decimal y número natural de dos cifras). Para responder la pregunta **4 b)**, se espera que consideren lo mencionado para la **Actividad 3**. Esta vez puede ser considerando los elementos (cantidad de botella y de litros de jugo) que están involucrados en el problema.

Invite a los estudiantes a realizar la **Actividad 5** y verifique la comprensión acerca de la aplicación del algoritmo tradicional de la multiplicación. Puede pedirles a los estudiantes que se coevalúen preguntándoles: *¿está bien la explicación de tu compañero? ¿La entiendes? ¿Qué le faltó? ¿Qué le sobró? ¿Se podría decir de otra manera?*

Como práctica guiada, invite a los estudiantes a resolver los ejercicios de la sección **Practica** poniendo atención en la ubicación de la coma en el resultado final y en la posición en que se registran los cálculos parciales. Si observa dificultades, puede proponer que escriban un cero en la posición de las unidades.

Para finalizar, invite a los estudiantes a desarrollar como práctica independiente los ejercicios propuestos en el **Cuaderno de Actividades**.

Cuaderno de Actividades página 13 • Tomo 2
Ticket de salida página 27 • Tomo 2

12 | P. 28 | TE | Multiplicación y división de números decimales 2

Planificación 25 minutos

Propósito
Que los estudiantes busquen estrategias para calcular multiplicaciones entre números decimales.

Habilidad
Modelar.

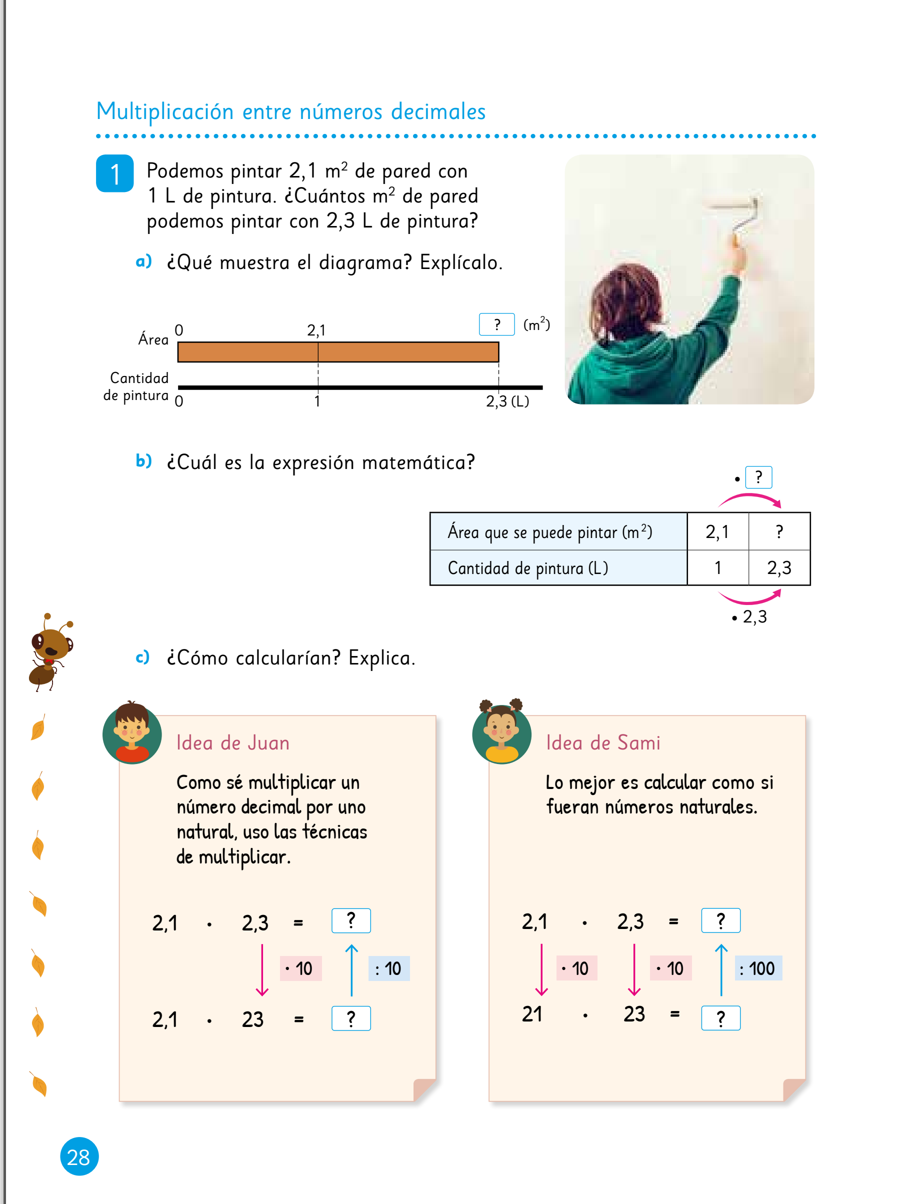
Recursos
Modelo de barras para la pizarra sin números (1 barra rectangular larga).

Gestión
Presente a sus estudiantes la **Actividad 1**. Invítelos a comprender el problema presentado preguntándoles: *¿qué se debe encontrar?* (El área que se puede pintar con una cantidad de pintura) *¿Qué datos conoces?* (El área que se puede pintar con cierta cantidad de pintura) *¿Son suficientes para resolver el problema?* (Sí). Luego, pídales organizar los datos en un modelo de barras y responder la pregunta **1 a)**. Pregúnteles: *¿cuáles datos se organizaron?* (El área en metros cuadrados y la cantidad de pintura en litros) *¿Qué tipo de números están involucrados?* (Números naturales y números decimales).

Continúe con la **Actividad 1 b)** y pregúnteles: *¿qué número va en* $\boxed{?}$ *en la tabla de relaciones?* (2,3) *¿Cómo lo supieron?* Se espera que los estudiantes reconozcan que 1 L de pintura rinde 2,1 m², entonces para saber cuánto rinde 2,3 veces se debe multiplicar por 2,3. Ahora invítelos a plantear la expresión matemática que representa el problema y permite resolverlo y pregúnteles: *¿qué tipo de números están involucrados?* (Números decimales) *¿Habían calculado multiplicaciones entre números decimales antes?* (No).

Luego, invítelos a analizar y explicar las ideas de Juan y Sami. Puede preguntarles:

Idea de Juan: *¿qué hizo Juan?* (Usó técnicas de multiplicación) *¿Cómo las uso?* (Multiplicó por 10 el segundo factor y dividió por 10 el resultado obtenido, para así obtener el resultado de la multiplicación original) *¿Qué números involucra la nueva operación de Juan?* (Un número natural y un número decimal) *¿Por qué creen que solo transformó un número decimal a número natural?* Se espera que los estudiantes mencionen que lo más probable es que Juan solo transformó un número decimal a natural porque la multiplicación entre un número decimal y uno natural la aprendieron en capítulos anteriores.


Multiplicación entre números decimales

1 Podemos pintar 2,1 m² de pared con 1 L de pintura. ¿Cuántos m² de pared podemos pintar con 2,3 L de pintura?

a) ¿Qué muestra el diagrama? Explícalo.

b) ¿Cuál es la expresión matemática?

Área que se puede pintar (m²)	2,1	?
Cantidad de pintura (L)	1	2,3

• ?   • 2,3

c) ¿Cómo calcularían? Explica.

Idea de Juan

Como sé multiplicar un número decimal por uno natural, uso las técnicas de multiplicar.

$2{,}1 \cdot 2{,}3 = \boxed{?}$ $\cdot\, 10$ $:\, 10$

$2{,}1 \cdot 23 = \boxed{?}$

Idea de Sami

Lo mejor es calcular como si fueran números naturales.

$2{,}1 \cdot 2{,}3 = \boxed{?}$ $\cdot\, 10$ $\cdot\, 10$ $:\, 100$

$21 \cdot 23 = \boxed{?}$

28

Idea de Sami: *¿qué hizo Sami?* (Transformó a números naturales usando las técnicas de multiplicación) *¿Cómo las usó?* (Multiplicó por 10 ambos factores, por lo que tuvo que dividir por 100 (10 • 10) el resultado obtenido, para así obtener el resultado de la multiplicación original) *¿Qué números involucra la nueva operación de Sami?* (Dos números naturales).

Contraste las ideas invitando a los estudiantes a establecer las ventajas de cada una. Por ejemplo, que en la idea de Juan solo se transforma uno de los factores a número natural, pero también después solo se divide por 10, a diferencia de Sami, que transforma ambos números, pero después tiene que dividir por 100.

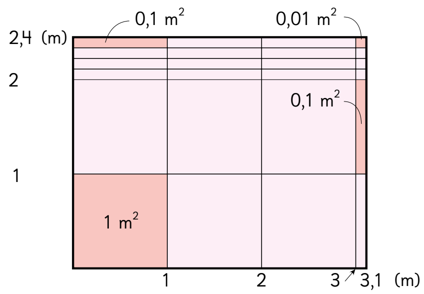
d) ¿Cómo se calculó 2,1 · 2,3 usando el algoritmo? Explica.

· 10   · 10

2,1 · 2,3		21 · 23
6 3		63
+ 4 2		+ 42
4,83	← : 100 —	483

10 por 10 es 100.

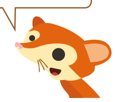
2 ¿Cuál es el área, expresada en m^2, de un jardín de flores que mide 2,4 m de ancho y 3,1 m de largo?



a) ¿Cuál es la expresión matemática?

b) Calcula usando el algoritmo.

Se puede calcular el área de un rectángulo multiplicando largo por ancho, aunque sus medidas sean números decimales.



Practica

1 Calcula usando el algoritmo.

a) 1,2 · 2,4	**c)** 8,6 · 1,3	**e)** 6,4 · 3,5
b) 2,5 · 2,8	**d)** 0,2 · 1,6	**f)** 0,8 · 2,5

Capítulo 12 ● Multiplicación y división de números decimales 2 29

12 | P. 29 | TE | **Multiplicación y división de números decimales 2**

Planificación 20 minutos

Propósito

Que los estudiantes usen el algoritmo como estrategia para resolver multiplicaciones entre números decimales.

Habilidad

Argumentar y comunicar.

Recursos

Diagrama de área (imagen de la **Actividad 2)** para presentar en la pizarra.

Gestión

Presente a los estudiantes la pregunta de la **Actividad 1 d)**. Se espera que las explicaciones consideren el desplazamiento del patrón numérico al multiplicar un número decimal por 10, y como en este caso se multiplican ambos factores por 10, el resultado tendrá que dividirse por 100. También que al multiplicar por la cifra de las decenas, el resultado parcial se comienza a escribir bajo esa posición de derecha a izquierda.

Invite a los estudiantes a resolver la **Actividad 2**. Con el fin de verificar la comprensión del problema, pregúnteles: *¿qué se quiere encontrar?* (El área del jardín de flores) *¿Qué datos conoces?* (La medida del largo y la del ancho) *¿Es posible calcular el área con estos datos?* (Sí). Luego, presénteles el diagrama de área y pídales mostrar los datos con los que se cuenta. Para la resolución de este problema, se espera que los estudiantes utilicen la fórmula de área, largo por ancho. De este modo la expresión matemática corresponde a una multiplicación entre dos números decimales, que se puede resolver aplicando el algoritmo, como se ha explicado en las actividades anteriores.

Si quiere profundizar en la comprensión de la multiplicación entre números decimales, pida a los estudiantes poner atención a la descomposición de la superficie del rectángulo comparando las áreas pintadas de rosado fuerte: 0,1 m^2, 0,01 m^2 y 1 m^2 y reconociendo cómo se obtiene cada una. Pregúnteles: *en el caso de 0,01 = 0,1 • 0,1, ¿por qué el área es menor que sus lados? ¿Ocurriría lo mismo si las medidas fueran números naturales?*

Como práctica guiada, invite a los estudiantes a resolver los ejercicios de la sección **Practica** poniendo atención al cálculo de cada multiplicación y a ubicación del resultado parcial al multiplicar por las decenas y de la coma en el resultado final.

Consideraciones didácticas

Es importante tener siempre presente que como los números decimales se rigen por un sistema de numeración decimal posicional igual que los números naturales, los algoritmos convencionales de las cuatro operaciones no varían y pueden aplicarse como en los números naturales, teniendo en consideración la ubicación de la coma en el resultado. En el caso de la multiplicación, considerando la cantidad total de dígitos que hay después de la coma en ambos factores.

12 | P. 30 | TE | **Multiplicación y división de números decimales 2**

Planificación 45 minutos

TE 30 minutos | **CA** 15 minutos

Propósito

Que los estudiantes usen el algoritmo como estrategia para resolver multiplicaciones entre números decimales.

Habilidad

Argumentar y comunicar.

Gestión

Presente a los estudiantes la pregunta de la **Actividad 3**. Se espera que las explicaciones consideren el desplazamiento del patrón numérico al multiplicar un número decimal por 10 o por 100 y, como 10 • 100 es 1 000, el resultado tendrá que dividirse por 1 000. También que al multiplicar por la cifra de las decenas, en el caso de la segunda multiplicación cuando los números son transformados en naturales, el resultado parcial se comienza a escribir bajo esa posición de derecha a izquierda.

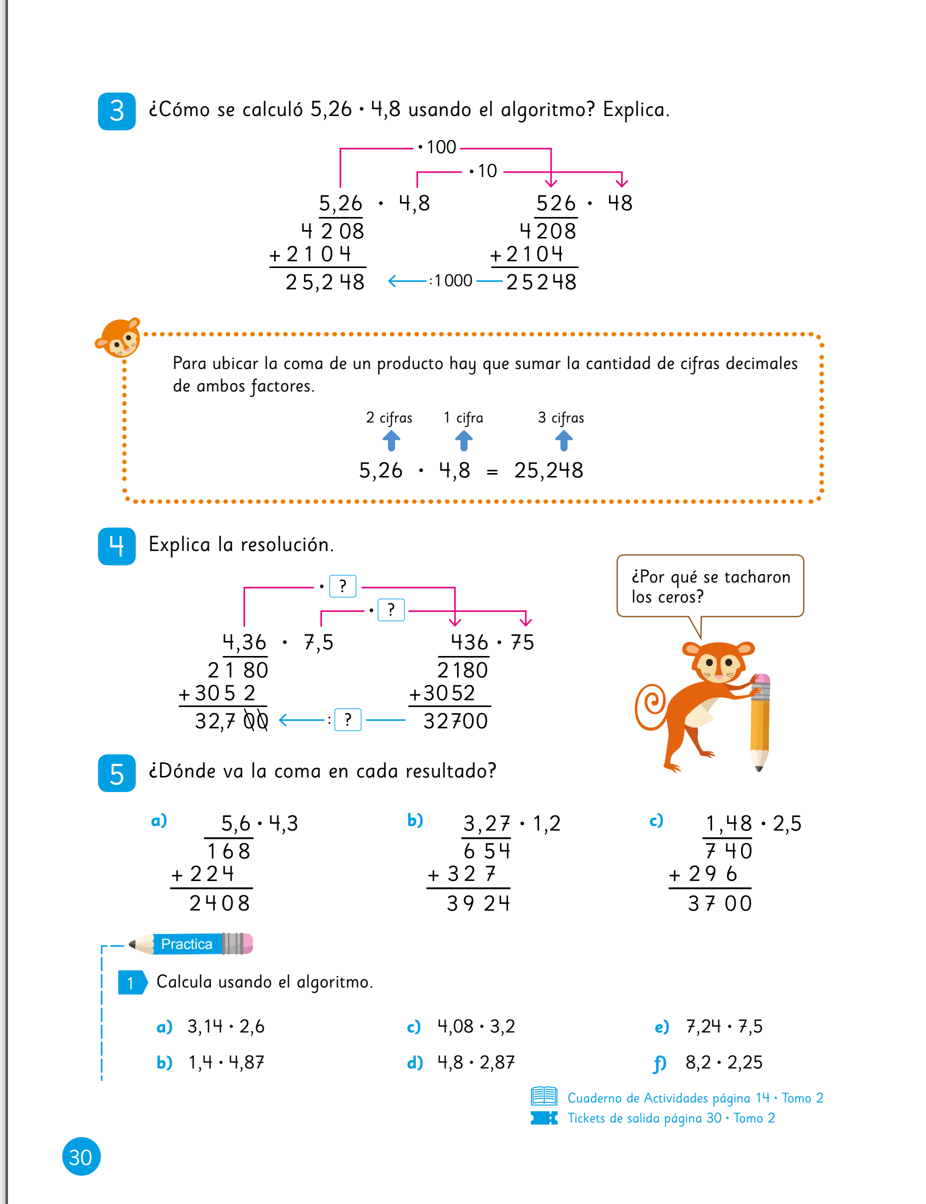
Destaque la información que se entrega en el recuadro del monito del monte, en donde se explica que se deben considerar la suma de todas las cifras que están a la derecha de la coma en cada factor.

Invite a los estudiantes a explicar la resolución de la **Actividad 4**. Es importante que reconozcan que, al igual que en la **Actividad 3**, la cantidad total de cifras a la derecha de la coma son 3, lo cual debe considerarse en el resultado final. No obstante, en este caso el dígito de los centésimos y el de los milésimos es cero, por lo que es posible no escribirlos, ya que no afecta en el número obtenido.

La **Actividad 5** permite evaluar la comprensión de lo presentado por el monito del monte, ya que se debe indicar dónde se ubica la coma, marcando así la unidad de cada número. Hay que recordar que la cantidad de cifras a la derecha de la coma está dada por la suma de cifras a la derecha de la coma de cada uno de los factores.

Como práctica guiada, invite a los estudiantes a resolver los ejercicios de la sección **Practica** poniendo atención al cálculo de cada multiplicación y a la ubicación de la coma en el resultado final.

Para finalizar, invite a los estudiantes a desarrollar como práctica independiente los ejercicios propuestos en el **Cuaderno de Actividades**.



3 ¿Cómo se calculó 5,26 • 4,8 usando el algoritmo? Explica.

5,26 • 4,8		526 • 48
4 2 08	• 100, • 10	4 208
+ 2 1 0 4		+ 2 1 0 4
2 5,2 48	: 1000	2 5 2 48

Para ubicar la coma de un producto hay que sumar la cantidad de cifras decimales de ambos factores.

2 cifras · 1 cifra · 3 cifras

5,26 • 4,8 = 25,248

4 Explica la resolución.

4,36 • 7,5		436 • 75
2 1 80	• ?, • ?	2 180
+ 3 0 5 2		+ 3 0 5 2
32,7 ~~00~~	: ?	32 700

¿Por qué se tacharon los ceros?

5 ¿Dónde va la coma en cada resultado?

a) 5,6 • 4,3 = 1 6 8 + 2 2 4 = 2 4 0 8

b) 3,27 • 1,2 = 6 54 + 3 2 7 = 39 24

c) 1,48 • 2,5 = 7 40 + 2 9 6 = 37 00

Practica

1 Calcula usando el algoritmo.

a) 3,14 • 2,6
b) 1,4 • 4,87
c) 4,08 • 3,2
d) 4,8 • 2,87
e) 7,24 • 7,5
f) 8,2 • 2,25

Cuaderno de Actividades página 14 • Tomo 2
Tickets de salida página 30 • Tomo 2

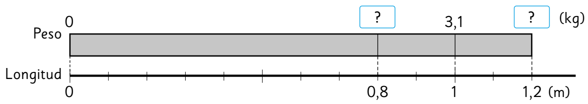
30

Cuaderno de Actividades página 14 • Tomo 2

Tickets de salida página 30 • Tomo 2

Multiplicación de números decimales menores que 1

6 Un metro de una barra de metal pesa 3,1 kg. ¿Cuánto pesan 1,2 m y 0,8 m de esta barra?



a) ¿Cuál es el peso de una barra de 1,2 m?

b) ¿Cuál es el peso de una barra de 0,8 m?

c) Comparemos el producto con los factores.

· 0,8 · 1,2

Peso (kg)	?	3,1	?
Longitud (m)	0,8	1	1,2

· 0,8 · 1,2

- Cuando uno de los factores es un número decimal **menor que 1**, el producto es menor que el otro factor.
- Cuando uno de los factores es un número decimal **mayor que 1**, el producto es mayor que el otro factor.
- Cuando ambos factores son números decimales **mayores que 1**, el producto es mayor que el factor mayor.

7 Ubica las comas en los productos y compáralos con los factores.

a) 6 · 25 = 150   0,6 · 25 = 150   **b)** 6 · 0,25 = 150   0,6 · 0,25 = 150

Practica

1 ¿Los productos serán menores o mayores que el factor de la derecha?

a) 4,2 · 0,7   **c)** 6 · 0,4   **e)** 0,8 · 30

b) 2,17 · 0,6   **d)** 14 · 0,5   **f)** 0,07 · 0,2

2 Comprueba tus respuestas anteriores calculando los productos.

Cuaderno de Actividades página 15 • Tomo 2
Ticket de salida página 31 • Tomo 2

12 | P. 31 | TE | Multiplicación y división de números decimales 2

Planificación 45 minutos

TE 30 minutos | **CA** 15 minutos

Propósito

Que los estudiantes comprendan que al multiplicar un número decimal por otro número decimal menor que 1, el resultado es menor que el otro factor decimal.

Habilidad

Argumentar y comunicar.

Recursos

Modelo de barras para la pizarra sin números (1 barra rectangular larga).

Gestión

Presente a los estudiantes la pregunta de la **Actividad 6**. Invítelos, en primera instancia, a comprender el problema que incluye dos preguntas. Para esto, pregúnteles: *¿qué se debe encontrar?* (El peso de 1,2 m de barra de metal y el peso de 0,8 m de esta misma barra) *¿Qué datos conocen?* (El peso de un metro de barra de metal) *¿Se necesita conocer más datos para resolver el problema?* (No).

Ahora, invítelos a organizar y observar la información en el modelo de barras y en la tabla de relaciones y pregúnteles: *¿cuál expresión matemática permite responder el ítem* ***6 a)****?* (1,2 • 3,1) *¿Este producto será mayor o menor que 3,1?* (Mayor, porque 1,2 m es más de 1 m, por lo tanto, pesará más de 3,1 kg) *¿Cómo lo supiste?* Se espera que los estudiantes sepan esto, ya que al observar tanto en el modelo de barras como en la tabla de relaciones, es posible visualizarlo. Haga las misma preguntas para el ítem **6 b)**: *¿cuál es la expresión matemática?* (0,8 • 3,1) *¿Este producto será mayor o menor que 3,1?* (Menor, porque 0,8 m es menor que 1 m, por lo tanto, pesará menos de 3,1 kg) *¿Cómo lo supiste?*

Sistematice lo estudiado apoyándose en el recuadro del monito del monte. Puede invitar a los estudiantes a comprobar esta regla invitándolos a calcular otras multiplicaciones que incluyan números decimales menores que 1, como por ejemplo: 4,5 • 0,3 y 0,5 • 6,1.

Continúe presentando la **Actividad 7.** En esta, los estudiantes deberán aplicar sus conocimientos respecto de la multiplicación entre números decimales para ubicar en la posición correcta la coma del resultado, y también la comparación entre números decimales para poder corroborar la regla que dice que si se multiplica por un número decimal menor que 1, el resultado es menor que el otro factor. Es importante que los estudiantes recuerden que para comparar dos números decimales, al igual que con los naturales, deben hacerlo con los dígitos que ocupan la misma posición en los números. Si observa dificultades para comparar números decimales, puede invitarlos a utilizar una tabla de valor posicional para realizar la actividad.

Como práctica guiada, invite a los estudiantes a resolver los ejercicios de la sección **Practica**. En la **Actividad 1**, no deben calcular las multiplicaciones, sino que aplicar la regla, identificando si alguno de los factores es menor que 1. En la **Actividad 2**, comprobarán las respuestas de la **Actividad 1**.

Para finalizar, invite a los estudiantes a desarrollar como práctica independiente los ejercicios propuestos en el **Cuaderno de Actividades**.

Cuaderno de Actividades página 15 • Tomo 2
Ticket de salida página 31 • Tomo 2

12 | P. 32 | TE | **Multiplicación y división de números decimales 2**

Planificación 20 minutos

Propósito

Que los estudiantes comprendan que las propiedades conmutativa y asociativa de la adición y de la multiplicación entre números naturales también se aplican a los números decimales.

Habilidad

Modelar.

Gestión

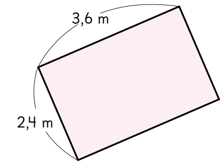
Presente a los estudiantes el nuevo tema que se trabajará. Para activar sus conocimientos, pregúnteles: *¿cuáles propiedades se cumplen para la adición y la multiplicación entre números naturales?* (Conmutatividad, asociatividad y distributividad de la multiplicación respecto de la suma y de la resta) *¿De qué trata cada una?* (Conmutativa: no importa el orden al multiplicar; Asociativa: no importa cómo se agrupen si hay tres términos; Distributiva: si hay una multiplicación de un número por una suma o una resta de otros dos, es lo mismo que si se multiplica el factor por cada uno de los términos de la suma o de la resta y se suman o restan estos resultados).

Luego, presente la **Actividad 1**. Invite a los estudiantes a calcular las multiplicaciones planteadas por Gaspar y por Ema y pregúnteles: *¿son números naturales los que se están multiplicando?* (No, son números decimales) *¿Cómo son los factores de cada operación?* (Iguales) *¿En qué se diferencian las multiplicaciones?* (En el orden de los factores) *¿Cómo son los resultados?* (Iguales) *¿Qué podrían concluir de esta información?* Se espera que los estudiantes confirmen que al igual que en la multiplicación entre números naturales, en los números decimales la conmutatividad también es válida. Esto se podría visualizar tomando el área del rectángulo y señalando que, independiente de su orientación o cuál lado se considere como largo o ancho, el área es la misma.

Pida a los estudiantes calcular las operaciones de la **Actividad 2** y verificar si tienen el mismo resultado en ambos lados de la flecha. Luego, pregúnteles: *¿obtuvieron el mismo resultado al calcular en otro orden?* (Sí) *En* ***a)*** *¿cuál cálculo les resultó más fácil? ¿Por qué?* Guíelos a identificar que la operación después de la flecha resulta más fácil de resolver ya que, al sumar primero los números que están entre paréntesis, resulta un número natural (5). Haga la misma pregunta para **b)**. En este caso, también debieran identificar que la operación después de la flecha es más fácil de resolver, ya que es una multiplicación usada frecuentemente que resulta 10.

Propiedades de las operaciones

1 Ema y Gaspar calcularon el área del rectángulo. Compara sus respuestas.



Idea de Gaspar
3,6 • 2,4 = ? m²

Idea de Ema
2,4 • 3,6 = ? m²

2 Verifica si a ambos lados de la flecha se obtiene el mismo resultado.

a) 3,8 + 2,3 + 2,7 → 3,8 + (2,3 + 2,7)

b) 1,8 • 2,5 • 4 → 1,8 • (2,5 • 4)

Propiedades de las operaciones (1)

Adición

Propiedad conmutativa
Cuando se suman 2 números, la suma es igual aunque se invierta el orden de los números.

■ + ▲ = ▲ + ■

Propiedad asociativa
Cuando se suman 3 números, la suma es igual aunque se modifique el orden al sumar.

(■ + ▲) + ● = ■ + (▲ + ●)

Multiplicación

Propiedad conmutativa
Cuando se multiplican 2 números, el producto es igual aunque se invierta el orden de los números.

■ • ▲ = ▲ • ■

Propiedad asociativa
Cuando se multiplican 3 números, el producto es igual aunque se modifique el orden al multiplicar.

(■ • ▲) • ● = ■ • (▲ • ●)

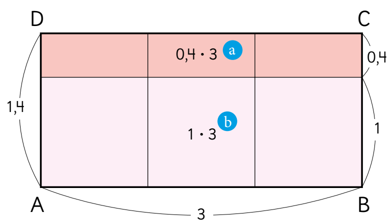
32

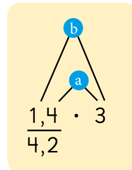
Es importante que en esta actividad destaque que la utilidad de las propiedades radica en que pueden facilitar los cálculos, ya que, por ejemplo, en la **Actividad 2 b)** es más fácil calcular 2,5 • 4 que 1,8 • 2,5.

Sistematice las propiedades conmutativa y asociativa de la suma y de la multiplicación invitando a los estudiantes a reemplazar por los números que quieran las figuras geométricas presentadas en el texto. Es importante que comprendan que se debe ubicar el mismo número en cada figura igual y que el uso de esta simbología es solo para facilitar la comprensión de las propiedades y no representa necesariamente un lenguaje matemático.

3 Explica cómo se calculó 1,4 • 3 para obtener el área del rectángulo ABCD.

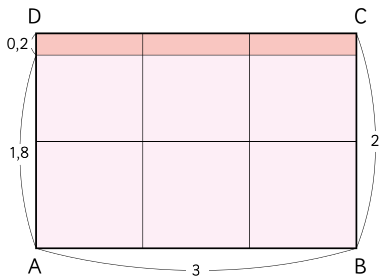
1,4 • 3 = (1 + 0,4) • 3
= 1 • 3 + 0,4 • 3





4 Explica cómo se calculó 1,8 • 3.

1,8 • 3 = (2 – 0,2) • 3
= 2 • 3 – 0,2 • 3



Propiedades de las operaciones (2)

Propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma

(■ + ▲) • ● = ■ • ● + ▲ • ●

Propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la resta

(■ – ▲) • ● = ■ • ● – ▲ • ●

12 | P. 33 | TE | Multiplicación y división de números decimales 2

Planificación 25 minutos

Propósito

Que los estudiantes comprendan que la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma y de la resta entre números naturales también se aplica a los números decimales.

Habilidad

Modelar.

Recursos

Modelo de barras para la pizarra sin números (1 barra rectangular larga).

Gestión

Presente la **Actividad 3** a los estudiantes mostrando en la pizarra la representación del rectángulo y las partes en que se divide para facilitar los cálculos. Para esto, primero muestre el rectángulo completo de largo 3 y ancho 1,4 y pregunte: *¿cuál es la expresión que permite obtener el área de este rectángulo?* (1,4 • 3). Luego, pídales determinar las expresiones que permiten calcular el área parcial de los rectángulos rosado claro y rosado oscuro (1 • 3 y 0,4 • 3). Invítelos a calcular las expresiones y a darse cuenta de que al sumar las áreas parciales, se obtiene el área total. Ahora, invítelos a explicar cómo calcularon cada área y que relacionen estas expresiones con lo que se plantea en el **Texto del Estudiante**. En la explicación también podrían decir que primero se descompuso el primer factor de acuerdo a los valores posicionales de sus dígitos y después se multiplicó cada uno de estos valores por el segundo factor y se sumaron estos resultados. En consecuencia, el cálculo corresponde a la suma del área de un rectángulo de lados 1 y 3 con uno de lados 0,4 y 3.

Es importante que destaque la prioridad del cálculo de las operaciones al realizar ejercicios combinados, que son las mismas que se aplican en la operatoria combinada entre números naturales.

Invite a los estudiantes a analizar la **Actividad 4.** Pregúnteles: *¿qué se hizo con el primer factor en este caso?* (Guíelos a comprender que es más fácil calcular 3 • 2, pero que después se debe restar lo que se agregó a 1,8, que es 3 • 0,2. Por tanto, 3 • 2 – 3 • 0,2 es equivalente a expresar 3 • (2 – 0,2)) *¿Cómo continúa el cálculo?* (Igual que el anterior, multiplicando cada valor por el segundo factor, pero restando estos productos). Utilice la representación del rectángulo para que puedan comprender que en este caso se representó un rectángulo más grande de lados 2 y 3 y se calculó su área. Luego, se calculó el área de un rectángulo de lados 3 y 0,2, que es la diferencia con el rectángulo original, y esta medida se restó a la obtenida en el cálculo anterior.

Para continuar, invítelos a calcular 1,8 • 3 y 2 • 3 – 0,2 • 3, de manera que los estudiantes puedan verificar que ambos resultados son iguales, también respetando las prioridades del cálculo en la operatoria combinada.

Destaque nuevamente que la utilidad de las propiedades radica en que pueden facilitar los cálculos.

Sistematice la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma y de la resta invitando a los estudiantes a reemplazar por los números que quieran las figuras geométricas presentadas en el texto. Es importante que comprendan que se debe ubicar el mismo número en cada figura igual y que el uso de esta simbología es solo para facilitar la comprensión de las propiedades y no representa necesariamente un lenguaje matemático.

12 | P. 34 | TE | Multiplicación y división de números decimales 2

Planificación 45 minutos

TE 30 minutos | **CA** 15 minutos

Propósito

Que los estudiantes profundicen en el estudio de las propiedades de la multiplicación entre números decimales comprendiendo que su uso facilita los cálculos.

Habilidad

Argumentar y comunicar.

Recursos

Representaciones iguales a las de las **Actividades 5 a)** y **5 b)** para presentar en la pizarra (con cortes).

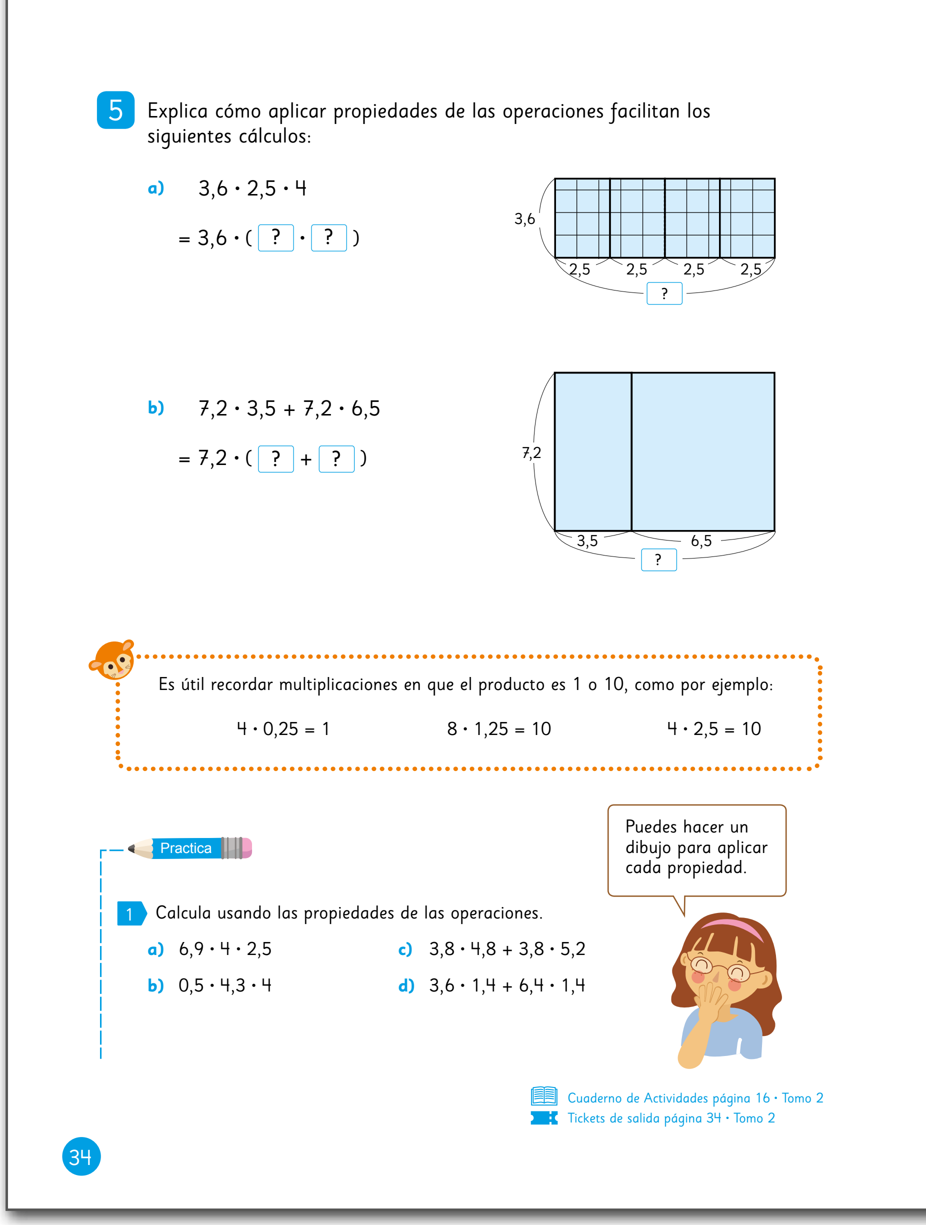
Gestión

Presente la **Actividad 5** a los estudiantes con el apoyo de las representaciones en la pizarra.

Para el desarrollo de la **Actividad 5 a)** pregúnteles: *¿qué indican los paréntesis?* (En la operatoria combinada, significa que se debe comenzar calculando las operaciones que están entre estos) *¿Qué números deben ir en* $\boxed{?}$ *?* (2,5 y 4) *¿Por qué creen que se pusieron estos números entre paréntesis?* Se espera que los estudiantes indiquen que este cálculo es más fácil que 3,6 • 2,5 y que 3,6 • 4.

Para el desarrollo de la **Actividad 5 b)** pregúnteles: *¿qué indican los paréntesis?* (En la operatoria combinada, significa que se debe comenzar calculando las operaciones que están entre estos) *¿Qué números deben ir en* $\boxed{?}$ *?* (3,5 y 6,5) *¿Por qué creen que se pusieron estos números entre paréntesis*? Se espera que los estudiantes reconozcan que al tener la suma de dos multiplicaciones con un factor común (7,2), pueden aplicar la distributividad y así obtener el cálculo de un número decimal por un número natural múltiplo de 10 (3,5 + 6,5 = 10). Esta manipulación es compleja, por lo que es fundamental que se apoyen en el modelo de áreas que se presenta en el **Texto del Estudiante** para comprenderla.

Luego de los análisis, invite a los estudiantes a reconocer la propiedad aplicada en cada caso, ya sea por su nombre o por lo que significa.



5 Explica cómo aplicar propiedades de las operaciones facilitan los siguientes cálculos:

a) $3{,}6 \cdot 2{,}5 \cdot 4$

$= 3{,}6 \cdot (\boxed{?} \cdot \boxed{?})$

b) $7{,}2 \cdot 3{,}5 + 7{,}2 \cdot 6{,}5$

$= 7{,}2 \cdot (\boxed{?} + \boxed{?})$

Es útil recordar multiplicaciones en que el producto es 1 o 10, como por ejemplo:

$4 \cdot 0{,}25 = 1$ $\quad 8 \cdot 1{,}25 = 10$ $\quad 4 \cdot 2{,}5 = 10$

Practica

1 Calcula usando las propiedades de las operaciones.

a) $6{,}9 \cdot 4 \cdot 2{,}5$

b) $0{,}5 \cdot 4{,}3 \cdot 4$

c) $3{,}8 \cdot 4{,}8 + 3{,}8 \cdot 5{,}2$

d) $3{,}6 \cdot 1{,}4 + 6{,}4 \cdot 1{,}4$

Puedes hacer un dibujo para aplicar cada propiedad.

Cuaderno de Actividades página 16 • Tomo 2
Tickets de salida página 34 • Tomo 2

34

Como práctica guiada, invite a los estudiantes a resolver los ejercicios de la sección **Practica**. Lo importante en este momento es que sepan aplicar las propiedades con el fin de facilitar los cálculos. Monitoree este trabajo aclarando las dudas que puedan surgir. Observe si, para facilitar los cálculos, aplican la propiedad asociativa en las **Actividades 1 a)** y **1 b)** y distributiva en **1 c)** y **1 d)**. Si presentan dificultades en estas dos últimas, puede apoyarlos dibujando un rectángulo de lados 3,8 y 4,8 + 5,2.

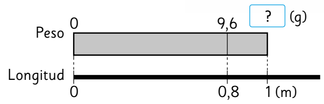
Para finalizar, invite a los estudiantes a desarrollar como práctica independiente los ejercicios propuestos en el **Cuaderno de Actividades**.

Cuaderno de Actividades página 16 • Tomo 2
Tickets de salida página 34 • Tomo 2

División entre números decimales

1 0,8 m de un cable grueso pesa 9,6 g.
¿Cuánto pesa 1 m de este cable?

a) ¿Qué muestra el diagrama? Explícalo.



b) ¿Cuál es la expresión matemática?

Peso (g)	9,6	?
Longitud (m)	0,8	1

c) ¿Cómo calcularían? Explica.

Idea de Juan

Como sé dividir un número decimal por un natural, uso técnicas de división.

$$9{,}6 : 0{,}8 = \boxed{?}$$

$\downarrow \cdot 10$ $\quad \uparrow \cdot 10$

$$9{,}6 : 8 = 1{,}2$$

Idea de Sami

Lo mejor es calcular como si fueran números naturales.

$$9{,}6 : 0{,}8 = \boxed{?}$$

$\downarrow \cdot 10$ $\quad \downarrow \cdot 10$

$$96 : 8 = 1{,}2$$

Capítulo 12 • Multiplicación y división de números decimales 2 35

12 | P. 35 | TE | Multiplicación y división de números decimales 2

Planificación 15 minutos

Propósito
Que los estudiantes busquen estrategias para calcular divisiones entre números decimales.

Habilidad
Modelar.

Recursos
Modelo de barras para presentar en la pizarra sin números (1 barra rectangular larga).

Gestión
Presente a sus estudiantes la **Actividad 1**. Invítelos a comprender el problema preguntándoles: *¿qué se debe encontrar?* (El peso de 1 m de cable) *¿Qué datos conoces?* (El peso de 0,8 m del mismo cable) *¿Son suficientes para resolver el problema?* (Sí).

Luego, pídales organizar los datos en un modelo de barras y responder la pregunta **1 a)**. Pregúnteles: *¿cuáles datos se organizaron?* (El peso del cable en gramos y la longitud del cable en metros) *¿Qué tipo de números están involucrados?* (Números naturales y números decimales).

Continúe con la **Actividad 1 b)** y pregúnteles: *mirando el modelo, ¿qué pasa con el peso cuando aumenta la longitud?* (Aumenta) *¿Cómo es posible saber cuánto pesa 0,1 m?* (Dividiendo el tramo entre 0 y 0,8 en 8 partes iguales y calculando 9,6 : 8 = 1,2) *Si cada 0,1 m pesa 1,2 g, ¿cuánto pesa 1 m?* (12 g). Luego, invítelos a ver la relación con la tabla y a reconocer la relación entre los datos. Se espera que los estudiantes expliquen que al estar representado en el modelo de barras es fácil de reconocerlo. Ahora invítelos a plantear la expresión matemática que representa el problema y permite resolverlo y pregúnteles: *¿qué tipo de números están involucrados?* (Números decimales) *¿Habían calculado divisiones entre números decimales antes?* (No).

Luego, invítelos a analizar y a explicar las ideas de Juan y Sami. Puede preguntarles:

Idea de Juan: *¿qué hizo Juan?* (Usó técnicas de división) *¿Cómo las usó?* (Multiplicó por 10 el divisor y multiplicó por 10 el resultado obtenido, para así obtener el resultado de la división original) *¿Qué números involucra la nueva operación de Juan?* (Un número decimal y un número natural) *¿Por qué creen que solo transformó un número decimal a número natural?* Se espera que los estudiantes mencionen que lo más probable es que Juan solo transformó un número decimal a natural porque la división entre un número decimal y uno natural la aprendieron en capítulos anteriores.

Idea de Sami: *¿qué hizo Sami?* (Transformó a números naturales usando las técnicas de división) *¿Cómo las usó?* (Multiplicó por 10 el dividendo y el divisor, por lo que el cociente de esta nueva división es el mismo que el de la división original) *¿Qué números involucra la nueva operación de Sami?* (Dos números naturales).

Contraste las ideas invitando a los estudiantes a establecer las ventajas de cada una. Por ejemplo, que en la idea de Juan solo se transforma el divisor a número natural multiplicando por 10, por lo tanto, el cociente que se obtiene se debe multiplicar por 10 para encontrar el original. En cambio Sami transforma el dividendo y el divisor a número natural, por lo que el cociente es el mismo.

12 | P. 36 | TE | **Multiplicación y división de números decimales 2**

Planificación 30 minutos

TE 15 minutos | **CA** 15 minutos

Propósito

Que los estudiantes utilicen el algoritmo como estrategia para calcular divisiones entre números decimales.

Habilidad

Modelar.

Gestión

Presente a sus estudiantes la **Actividad 1 d)**. Puede preguntarles: *¿qué pasa con el dividendo?* (Siempre es el mismo) *¿Qué pasa con el divisor?* (Cada vez es menor en 1 décima) *¿Y qué pasa con los cocientes?* Se espera que los estudiantes reconozcan que cada vez va siendo mayor, porque se está dividiendo en partes más pequeñas cada vez.

Sistematice esta idea con la información del recuadro del monito del monte, en la que se establece que si el divisor es menor que 1, el cociente será mayor que el dividendo, y que mientras más disminuye el divisor, más aumenta el cociente.

Invite a sus estudiantes a realizar la **Actividad 2**. Para activar sus conocimientos, puede pedirles calcular en sus cuadernos la división 9,68 : 8 usando el algoritmo y explicar el cálculo paso a paso.

Ahora, analice con sus estudiantes el recuadro en donde se presenta la resolución paso a paso usando el algoritmo para resolver una división entre números decimales. Invítelos a comparar con el cálculo de la división entre un número decimal y uno natural, como el que hicieron en sus cuadernos y pregúnteles: *¿es distinto a como se aplica entre números naturales? ¿Se diferencia en algo cuando se aplica el algoritmo entre un número decimal y uno natural?* Se espera que los estudiantes comprendan que se multiplicó el divisor por 10 para que se transformara a un número natural y que luego, con el fin de que el cociente se mantuviera, el dividendo se multiplicó por el mismo número. De este modo se obtuvo una división entre un número decimal y uno natural, como los estudiantes ya saben resolver.

d) Calcula las siguientes divisiones usando la idea de Juan o de Sami:

9,6 : 1	9,6 : 0,6	9,6 : 0,2
9,6 : 0,9	9,6 : 0,5	9,6 : 0,1
9,6 : 0,8	9,6 : 0,4	
9,6 : 0,7	9,6 : 0,3	

e) ¿Qué relación observas entre los divisores y los cocientes? Explica.

Cuando se divide un número por un número **menor que 1**, el cociente es mayor que el dividendo.

2 ¿Cómo calcularías 9,68 : 0,8 usando el algoritmo? Explica.

Cómo calcular 9,68 : 0,8 usando el algoritmo

9,68 : 0,8 → · 10 → 9,68 : 8

Se multiplica el divisor por un múltiplo de 10 para calcular con un número natural.

9,68 : 0,8 → · 10 → 96,8 : 8

Se multiplica el dividendo por el mismo múltiplo de 10 que el divisor.

96,8 : 8 = 12,1
-8
16
-16
08
- 8
0

Luego, se divide como sabemos.

Practica

1 Calcula usando el algoritmo.

a) 4,97 : 0,7 **c)** 3,2 : 0,4 **e)** 1,5 : 0,3

b) 0,96 : 0,6 **d)** 0,45 : 0,5 **f)** 0,24 : 0,8

Cuaderno de Actividades página 17 • Tomo 2
Ticket de salida página 36 • Tomo 2

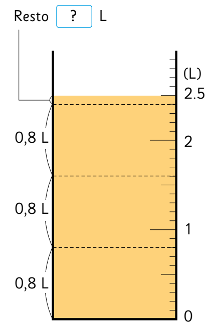
Como práctica guiada, invite a los estudiantes a resolver los ejercicios de la sección **Practica**. Lo importante es que desplacen el patrón numérico de manera que se obtengan divisiones entre un número decimal y uno natural, multiplicando tanto en el divisor como en el dividendo por el mismo número, con el fin de calcular directamente el cociente.

Para finalizar, invite a los estudiantes a desarrollar como práctica independiente los ejercicios propuestos en el **Cuaderno de Actividades**.

Cuaderno de Actividades página 17 • Tomo 2
Ticket de salida página 36 • Tomo 2

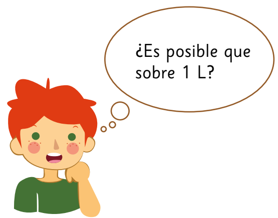
División con resto

3 Tengo 2,5 L de jugo y vertí 0,8 L en cada botella. ¿Cuántas botellas ocupé? ¿Cuántos litros de jugo me quedaron?



a) ¿Cuál es la expresión matemática?

b) Observa el siguiente cálculo, ¿qué representa el 1? Explica.



2,5 : 0,8

25 : 8 = 3
-24
1

c) ¿Cómo se debe expresar el resto para comprobar la división?

Dividendo = Divisor · Cociente + Resto
2,5 = 0,8 · 3 + ?

En la división de números decimales, la coma del resto queda en el mismo lugar que la coma original del dividendo.

2,5 : 0,8

25 : 8 = 3
-24
0,1

Practica

1 Si guardamos 8 kg de arroz en bolsas de 0,3 kg, ¿cuántas bolsas completaremos y cuántos kilogramos de arroz quedarán?

Cuaderno de Actividades página 18 • Tomo 2
Ticket de salida página 37 • Tomo 2

Capítulo 12 • Multiplicación y división de números decimales 2 37

12	P. 37	TE	Multiplicación y división de números decimales 2
Planificación 45 minutos			
TE 30 minutos	**CA** 15 minutos		

Propósito

Que los estudiantes comprendan el significado y uso del resto en divisiones entre números decimales.

Habilidad

Resolver problemas.

Recursos

Modelo de barras para presentar en la pizarra sin números (una barra larga que se pueda dividir).

Gestión

Presente a los estudiantes la **Actividad 3** y verifique la comprensión del problema preguntándoles: *¿qué se debe encontrar?* (La cantidad de botellas que se ocuparon y la cantidad de litros de jugo que sobraron) *¿Cuáles datos conoces?* (La cantidad total de jugo y la cantidad de jugo que se vertió en cada botella). A partir de esta información, invite a los estudiantes a organizarla en el modelo de barras y en una tabla de relaciones para luego plantear la expresión matemática (**3a**) y calcular. Después, pídales que respondan la pregunta **3b)**. Se espera que los estudiantes reconozcan que dado que para hacer el cálculo con naturales se multiplicó por 10 cada número, para saber el resto real, se debe calcular la décima parte de 1, es decir, 0,1. Es importante destacar que el resto siempre debe ser menor que el divisor.

A continuación, invite a los estudiantes a recordar la fórmula que permite comprobar si el cálculo de una división con resto es correcto:

cociente • divisor + resto = dividendo

e invítelos a aplicarla para comprobar el resultado obtenido. Para esto, es importante que el resto esté expresado con la coma en la ubicación correcta.

Sistematice lo trabajado explicando que en este problema el resto es 0,1 porque de los 2,5 L se ocuparon 2,4 L. Es posible que algún estudiante mencione que se puede continuar dividiendo utilizando la estrategia de agregar ceros al dividendo. En tal caso pregunte: *¿tiene sentido seguir dividiendo en el contexto de este problema?* (No, porque en cada botella se deben verter 0,8 L). Destaque la siguiente idea: el resto se debe analizar en el contexto de cada problema y evaluar si es pertinente o tiene sentido continuar dividiendo.

Como práctica guiada, invite a los estudiantes a resolver el problema de la sección **Practica** considerando todos los análisis realizados para la **Actividad 3**.

Para finalizar, invite a los estudiantes a desarrollar como práctica independiente los ejercicios propuestos en el **Cuaderno de Actividades**.

Cuaderno de Actividades página 18 • Tomo 2
Ticket de salida página 37 • Tomo 2

12 | P. 38 | TE | **Multiplicación y división de números decimales 2**

Planificación 45 minutos

TE 30 minutos | **CA** 15 minutos

Propósito
Que los estudiantes resuelvan problemas que involucran multiplicaciones y divisiones entre números decimales y números naturales.

Habilidad
Resolver problemas.

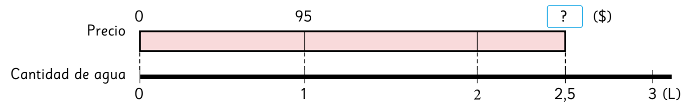
Recursos
Modelo de barras para presentar en la pizarra sin números (dos barras largas que se puedan dividir).

Gestión
Presente a los estudiantes la **Actividad 1**, que corresponde a un problema que se resuelve con una multiplicación, y pregúnteles: *¿qué se debe encontrar?* (La cantidad de dinero que se debe pagar por 2,5 L de agua) *¿Qué datos conoces?* (El precio de un litro de agua) *¿Cuál operación se relaciona con el problema?* (Multiplicación) Ahora, invítelos a organizar los datos en un modelo de barras o en una tabla de relación y pregúnteles: *¿qué expresión matemática representa el problema y permite resolverlo?* (2,5 • 95) *¿Cómo resolverán la expresión? ¿Por qué?* Favorezca que cada estudiante analice los números involucrados en la operación y decida cuál es la técnica que más le facilita el cálculo, de tal manera de evitar recurrir siempre y únicamente al algoritmo convencional.

Invite a los estudiantes a resolver el problema de la **Actividad 2**, que también corresponde a un problema que se resuelve con una multiplicación. Puede guiar la resolución comenzando por la comprensión del problema preguntándoles: *¿qué se debe encontrar?* (La cantidad de dinero que debe pagar Andrés por 2,8 L de pintura) *¿Qué datos conoces?* (El precio de un litro de pintura) *¿Cuál operación se relaciona con el problema?* (Multiplicación) Ahora, invítelos a organizar los datos en el modelo de barras o en una tabla de relación y pregúnteles: *¿qué expresión matemática representa el problema y permite resolverlo?* (2,8 • 930) *¿Cómo resolverán la expresión? ¿Por qué?* En este caso, el número natural corresponde a un múltiplo de 10, por lo que es posible que algunos estudiantes apliquen el algoritmo u otra técnica de cálculo sin considerarlo y lo agreguen al resultado.

Resolviendo problemas

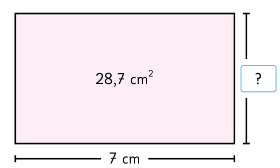
1 Un litro de agua cuesta $95. ¿Cuánto se debe pagar por 2,5 L de agua?



Precio ($)	95	?
Cantidad de agua (L)	1	2,5

2 Andrés necesita comprar 2,8 L de pintura. Cada litro de pintura cuesta $930. ¿Cuánto debe pagar por la pintura que necesita comprar? Organiza la información en un esquema y resuelve.

3 ¿Cuánto mide el otro lado del rectángulo, si su área es de 28,7 cm²?



Cuaderno de Actividades página 19 • Tomo 2
Ticket de salida página 38 • Tomo 2

38

Continúe presentando la **Actividad 3**. En este caso, también corresponde a un problema, pero que se resuelve con una división. Comience por la comprensión del problema preguntándoles: *¿qué se debe encontrar?* (La medida del ancho del rectángulo) *¿Qué datos conoces?* (El área y la medida del largo) *¿Son suficientes estos datos?* (Sí) *¿Cuál operación se relaciona con el problema?* (División) Se espera que apliquen la fórmula de cálculo de área, largo por ancho, con la que se busca la medida del ancho. Pregúnteles: *¿qué expresión matemática representa el problema y permite resolverlo?* (28,7 : 7) *¿Cómo resolverán la expresión? ¿Por qué?* Podría utilizar cualquiera de las técnicas de cálculo estudiadas.

Para finalizar, invite a los estudiantes a desarrollar como práctica independiente los ejercicios propuestos en el **Cuaderno de Actividades**.

Cuaderno de Actividades página 19 • Tomo 2
Ticket de salida página 38 • Tomo 2

Uso de calculadora

1 Si tienes la oportunidad de usar la calculadora solo dos veces, ¿cuáles operaciones resolverías y por qué?

a) 5 • 0,2
b) 1 : 0,5
c) 397,83 • 2,11
d) 6,25 : 0,5
e) 3,85 • 30
f) 578,12 : 13,2

Para digitar un número decimal en la calculadora, debes presionar el **punto** en el lugar de la **coma**.

Practica

1 Calcula usando la calculadora.

a) 3,86 • 2,68
b) 93,12 • 3,9
c) 789,42 • 13,3
d) 46,35 • 6,7
e) 95,3 • 3,33
f) 398,1 : 1,77
g) 68,5 : 20,6
h) 47,23 : 1,08
i) 0,099 : 1,2
j) 0,15 : 0,08

Cuando los números tienen muchas cifras, te puedes ayudar con una calculadora.

12 | P. 39 | TE | **Multiplicación y división de números decimales 2**

Planificación 15 minutos

Propósito

Que los estudiantes decidan qué cálculos requieren del uso de la calculadora y cuáles pueden hacer de manera mental.

Habilidad

Resolver problemas.

Recursos

Una calculadora para cada estudiante si es posible (de bolsillo, de celular o del computador).

Gestión

Comience invitando a los estudiantes a explorar una calculadora y plantee preguntas: *¿para qué sirve una calculadora? ¿Cómo se utiliza? ¿La han usado anteriormente? ¿Para qué tipo de cálculos?*, entre otras.

Luego, invítelos a resolver algunas operaciones entre números naturales que justifiquen el uso la calculadora, como, por ejemplo, adiciones y sustracciones que involucren números de más de 6 dígitos y sin ceros; multiplicaciones entre números de más de 2 dígitos; y divisiones de números de más de 3 dígitos por números de más de 1 dígito.

Continúe invitando a los estudiantes a responder la pregunta de la **Actividad 1**. Pídales analizar cada una de las operaciones explicando primero aquellos cálculos que no realizarían con calculadora. Por ejemplo, **a)** 5 • 0,2 y **b)** 1 : 0,5, ya que se pueden hacer de manera mental y es posible que los estudiantes los sepan de memoria, por lo que no tendría sentido hacerlos con calculadora, ya que más se demorarán en teclear los números, que en realizar el cálculo mentalmente. Luego, la multiplicación propuesta en **c)** tiene números con mayor cantidad de dígitos y en **e)** uno de los factores es múltiplo de 10, por lo que **c)** sería más compleja de calcular y se justificaría el uso de calculadora. En tanto, en las divisiones **d)** y **f)** también se podría considerar que **f)**, por la cantidad de dígitos de los números involucrados, es más compleja y el uso de calculadora facilitaría este cálculo, y **d)** se podría realizar de manera mental.

Ahora, invite a los estudiantes a resolver las operaciones de las actividades **c)** y **f)** con sus calculadoras, si es posible. Pregúnteles: *¿en qué orden se deben registrar en la calculadora los números involucrados en cada operación?* Se espera que en este caso se den cuenta de que, al igual que en un cálculo escrito, en las multiplicaciones no importa el orden, pero en las divisiones sí. Destaque que al teclear cada número decimal, deben marcar la coma o punto según la calculadora que se tenga.

Como práctica guiada, invite a los estudiantes a resolver la sección **Practica**. Puede invitarlos a escribir los resultados parciales, como si se estuviera aplicando el algoritmo para resolver, ya que de esta manera puede evaluar el aprendizaje de los contenidos de este capítulo.

12 | P. 40 | TE | **Multiplicación y división de números decimales 2**

Planificación 30 minutos

TE 15 minutos	**CA** 15 minutos

Propósito

Que los estudiantes ejerciten el cálculo de multiplicaciones y divisiones entre números naturales y números decimales y entre números decimales.

Habilidad

Resolver problemas.

Gestión

Invite a los estudiantes a resolver los ejercicios presentados. Puede pedir que los resuelvan todos, y luego en una plenaria revisar y aclarar dudas, o puede pedir que los resuelvan uno a uno e ir revisando en conjunto.

En el **Ejercicio 1** los estudiantes deben calcular multiplicaciones y divisiones entre números naturales y números decimales y entre números decimales. En estas deben prestar especial atención en la ubicación de la coma en los resultados. Si aún hay dificultades en esta tarea, puede recurrir a la utilización de una estrategia de cálculo distinta con el fin de contrastar los resultados.

En el **Ejercicio 2** se espera que los estudiantes apliquen la fórmula de cálculo del área de un rectángulo, largo por ancho, planteando así una multiplicación entre dos números decimales.

En el **Ejercicio 3** se debe plantear una división para resolver el problema. En este caso, el divisor es menor que 1, por lo que el resultado será mayor que el dividendo. De manera previa, pida a los estudiantes estimar el resultado considerando esta regla. También puede ser una forma de evaluar si el resultado obtenido se acerca al correcto.

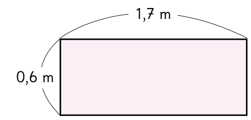
En el **Ejercicio 4** también se debe plantear una división para resolver el problema. Pero en este caso, a diferencia del anterior, se debe interpretar el resto. Es importante que los estudiantes comprendan que hay situaciones en que no tiene sentido seguir dividiendo el resto y se debe reconocer cuánto queda. La ubicación de la coma es fundamental en este caso. Para comprobar sus respuestas, puede invitarlos a aplicar la fórmula de comprobación del resultado de una división.

EJERCICIOS

1 Calcula.

a) 50 • 4,3	d) 0,8 • 6	g) 26 • 3,2	j) 46,6 : 0,2
b) 31 • 5,2	e) 6,2 • 30	h) 0,6 • 0,8	k) 93,5 : 0,9
c) 1,5 • 3,4	f) 0,3 • 0,25	i) 1,26 • 2,3	l) 83,5 : 5

2 ¿Cuál es el área del rectángulo?



3 Si 0,8 m de un cable pesan 4,8 kg, ¿cuánto pesa 1 m?

4 Vertí 3,4 de L de jugo en vasos de 0,8 L cada uno. ¿Cuántos vasos ocupé?, ¿cuántos litros de jugo me sobraron?

5 ¿Es menor, mayor o igual?

a) 3,5 • 3,5 ? 3,5	c) 3,5 • 0,1 ? 3,5
b) 0,9 • 3,5 ? 3,5	d) 3,5 • 1 ? 3,5

6 Escoge entre los siguientes números y crea problemas de multiplicación y de división de números decimales. Luego, intercambia con tus compañeros y resuelvan.

1,5 7 0,8 30 2,3 5

Cuaderno de Actividades página 20 • Tomo 2
Ticket de salida página 40 • Tomo 2

40

En el **Ejercicio 5** no se espera que los estudiantes calculen, ya que el objetivo es que apliquen la regla que dice que si uno de los factores es un número decimal menor que 1, el producto es menor que el otro factor; en cambio, si ninguno de los factores es menor que 1, el producto es mayor que el factor mayor.

En el **Ejercicio 6** es importante que los estudiantes creen problemas en que las cantidades involucradas tengan sentido. Por ejemplo:

- Una botella contiene 2,3 L de aceite, ¿cuántos litros hay en 7 botellas iguales?
- Se tienen 30 L de aceite y se quieren envasar en botellas de 1,5 L, ¿para cuántas botellas alcanza?

Para finalizar, invite a los estudiantes a desarrollar como práctica independiente los ejercicios propuestos en el **Cuaderno de Actividades**.

Cuaderno de Actividades página 20 • Tomo 2
Ticket de salida página 40 • Tomo 2

PROBLEMAS

1. Un metro de cinta cuesta $90. ¿Cuánto cuestan 3,2 m? ¿Cuánto cuestan 0,6 m?

2. Por error, en lugar de multiplicar, Juan sumó 2,5 a un número y obtuvo como resultado 12,3. ¿Cuál es la respuesta para el problema original?

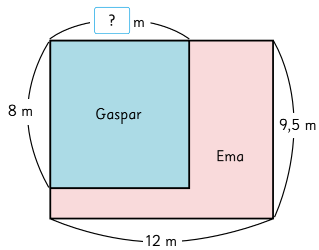
3. Calcula aplicando propiedades de las operaciones.

   a) 0,5 • 5,2 • 8 **b)** 2,8 • 15

4. ¿Cómo se calcula 3,26 • 1,4 usando el producto de 326 • 14? Explica.

5. Gaspar y Ema delimitan un área en dos partes, como se muestra en la imagen.

   ¿Cuál es la medida de $\boxed{?}$ para que las dos áreas sean iguales?



6. Crea diferentes multiplicaciones con dos números decimales usando 4 de las siguientes cartas.

   2 3 5 6 7 8

   $\square,\square \cdot \square,\square$

   a) ¿Cuál es la multiplicación con el mayor resultado posible?

   b) ¿Cuál es la multiplicación con el menor resultado posible?

Cuaderno de Actividades página 21 • Tomo 2

12 | P. 41 | TE | **Multiplicación y división de números decimales 2**

Planificación 45 minutos

TE 30 minutos | **CA** 15 minutos

Propósito
Que los estudiantes profundicen en el estudio del cálculo de multiplicaciones y divisiones entre números naturales y números decimales y entre números decimales.

Habilidad
Resolver problemas.

Gestión
Invite a los estudiantes a resolver los problemas presentados. Puede pedir que los resuelvan todos y luego en una plenaria revisar y aclarar dudas, o puede pedir que los resuelvan uno a uno e ir revisando en conjunto.

En el **Problema 1** se debe calcular una multiplicación para obtener el valor para las distintas cantidades de metros de cinta. Es importante que en el cálculo la coma del resultado sea ubicada en la posición que le corresponde.

En el **Problema 2** se tienen dos pasos. Primero se debe encontrar "el número" al que Juan le sumó 2,5 por medio de una sustracción. Y luego, se debe calcular el resultado del problema original, que es una multiplicación. Es importante que al calcular la sustracción, las comas se alineen para encontrar el resultado correcto; y que en la multiplicación la coma del resultado se ubique según la suma de la cantidad de cifras a la derecha de la coma de los factores.

En el **Problema 3** el objetivo es que la aplicación de las propiedades de la multiplicación facilite el cálculo de las operaciones. Por lo cual en **a)** se debería aplicar la propiedad asociativa y comenzar calculando 0,5 • 8, que es 4, y luego multiplicar este número por 5,2. De este modo la multiplicación sería entre un número natural y un decimal. En tanto, en **b)** 2,8 se puede descomponer en 2 + 0,8 y aplicar la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma.

En el **Problema 4** se espera que los estudiantes apliquen la regla para ubicar la coma del producto explicando que en el resultado de la multiplicación entre número naturales se debe contar, de derecha a izquierda, tantos dígitos como la suma de los dígitos a la derecha de ambos factores.

El **Problema 5** es un problema complejo que se resuelve utilizando la multiplicación y la división con números naturales y decimales y aplicando la fórmula de área, multiplicar largo por ancho. Se debe comenzar calculando el área total (12 • 9,5) y dividir en 2 esta medida para luego plantear una división entre esta medida y la medida del lado conocido del rectángulo de menor tamaño.

En el **Problema 6** asegúrese de que no usen los números repetidos. Es importante que los estudiantes se den cuenta de que mientras más grandes son los números decimales que se multiplican, mayor es el producto y viceversa.

Para finalizar, invite a los estudiantes a desarrollar como práctica independiente los ejercicios propuestos en el **Cuaderno de Actividades**.

Cuaderno de Actividades página 21 • Tomo 2

Capítulo 13 | Área de cubos y paralelepípedos

10 horas pedagógicas

Visión general

Este capítulo se encuentra articulado con el capítulo 7 de 5° básico: "Paralelismo y perpendicularidad en figuras de dos y tres dimensiones". Se vuelven a estudiar los prismas y los cubos, esta vez relacionando las redes y los cuerpos geométricos. A través de las redes se relaciona el cálculo del área de cuadrados y rectángulos con el área de paralelepípedos y cubos. Estas experiencias permitirán a los estudiantes comprender cómo calcular el área de los prismas a partir de la medida de sus aristas. Durante el desarrollo del capítulo se plantean problemas enfocados en el cálculo del área de los prismas, y posteriormente se plantean problemas en los cuales, una vez conocida el área del cuerpo, se debe deducir la medida de sus caras o aristas.

Objetivos de Aprendizaje del capítulo

OA13: Demostrar que comprenden el concepto de área de una superficie en cubos y paralelepípedos calculando el área de sus redes (plantillas) asociadas.
OA18: Calcular la superficie de cubos y paralelepípedos expresando el resultado en cm^2 y m^2.

Aprendizajes

- Cálculo del área de rectángulos y cuadrados.
- Identificar características de las caras y aristas de paralelepípedos y cubos.
- Adición, sustracción y multiplicación con números decimales.

Actitud

- Manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico.
- Expresar y escuchar ideas de forma respetuosa.

13 | P. 42 | TE | Área de cubos y paralelepípedos

Planificación 45 minutos

Propósitos

- Que los estudiantes comprendan las características de rectángulos y cuadrados que permiten formar un paralelepípedo, distinguiendo figuras planas de las de 3 dimensiones.
- Que los estudiantes apliquen y relacionen el cálculo del área de cuadrados y rectángulos con el cálculo del área de paralelepípedos.

Habilidad

Representar / Resolver problemas / Argumentar y comunicar.

Recursos

- 2 cajas con forma de paralelepípedo, una de ella con 2 caras cuadradas.
- Set de rectángulos del **Cuaderno de Actividades** pág. 77.
- Regla, escuadra, tijeras y cinta adhesiva.

Gestión

Comience la clase mostrando las 2 cajas para que recuerden las características de los paralelepípedos y pregunte: *¿qué forma tienen las caras? ¿Cuántas caras tienen?* Explique que van a desarrollar la **Actividad 1** que consiste en armar una caja a partir de cuadrados y/o rectángulos.

13 Área de cubos y paralelepípedos

Redes de paralelepípedos

1 Usando los cuadrados y rectángulos disponibles, formen una caja con la mayor área posible.

Recorta en el Cuaderno de Actividades página 77 • Tomo 2

a) ¿Cuántas caras tienen las cajas que armaron?

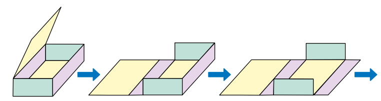
b) ¿Cuál es la caja de mayor área?

El **paralelepípedo o prisma rectangular** es una figura de tres dimensiones (3D) formada por 6 caras que son cuadrados o rectángulos. Las caras opuestas tienen la misma forma y tamaño.

2 Desarmen las cajas cortando algunos bordes y manteniendo unidas las caras.

a) Comparen las formas obtenidas. ¿Son iguales?

b) Peguen una de las caras en el cuaderno para que puedan armar el paralelepípedo cuando lo necesiten.



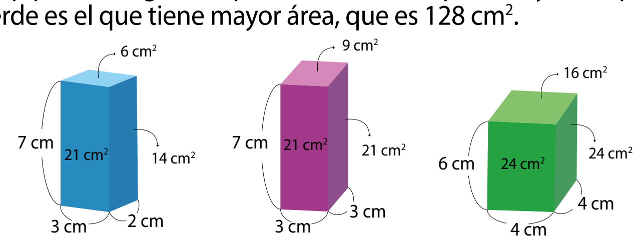
Ticket de salida página 42 • Tomo 2

42

El desafío es formar el paralelepípedo de mayor área. Explique que deben unir con cinta adhesiva las figuras que recortarán del **Cuaderno de Actividades**.

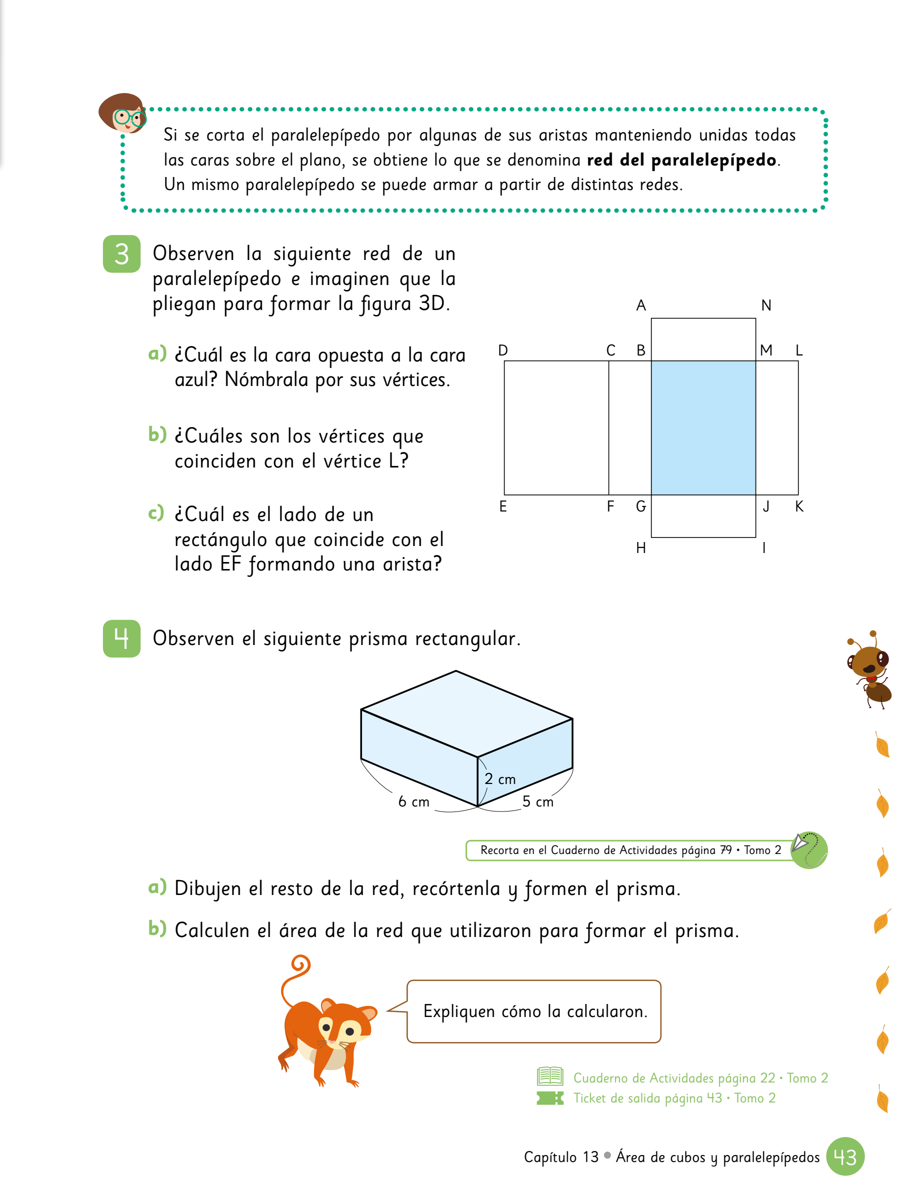
Promueva que comparen los prismas que construyeron preguntando: *la caja que tiene una de las aristas más corta que las otras, ¿es la que tiene menor área? ¿Por qué?*

Sistematice solicitando que lean el recuadro con la definición de paralelepípedo. Luego, compare el área de los prismas y verifique que el verde es el que tiene mayor área, que es 128 cm^2.



Pídales desarrollar la **Actividad 2** para que visualicen que al desplegar las caras del cuerpo se forma una figura plana compuesta por rectángulos y/o cuadrados (red), y que al plegarla se vuelve a formar el cuerpo. Solicíteles que peguen una de las caras en el cuaderno para que lo puedan armar cuando lo necesiten.

Ticket de salida página 42 • Tomo 2


Si se corta el paralelepípedo por algunas de sus aristas manteniendo unidas todas las caras sobre el plano, se obtiene lo que se denomina **red del paralelepípedo**. Un mismo paralelepípedo se puede armar a partir de distintas redes.

3 Observen la siguiente red de un paralelepípedo e imaginen que la pliegan para formar la figura 3D.

a) ¿Cuál es la cara opuesta a la cara azul? Nómbrala por sus vértices.

b) ¿Cuáles son los vértices que coinciden con el vértice L?

c) ¿Cuál es el lado de un rectángulo que coincide con el lado EF formando una arista?

4 Observen el siguiente prisma rectangular.

Recorta en el Cuaderno de Actividades página 79 • Tomo 2

a) Dibujen el resto de la red, recórtenla y formen el prisma.

b) Calculen el área de la red que utilizaron para formar el prisma.

Cuaderno de Actividades página 22 • Tomo 2
Ticket de salida página 43 • Tomo 2

Capítulo 13 • Área de cubos y paralelepípedos 43

13	P. 43 | TE | **Área de cubos y paralelepípedos**	
Planificación 45 minutos		
TE 30 minutos	**CA** 15 minutos	

Propósitos

- Que los estudiantes comprendan el concepto de red y relacionen los lados y vértices de los cuadrados y rectángulos que la forman con las aristas y vértices del paralelepípedo.
- Que los estudiantes apliquen y relacionen el cálculo del área de cuadrados y rectángulos con el cálculo del área de paralelepípedos.

Habilidad

Representar / Argumentar y comunicar.

Recursos

Red para recortar de la página 79 del **Cuaderno de Actividades**.

Gestión

Recuerde la clase anterior preguntando: *¿qué figura armamos? ¿Cuántas caras tiene un paralelepípedo? ¿Qué forma pueden tener las caras? Para formar los prismas rectangulares usaron cuadrados y rectángulos, ¿en qué se fijaron para lograr que se formara un prisma? ¿Cuántas aristas tiene un prisma rectangular?*

Pídales que lean el recuadro y que lo interpreten teniendo como referencia la figura que pegaron en el cuaderno en la clase anterior. Plantee preguntas que contribuyan a que comprendan el concepto de red: *¿cómo se forma una red de un prisma rectangular? ¿Cuántos rectángulos o cuadrados tiene la red? ¿Qué hay que hacer para pasar de la red al prisma y del prisma a la red? Si se desarma un prisma rectangular cortando por sus aristas, y luego desplegando las caras ¿las redes que se forman son siempre iguales?*

Pídales desarrollar la **Actividad 3** y que respondan en el cuaderno. Monitoree observando si encuentran la cara opuesta y los lados y vértices de las figuras que al plegar coinciden con los vértices y aristas del prisma rectangular. Sistematice distinguiendo entre lados y aristas y señalando que los paralelepípedos tienen 3 pares de caras opuestas.

Proponga que desarrollen la **Actividad 4** completando, en el **Cuaderno de Actividades**, la red del paralelepípedo. Indique que la dibujen, la recorten y verifiquen que se forma el cuerpo. Monitoree observando si relacionan la medida de las aristas con la de los lados de los rectángulos de la red. Sistematice destacando que la red tiene dos rectángulos de 6 cm • 5 cm, uno de ellos rodeado por dos tipos de rectángulos, de 2 cm • 5 cm y de 2 cm • 6 cm. Pídales pintar en la red las caras que cree que son opuestas y verificar si lo son al ensamblar el prisma. Pregunte: *¿cuánto mide el área del prisma?* Pida que escriban sus cálculos en el cuaderno.

Consideraciones didácticas

En las dos primeras clases de este capítulo el énfasis está en la relación del paralelepípedo y la red. Las actividades promueven que los estudiantes distingan que la red es una representación plana (2D) y que al plegarla se forma el prisma. Para lograr una comprensión profunda de la relación entre red y cuerpo se debe tener en cuenta lo siguiente.

- Que al armar y desplegar paralelepípedos los lados de las figuras planas se convierten en aristas, y viceversa.
- Que un paralelepípedo se puede armar con distintas redes.

Cuaderno de Actividades página 22 • Tomo 2
Ticket de salida pagina 43 • Tomo 2

13 | P. 44 | TE | **Área de cubos y paralelepípedos**

Planificación 45 minutos

Propósitos

- Que los estudiantes comprendan el concepto de red y relacionen los lados y vértices de los cuadrados y rectángulos que la forman con las aristas y vértices del paralelepípedo.
- Que los estudiantes apliquen y relacionen el cálculo del área de cuadrados y rectángulos con el cálculo del área de paralelepípedos.

Habilidad

Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

Comience recordando lo visto en la clase anterior y pregunte: *¿cómo calcularon el área del paralelepípedo que armaron a partir de una red?* Registre en la pizarra las respuestas de los estudiantes, y luego proponga que desarrollen la **Actividad 4 c)** pidiendo que comparen los procedimientos utilizados por ellos con los propuestos en el texto.

Sistematice la comparación de los procedimientos a través de preguntas que permitan relevar que los tres tienen en común la identificación de rectángulos para descomponer la red y calcular el área de cada rectángulo a partir de la medida de sus lados. Las ideas de Sofía y Sami se caracterizan porque los rectángulos considerados corresponden a las caras del prisma rectangular. La idea de Sami se debe destacar preguntando a los estudiantes: *¿por qué calculó el área de solo 3 rectángulos si la red está formada por 6?*

Posteriormente, proponga desarrollar la **Actividad 5** solicitando que cada estudiante imagine plegar mentalmente cada red y evaluar con cuáles se puede armar el prisma rectangular.

Sugiera que elijan una cara de referencia y mentalmente plieguen las caras adyacentes recurriendo a movimientos de sus manos para simular los dobleces. Si es necesario, proponga que dibujen las redes en papel cuadriculado, las recorten y verifiquen si se logra armar el prisma.

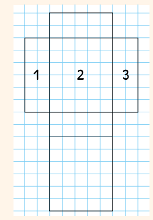
Desafíelos a que desarrollen la **Actividad 5 b)**. Monitoree su trabajo y reproduzca en la pizarra las diferentes redes que hayan encontrado. Para que las comparen, pregunte: *¿qué tienen en común?*

Finalmente, solicíteles calcular el área del cuerpo utilizando el procedimiento de Sami para verificar que lo han comprendido.

c) Comparen sus procedimientos con los utilizados por Gaspar, Sofía y Sami.

Idea de Gaspar

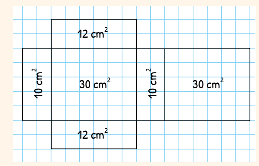
Para calcular el área, me fijé que la red está formada por 3 rectángulos: dos de 6 cm · 2 cm y uno de 5 cm · 16 cm.



Idea de Sofía

La red está formada por 6 rectángulos.

Calculé el área de cada rectángulo y luego las sumé. El área de la red es 104 cm^2.

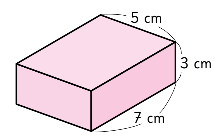


Idea de Sami

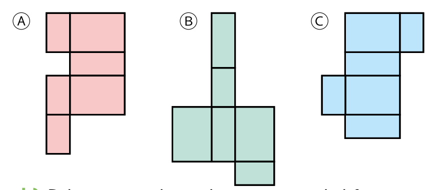
En la red hay 3 pares de rectángulos iguales.

Calculé el área de los 3 rectángulos distintos: 6 cm · 2 cm; 2 cm · 5 cm y 6 cm · 5 cm, las sumé y el resultado lo multipliqué por 2.

5 Observen el siguiente prisma rectangular:



a) ¿Con cuáles de estas redes se puede formar?



b) Dibujen en el cuaderno una red diferente para formarlo.

c) ¿Cuánto mide el área de este paralelepípedo?

Ticket de salida página 44 • Tomo 2

44

Consideraciones didácticas

En esta clase se sistematiza el trabajo realizado hasta el momento, enfocado a calcular el área de un prisma rectangular relacionando sus caras con los rectángulos o cuadrados que forman la red. Se debe enfatizar que los paralelepípedos tienen 3 pares de caras iguales, que corresponden a las caras opuestas. Esta propiedad es fundamental para que en las clases siguientes calculen el área del cuerpo sin tener que recurrir a su red.

Ticket de salida página 44 • Tomo 2

d) Comparen sus procedimientos con los utilizados por Ema y Matías.

Idea de Ema

El paralelepípedo está formado por 6 caras con forma de rectángulos. Calculé el área de cada cara y luego las sumé.

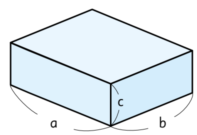
Idea de Matías

El parelelepípedo tiene las caras opuestas iguales.

Calculé el área de las 3 caras distintas: 7 cm · 3 cm; 7 cm · 5 cm y 3 cm · 5 cm, las sumé y el resultado lo multipliqué por 2.

El área de un paralelepípedo de largo **a**, ancho **b** y alto **c** se obtiene calculando el área de cada una de sus caras. Como el paralelepípedo tiene 3 pares de caras iguales, el área se puede calcular de la siguiente manera:

Área $= 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b \cdot c + 2 \cdot a \cdot c = 2\ (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$

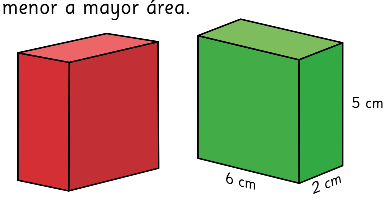


Practica

1 Los dos paralelepípedos tienen el mismo tamaño.

a) Si uno se pone encima del otro, ¿cuál es el área de los 3 paralelepípedos que es posible formar?

b) Ordénalos de menor a mayor área.



Cuaderno de Actividades página 23 • Tomo 2
Ticket de salida página 45 • Tomo 2

Capítulo 13 • Área de cubos y paralelepípedos 45

13 | P. 45 | TE | Área de cubos y paralelepípedos

Planificación 45 minutos	
TE 20 minutos	**CA** 25 minutos

Propósitos
Que los estudiantes se apropien de una fórmula para calcular el área de un prisma rectangular o paralelepípedo.

Habilidad
Representar / Resolver problemas / Argumentar y comunicar.

Recursos
Prisma rectangular o caja de leche o similar.

Gestión
Comience recordando lo realizado en la clase anterior y pregunte: *¿cómo calcularon el área del paralelepípedo usando la estrategia de Sami? ¿Por qué calcularon el área solo de 3 rectángulos? ¿Por qué la suma de las áreas de estas caras se multiplica por dos para calcular el área del paralelepípedo?*

Proponga que desarrollen la **Actividad 5 d)** pidiendo que comparen el procedimiento de Sami con los utilizados por Ema y Matías. Una vez que los estudiantes hayan comparado los procedimientos expuestos, promueva que los expliquen utilizando como referencia un prisma rectangular o una caja de leche o algo similar.

Destaque de la idea de Matías que los pares de caras opuestas tienen la misma forma y tamaño, lo que facilita el cálculo del área del prisma.

Pídales leer y escribir en el cuaderno la información del recuadro que sistematiza el cálculo del área de un paralelepípedo. Enfatice la interpretación de la fórmula del área solicitando que expliquen qué significa cada término.

Finalmente, pida que desarrollen las actividades de la sección **Practica**, en la que tienen que comparar las áreas de los distintos paralelepípedos que se pueden formar al poner dos paralelepípedos iguales, uno encima del otro. Promueva que los estudiantes identifiquen las medidas de las aristas de los cuerpos que se forman y que las utilicen para calcular el área de cada uno de ellos. Llévelos a reflexionar respecto al efecto del tamaño de la cara por la cual se unen los paralelepípedos sobre el área del cuerpo que se forma. Pregunte: *¿por cuál cara hay que juntar los cuerpos para que se forme el prisma de mayor área? ¿Y el de menor área?*

Consideraciones didácticas
En esta clase se introduce la fórmula para calcular el área de un paralelepípedo, lo cual corresponde a la síntesis del proceso desarrollado en las clases anteriores. La generalización que se logra con la fórmula debe estar sustentada en la comprensión de la relación entre las expresiones algebraicas y los elementos del paralelepídedo:

- a, b y c representan las medidas de las aristas del paralelepípedo.
- $a \cdot b$, $b \cdot c$ y $c \cdot a$ representan las áreas de las caras distintas.
- $2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b \cdot c + 2 \cdot c \cdot a$ corresponde al área del paralelepípedo, ya que las caras opuestas son iguales.

Cuaderno de Actividades página 23 • Tomo 2
Ticket de salida pagina 45 • Tomo 2

13 | P. 46 | TE | **Área de cubos y paralelepípedos**

Planificación 45 minutos

Propósito

Que los estudiantes comprendan que el cubo es un tipo particular de paralelepípedo en el que sus seis caras son iguales.

Habilidad

Representar / Argumentar y comunicar.

Recursos

Hojas de papel o cartulina y tijeras.

Gestión

Comience la clase con la **Actividad 1** preguntando: *¿qué tipo de cuerpo se podrá formar con esta red?* Si algunos estudiantes responden que será un paralelepípedo, acepte su respuesta, pero advierta que es un paralelepípedo, particular. *¿Qué tiene de especial?* Una vez que hayan expresado que todas sus caras, o que todas sus aristas, son iguales y que se llama cubo, pregunte: *¿qué objetos con forma de cubo conocen?*

Proyecte o dibuje en la pizarra la red y proponga que se imaginen que la han recortado. Pida que hagan predicciones sobre qué vértices y qué lados se juntarán al armar el cubo.

Pregunte qué pensaron para desarrollar la **Actividad 1 b)**. Si no les resulta fácil explicarlo, pregunte: *¿con qué vértice se juntará el vértice L? ¿Y el vértice K?*

Análogamente, en la **Actividad 1 c)** pregunte: *¿con qué lado se juntará el lado FG para formar una arista? ¿Y el GH? ¿Y el HI?*

Organice la **Actividad 1 d)**, la que resultará muy útil para comprobar las respuestas dadas a las preguntas anteriores si designan los vértices como en el modelo. Pueden dibujar la red sobre una hoja cuadriculada contando cuadraditos.

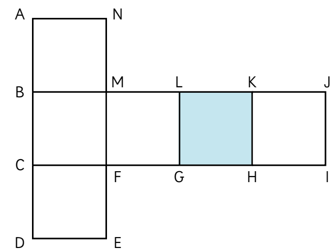
Comente lo que dice el recuadro. Pregunte, por ejemplo: *¿cuáles son las tres dimensiones?* Luego, indique que anoten en su cuaderno la información dada en el recuadro.

Insista en el desafío de armar mentalmente una red a propósito de la **Actividad 2 a)**. Sugiera que muevan sus manos para simular los dobleces. Si no logran ponerse de acuerdo sobre alguna de las redes, proponga que la dibujen en papel cuadriculado y la armen.

Finalmente, pida que desarrollen la **Actividad 2 b)**. Monitoree su trabajo y reproduzca en la pizarra las diferentes redes que hayan encontrado. Pregunte: *¿qué tienen en común?* para que las comparen.

Área de cubos

1 Si arman un cuerpo con la siguiente red, ¿qué tipo de prisma se forma?



a) ¿Cuál es la cara opuesta a la cara coloreada? Nómbrala por sus vértices.

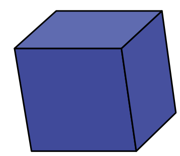
b) ¿Cuál es el vértice que coincide con el vértice K?

c) ¿Cuál es el lado que coincide con HI, formando una arista?

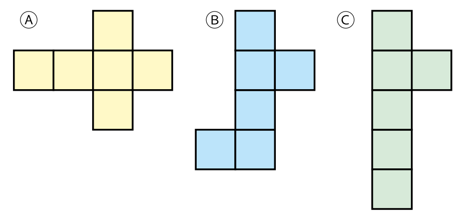
d) Dibujen la red de modo que cada arista mida 5 cm. Recórtenla y armen el cubo para comprobar sus respuestas.

El **cubo** es una figura de tres dimensiones formada por 6 caras que son cuadrados del mismo tamaño.

2 Observen el siguiente cubo:



a) ¿Es posible armar un cubo con cada una de estas redes?



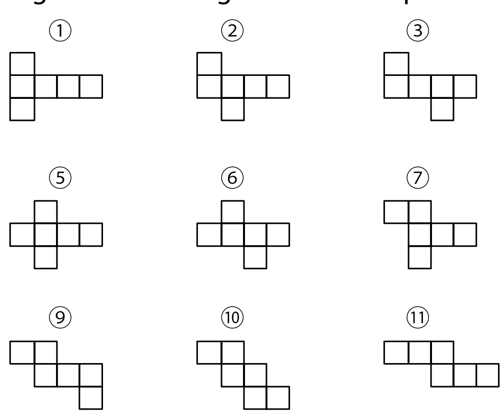
b) Dibujen una red diferente para formarlo.

Ticket de salida página 46 • Tomo 2

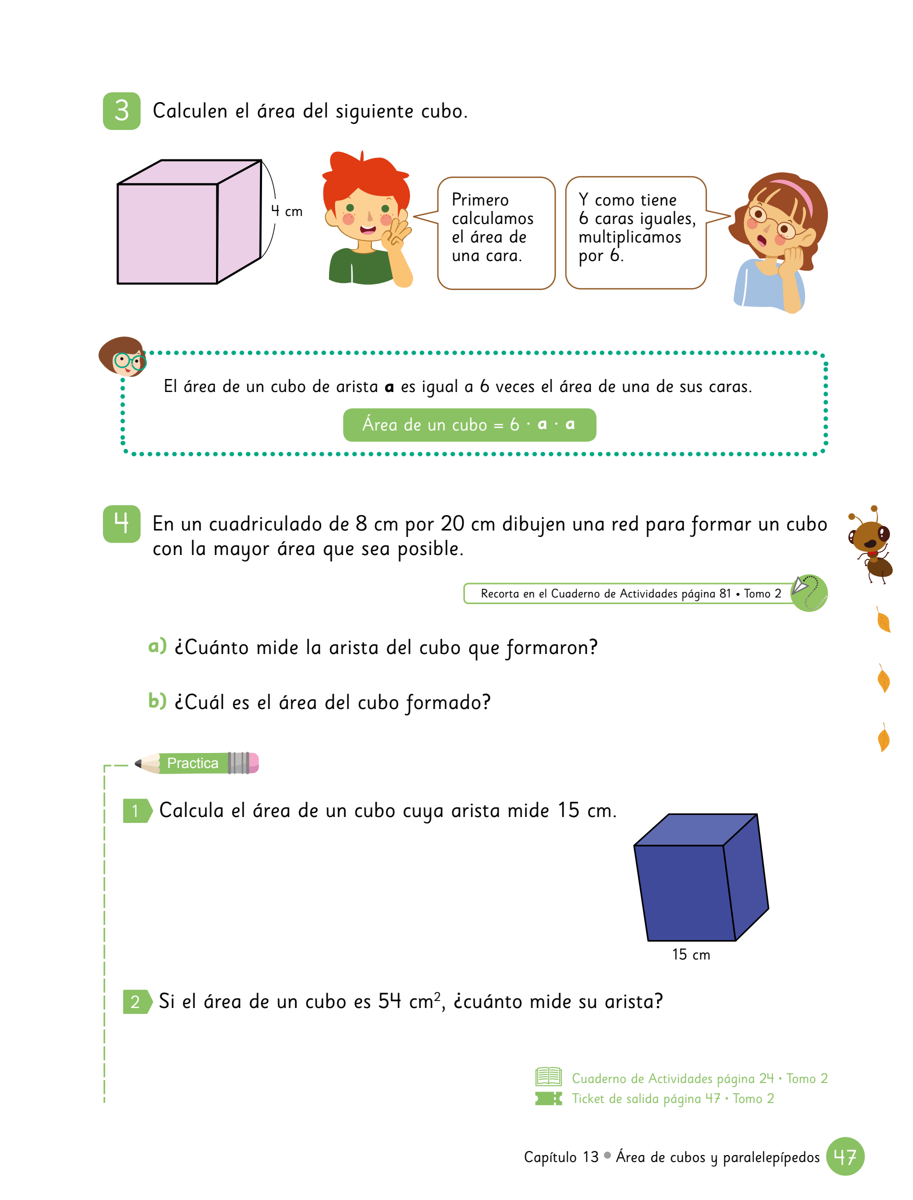
46

Consideraciones didácticas

Puesto que todas las caras del cubo son cuadradas y de igual tamaño, este cuerpo se presta especialmente para realizar el tránsito entre: red - armado mental - recorte - armado real. Resulta fácil dibujar la red sobre papel cuadriculado y explorar distintas posibilidades. Si los estudiantes se entusiasman, se podría organizar un taller en el que encontrarán algunas de las siguientes once posibilidades.



Ticket de salida pagina 46 • Tomo 2



3 Calculen el área del siguiente cubo.

4 cm

Primero calculamos el área de una cara.

Y como tiene 6 caras iguales, multiplicamos por 6.

El área de un cubo de arista **a** es igual a 6 veces el área de una de sus caras.

Área de un cubo = 6 · **a** · **a**

4 En un cuadriculado de 8 cm por 20 cm dibujen una red para formar un cubo con la mayor área que sea posible.

Recorta en el Cuaderno de Actividades página 81 • Tomo 2

a) ¿Cuánto mide la arista del cubo que formaron?

b) ¿Cuál es el área del cubo formado?

Practica

1 Calcula el área de un cubo cuya arista mide 15 cm.

15 cm

2 Si el área de un cubo es 54 cm^2, ¿cuánto mide su arista?

Cuaderno de Actividades página 24 • Tomo 2

Ticket de salida página 47 • Tomo 2

Capítulo 13 • Área de cubos y paralelepípedos 47

13	P. 47 | TE | **Área de cubos y paralelepípedos**
Planificación 45 minutos	
TE 30 minutos	**CA** 15 minutos

Propósito

Que los estudiantes se apropien de una fórmula para calcular el área de un cubo.

Habilidad

Resolver problemas / Representar / Argumentar y comunicar.

Recursos

Figuras página 81 del **Cuaderno de Actividades**.

Gestión

Inicie la clase preguntando: *¿cómo podemos calcular el área de un cubo si su arista mide 4 cm? ¿Servirá la fórmula que utilizamos para calcular el área del paralelepípedo?* Es probable que algunos estudiantes traten de hacerlo, pero rápidamente se darán cuenta de que no es necesaria, porque en el cubo todas las caras son iguales. Proponga que lean la **Actividad 3** y el recuadro. Pregunte: *¿qué significa que la arista de un cubo sea "a"?* Una vez que muestren haber comprendido el procedimiento para calcular el área de un cubo, pida que lo registren en su cuaderno.

La **Actividad 4** plantea un problema cuya solución corresponde a la última de las redes dibujadas en la sección **Consideraciones didácticas** de la clase anterior. Es poco probable que los estudiantes la encuentren. Acepte las que ellos dibujen y pida que midan la arista y calculen el área del cubo formado. Es muy probable que haya pequeñas variaciones en la medición de la arista (2,5 o 2,6 cm), las que repercutirán en el cálculo del área. Organice una discusión sobre estos resultados preguntando: *¿corresponden a diferencias en la solución del problema o en la precisión de la medida de la arista?*

Proyecte o dibuje en la pizarra la red correspondiente a la solución del problema. Pregunte: *¿es posible armar el cubo? Si dibujaran esta red en el papel que tenían disponible, ¿cuánto mediría la arista del cubo? ¿Y el área?*

Finalmente, pida que desarrollen las actividades de la sección **Practica.**

Consideraciones didácticas

En esta clase se propone un problema que es difícil que los estudiantes resuelvan, aunque no imposible. Es importante que el docente acepte y valore las soluciones encontradas por los estudiantes. Posteriormente, puede mostrar la solución, haciendo ver que no se requieren conocimientos más avanzados que los que ellos utilizaron; consiste solo en disponer las caras de un modo diferente en la red.

Los ejercicios de la sección **Practica** implican recorrer caminos inversos: dada la arista, calcular el área de un cubo, y dada el área, calcular la arista. Esta exigencia de invertir los procedimientos constituye una forma eficaz de afianzar los conocimientos sobre un tema.

Cuaderno de Actividades página 24 • Tomo 2

Ticket de salida pagina 47 • Tomo 2

13 | P. 48 | TE | **Área de cubos y paralelepípedos**

Planificación 45 minutos

TE 30 minutos | **CA** 15 minutos

Propósito

Que los estudiantes apliquen los procedimientos aprendidos para calcular áreas de cubos y paralelepípedos.

Habilidad

Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

Proponga que desarrollen las **Actividades 1**, **2** y **3**. Monitoree su trabajo permitiendo interacciones entre los estudiantes. Si observa dificultades para multiplicar números decimales, intervenga preguntando: *¿quién sabe cómo hacerlo? ¿Puedes explicarlo?* Cuando terminen, promueva que expliquen y justifiquen sus estrategias. Por ejemplo, en el paralelepípedo calculan el área de las tres caras diferentes y duplican este valor, mientras que en el cubo calculan el área de una cara y multiplican por seis, que es el número de caras iguales.

A continuación, proponga que desarrollen las **Actividades 4** y **5**. En la **Actividad 4** observe si necesitan hacer un dibujo o si hacen el cálculo directamente. En la **Actividad 5** observe si primero calculan el área en metros cuadrados y luego la transforman a centímetros o si lo hacen a la inversa. Cuando terminen, pida que compartan sus procedimientos y sus resultados. Pregunte: *¿se dieron cuenta cuando leyeron las preguntas que lo que debían calcular era el área? ¿Necesitaron dibujar la caja en la **Actividad 4**? ¿Cómo hicieron la transformación entre centímetros y metros en la **Actividad 5**?*

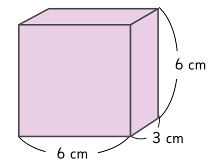
Finalmente, pida que desarrollen la **Actividad 6**. Pregunte: *¿qué hicieron primero? ¿Y después?* Se espera que hayan dividido por 6, y luego hayan encontrado que el número que multiplicado por sí mismo da 64 es 8. Pregunte: *¿cómo pueden comprobar si su respuesta es correcta? ¿Cuál es el área de un cubo cuya arista mide 8 cm?*

Consideraciones didácticas

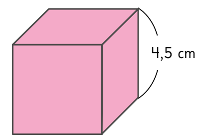
En esta clase los estudiantes aplican sus conocimientos sobre el cálculo de área en paralelepípedos y cubos, debiendo distinguir ambos procedimientos. Algunas medidas están dadas con decimales, lo que complejiza los cálculos.

Cálculo del área de cubos y paralelepípedos

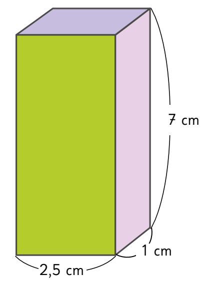
1 Calcula el área del siguiente paralelepípedo:



2 Calcula el área del siguiente cubo:



3 Calcula el área del siguiente paralelepípedo:



4 ¿Qué cantidad de papel se necesita para forrar una caja de 8 cm de largo, 6 cm de ancho y 5 cm de alto?

5 ¿Qué cantidad de cartón se necesita para armar una caja cúbica cuyo lado mide 0,8 m? Expresa el área en cm^2 y en m^2.

6 Si el área de un cubo es 384 cm^2, ¿cuánto mide su arista?

Cuaderno de Actividades página 25 • Tomo 2
Ticket de salida página 48 • Tomo 2

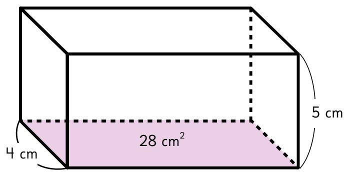
48

En la **Actividad 5** resulta más simple transformar los 0,8 m a 80 cm, calcular que el área de una cara es 6 400 cm^2 y multiplicar por 6 para obtener 38 400 cm^2 como el área del cubo. Luego, dividir por 10 000 para obtener el área en metros, que es 3,84 m^2. De esta manera se evita multiplicar dos números decimales entre sí.

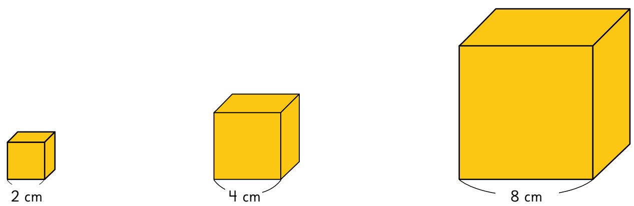
Cuaderno de Actividades página 25 • Tomo 2
Ticket de salida pagina 48 • Tomo 2

7 Si la suma de todas las aristas de un cubo es 108 cm, ¿cuál es el área del cubo?

8 La base de un paralelepípedo mide 28 cm^2. Su ancho mide 4 cm y su altura mide 5 cm. ¿Cuál es su área?



9 Las aristas de los siguientes cubos son las indicadas:



a) ¿Cuáles son sus áreas?

b) ¿Encuentras alguna regularidad entre la variación de las aristas y la variación de las áreas?

Cuaderno de Actividades página 26 • Tomo 2
Ticket de salida página 49 • Tomo 2

Capítulo 13 • Área de cubos y paralelepípedos 49

13 | P. 49 | TE | **Área de cubos y paralelepípedos**

Planificación 45 minutos	
TE 25 minutos	**CA** 20 minutos

Propósito
Que los estudiantes resuelvan problemas basándose en sus conocimientos sobre el cálculo del área de paralelepípedos y cubos.

Habilidad
Resolver problemas / Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión
En esta clase, dada la mayor complejidad de las actividades, es conveniente organizar una puesta en común de procedimientos y resultados después de cada una de ellas.

En la **Actividad 7**, si consideran que el cubo tiene 12 aristas, dividirán por 12 para encontrar que cada una mide 9 cm, multiplicarán 9 • 9 para determinar que el área de una cara es 81 cm^2 y finalmente multiplicarán por 6 para concluir que el área del cubo es 486 cm^2.

En la **Actividad 8** dividirán 28 por 4 para determinar que el largo del paralelepípedo es 7 cm y con ello dispondrán de las medidas del largo, ancho y alto para aplicar la fórmula que ya conocen.

En la **Actividad 9**, aplicando la fórmula que conocen, obtendrán las áreas 24 cm^2, 96 cm^2 y 384 cm^2. Sugiérales que hagan una tabla en la que coloquen en la primera columna las medidas de las aristas, en la segunda, las áreas de una cara y en la tercera, las áreas de los cubos. Mediante la exploración de esta tabla podrán concluir que mientras las medidas de las aristas se duplican, las áreas de una cara se cuadruplican y las áreas de los cubos también se cuadruplican.

Consideraciones didácticas
En esta clase los estudiantes continúan aplicando lo que han aprendido sobre el cálculo del área de cubos y paralelepípedos en situaciones en las que deben seleccionar qué relaciones utilizan para responder a lo preguntado.

Es importante destacar que en la **Actividad 9** las aristas de los cubos aumentan regularmente, duplicándose cada vez. Esto induce a formular la hipótesis de que las áreas de los cubos también podrían aumentar regularmente. Los estudiantes ordenarán los datos en una tabla y los examinarán, dándose cuenta de que las áreas de una cara se cuadruplican y las áreas de los cubos también. Este análisis contribuirá al progreso de los estudiantes en el campo del pensamiento variacional.

Cuaderno de Actividades página 26 • Tomo 2
Ticket de salida pagina 49 • Tomo 2

13 | P. 50 | TE | **Área de cubos y paralelepípedos**

Planificación 45 minutos

Propósito

Que los estudiantes pongan en juego los conocimientos sobre área de prismas rectangulares.

Habilidad

Representar / Argumentar y comunicar.

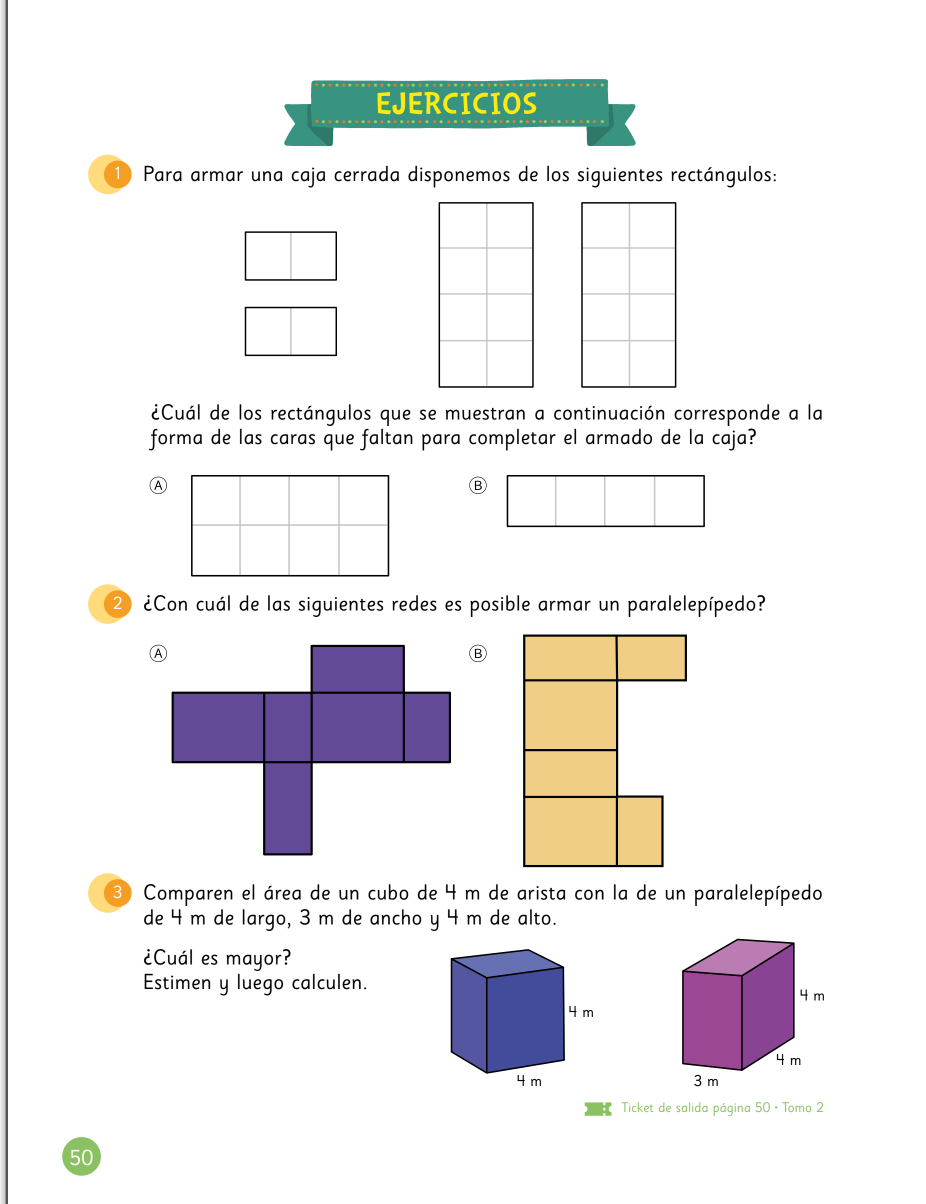
Gestión

Organice a los estudiantes para que resuelvan los ejercicios, individualmente o en parejas, y luego realice una puesta en común de procedimientos y resultados.

En el **Ejercicio 1** se pone en juego la idea de que un prisma rectangular tiene 3 pares de caras iguales. Como en este caso cuentan con un par de caras de 2 • 1 unidades cuadradas y otro de 2 • 4, se espera que los estudiantes reconozcan que las dos caras que faltan para formar el prisma, corresponden al rectángulo de 1 • 4.

En el **Ejercicio 2** pídales que se imaginen que plieguen cada una de las figuras planas para determinar con cuál es posible formar el cuerpo. Si hay estudiantes que no logran imaginar lo que resulta al hacer los dobleces, propóngales que dibujen la red, la recorten, la plieguen y expliquen por qué con una de las figuras es posible armar el cuerpo y con la otra no.

En el **Ejercicio 3** deben comparar dos paralelepípedos y anticipar cuál de ellos es el que tiene mayor área. Para comprobar sus estimaciones, calculan las áreas de ambos cuerpos. También pueden considerar que el cubo tiene 6 caras de 4 • 4 cm^2, mientras que el paralelepípedo tiene 2 caras de 4 • 4, y 4 de 3 • 4. El problema puede reducirse a comparar el área de cuatro caras de 4 • 4 del cubo con el área de las cuatro caras de 3 • 4 del paralelepípedo. Puesto que 4 • 4 • 4 es 64 cm^2 y 4 • 3 • 4 es 48 cm^2, podrán concluir que el área del cubo es 16 cm^2 mayor que la del paralelepípedo.


EJERCICIOS

1 Para armar una caja cerrada disponemos de los siguientes rectángulos:

¿Cuál de los rectángulos que se muestran a continuación corresponde a la forma de las caras que faltan para completar el armado de la caja?

Ⓐ Ⓑ

2 ¿Con cuál de las siguientes redes es posible armar un paralelepípedo?

Ⓐ Ⓑ

3 Comparen el área de un cubo de 4 m de arista con la de un paralelepípedo de 4 m de largo, 3 m de ancho y 4 m de alto.

¿Cuál es mayor?
Estimen y luego calculen.

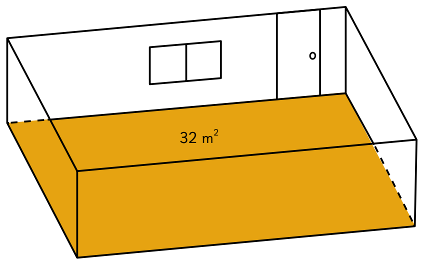
Ticket de salida página 50 • Tomo 2

50

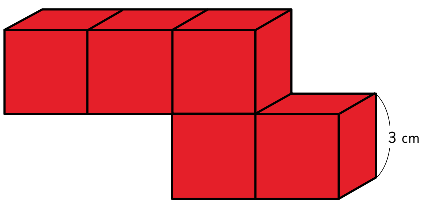
Ticket de salida pagina 50 • Tomo 2

PROBLEMAS

1. En una habitación, el largo mide el doble del ancho y este, el doble del alto. El área de la superficie del piso es 32 m². Si la habitación tiene una ventana de 2 m de largo y 1 m de alto y una puerta de 1 m de ancho y 2 m de alto, ¿cuántos metros cuadrados hay que pintar para cubrir todas las paredes y el techo?



2. Calculen el área de la siguiente figura 3D. Pueden considerar que está formada por cinco cubos, o bien por dos paralelepípedos.



3. El área de un paralelepípedo es 126 cm². El largo mide 6 cm y el ancho mide 5 cm. ¿Cuál es su altura?

Ticket de salida página 51 • Tomo 2

13 | P. 51 | TE | Área de cubos y paralelepípedos

Planificación 45 minutos

Propósito

Que los estudiantes resuelvan problemas en los que deben poner en juego sus conocimientos sobre cálculo de áreas de cubos y paralelepípedos.

Habilidad

Resolver problemas / Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

Organice a los estudiantes para que resuelvan los problemas en sus cuadernos, en forma grupal o individualmente, y luego realice una puesta en común para que expliquen y contrasten sus procedimientos.

En el **Problema 1** promueva que los estudiantes busquen diferentes estrategias para resolverlo. Pregunte: *¿cómo interpretan la información que el largo es el doble del ancho y que el área del piso es 32 cm²?*

Se espera que busquen factores del 32 hasta encontrar dos tales que uno sea el doble del otro. O bien, si consideran que el largo es el doble del ancho en la figura, podrán visualizar el rectángulo como 2 cuadrados iguales, cada uno de área 16 cm², por tanto de lado 4 cm.

Encuentran así que la habitación mide 8 m de largo y 4 m de ancho. Como el ancho es el doble del alto, el alto tiene que ser 2 m. Calculan el área de dos murallas de 4 • 2 m² y de otras dos de 8 • 2 m². Suman el área del piso, que es igual a la del cielo, y restan las áreas de la ventana (2 • 1 m²) y de la puerta (1 • 2 m²). Así obtienen la cantidad de metros cuadrados que hay que pintar.

En el **Problema 2** pida a los estudiantes que analicen la figura y pregunte: *¿cuál será la mejor estrategia para calcular el área de la figura 3D?*

Una vez resuelto el problema, realice una puesta en común promoviendo que expliquen y argumenten sus respuestas. A los estudiantes que abordaron los problemas visualizando dos prismas, pídales que expliquen qué áreas de caras sumaron y cuáles restaron. En forma equivalente a los estudiantes que visualizaron cubos, pregúnteles: *¿cómo determinaron el área? ¿Calcularon el área total y restaron? o ¿Calcularon el área de las caras externas?*

En el **Problema 3** sugiera que hagan un dibujo en el que representen los datos y la incógnita, y que expliquen la estrategia que utilizaron para determinar la altura. Una estrategia posible es calcular el área de las dos caras basales (2 • (6 • 5) = 60 cm²), por lo que el área de las cuatro caras que quedan es 126 – 60 = 66 cm². Denominando *x* a la altura, el área de las caras restantes se representa por 2 • 6 • *x* y 2 • 5 • x, por lo tanto, 22 *x* = 66. La altura del paralelepídedo es 3 cm.

Ticket de salida pagina 51 • Tomo 2

Capítulo 14 | Datos

14 horas pedagógicas

Visión general

En este capítulo se aborda el uso de diagramas de puntos y de tallo y hojas para comparar distribuciones de datos usando información contextualizada. Se analizan las ventajas y alcances de este tipo de gráficos. Además, se introducen los gráficos de barras dobles y circulares, enfatizando en su lectura e interpretación.

Objetivos de Aprendizaje del capítulo

OA22: Comparar distribuciones de dos grupos, provenientes de muestras aleatorias, usando diagramas de puntos y de tallo y hojas.
OA24: Leer e interpretar gráficos de barras dobles y circulares y comunicar sus conclusiones.

Aprendizajes previos

- Construyen, leen e interpretan diagramas de puntos, gráficos de barras simples y diagramas de tallo y hojas.
- Calculan e interpretan el promedio de un conjunto de datos.
- Calculan porcentajes usando fracciones y modelos de barras.

Actitud

Manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico.

14 Datos

Diagrama de puntos

1 Las siguientes tablas muestran los puntajes obtenidos por los participantes de un torneo de ajedrez escolar.

Puntajes colegio A

Nombre	Puntaje	Nombre	Puntaje
Valeria	3	Fernanda	4
Mateo	5	Benjamín	1
Josefa	3	Felipe	2
Joaquín	3	Gaspar	5
Pedro	6	Sebastián	4
Constanza	7	Maite	2
Camilo	4	Trinidad	1
Francisca	5	Miguel	3
Belén	4	Macarena	4
Nicolás	0	Antonella	6

Puntajes colegio B

Nombre	Puntaje	Nombre	Puntaje
Rocío	5	Renata	3
Tomás	4	Gustavo	6
Isabella	3	Antonia	4
Mia	2	Héctor	5
Martín	6	Sara	4
Florencia	2	Agustina	5
Emma	1	Matías	4
Pascuala	5	Dante	6
Santiago	5	Arturo	7

Averigüemos cuál colegio tuvo mejores resultados.

Pensemos en gráficos que nos permitan comparar los datos.

52

14 P. 52 | TE | **Datos**

Planificación 30 minutos

Propósito

Que los estudiantes reconozcan la necesidad de usar gráficos para comparar dos grupos de datos.

Habilidad

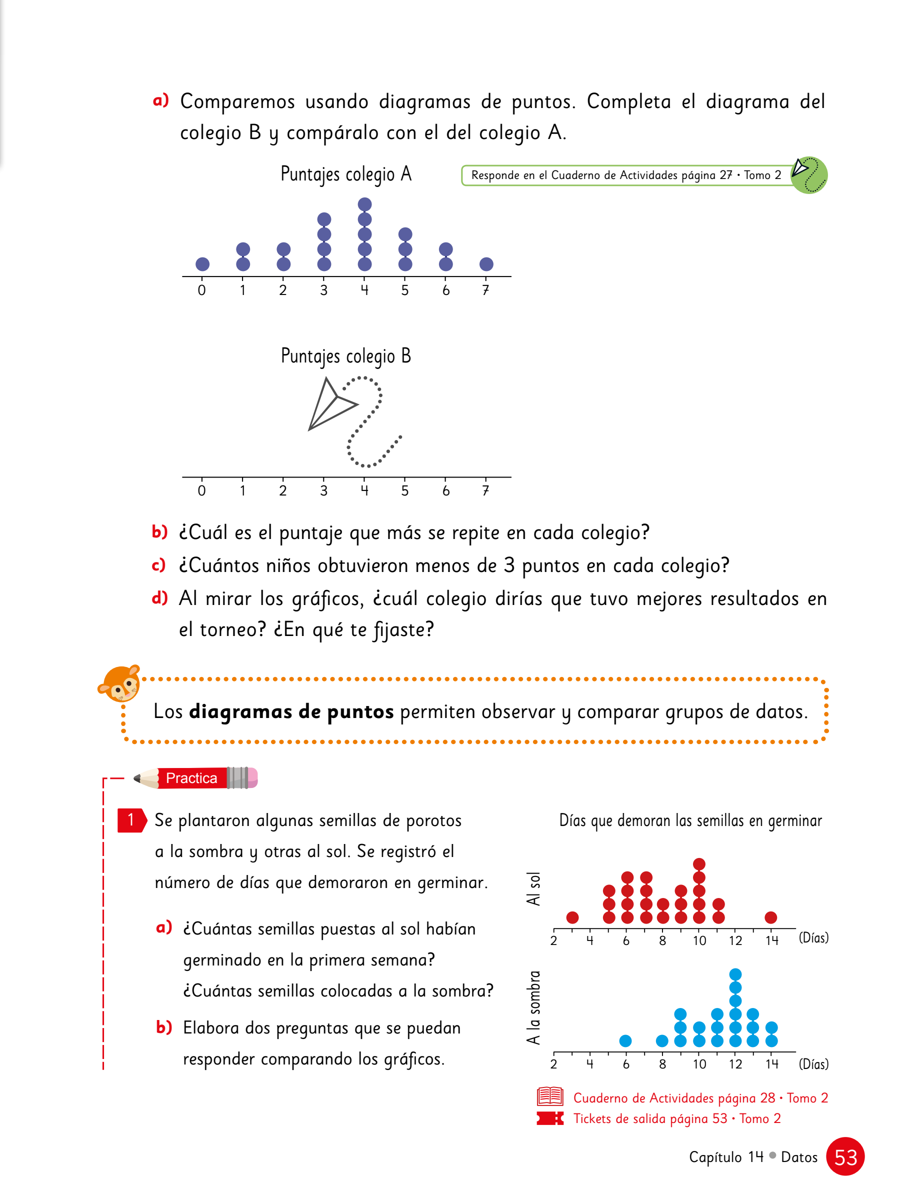
Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

Presente la **Actividad 1** a los estudiantes. Pídales que analicen la información de las tablas y comenten lo que observan. Pregunte: *¿qué información contienen las tablas?* (Los puntajes en el torneo de ajedrez de los participantes de dos colegios) *¿Qué se puede decir sobre los puntajes del colegio A? ¿Y sobre los puntajes del colegio B?* Anímelos a describir la mayor cantidad de información.

Es probable que mencionen el número de observaciones en cada conjunto, los valores mínimos y máximos, el dato que más se repite y la frecuencia de algunos.

Pregunte: *De acuerdo con la información extraída de la tabla, ¿Cuál colegio tuvo mejores resultados?* Conduzca una discusión en la que reconozcan la dificultad de comparar los desempeños de los colegios a partir de los datos no organizados. Concuerde con los estudiantes en que usar gráficos podría facilitar la comparación de estos dos grupos de datos. Invítelos a que piensen en un gráfico que les permita comparar. Consulte: *¿qué gráfico nos conviene usar?* Se espera que los estudiantes señalen gráficos de barras y diagramas de puntos como algunas de las posibilidades.


a) Comparemos usando diagramas de puntos. Completa el diagrama del colegio B y compáralo con el del colegio A.

Responde en el Cuaderno de Actividades página 27 • Tomo 2

Puntajes colegio A

0 1 2 3 4 5 6 7

Puntajes colegio B

0 1 2 3 4 5 6 7

b) ¿Cuál es el puntaje que más se repite en cada colegio?

c) ¿Cuántos niños obtuvieron menos de 3 puntos en cada colegio?

d) Al mirar los gráficos, ¿cuál colegio dirías que tuvo mejores resultados en el torneo? ¿En qué te fijaste?

Los **diagramas de puntos** permiten observar y comparar grupos de datos.

Practica

1 Se plantaron algunas semillas de porotos a la sombra y otras al sol. Se registró el número de días que demoraron en germinar.

a) ¿Cuántas semillas puestas al sol habían germinado en la primera semana? ¿Cuántas semillas colocadas a la sombra?

b) Elabora dos preguntas que se puedan responder comparando los gráficos.

Días que demoran las semillas en germinar

Al sol

2 4 6 8 10 12 14 (Días)

A la sombra

2 4 6 8 10 12 14 (Días)

Cuaderno de Actividades página 28 • Tomo 2

Tickets de salida página 53 • Tomo 2

Capítulo 14 • Datos 53

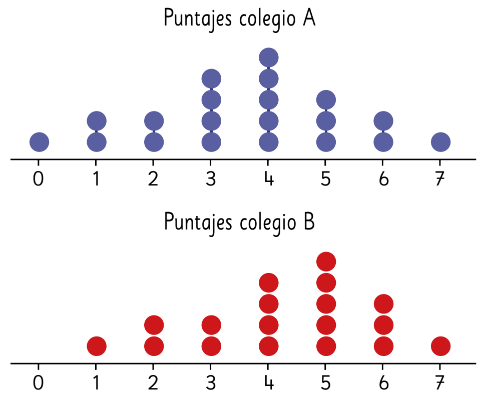
14	P. 53 | TE | **Datos**
Planificación 60 minutos	
TE 30 minutos	**CA** 30 minutos

Propósito
Que los estudiantes usen diagramas de puntos para comparar dos conjuntos de datos.

Habilidad
Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión
Presente el gráfico del colegio A y pida a los niños que lo comparen con los que ellos imaginaron. Pregunte: *¿qué representan los números en el eje horizontal?* (Los puntajes) *¿Qué representan los círculos azules?* (Los estudiantes que obtuvieron esos puntajes) *¿Es apropiado representar los datos en este tipo de gráfico? ¿Por qué?* Asegúrese de que reconozcan la utilidad del gráfico para visualizar los datos.

Invite a los estudiantes a completar el gráfico del colegio B en el **Cuaderno de Actividades** y que luego comparen la información de los dos gráficos indicando sus similitudes y diferencias. A continuación, seleccione a dos estudiantes para que completen los diagramas en la pizarra. Asegúrese de que las graduaciones del eje horizontal estén alineadas para facilitar la comparación.



Pregunte: *¿cuál es el puntaje que más se repite en cada colegio?* (4 puntos en el colegio A y 5 en el colegio B). *¿Cuántos participantes de cada colegio lograron 5 o más puntos?* (6 participantes del colegio A y 9 del colegio B). *¿Qué similitudes tienen los gráficos?* (La forma es similar, las columnas de puntos crecen, y luego disminuyen) *¿Por qué crees que tienen esta forma?* Motívelos a realizar conjeturas sobre el contexto que expliquen la forma del gráfico; (por ejemplo, se puede suponer que la forma del gráfico se debe a que en ambos colegios la preparación de los estudiantes es diversa). *¿Qué diferencias tienen los gráficos?* (Los puntos del diagrama del colegio B están más a la derecha que los del colegio A) *¿A qué se puede deber esta diferencia?* Motívelos a realizar conjeturas sobre el contexto que expliquen esta diferencia; (por ejemplo, diferencia en la preparación). *Al comparar los gráficos, ¿qué colegio dirían que tuvo mejores resultados en el torneo?* Se espera que los estudiantes consideren la diferencia descrita anteriormente para argumentar que el colegio B tuvo mejores resultados. Comente con los estudiantes la utilidad que ofrecen los diagramas de puntos para observar y comparar grupos de datos.

Invite a los estudiantes a realizar en su cuaderno los ejercicios de la sección **Practica**. Asegúrese de que entiendan el contexto del problema y lo que se busca responder. Al finalizar, realice una puesta en común para compartir resultados.

Consideraciones didácticas
Al comparar dos grupos de datos, el análisis se centra en identificar e interpretar las similitudes y diferencias que se observan en sus distribuciones. Los diagramas de puntos son gráficos que, en muchos casos, resultan útiles para explorar y reconocer las similitudes y diferencias en las distribuciones.

Cuaderno de Actividades página 28 • Tomo 2

Tickets de salida página 53 • Tomo 2

14 | P. 54 | TE | **Datos**

Planificación 45 minutos

Propósito

Que los estudiantes evalúen el uso de algunas medidas estadísticas para comparar conjuntos de datos no agrupados.

Habilidad

Argumentar y comunicar.

Gestión

Presente la situación y pida a los estudiantes que analicen los datos para comparar el desempeño de las participantes de ambos colegios. Dé un tiempo para que piensen y elaboren una respuesta.

Realice una puesta en común y pregunte: *¿Cuál fue el mejor tiempo de cada colegio?* (26 min en el colegio A y 25 min en el colegio B) *¿Cuántos minutos de diferencia hay entre ellos?* (1 min) *¿Cuál fue el peor tiempo de cada colegio?* (55 min en el colegio A y 52 min en el colegio B) *¿Cuántos minutos hay entre el mejor y el menor tiempo en cada colegio?* (29 min en el colegio A y 27 min en el colegio B) *¿Es suficiente esta información para concluir cuál colegio tuvo mejor desempeño en la maratón?* Asegúrese de que los estudiantes reconozcan que los datos mínimo y máximo de cada grupo no permiten, en este caso, comparar el desempeño de los colegios.

Pregunte: *si tuvieran que usar una medida para representar y comparar los tiempos de cada colegio, ¿qué medida ocuparían?* Se espera que algunos estudiantes mencionen el tiempo que más se repite en cada colegio y que otros sugieran el promedio. Plantee una discusión sobre la conveniencia de usar una u otra medida. Asegúrese de que noten que, en cada caso, el valor que más se repite solo tiene asociados 3 registros, por lo que no sería un valor representativo de los tiempos de cada colegio.

Concuerde con los estudiantes que el promedio es una medida adecuada para comparar los tiempos de las participantes de los dos colegios, ya que en su cálculo se consideran todos los datos.

Diagrama de tallo y hojas

Las siguientes tablas muestran los tiempos que ocuparon las participantes de una maratón femenina.

Colegio A

Número	Tiempo (min)	Número	Tiempo (min)
1	32	11	36
2	41	12	26
3	52	13	52
4	33	14	28
5	34	15	32
6	45	16	48
7	55	17	39
8	33	18	38
9	41	19	41
10	51	20	43

Colegio B

Número	Tiempo (min)	Número	Tiempo (min)
1	51	11	47
2	44	12	40
3	36	13	38
4	40	14	42
5	29	15	52
6	31	16	47
7	43	17	40
8	25	18	42
9	48	19	31
10	34		

Martina quiere saber cuál colegio tuvo mejores resultados en la maratón.

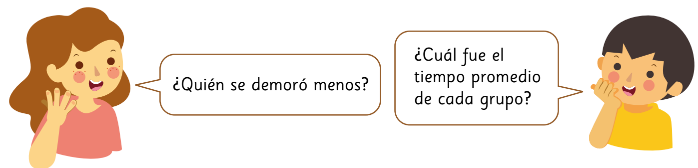
54

Consideraciones didácticas

Esta actividad es parte de una secuencia que busca que los estudiantes experimenten por primera vez la necesidad de agrupar los datos para comparar dos conjuntos. En esta primera parte, se problematiza el uso de algunas medidas estadísticas para comparar dos conjuntos de datos. El uso de los valores mínimo y máximo no entrega información que permita establecer diferencias significativas entre ellos, y se plantea el empleo de la media como una opción que tiene la ventaja de considerar todos los datos. Igualmente, se evaluará su utilidad para comparar estos datos en la siguiente actividad.

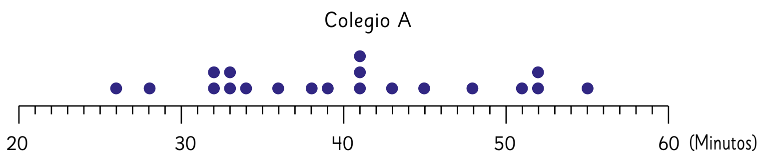
1 ¿Cuál colegio tuvo mejores resultados? Analicemos las siguientes estadísticas y comentemos:

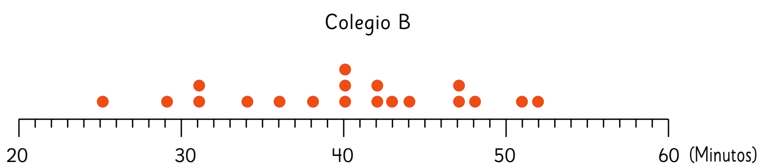
a) Mejor y peor registro. **b)** Promedio.



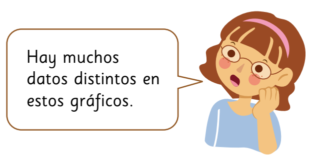
Examinemos los datos de varias formas.

2 Para comparar los datos, Martina construyó diagramas de puntos.





a) ¿Crees que este tipo de gráficos permite saber cuál colegio tuvo mejor desempeño en la maratón? Comenta.



Tickets de salida página 55 • Tomo 2

Capítulo 14 • Datos 55

14 P. 55 | TE | **Datos**

Planificación 45 minutos

Propósito

Que los estudiantes reconozcan las limitaciones de los diagramas de puntos para comparar conjuntos de datos que tienen un amplio rango de valores.

Habilidad

Argumentar y comunicar / Representar.

Recursos

Calculadora (sugerida).

Gestión

Para continuar con la actividad anterior, pida a los estudiantes que calculen los promedios de los tiempos de cada colegio, y luego los comparen. Si disponen de una, sugiérales que usen la calculadora. Realice una puesta en común y pregunte: *¿cuál es el tiempo promedio de las niñas del colegio A?* (40 min) *¿Y el tiempo promedio de las del colegio B?* (También 40 min) *¿Eso significa que ambos colegios tuvieron el mismo desempeño en la maratón?* Guíe una discusión en la que los estudiantes expongan sus argumentos a favor y en contra. Plantee una situación para que los estudiantes reconozcan que dos grupos que se comportan de manera distinta pueden tener el mismo promedio, como en el siguiente caso:

	Número de canastas por partido							Promedio
Belén	0	0	0	0	7	7	7	$\frac{21}{7} = 3$
Ana	0	1	2	3	4	5	6	$\frac{21}{7} = 3$

Concuerde con los estudiantes que el promedio, en este caso, no permitió establecer las diferencias que pueden existir entre los colegios. Pregunte: *¿de qué otra manera podríamos tratar de identificar diferencias en los resultados de los colegios?* Asegúrese de que consideren la opción de comparar sus gráficos. *¿Qué tipo de gráficos pueden ser útiles?* Se espera que entre los tipos mencionados estén los diagramas de puntos. Presente los diagramas de puntos de la **Actividad 2** y pida que analicen los gráficos y busquen diferencias entre ellos. Luego, pregunte: *¿creen que este tipo de gráficos permite saber qué colegio tuvo mejor desempeño en la maratón?* Incentívelos a dar sus argumentos.

Asegúrese de que los estudiantes noten que los datos tienen muchos valores distintos, lo que dificulta establecer diferencias entre ambos gráficos. Concuerde que, en este caso, los diagramas de puntos tienen una utilidad limitada.

Consideraciones didácticas

Esta actividad continúa la secuencia didáctica que busca que los estudiantes evalúen el alcance de algunas herramientas estadísticas para comparar conjuntos de datos. En particular, que reconozcan que la utilidad de los diagramas de puntos para mostrar la forma en que varían los datos, se ve limitada cuando estos toman muchos valores. De esta manera, se pretende establecer la necesidad de agrupar los datos para comparar distribuciones.

Tickets de salida página 55 • Tomo 2

14 | P. 56 | TE | **Datos**

Planificación 90 minutos

TE 60 minutos | **CA** 30 minutos

Propósito

Que los estudiantes comparen grupos de datos agrupados mediante diagramas de tallo y hojas.

Habilidad

Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

Presente la **Actividad 3** y recuerde a los estudiantes cómo construir un diagrama de tallo y hojas tomando como ejemplo el diagrama de los tiempos del colegio A.

Invite a los estudiantes a completar el diagrama de los tiempos del colegio B en el **Cuaderno de Actividades**:

Tiempos colegio A

Tallo	Hojas
2	6 8
3	2 2 3 3 4 6 8 9
4	1 1 1 3 5 8
5	1 2 2 5

Tiempos colegio B

Tallo	Hojas
2	5 9
3	1 1 4 6 8
4	0 0 0 2 2 3 4 7 7 8
5	1 2

A continuación, pida a los estudiantes que interpreten la información contenida en los diagramas. Pregunte: *¿cuántas niñas de cada colegio tuvieron tiempos de entre 30 y 50 minutos?* (14 del colegio A y 15 del colegio B) *¿Qué colegio tiene más niñas por debajo del tiempo promedio de su colegio?* (El colegio A) *Al mirar estos gráficos, ¿qué colegio dirían que tuvo mejor desempeño en la maratón?* Se espera que los estudiantes señalen que el colegio A tuvo mejor desempeño en la maratón porque hay más niñas que obtuvieron tiempos por debajo del promedio. *¿En qué parte de los diagramas se puede ver que el desempeño del colegio A es mejor que el del colegio B?* (En las dos primeras filas de datos) *¿Qué sugieren esas filas?* (Que hay más niñas en el colegio A que tuvieron tiempos menores que 40 min).

Finalmente, pregunte: *¿qué gráfico fue más útil en este caso, el diagrama de tallo y hojas o el diagrama de puntos?* Se espera que los estudiantes reconozcan que para este tipo de datos, el diagrama de tallo y hojas permite ver diferencias que en el diagrama de puntos no es posible observar directamente.

3 Construyamos diagramas de tallo y hojas y comparemos los datos.

Colegio A	26 - 28 - 32 - 32 - 33 - 33 - 34 - 36 - 38 - 39 - 41 - 41 - 41 - 43 - 45 - 48 - 51 - 52 - 52 - 55
Colegio B	25 - 29 - 31 - 31 - 34 - 36 - 38 - 40 - 40 - 40 - 42 - 42 - 43 - 44 - 47 - 47 - 48 - 51 - 52

Tiempos colegio A

Tallo	Hojas
2	6 8
3	2 2 3 3 4 6 8 9
4	1 1 1 3 5 8
5	1 2 2 5

Tiempos colegio B

Tallo	Hojas
2	
3	
4	
5	

Recuerda que el dígito de las decenas va en el Tallo y el de las unidades va en las Hojas.

a) Completa el diagrama del colegio B.

Responde en el Cuaderno de Actividades página 29 • Tomo 2

b) ¿Cuántas niñas del colegio A lograron tiempos entre 30 y 50 minutos? ¿Y cuántas del colegio B?

c) ¿Qué colegio tiene más registros por debajo del promedio?

d) ¿Qué colegio dirías que tuvo mejor **desempeño** en la maratón? Justifica.

e) ¿Cuál gráfico fue más útil en este caso, el diagrama de tallo y hojas o el diagrama de puntos?

Los **diagramas de tallo y hojas** permiten observar y comparar conjuntos de datos agrupados.

Cuaderno de Actividades página 30 • Tomo 2
Tickets de salida página 56 • Tomo 2

56

Cierre esta actividad mencionando las siguientes ideas:

- En muchas ocasiones para observar diferencias en los datos provenientes de dos conjuntos es necesario agruparlos.
- Los diagramas de tallo y hojas permiten presentar los datos agrupados; en este caso, en intervalos de 10 minutos.
- Aun cuando los datos están agrupados, el diagrama de tallo y hojas también permite observar cada dato de manera individual.

Cuaderno de Actividades página 30 • Tomo 2
Tickets de salida página 56 • Tomo 2

Gráfico de barras dobles

Nahuel quiere saber si la campaña de prevención de accidentes que hicieron en su escuela tuvo éxito. Las siguientes tablas muestran las lesiones producidas antes y después de la campaña.

Lesiones antes de la campaña

Lugar	Número de estudiantes lesionados
Patio	13
Pasillo	4
Salas	2
Gimnasio	10
Escaleras	5
Total	34

Lesiones después de la campaña

Lugar	Número de estudiantes lesionados
Patio	6
Pasillo	4
Salas	3
Gimnasio	11
Escaleras	1
Total	24

1 Grafiquemos los datos para comparar los registros de lesiones.

¿Y si juntamos dos gráficos de barras en uno solo?

Capítulo 14 • Datos 57

17 P. 57 | TE | Datos

Planificación 30 minutos

Propósito

Que los estudiantes reconozcan la necesidad de usar gráficos de barras dobles para comparar dos grupos de datos.

Habilidad

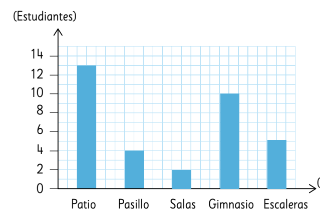
Argumentar y comunicar / Representar.

Gestión

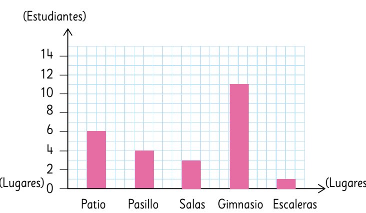
Presente la situación descrita en el **Texto del Estudiante** y pregunte: *¿cuál es el problema que desea investigar Nahuel?* (Saber si la campaña de prevención de accidentes de su colegio tuvo éxito) *¿De qué datos dispone?* (El número de estudiantes que se lesionaron en cada lugar antes y después de la campaña) *¿Cómo crees que obtuvo los datos?* (Encuestando a los estudiantes del colegio o preguntando en enfermería) *¿Qué puede hacer Nahuel con estos datos para responder su inquietud?* (Compararlos) *¿Cómo puede comparar los datos?* (Comparando el número de estudiantes que tuvieron lesiones en cada lugar, antes y después de la campaña) *¿De qué otra manera podría comparar los datos?* (A través de gráficos) *¿Qué tipo de gráfico puede ser útil para comparar las frecuencias que aparecen en las tablas?* (Gráficos de barras). Concuerde con los estudiantes la pertinencia de usar gráficos de barras para representar y comparar las frecuencias de los tipos de lesiones antes y después de la campaña.

A continuación, pida a los estudiantes que en su cuaderno dibujen gráficos de barras para ambas tablas (**Actividad 1**) y luego las comparen. Después de un tiempo, dibuje o proyecte en la pizarra los dos gráficos, uno al lado del otro.

Lesiones antes de la campaña



Lesiones después de la campaña



Pregunte: *al mirar los dos gráficos, ¿se puede afirmar que la campaña de prevención de accidentes del colegio de Nahuel fue exitosa?* Se espera que los estudiantes comparen las alturas de las barras para señalar que en algunos lugares disminuyó el número de accidentes, pero que en otros se mantuvo o aumentó levemente.

Luego, pida a los estudiantes que comenten la idea de Sami, el personaje que aparece en el texto. Pregunte: *¿cómo sería el gráfico que imagina Sami?* Anímelos a pensar en distintas formas en que podría construir un gráfico de ese tipo; (por ejemplo, podrían proponer gráficos en que las barras estén juntas o gráficos verticales en los que las barras estén enfrentadas a la izquierda y la otra a la derecha del eje) *¿Qué ventajas podría tener un gráfico así?* (Permitiría tener toda la información en un solo gráfico, y sería más fácil comparar las lesiones antes y después de la campaña).

14 | P. 58 | TE | **Datos**

Planificación 60 minutos

TE 30 minutos | **CA** 30 minutos

Propósito

Que los estudiantes construyan, lean e interpreten gráficos de barras dobles.

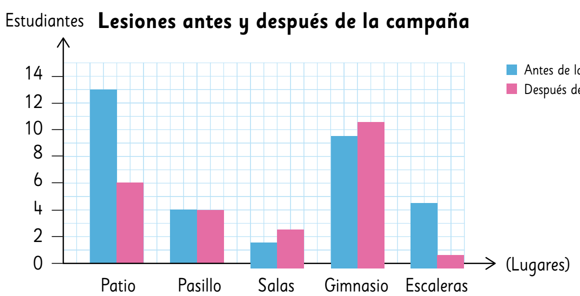
Habilidad

Representar / Argumentar y comunicar.

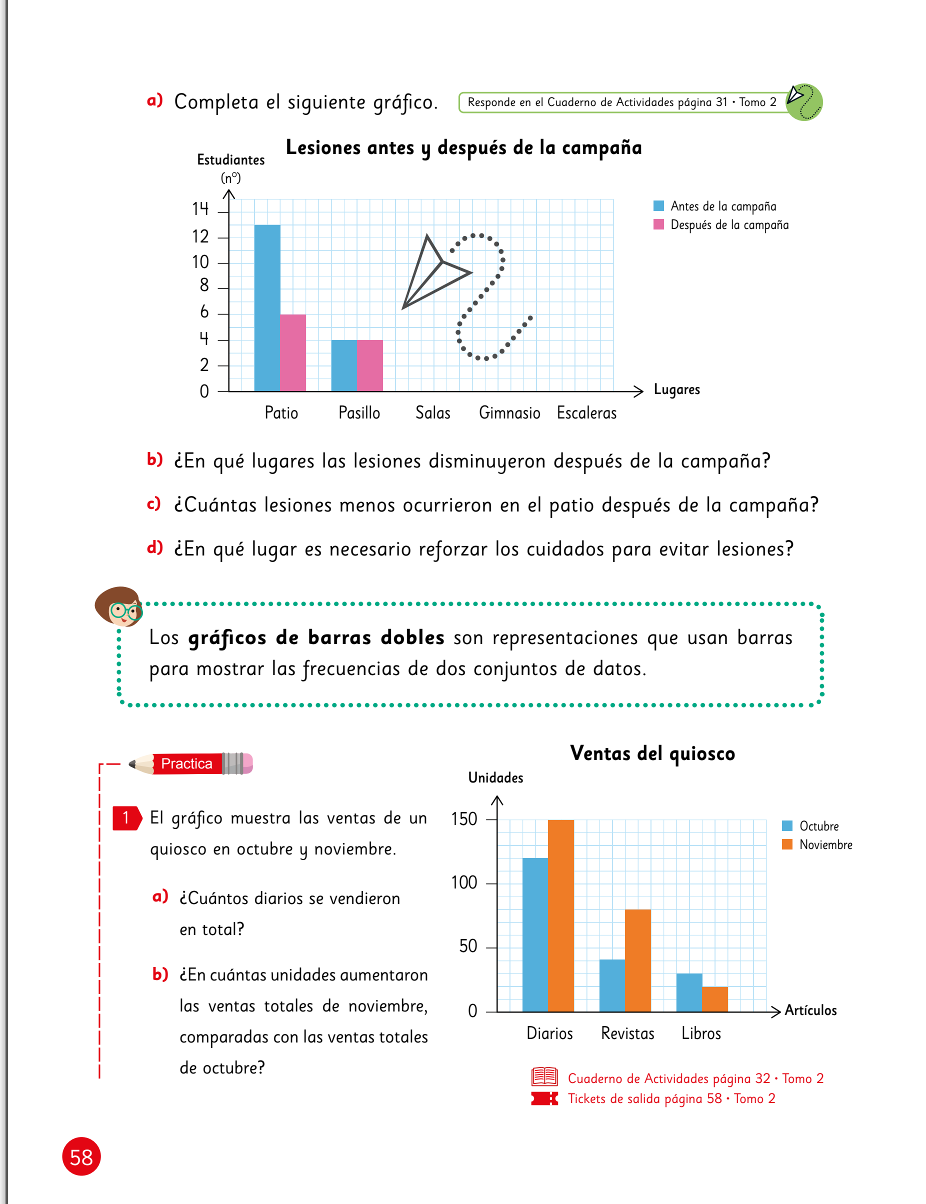
Gestión

Presente la actividad de esta página y pida que interpreten la información que aparece en el gráfico. *¿Qué representan las barras de color azul?* (El número de estudiantes que se lesionaron en cada lugar antes de la campaña) *¿Qué representan las barras de color rosado?* (El número de estudiantes que se lesionaron en cada lugar después de la campaña).

Invite a los estudiantes a completar el gráfico en el **Cuaderno de Actividades**. Dé un tiempo para que lo completen, y luego dibuje o proyecte el gráfico en la pizarra:



Pregunte: *al mirar el gráfico, ¿en qué lugares disminuyeron las lesiones después de la campaña?* (En el patio y las escaleras) *¿Cuántas lesiones menos ocurrieron en el patio después de la campaña?* (7 lesiones menos) *¿En qué lugares es necesario reforzar los cuidados para prevenir lesiones?* (En el gimnasio) *¿De qué manera el gráfico te ayudó a decidirlo?* (Mirando las barras que se presentan más altas, antes y después de la campaña) *¿Les resultó más fácil comparar las frecuencias con este gráfico que usando los dos gráficos de barras separados? ¿Por qué?* (Es más fácil y rápido poder comparar las frecuencias con un gráfico en que las barras están juntas).


a) Completa el siguiente gráfico. Responde en el Cuaderno de Actividades página 31 • Tomo 2

b) ¿En qué lugares las lesiones disminuyeron después de la campaña?

c) ¿Cuántas lesiones menos ocurrieron en el patio después de la campaña?

d) ¿En qué lugar es necesario reforzar los cuidados para evitar lesiones?

Los **gráficos de barras dobles** son representaciones que usan barras para mostrar las frecuencias de dos conjuntos de datos.

Practica

1 El gráfico muestra las ventas de un quiosco en octubre y noviembre.

a) ¿Cuántos diarios se vendieron en total?

b) ¿En cuántas unidades aumentaron las ventas totales de noviembre, comparadas con las ventas totales de octubre?

Cuaderno de Actividades página 32 • Tomo 2
Tickets de salida página 58 • Tomo 2

58

Concluya la actividad señalando que este tipo de gráficos se llaman gráficos de barras dobles y son útiles para comparar dos grupos de datos. En este caso sirvió para comparar el número de lesiones en cada lugar, antes y después de la campaña.

Invite a los estudiantes a responder las preguntas de la sección **Practica**. Monitoree el trabajo y haga una breve puesta en común para que compartan las respuestas.

Consideraciones didácticas

En los gráficos de barras dobles intervienen dos variables. En el problema propuesto, una variable es "lugar donde ocurren las lesiones", cuyas categorías son patio, pasillo, salas, gimnasio y escaleras. La otra variable es "momento en que ocurren las lesiones", que tiene asociadas las categorías "antes de la campaña" y "después de la campaña". En este caso, el gráfico describe las frecuencias de las categorías de la primera variable.

Cuaderno de Actividades página 32 • Tomo 2
Tickets de salida página 58 • Tomo 2

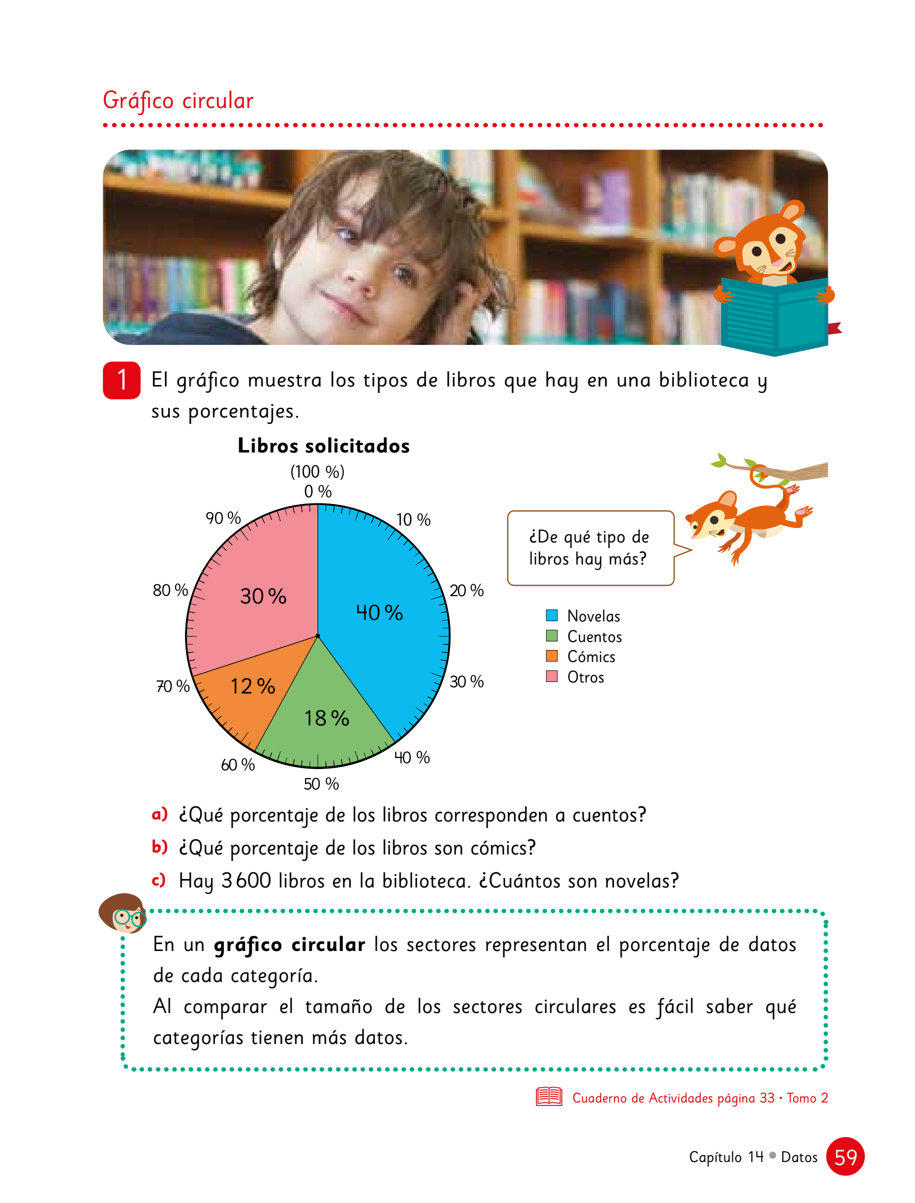


Gráfico circular

1 El gráfico muestra los tipos de libros que hay en una biblioteca y sus porcentajes.

a) ¿Qué porcentaje de los libros corresponden a cuentos?

b) ¿Qué porcentaje de los libros son cómics?

c) Hay 3 600 libros en la biblioteca. ¿Cuántos son novelas?

En un **gráfico circular** los sectores representan el porcentaje de datos de cada categoría.
Al comparar el tamaño de los sectores circulares es fácil saber qué categorías tienen más datos.

Cuaderno de Actividades página 33 • Tomo 2

14 P. 59 | TE | **Datos**

Planificación 60 minutos

TE 30 minutos | **CA** 30 minutos

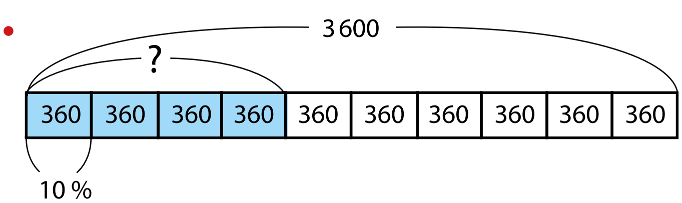
Propósitos
Que los estudiantes lean e interpreten la información contenida en un gráfico circular.
Que comprendan las características de los gráficos circulares.

Habilidad
Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión
Presente la **Actividad 1** a los estudiantes. Pregunte: *¿a qué tipo de libros corresponden los porcentajes del gráfico?* (Novelas, cuentos, cómics y otros) *¿Qué porcentaje de cada tipo hay en la biblioteca?* (40 % novelas, 18 % cuentos, 12 % cómics y 30 % otros) *¿Cuánto suman todos los porcentajes?* (100 %) *Si hiciéramos el mismo gráfico para los libros de otra biblioteca, ¿los porcentajes sumarían 100 %? ¿Por qué?* (Sí, porque el 100 % corresponde al total de libros de la biblioteca). Haga notar a los estudiantes que el gráfico circular, a diferencia de los vistos anteriormente, tiene la particularidad de presentar la frecuencia de los datos de cada categoría en porcentajes.

A continuación, pregunte: *al mirar el gráfico, ¿qué tipo de libros hay más en la biblioteca?* (Novelas) *¿En qué se fijaron para responder?* (En los porcentajes, en el tamaño de cada parte del gráfico). Pida a los estudiantes que ordenen de menor a mayor los tipos de libros, fijándose solo en el tamaño de los sectores circulares. Destaque que los gráficos circulares tienen la ventaja de poder comparar fácilmente las frecuencias de las distintas categorías, comparando visualmente el área de los sectores circulares asociados a ellas.

Luego, solicite a los estudiantes que resuelvan la **Actividad 1 c)**. Asegúrese de que comprendan que deben calcular el 40 % de 3 600. Monitoree el trabajo observando las distintas estrategias utilizadas y apoyándolos en el cálculo. Se espera que los estudiantes asocien el porcentaje a fracciones y/o utilicen modelos de barras:

- 10 % de 3 600 es la décima parte de 3 600, que es 360. Luego, 40 % de 3 600 es 4 veces 360, esto es 4 • 360 = 1 440.
- 

Realice una puesta en común en la que los estudiantes expongan sus estrategias.

Consideraciones didácticas
Al presentar un nuevo gráfico, es importante que los estudiantes analicen sus ventajas y limitaciones respecto de gráficos conocidos. En el caso del gráfico circular, una ventaja es que permite comparar fácilmente las frecuencias porcentuales de las categorías entre sí y de cada una respecto del total de datos (100 %). Sin embargo, requiere del cálculo de porcentajes para recuperar las frecuencias absolutas de cada categoría.

Cuaderno de Actividades página 33 • Tomo 2

Planificación 30 minutos

Propósito

Que los estudiantes construyan gráficos circulares a partir de un círculo graduado en 100 partes iguales.

Habilidad

Representar.

Recursos

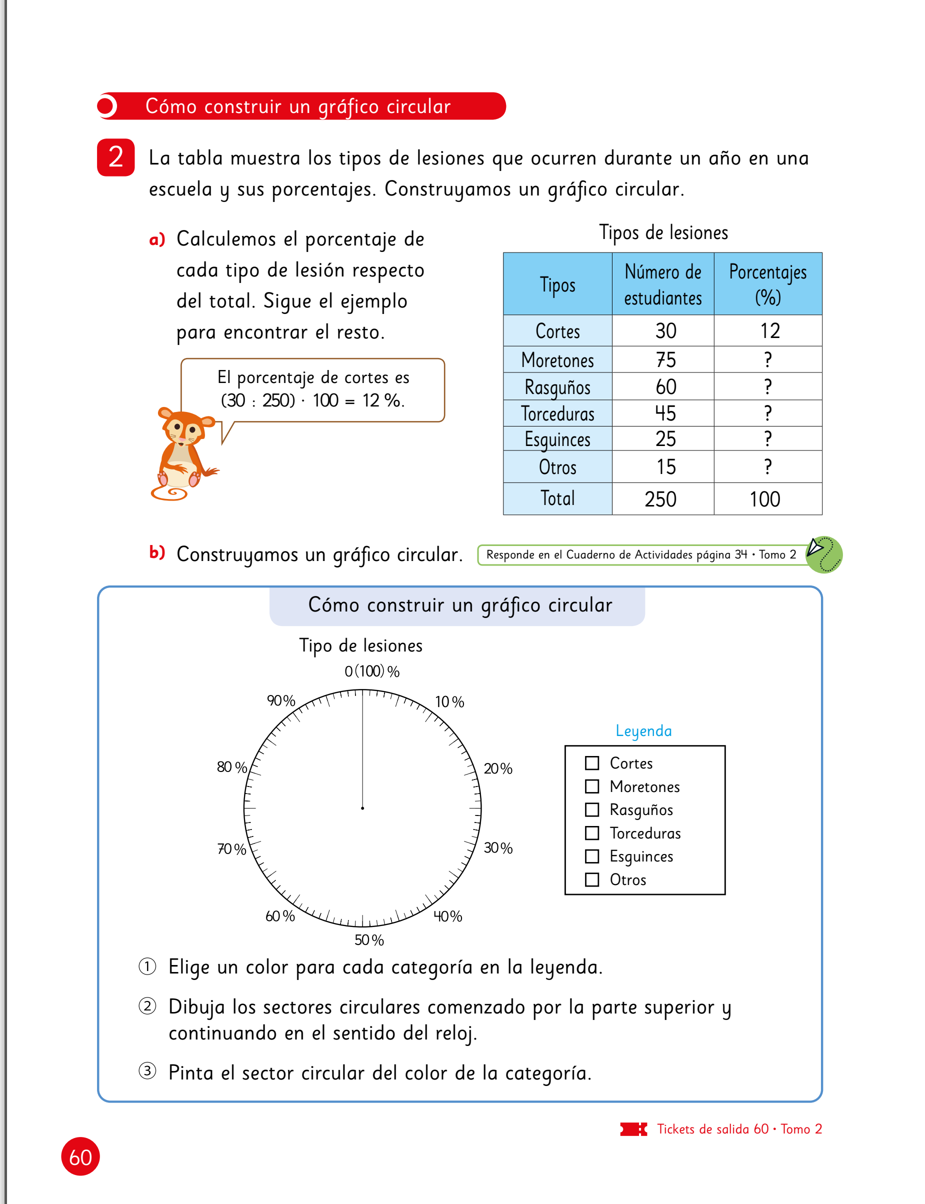
Calculadora, lápices de colores.

Gestión

Presente la **Actividad 2** a los estudiantes y pregunte: *¿qué información presenta la tabla?* (Tipos de lesiones, el número de estudiantes relacionado a cada lesión y los porcentajes de cada uno respecto del total) *¿Qué es lo primero que debemos hacer para construir el gráfico?* (Calcular los porcentajes de datos de cada categoría). Pídales que vayan al **Cuaderno de Actividades** y completen la tabla con los porcentajes. Recuérdeles cómo calcular un porcentaje usando razones y sugiérales seguir el ejemplo de la mascota y usar calculadora para obtener los resultados. Deles unos minutos para que trabajen en eso, y luego seleccione algunos estudiantes para que completen la tabla en la pizarra.

Tipos	Número de estudiantes	Porcentajes (%)
Cortes	30	12
Moretones	75	30
Rasguños	60	24
Torceduras	45	18
Esguinces	25	10
Otros	15	6
Total	250	100

A continuación, presente el gráfico circular que hay que completar y pregunte: *¿cuál es el título del gráfico?* (Tipo de lesiones) *¿Qué representan las marcas en el contorno del gráfico?* (Cada marca indica un 1 %) *¿Qué información contiene la leyenda?* (El color asociado a cada categoría del gráfico). Concuerde con los estudiantes los colores que van a usar para cada categoría. Haga notar que deben ser colores distintos. Dibuje el sector circular relacionado a la primera categoría en la pizarra y explique cómo se debe continuar en el sentido del reloj. Pida que dibujen y pinten el resto de los sectores circulares y recuérdeles colocar los porcentajes asociados a cada uno sobre el gráfico.


Cómo construir un gráfico circular

2 La tabla muestra los tipos de lesiones que ocurren durante un año en una escuela y sus porcentajes. Construyamos un gráfico circular.

a) Calculemos el porcentaje de cada tipo de lesión respecto del total. Sigue el ejemplo para encontrar el resto.

El porcentaje de cortes es (30 : 250) · 100 = 12 %.

Tipos de lesiones

Tipos	Número de estudiantes	Porcentajes (%)
Cortes	30	12
Moretones	75	?
Rasguños	60	?
Torceduras	45	?
Esguinces	25	?
Otros	15	?
Total	250	100

b) Construyamos un gráfico circular. Responde en el Cuaderno de Actividades página 34 • Tomo 2

Cómo construir un gráfico circular

① Elige un color para cada categoría en la leyenda.

② Dibuja los sectores circulares comenzado por la parte superior y continuando en el sentido del reloj.

③ Pinta el sector circular del color de la categoría.

Tickets de salida 60 • Tomo 2

60

Para finalizar, seleccione algunos estudiantes para que muestren sus gráficos. Destaque que la construcción del gráfico circular es posible gracias a que está previamente graduado en 100 partes iguales.

Consideraciones didácticas

Usar círculos graduados en 100 partes iguales facilita la construcción de gráficos circulares. Cuando no existen estas marcas, los estudiantes deben usar proporciones para determinar el ángulo del centro de cada uno de los sectores circulares y usar un transportador para dibujarlos. Esto complejiza bastante la construcción y además se encuentra más allá de las competencias de los estudiantes de 5º año básico. El uso de círculos graduados es una alternativa sencilla que se ajusta completamente a las posibilidades de los estudiantes de este nivel escolar.

Tickets de salida página 60 • Tomo 2

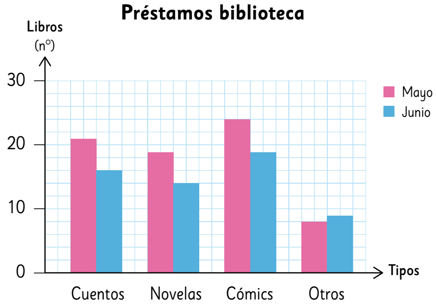
EJERCICIOS

1 El gráfico contiene la información de los libros prestados en una biblioteca en mayo y junio.

a) ¿Cuántos préstamos se realizaron cada mes?

b) ¿Cuántos préstamos menos se efectuaron en junio?

c) ¿Cuál es el tipo de libro en que más bajaron los préstamos?



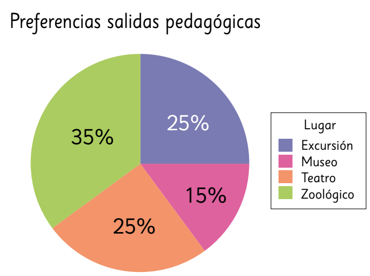
2 Se realizó una encuesta a los estudiantes sobre sus preferencias de las salidas pedagógicas.

a) ¿Qué porcentaje de los estudiantes encuestados prefieren el zoológico?

b) ¿Qué porcentaje prefiere salir de excursión?

c) ¿Cuántos de los 120 estudiantes encuestados, prefieren ir al teatro?

d) ¿Cuántos de los 120 estudiantes prefieren el museo?



Cuaderno de Actividades páginas 35, 36 y 37 • Tomo 2
Tickets de salida página 61 • Tomo 2

Capítulo 14 • Datos 61

17 | P. 61 | TE | **Datos**

Planificación 135 minutos

TE 45 minutos | **CA** 90 minutos

Propósito

Que los estudiantes ejerciten los temas estudiados relacionados con gráficos.

Habilidad

Argumentar y comunicar.

Gestión

Presente los ejercicios propuestos en el **Texto del Estudiante** y en la medida que lee las preguntas consulte a los estudiantes qué entienden que deben hacer en cada caso. Asegúrese de que todos comprendan lo que se les pide realizar. Pida que resuelvan cada ejercicio en su cuaderno.

Monitoree el trabajo de los estudiantes y realice preguntas que apoyen sus esfuerzos por responder a cada tarea.

En el **Ejercicio 1** deben leer e interpretar la información contenida en el gráfico de barras dobles. Pida que señalen en qué se fijaron en el gráfico para responder cada pregunta.

Haga una puesta en común en la que compartan las respuestas con sus compañeros. Pida a los estudiantes que presenten sus dudas y errores al curso para analizarlos y corregirlos entre todos.

En el **Ejercicio 2** deben leer e interpretar la información contenida en el gráfico circular y calcular la cantidad de estudiantes correspondientes a los porcentajes de cada categoría.

Pida que se reúnan en parejas para desarrollarlo. Monitoree el trabajo e identifique las dificultades que puedan tener. En particular, ponga atención a las dificultades en el cálculo de porcentaje que puedan presentar. En estos casos, recuérdeles la manera de calcular porcentajes mediante ejemplos.

Haga una puesta en común para revisar las respuestas. Presente los errores o dificultades que pudo observar durante el monitoreo y plantee una discusión en la que los estudiantes los analicen y corrijan.

Cuaderno de Actividades páginas 35, 36 y 37 • Tomo 2
Tickets de salida página 61 • Tomo 2

Planificación 45 minutos

Propósito

Que los estudiantes profundicen en la comprensión de los temas estudiados relacionados con gráficos.

Habilidad

Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

Pida a los estudiantes que lean el problema propuesto en el **Texto del Estudiante**. Formule algunas preguntas para evaluar la comprensión de la situación planteada: *¿qué información se presenta en la primera tabla? ¿Y en la segunda? ¿Qué es lo que se pide realizar en el* **problema 1 a)***?*

A continuación, asegúrese de que recuerdan cómo construir un diagrama de tallo y hojas. Pregunte: *¿qué es lo primero que debemos hacer para construir el diagrama de tallo y hojas?* (Ordenar los datos de menor a mayor) *¿Qué representan los números en los tallos? ¿Y en las hojas?* (En el tallo están los dos primeros dígitos de las alturas de los jugadores y en las hojas el dígito de la unidad).

Pida que resuelvan el problema en su cuaderno. Monitoree el trabajo de los estudiantes y realice preguntas que apoyen sus esfuerzos. Identifique dificultades y errores frecuentes para abordarlos en la puesta en común.

Pida a varios estudiantes que pasen a la pizarra a dibujar ambos diagramas.

Altura selección alemana

Tallo	Hojas
16	
17	5 6
18	0 0 0 1 4 5 5 6 7 8 9 9 9 9
19	0 0 1 2 3 5 5

Altura selección chilena

Tallo	Hojas
16	8 9
17	0 1 1 4 6 8 8 9 9
18	0 0 2 4 4 5 5 6 7 8
19	2 3

Plantee preguntas para que los estudiantes interpreten la información de los gráficos: *¿qué significa el 8 en la primera fila del diagrama de la derecha?* (Que la altura de uno de los jugadores de la selección chilena es 168 cm) *¿Qué significa que en la primera fila del diagrama de la izquierda no haya ningún número?* (Que no hay jugadores de la selección alemana que midan menos de 170 cm).

PROBLEMAS

1 Las siguientes tablas muestran las alturas (en centímetros) de los jugadores de las selecciones de fútbol de Chile y de Alemania de 2018.

Selección de Alemania

M. Neuer	193	J. Hector	185
K. Trapp	189	J. Brandt	185
S. Ulreich	192	L. Goretzka	189
N. Süle	195	I. Gündogan	180
J. Tah	195	K. Havertz	189
M. Ginter	191	M. Reus	180
L. Klostermann	189	J. Draxler	187
N. Stark	190	L. Sané	184
N. Schulz	180	S. Gnabry	175
M. Halstenberg	188	T. Werner	181
T. Kehrer	186	A. Rüdiger	190
J. Kimmich	176		

Selección de Chile

G. Arias	188	E. Pavez	180
B. Cortés	185	A. Vidal	180
Y. Urra	192	C. Aránguiz	171
G. Maripán	193	P. Hernández	185
P. Díaz	184	D. Valdés	179
I. Lichnovsky	186	A. Sagal	182
G. Jara	178	J. Fernandes	184
J. Beausejour	178	J. Fuenzalida	170
M. Isla	176	E. Vargas	174
O. Opazo	169	A. Sánchez	168
E. Pulgar	187	N. Castillo	179
G. Medel	171		

Fuente: https://www.transfermarkt.es

a) Construye el diagrama de tallo y hojas de la selección chilena y compara con las estaturas de la selección alemana.

Alturas selección alemana

Tallo	Hojas
16	
17	5 6
18	0 0 0 1 4 5 5 6 7 8 9 9 9 9
19	0 0 1 2 3 5 5

Alturas selección chilena

Tallo	Hojas
16	
17	
18	
19	

b) ¿Cuál es la diferencia entre la menor y la mayor estatura en cada caso?

c) ¿Cuántos jugadores miden 180 cm o más en cada selección?

Tickets de salida página 62 • Tomo 2

¿Cuántos jugadores de cada selección miden 180 cm o más? (21 jugadores de la selección alemana y 12 jugadores de la selección chilena). Si miramos solo el diagrama de las alturas de los jugadores chilenos, *¿podríamos decir que los jugadores son bajos de estatura? ¿Cómo son las estaturas de los jugadores chilenos respecto de la altura de los jugadores de Alemania?* Pida que argumenten usando información de los gráficos.

Revise las respuestas de los ítems del problema y concluya pidiendo a los estudiantes que describan lo que aprendieron en las clases relacionadas con gráficos.

Tickets de salida página 62 • Tomo 2

REPASO 3

1. Hay 4 bolsas con igual cantidad de globos y 3 globos sueltos. Si se sabe que en total hay 147 globos, ¿cuántos globos hay en cada bolsa? Escribe una ecuación para resolver el problema.

Consulta el capítulo 11

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x + 12 = 20$ b) $3 \cdot x - 7 = 35$ c) $45 = 3 \cdot x + 6$

Consulta el capítulo 11

3. Si para pintar 1 m^2 de pared se necesitan 0,2 L de pintura, ¿cuántos litros de pintura se necesitan para pintar 5,5 m^2 de pared?

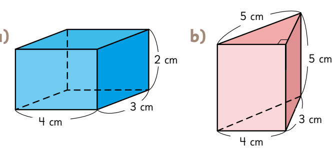
Consulta el capítulo 12

4. Calcula:

a) 3,4 : 1,7 b) 4,5 · 1,7 c) 3,04 : 2 d) 0,5 · 2,5 e) 8,8 : 2,2

Consulta el capítulo 12

5. Calcula el área total de cada figura.

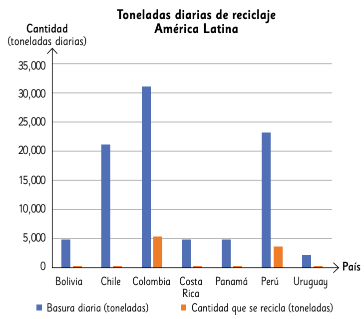


Consulta el capítulo 13

6. Analiza la información del gráfico.

a) ¿Cuáles son los países que tienen la mayor y la menor cantidad de basura reciclada, respectivamente? ¿Aproximadamente cuánto reciclan?

b) ¿Cuáles son los países que tienen la mayor y menor producción de basura, respectivamente?



Consulta el capítulo 14

Repaso 3 63

Repaso 3 | P. 63 | TE | **Capítulos 11 - 14**

Planificación 45 minutos

Propósito

Que los estudiantes pongan a prueba sus conocimientos sobre los temas estudiados relacionados con lenguaje algebraico y ecuaciones, multiplicación y división de decimales, área de cubos y paralelepípedos y datos.

Gestión

Asegúrese de que todos los estudiantes comprendan lo que se les solicita. Pídales que registren sus cálculos, procedimientos y respuestas en sus cuadernos.

Si presentan dificultades motívelos a que revisen el capítulo que se indica en cada una de las preguntas, de tal manera que puedan repasar los aspectos en que presentan dudas.

Monitoree el trabajo, verificando si ponen en juego los conocimientos y habilidades estudiados hasta el **Capítulo 14**.

Luego, en una puesta en común, permita que compartan sus resultados y estrategias. Recomiéndeles que en caso de cometer algún error, no lo borren y que escriban el procedimiento correcto a un lado, para que puedan identificar sus errores.

En la **Pregunta 1 (Capítulo 11)**, determinan la ecuación que modela una situación de iteración de una cantidad, cuya incógnita es la cantidad que se itera.

En la **Pregunta 2 (Capítulo 11)**, resuelven ecuaciones de dos pasos que involucran cálculos aditivos y multiplicativos.

En la **Pregunta 3 (Capítulo 12)**, resuelven un problema en que deben calcular una multiplicación de dos números decimales.

En la **Pregunta 4 (Capítulo 12)**, calculan multiplicaciones y divisiones de números decimales.

En la **Pregunta 5 (Capítulo 13)**, calculan el área total de:
a) un paralelepípedo.
b) un prisma de base triangular.

En la **Pregunta 6 (Capítulo 14)**, extraen información directa a partir de un gráfico de barras doble, reconociendo la menor y mayor frecuencia de cada variable, y comparando valores absolutos. Se espera que los estudiantes comparen las barras de manera perceptiva y estimen el valor de los datos solicitados.

Capítulo 15 | Volumen de cubos y paralelepípedos

14 horas pedagógicas

Visión general

La noción de volumen se estudia al término de la Educación Básica, por tanto, en este capítulo se inicia el aprendizaje de esta magnitud. La propuesta didáctica plasmada en este capítulo comienza comparando el tamaño de prismas rectangulares con la intención de que a los estudiantes no les baste la percepción y tengan la necesidad de medir para tomar la decisión de cuál objeto tiene mayor tamaño. La medición del volumen se plantea a lo largo del capítulo con diferentes condiciones para que los estudiantes avancen del conteo de cubos al cálculo de arreglos rectangulares, usando la multiplicación, y al cálculo que relacione las medidas de longitud, área y volumen que les permita comprender y utilizar fórmulas. En todo este proceso se utilizan distintos tipos de representaciones que contribuyen a que los estudiantes elaboren conjeturas y las justifiquen. Asimismo, se promueve la comprensión del significado e interrelaciones de unidades de medida de volumen.

Objetivo de Aprendizaje del capítulo

OA19: Calcular el volumen de cubos y paralelepípedos expresando el resultado en cm^3, m^3 y mm^3.

Aprendizajes previos

- Cálculo del área de rectángulos y cuadrados.
- Identificar características de las caras y aristas de paralelepípedos y cubos.
- Cálculo del área de paralelepípedos y cubos.

Actitud

- Manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico.
- Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas.
- Expresar y escuchar ideas de forma respetuosa.

15 Volumen de cubos y paralelepípedos

Volumen

1 Arma la caja de mayor tamaño que puedas, utilizando la hoja de papel cuadriculado de 1 cm que encontrarás en el Cuaderno de Actividades.

Recorta en el Cuaderno de Actividades página 83 • Tomo 2

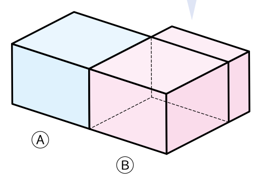
2 Comparemos los tamaños de las cajas armadas por tres estudiantes.

Caja de Matías Ⓐ

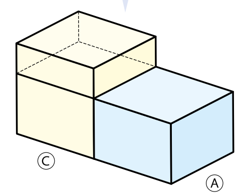
Caja de Gaspar Ⓑ

Caja de Ema Ⓒ

Aquí se ve que la caja de Gaspar es más grande que la de Matías.



Aquí se ve que la caja de Ema es más grande que la de Matías.



64

15 | P. 64 | TE | Volumen de cubos y paralelepípedos

Planificación 20 minutos

Propósito

Que los estudiantes comparen el volumen de dos paralelepípedos poniéndolos juntos.

Habilidad

Resolver problemas / Argumentar y comunicar.

Recursos

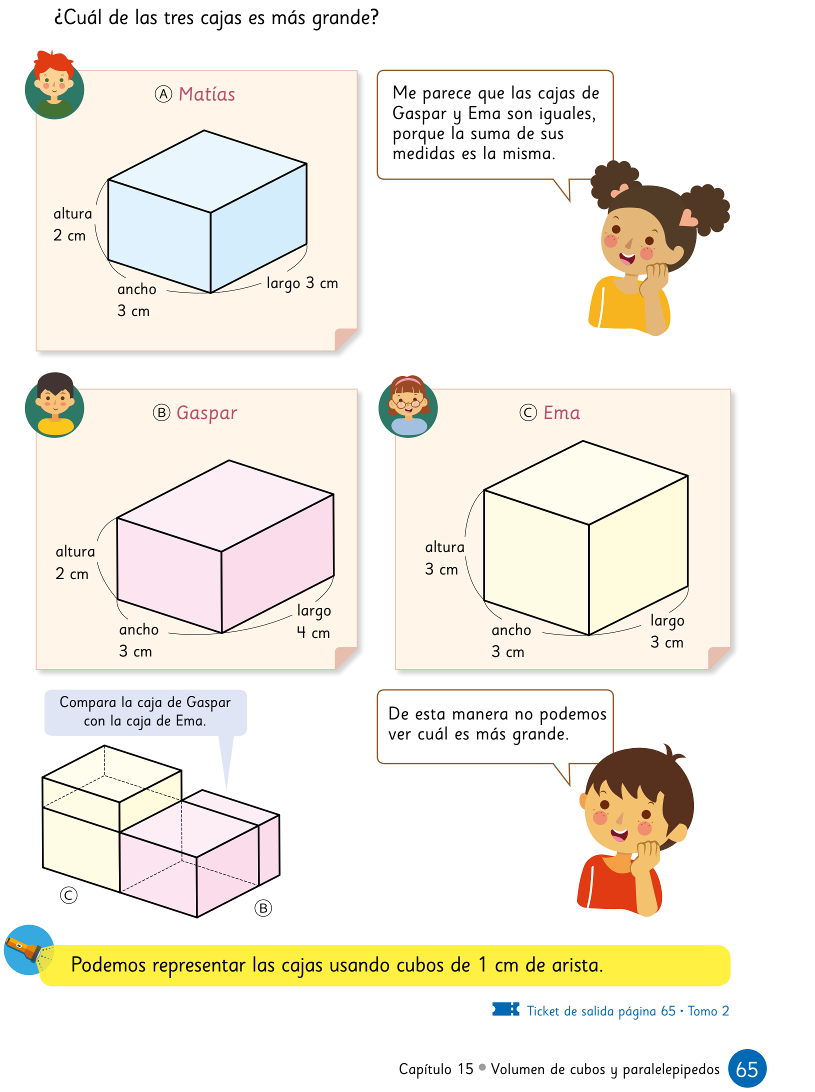
Regla, tijeras y cinta adhesiva. Paralelepípedos de Matías, Gaspar y Ema elaborados en cartulina, esponja o plumavit. Cuadriculado página 83 del **Cuaderno de Actividades**.

Gestión

Comience la clase indicando que desarrollarán la **Actividad 1**, en la cual deberán armar un cubo o un paralelepípedo lo más grande posible, respetando las siguientes condiciones: (a) armar el cuerpo a partir de una red, (b) dibujar la red en el papel cuadriculado (9 cm · 14 cm).

Una vez que hayan armado los cuerpos, pregunte: *¿quién formó el cubo o paralelepípedo de mayor tamaño? ¿En qué se fijan para compararlos?* Registre los argumentos planteados por los estudiantes para comparar los cuerpos sin pretender todavía corregirlos o validarlos, ya que estas ideas preliminares se pondrán a prueba en la siguiente actividad.

Pídales que lean la **Actividad 2** y explique que, al igual que ellos, Matías, Gaspar y Ema hicieron unos paralelepípedos, y que en las imágenes se aprecia la manera en que los ubicaron para compararlos y decidir cuál era el de mayor tamaño. Pregúnteles: *¿cuál de las tres cajas es la que tiene mayor tamaño?* Relacione los argumentos planteados en ambas actividades destacando, por el momento, aquellos relacionados con la comparación directa cuando algunas de sus caras tienen el mismo tamaño y otras solo son más largas, como ocurre con las figuras A y B, y A y C. Ejemplifique utilizando las cajas, comparándolas a través de la unión de sus caras y deduciendo que, en ambos casos, el paralelepípedo de Matías es el más pequeño, ya que se aprecia que los otros paralelepípedos se podrían descomponer en el cuerpo de Matías y otra parte. También lo puede explicar señalando que al juntar los cuerpos por caras distintas pero de igual ancho y alto, se puede ver que hay una parte que sobresale.


¿Cuál de las tres cajas es más grande?

Podemos representar las cajas usando cubos de 1 cm de arista.

Ticket de salida página 65 • Tomo 2

Capítulo 15 • Volumen de cubos y paralelepípedos 65

15 | P. 65 | TE | **Volumen de cubos y paralelepípedos**

Planificación 25 minutos

Propósito
Que los estudiantes comparen el volumen de cubos y paralelepípedos a través de la unión de sus caras, identificando los casos en que pueden asegurar que un cuerpo tiene mayor tamaño que otro.

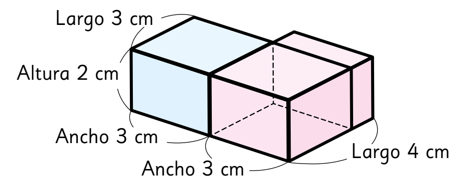
Habilidad
Resolver problemas / Argumentar y comunicar.

Recursos
Paralelepípedos de Matías, Gaspar y Ema elaborados en cartulina, esponja o plumavit.

Gestión
Pida a los estudiantes observar en el texto los paralelepípedos de Matías, Gaspar y Ema destacando que las imágenes tienen señaladas las medidas del largo, ancho y alto. Pregúnteles: *¿cuál de los paralelepípedos tiene la arista más larga? ¿Y cuál tiene la cara de mayor área? ¿Será el de mayor tamaño el paralelepípedo de Ema o el de Gaspar?*

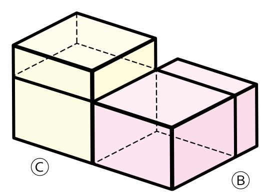
Vuelva a comparar los prismas rectangulares de Matías y Gaspar juntando una de las caras, pero agregando al argumento la medida de las aristas. Proyecte una imagen como la siguiente, y pregunte: *¿cuánto mide el ancho y el alto de ambos paralelepípedos? ¿Qué medidas tiene la parte que sobresale del prisma de Gaspar?*

Destaque en la imagen que la diferencia de 1 cm en el largo de ambos paralelepípedos determina que la parte que sobresale es un paralelepípedo de ancho 3 cm, alto 2 cm y largo 1 cm.



Análogamente, compare el paralelepípedo de Matías y el cubo de Ema procurando que los estudiantes reconozcan que estos cuerpos tienen igual el ancho y el largo, pero el cuerpo de Ema tiene 1 cm más de altura, por lo que el cuerpo que sobresale cuando se comparan juntando una de sus caras, es un paralelepípedo de ancho 3 cm, largo 3 cm y alto 1 cm.

Pregunte: *¿cuál figura tiene mayor tamaño, la de Gaspar o la de Ema?* Es probable que algunos estudiantes perciban más grande la figura de Ema. En dicho caso, pregunte si alguien percibe que la figura de Gaspar tiene mayor tamaño. Esto, con el fin de que reconozcan que es necesario buscar un procedimiento que permita comprobar, sin ambigüedades, cuál de las figuras tiene mayor tamaño. Pregunte: *¿servirá el procedimiento utilizado anteriormente? ¿Por qué?* Es posible que algunos estudiantes logren identificar que las partes que sobresalen de ambos cuerpos son paralelepípedos que tienen algunas aristas de la misma medida.



Lo que sobresale del prisma de Gaspar mide 3 cm, 2 cm y 1 cm, mientras que la parte que sobresale del prisma de Ema mide 3 cm, 3 cm y 1 cm. Si se unen ambos cuerpos por la cara que mide 3 cm por 1 cm, se puede deducir que el prisma de Ema es el de mayor tamaño.

Consideraciones didácticas
El concepto de volumen les resulta complejo de comprender a los estudiantes, ya que tal como se evidencia en las actividades planteadas, pone en juego otras magnitudes, como la longitud y la superficie. En esta clase se enfatiza una idea preliminar del volumen asociada al tamaño de los objetos que se pueden comparar cuando tienen dos de las tres dimensiones de igual medida, lo que posibilita reconocer la diferencia de tamaño como una parte que sobresale de un cuerpo. La importancia de esta primera idea es que permite evidenciar que una diferencia de 1 cm en la longitud de una de las aristas se percibe como una parte que sobresale. Se debe promover que visualicen el cuerpo más grande como dos cuerpos, uno igual al que se compara y otro. La idea es que comiencen a ver el volumen como la parte del espacio que ocupa una figura 3D.

La noción de volumen se irá profundizando gradualmente durante las clases siguientes, manipulando cubos y paralelepípedos, utilizando representaciones que contribuyan a relacionar las magnitudes de longitud y superficie para comprender el volumen, y enfatizando que los estudiantes indaguen y comuniquen sus ideas considerando que el error es parte de la actividad matemática.

Ticket de salida página 65 • Tomo 2

15 | P. 66 | TE | **Volumen de cubos y paralelepípedos**

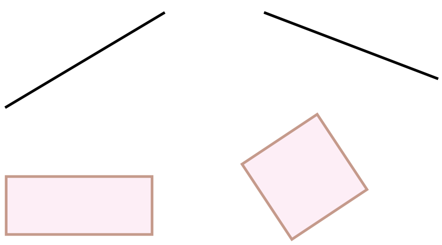
Planificación 45 minutos

Propósito
Que los estudiantes comprendan la medición del volumen de prismas rectangulares usando como unidad cubos de 1 cm de arista.

Habilidad
Representar / Argumentar y comunicar.

Recursos
Paralelepípedos de Matías, Gaspar y Ema elaborados en cartulina, esponja o plumavit. 51 cubos de 1 cm^3.

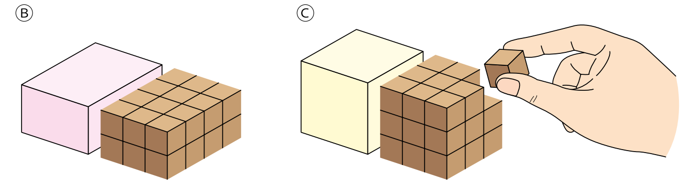
Gestión
Comience la clase dibujando dos segmentos, un rectángulo y un cuadrado que tengan una pequeña diferencia en sus medidas, y ubicados de tal modo que no sea evidente compararlos perceptivamente, como por ejemplo:



Pregunte: *¿cuál segmento es más largo? ¿Cuál figura tiene mayor área?* Asocie la dificultad para comparar estas figuras con lo que ocurrió en la clase anterior cuando compararon los paralelepípedos de Ema y Gaspar. Señale que les ha pedido comparar los segmentos y los cuadriláteros para que piensen usando la longitud y el área, que son dos magnitudes con las que están más familiarizados, para luego volver a la comparación del volumen. Pregunte: *¿qué se les ocurre hacer para saber cuál segmento es el más largo? ¿Podríamos utilizar un instrumento?* Destaque que para comparar la longitud pueden utilizar una regla y así determinar cuántos centímetros caben en cada segmento. La medición permite saber con seguridad cuál segmento es el más largo. *¿Qué harían ahora para saber cuál de los dos cuadriláteros tiene mayor área? ¿Podríamos medir o calcular el área?* Destaque que para calcular el área multiplican largo por ancho, lo que permite determinar cuántos centímetros cuadrados, caben en cada figura.

Llévelos a pensar en la medición del volumen de los cuerpos de Gaspar y Ema *¿qué unidad se podría utilizar para medir el volumen de los paralelepípedos?* Destaque que la unidad utilizada para medir la longitud fue el centímetro que es una longitud. La unidad utilizada para medir el área fue un cuadrado unitario, que es una superficie, entonces, *¿qué característica debería tener la unidad para medir el volumen?* Explique que la unidad de medida debe ser de la misma naturaleza que la magnitud, y que para el volumen se usan cubos, ya que permiten medir el espacio que ocupa una figura 3D.

Comparemos la cantidad de cubos que se necesitan para representar la caja de Gaspar y la de Ema.

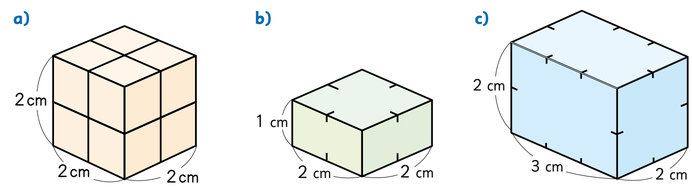


a) ¿Cuántos cubos se necesitan para la caja de Gaspar?

b) ¿Cuántos cubos se necesitan para la caja de Ema?

c) ¿Para cuál caja se necesitan más cubos?

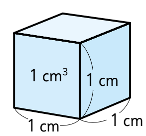
3 ¿Cuántos cubos de 1 cm de arista se necesitan para representar los siguientes cubos y paralelepípedos?



La medida del espacio que ocupa una figura de tres dimensiones (3D) se llama **volumen**.

Para medir el volumen se pueden contar el número de cubos de arista 1 cm que caben en la figura.

El volumen de un cubo de arista 1 cm se llama 1 **centímetro cúbico** y se escribe 1 $\mathbf{cm^3}$. El cm^3 se utiliza como unidad de volumen.



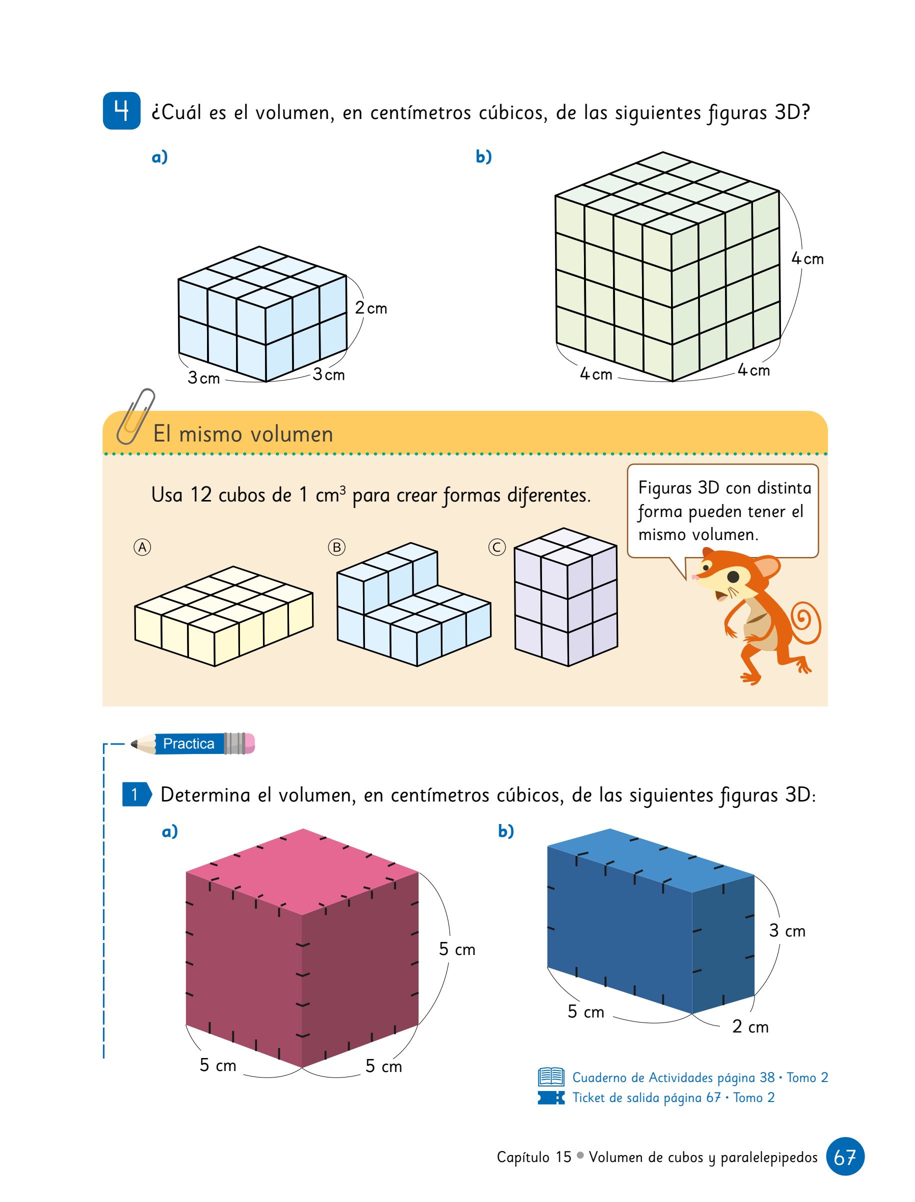
66

Pídales formar con cubos de 1 cm de arista los prismas rectangulares de Ema y Gaspar tal como se muestra en la imagen del texto. *¿Pueden saber ahora cuál tiene mayor tamaño? ¿Con cuántos cubos formaron cada paralelepípedo?* Destaque que la cantidad de cubos corresponde al volumen de los cuerpos, es decir, el cuerpo de Ema se forma con 27 cubos mientras que el de Gaspar se forma con 24 cubos.

Proponga que desarrollen la **Actividad 3** y que indiquen el volumen de cada figura 3D. Pídales que intenten imaginar cuántos cubos se necesitan para formar cada paralelepípedo y que luego lo verifiquen usando cubos de 1 cm de arista.

Consideraciones didácticas
En esta clase se aborda el volumen como una magnitud equivalente a la cantidad de cubos que forman un cuerpo o caben en él.

En esta clase se recurrió a problemas análogos con otras magnitudes como estrategia para que los estudiantes reconocieran la necesidad de medir el volumen y comparar las características de las unidades de medición. De esta forma se logra relacionar las magnitudes, así como profundizar en el concepto de medición.



4 ¿Cuál es el volumen, en centímetros cúbicos, de las siguientes figuras 3D?

a) 2 cm, 3 cm, 3 cm

b) 4 cm, 4 cm, 4 cm

El mismo volumen

Usa 12 cubos de 1 cm^3 para crear formas diferentes.

Ⓐ Ⓑ Ⓒ

Figuras 3D con distinta forma pueden tener el mismo volumen.

Practica

1 Determina el volumen, en centímetros cúbicos, de las siguientes figuras 3D:

a) 5 cm, 5 cm, 5 cm

b) 3 cm, 5 cm, 2 cm

Cuaderno de Actividades página 38 • Tomo 2
Ticket de salida página 67 • Tomo 2

Capítulo 15 • Volumen de cubos y paralelepípedos 67

15	P. 67 | TE | **Volumen de cubos y paralelepípedos**
Planificación 45 minutos	
TE 35 minutos	**CA** 10 minutos

Propósito
Que los estudiantes comprendan el significado del centímetro cúbico como unidad de volumen.

Habilidad
Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión
Pida a los estudiantes que lean y expliquen lo indicado en el recuadro sobre la unidad convencional para medir el volumen. Pregunte: *¿qué es 1 cm^3? ¿Cómo se lee? ¿Para qué se utiliza? ¿Cómo interpretan 8 cm^3?*

Destaque que 1 cm^3 es una unidad para medir el volumen que corresponde a una cantidad de espacio, que incluso puede tener otra forma. Por ejemplo, si se derrite un cubo de hielo de 1 cm de arista, la cantidad de agua sigue siendo 1 cm^3.

Proponga desarrollar la **Actividad 4** y monitoree cómo los estudiantes cuantifican la cantidad de cubos de 1 cm^3 que forman los cuerpos. Se espera que identifiquen grupos de cubos que forman una hilera, o una cara, y luego cuenten cuántas de ellas forman la figura. Apoye a los estudiantes que tengan dificultades para imaginar todos los cubos que forman un cuerpo proporcionándoles cubos unidad de 1 cm^3 para que formen el cuerpo, y luego los cuenten. Destaque que el volumen se debe expresar señalando la unidad de medida. Así, por ejemplo, el volumen de la figura **4 a)** es 18 cm^3.

Desafíelos a formar diferentes figuras 3D que tengan un volumen de 12 cm^3. Pregunte: *¿se pueden formar otras figuras diferentes a las de la imagen? ¿Cuál de estas es la que tiene mayor tamaño?* Se espera que expliquen que todos tienen el mismo tamaño a pesar de que tengan diferente forma.

Pídales que desarrollen los ejercicios de la sección **Practica**.

Consideraciones didácticas
En esta clase se procura ampliar el concepto de volumen formalizando la unidad de medida 1 cm^3, pero sobre todo reconocer que un volumen no está asociado a una forma en particular. Por eso es esencial que los estudiantes tengan la oportunidad de formar figuras 3D usando cubos de 1 cm^3 para que reconozcan que el volumen es independiente de la forma, es decir, que se pueden formar distintas figuras que tengan un mismo volumen.

Cuaderno de Actividades página 38 • Tomo 2
Ticket de salida página 67 • Tomo 2

15 | P. 68 | TE | **Volumen de cubos y paralelepípedos**

Planificación 45 minutos

Propósito

Que los estudiantes comprendan cómo calcular el volumen de un paralelepípedo a partir de sus medidas lineales (largo, ancho y alto).

Habilidad

Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

Proponga que observen la figura de la **Actividad 1** y que la comparen con las de la página anterior. Pregunte: *¿en qué son diferentes?* Oriéntelos para que noten que esta figura no está formada por cubos y que lo que conocemos es la medida de sus aristas. Pregunte: *¿servirá esta información para determinar el volumen del paralelepípedo?*

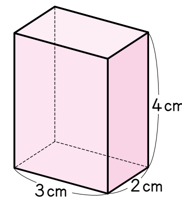
Guíelos para que se imaginen que el paralelepípedo está formado por cubos de 1 cm^3. Pregunte: *¿cuántos cubos cubrirán la base del prisma?* Esos cubos forman una primera capa. *¿Cuántas capas iguales necesitaremos para llenar el prisma con cubos? En total, ¿cuántos cubos serán?*

Promueva la reflexión sobre lo que hicieron para calcular la cantidad total de cubos. Recuerde: primero calcularon cuántos cubos se necesitan para cubrir la base: 3 x 2 = 6 cubos. Luego se dieron cuenta de que necesitaban 4 veces esos 6 cubos para formar el paralelepípedo y multiplicaron 6 x 4 = 24 cubos. Pregunte: *si para llenar este cuerpo se necesitan 24 cubos de 1 cm^3, ¿cuál es el volumen del paralelepípedo? ¿Cuál es la unidad de medida? ¿A qué nos referimos cuando decimos que el volumen de este cuerpo es 24 cm^3?* Se espera que concluyan que esa medida corresponde al espacio ocupado por el paralelepípedo.

Siga la misma pauta para gestionar la **Actividad 2**. Sugiera que se imaginen cuántos cubos de 1 cm^3 son necesarios para cubrir la base de este cuerpo formando una primera capa. Luego, cuántas de estas capas se necesitan para formar el paralelepípedo. Finalmente, que determinen la cantidad total de cubos de 1 cm^3 que puede contener el paralelepípedo e interpreten el cm^3 como la unidad para expresar el volumen del paralelepípedo.

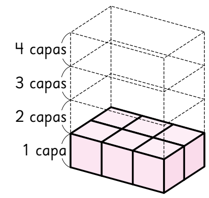
Cálculo del volumen

1 Calculen el volumen del paralelepípedo cuyas aristas miden 3 cm, 2 cm y 4 cm.



a) ¿Cuántos cubos de 1 cm de arísta hay en la capa inferior?

b) ¿Cuántas capas hay?

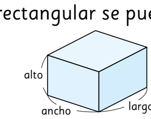


c) ¿Cuántos cubos de 1 cm de arista hay en el paralelepípedo?

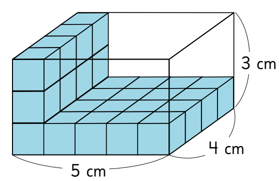
3	·	2	·	4	=	?
Cubos en una fila		Filas		Capas		Total de cubos

El volumen de un paralelepípedo o prisma de base rectangular se puede calcular multiplicando su largo, ancho y alto.

Volumen paralelepípedo = largo · ancho · alto



2 Calculen el volumen del paralelepípedo de largo 5 cm, ancho 4 cm y alto 3 cm.



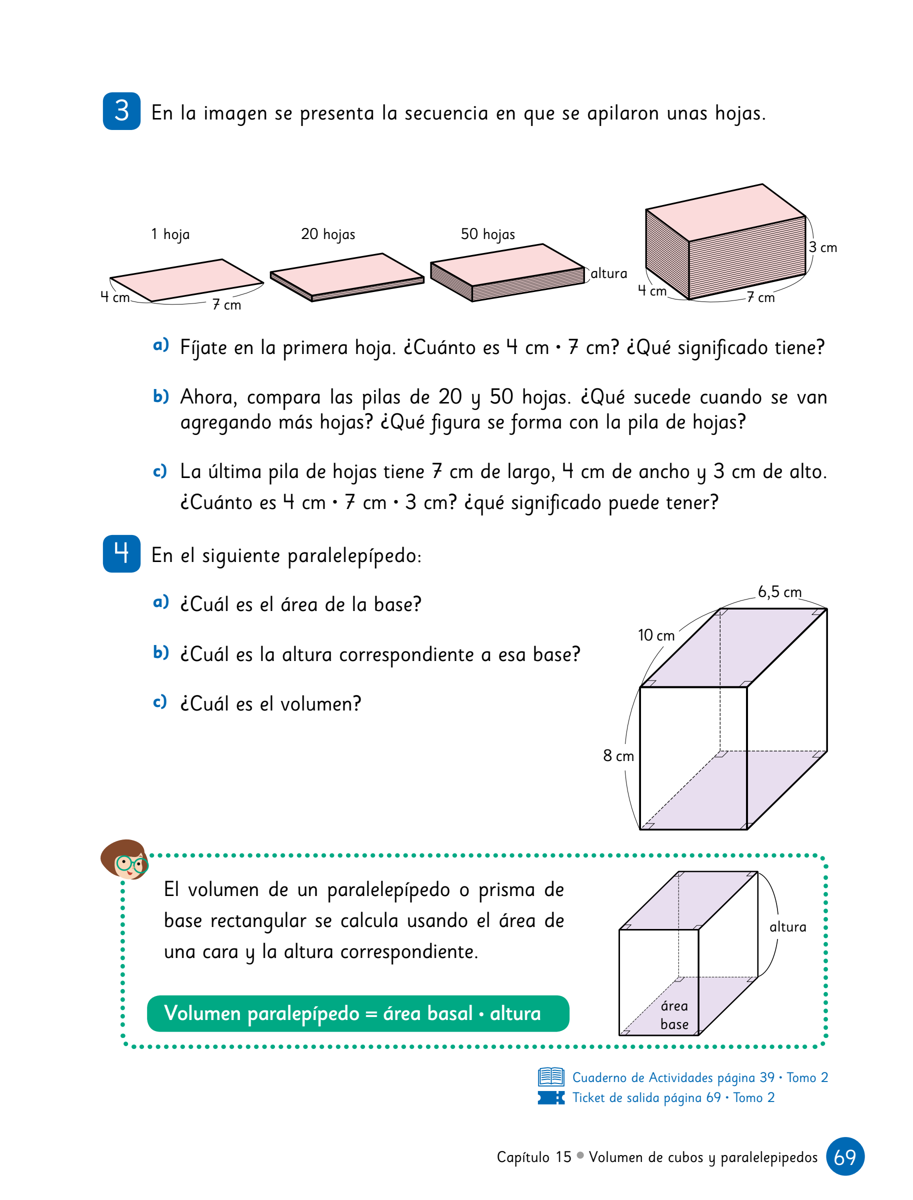
Ticket de salida página 68 · Tomo 2

68

Consideraciones didácticas

Es posible que algunos estudiantes conozcan la fórmula para calcular el volumen de un paralelepípedo: largo por ancho por alto, pero no comprendan su significado. Es importante que, a través del proceso de imaginar al paralelepípedo formado por cubos unitarios, entiendan cómo se origina la fórmula.

Ticket de salida página 68 • Tomo 2


3 En la imagen se presenta la secuencia en que se apilaron unas hojas.

a) Fíjate en la primera hoja. ¿Cuánto es 4 cm • 7 cm? ¿Qué significado tiene?

b) Ahora, compara las pilas de 20 y 50 hojas. ¿Qué sucede cuando se van agregando más hojas? ¿Qué figura se forma con la pila de hojas?

c) La última pila de hojas tiene 7 cm de largo, 4 cm de ancho y 3 cm de alto. ¿Cuánto es 4 cm • 7 cm • 3 cm? ¿qué significado puede tener?

4 En el siguiente paralelepípedo:

a) ¿Cuál es el área de la base?

b) ¿Cuál es la altura correspondiente a esa base?

c) ¿Cuál es el volumen?

El volumen de un paralelepípedo o prisma de base rectangular se calcula usando el área de una cara y la altura correspondiente.

Volumen paralepípedo = área basal • altura

Cuaderno de Actividades página 39 • Tomo 2
Ticket de salida página 69 • Tomo 2

Capítulo 15 • Volumen de cubos y paralelepipedos 69

15 | P. 69 | TE | **Volumen de cubos y paralelepípedos**

Planificación 45 minutos	
TE 35 minutos	**CA** 10 minutos

Propósito

Que los estudiantes comprendan cómo calcular el volumen de un paralelepípedo a partir del área basal y la altura correspondiente.

Habilidad

Representar / Argumentar y comunicar.

Recursos

Regla graduada en centímetros.

Gestión

Comunique a los estudiantes que en esta clase abordarán otra manera de calcular el volumen de un paralelepípedo.

Pida que observen una hoja de papel: *¿Cuáles son sus medidas?* Es muy probable que midan solo dos: largo y ancho. Pregunte: *¿cuál es su grosor?* Tal vez digan que no tiene, o que es tan pequeño que no se puede medir. Pregunte: *¿qué sucede si apilamos muchas hojas? ¿Se podrá medir la altura de la pila?*

Proponga que observen la figura de la **Actividad 3** y respondan las preguntas. En **a)** se espera que asocien el producto del largo por el ancho al área de la hoja; en **b)**, que relacionen la altura de la pila con la de un paralelepípedo, y en **c)**, que relacionen el producto de sus tres medidas lineales con su volumen.

En la **Actividad 4** se espera que, por analogía, asocien el área de la base del prisma al área de la hoja de papel, y la altura del prisma al alto de la pila. Pregunte: *¿cuál es el área de la base? ¿Cuál es la altura? ¿Cuál es el volumen?* Deténgase el tiempo que sea necesario para que los estudiantes establezcan claramente las relaciones entre los cálculos realizados a partir de las medidas de la pila de hojas y los que han hecho al considerar las medidas en las tres dimensiones del prisma.

A continuación, lean y expliquen la información contenida en el recuadro. Pregunte: *¿cuál es la base del paralelepípedo? ¿Qué hacemos para calcularla? ¿Y cuál es la altura correspondiente? Entonces, ¿cuál es su volumen?*

Finalmente, indique que escriban en su cuaderno la información dada en el recuadro.

Consideraciones didácticas

Concebir el volumen de un paralelepípedo como equivalente a la cantidad de cubos unitarios con los que se puede llenar constituye una primera aproximación al cálculo del volumen. Otra manera de abordar este concepto es considerar que el área de la base, una figura plana (como la representación de una hoja de papel), asciende horizontalmente, rellenando todo el espacio interior del cuerpo, hasta alcanzar la base superior. A este recorrido corresponde la idea de multiplicar la altura del paralelepípedo por el área de su base. No es una idea sencilla, pero la representación de las hojas de papel apiladas puede ayudar bastante a asimilarla.

Cuaderno de Actividades página 39 • Tomo 2
Ticket de salida página 69 • Tomo 2

15 | P. 70 | TE | **Volumen de cubos y paralelepípedos**

Planificación 45 minutos

Propósito

Que los estudiantes comprendan la fórmula para calcular el volumen de un paralelepípedo y de un cubo.

Habilidad

Representar / Argumentar y comunicar.

Recursos

Un paralelepípedo de cualquier material cuyas medidas correspondan a una cantidad entera de centímetros.

Gestión

Pida que revisen lo que anotaron la clase anterior sobre el cálculo del volumen de un paralelepípedo. Pregunte: *¿cuál es la base de un paralelepípedo? ¿Y cuál es su altura?* Genere una discusión, a partir de un paralelepípedo concreto, para concluir que la base depende de la posición del cuerpo, que cualquiera de sus caras puede ser considerada como base, y que cada base tiene una altura correspondiente.

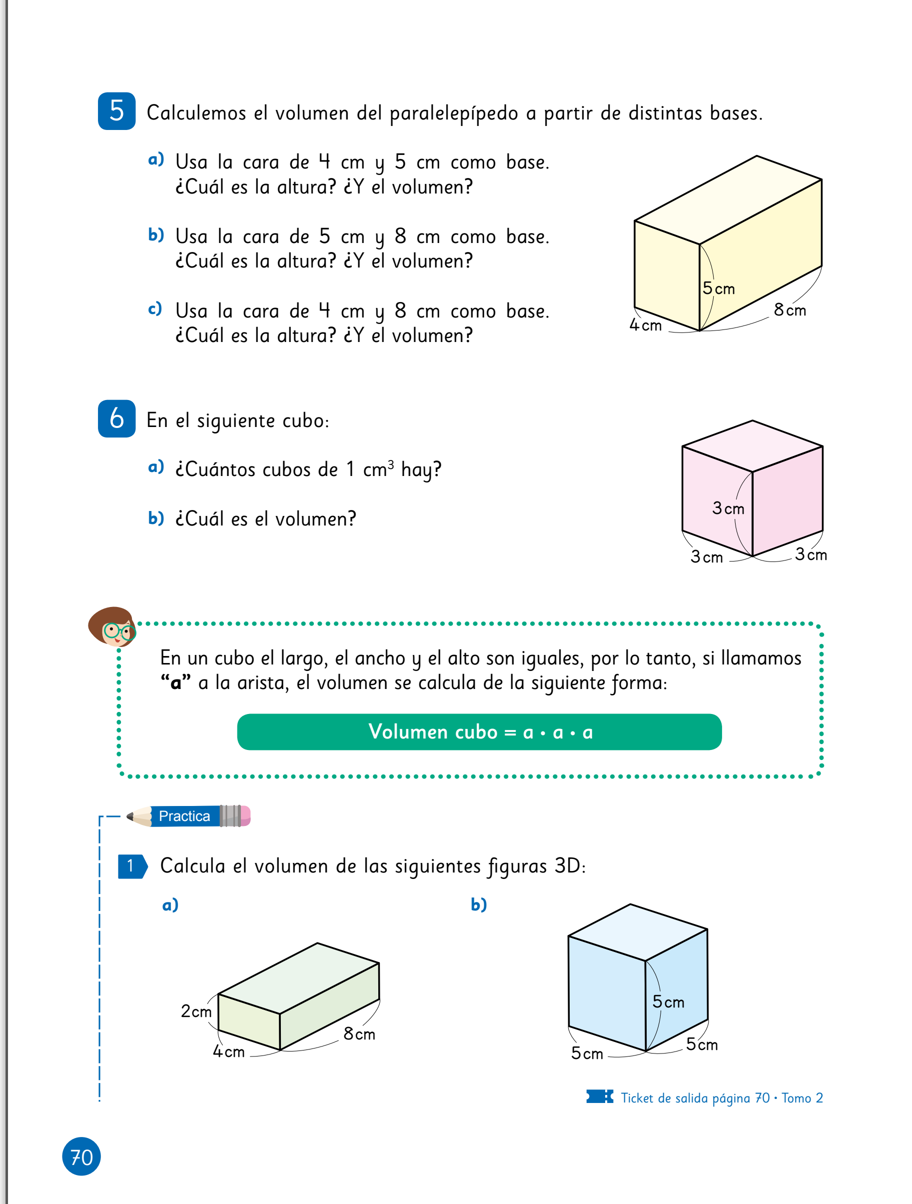
Indique que lean la **Actividad 5** y pregunte: *¿obtendrán el mismo volumen en los tres cálculos?* Pida que los hagan para comprobar su expectativa. Cuando hayan terminado, pregúnteles: *¿por qué creen que obtuvieron el mismo resultado en los tres casos?*

En la **Actividad 6** proponga que piensen cómo calcular el volumen de un cubo. Sugiérales que se imaginen cuántos cubitos de 1 cm^3 necesitan para cubrir la base de ese cubo formando una primera capa. Y luego, con cuántas capas se llenará el cubo. Una vez que hayan calculado el total de cubitos, pregunte: *¿cuál es el volumen del cubo? ¿qué unidad de medida estamos utilizando?*

Pida que consideren el proceso y pregunte: *para determinar la cantidad de cubos de la primera capa, ¿qué números multiplicaron? ¿Cuántas capas necesitaron? ¿Y cómo determinaron la cantidad total de cubos?* Oriéntelos para que comparen el cálculo del volumen en el cubo y en el paralelepípedo. En este último multiplicaron el área de la base (largo por ancho) por el alto. En el caso de este cubo:

- el área de la base es 3 cm · 3 cm = 9 cm^2
- el volumen es 9 cm^2 · 3 cm = 27 cm^3

Concluyan que para calcular el volumen de un cubo basta con multiplicar la medida de su arista por sí misma, una vez para obtener el área de la base y otra vez para obtener el volumen en unidades cúbicas. Pida que lean el recuadro, verifique que hayan comprendido lo que dice e indique que lo anoten en su cuaderno.


5 Calculemos el volumen del paralelepípedo a partir de distintas bases.

a) Usa la cara de 4 cm y 5 cm como base. ¿Cuál es la altura? ¿Y el volumen?

b) Usa la cara de 5 cm y 8 cm como base. ¿Cuál es la altura? ¿Y el volumen?

c) Usa la cara de 4 cm y 8 cm como base. ¿Cuál es la altura? ¿Y el volumen?

6 En el siguiente cubo:

a) ¿Cuántos cubos de 1 cm^3 hay?

b) ¿Cuál es el volumen?

En un cubo el largo, el ancho y el alto son iguales, por lo tanto, si llamamos **"a"** a la arista, el volumen se calcula de la siguiente forma:

Volumen cubo = a • a • a

Practica

1 Calcula el volumen de las siguientes figuras 3D:

a)

b)

Ticket de salida página 70 • Tomo 2

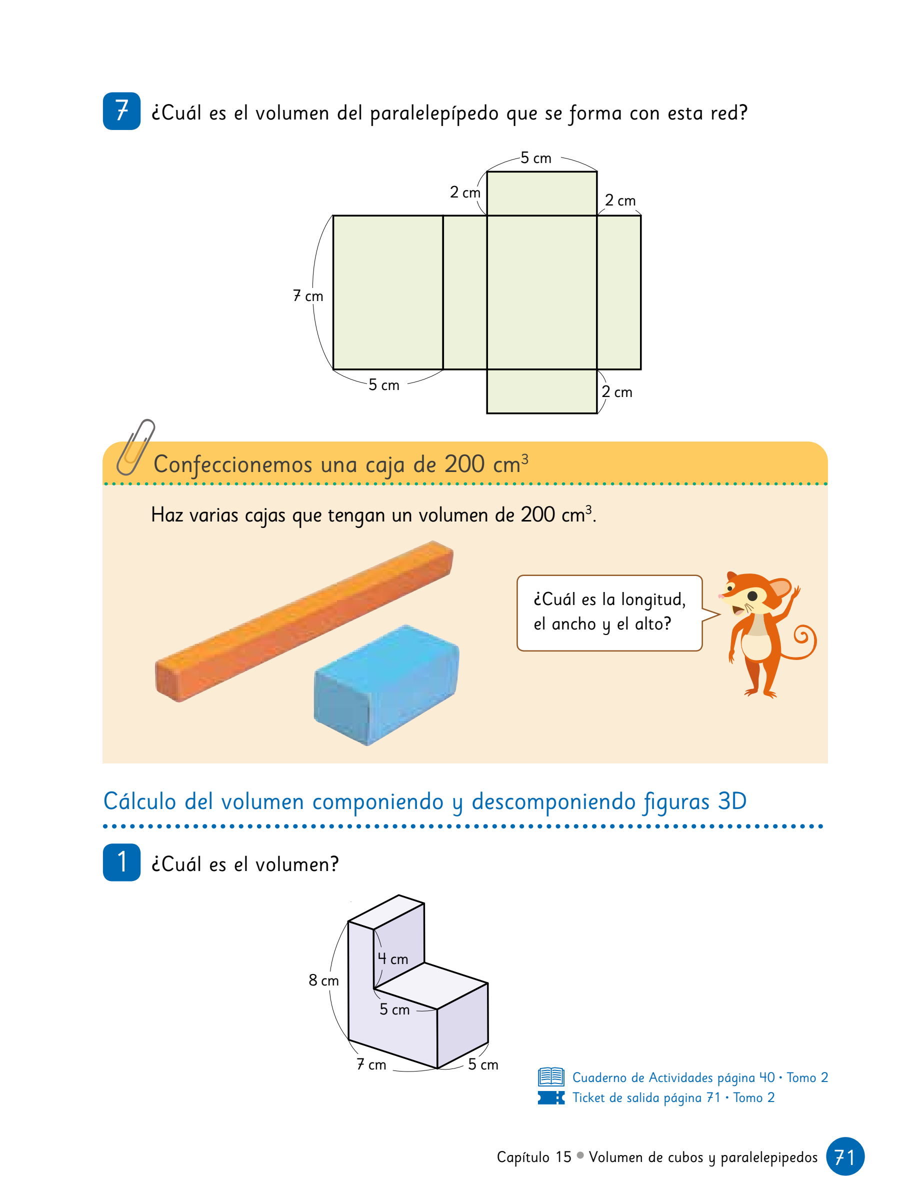
70

Consideraciones didácticas

En el cálculo del volumen del paralelepípedo a partir de distintas áreas basales los estudiantes aplican en forma implícita las propiedades de conmutatividad y de asociatividad de la multiplicación. Por tanto, la igualdad de los resultados puede fundamentarse tanto desde la conceptualización del volumen como desde las relaciones aritméticas puestas en juego.

Resulta interesante notar que la propuesta didáctica consiste en considerar el cálculo del volumen del cubo como un caso particular del cálculo del volumen de un paralelepípedo, en el cual largo, ancho y alto miden lo mismo.

Ticket de salida página 70 • Tomo 2



7 ¿Cuál es el volumen del paralelepípedo que se forma con esta red?

Confeccionemos una caja de 200 cm^3

Haz varias cajas que tengan un volumen de 200 cm^3.

Cálculo del volumen componiendo y descomponiendo figuras 3D

1 ¿Cuál es el volumen?

Cuaderno de Actividades página 40 • Tomo 2
Ticket de salida página 71 • Tomo 2

Capítulo 15 • Volumen de cubos y paralelepípedos 71

15	P. 71 | TE | **Volumen de cubos y paralelepípedos**
Planificación 45 minutos	
TE 30 minutos	**CA** 15 minutos

Propósito
Que los estudiantes resuelvan problemas asociados al cálculo de volumen.

Habilidad
Resolver problemas / Representar / Argumentar y comunicar.

Recursos
Papel o cartulina, tijeras, cinta adhesiva.

Gestión
Para que realicen la **Actividad 7**, proponga a los estudiantes que se imaginen que arman un paralelepípedo con la red dibujada. Pregunte: *¿cuál cara puede ser la base? Si esa es la base, ¿cuál es la altura correspondiente? ¿Cómo calculan el volumen?*

Incentívelos para que distintos estudiantes consideren diferentes caras como base, y luego corroboren si obtuvieron el mismo valor para el volumen. *¿Qué números multiplicaron?* Procure que se den cuenta de que en todos los cálculos del volumen intervienen los mismos tres factores (2, 5 y 9), aunque en distintos órdenes.

Proponga un nuevo desafío: armar cajas cuyo volumen sea 200 cm^3. Pregunte: *¿podrán hacerlo? ¿Qué medidas podrían tomar? ¿Cómo encontrarlas?*

Ponga los materiales a su disposición y observe, mientras trabajan, qué dificultades experimentan, qué errores cometen, qué ideas ponen a prueba. Algunos pensarán que necesitan apilar 200 cubos de 1 cm^3 para armar la caja pedida, otros propondrán erróneamente dividir 200 por 3 para encontrar la arista de una caja cúbica, y otros querrán armar la caja usando una cartulina de área 200 cm^2.

Una vez que hayan logrado armar varias cajas, pida a algunos estudiantes que las presenten y expliquen por qué su volumen es 200 cm^3 y cómo encontraron sus medidas.

Estimule la reflexión sobre la variedad de las formas que han obtenido. Han armado cajas con diferentes medidas lineales y con el mismo volumen. *¿Pensaban que esto era posible?* Formule otras preguntas, como por ejemplo: *si juntamos dos cajas, ¿cuál es el volumen de la figura 3D formada? ¿Podrían armar una caja cuyo volumen sea 400 cm^3?*

Finalmente, introduzca la **Actividad 1**. Pregunte: *¿cómo podrían calcular el volumen de esta figura 3D?* Permítales expresar sus ideas y anuncie que en la próxima clase continuarán resolviendo este problema.

Consideraciones didácticas
En esta clase se propone una actividad inversa a la que han venido realizando. En vez de pedir calcular el volumen de un paralelepípedo a partir de sus medidas, se pide determinar las medidas lineales a partir de su volumen. En el primer caso el cálculo se reduce a multiplicar tres números naturales. En el segundo se trata de factorizar, de encontrar tres números cuyo producto está dado (200). Al comparar diferentes tríos de factores y de armar las cajas correspondientes, los estudiantes avanzarán en su comprensión del concepto y del cálculo del volumen.

Algunos estudiantes, al no encontrar diversos factores enteros, se darán cuenta de que pueden recurrir a los números decimales. Si usan la calculadora, encontrarán una mayor variedad de paralelepípedos de 200 cm^3. También se les puede sugerir que busquen la caja más larga o la más baja posible con el mismo volumen.

Cuaderno de Actividades página 40 • Tomo 2
Ticket de salida página 71 • Tomo 2

15 | P. 72 | TE | Volumen de cubos y paralelepípedos

Planificación 45 minutos

TE 30 minutos | **CA** 15 minutos

Propósito

Que los estudiantes comprendan distintas estrategias para calcular el volumen de figuras 3D descomponibles en prismas rectangulares o cubos.

Habilidad

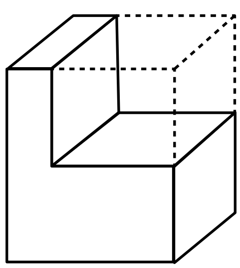
Resolver problemas / Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

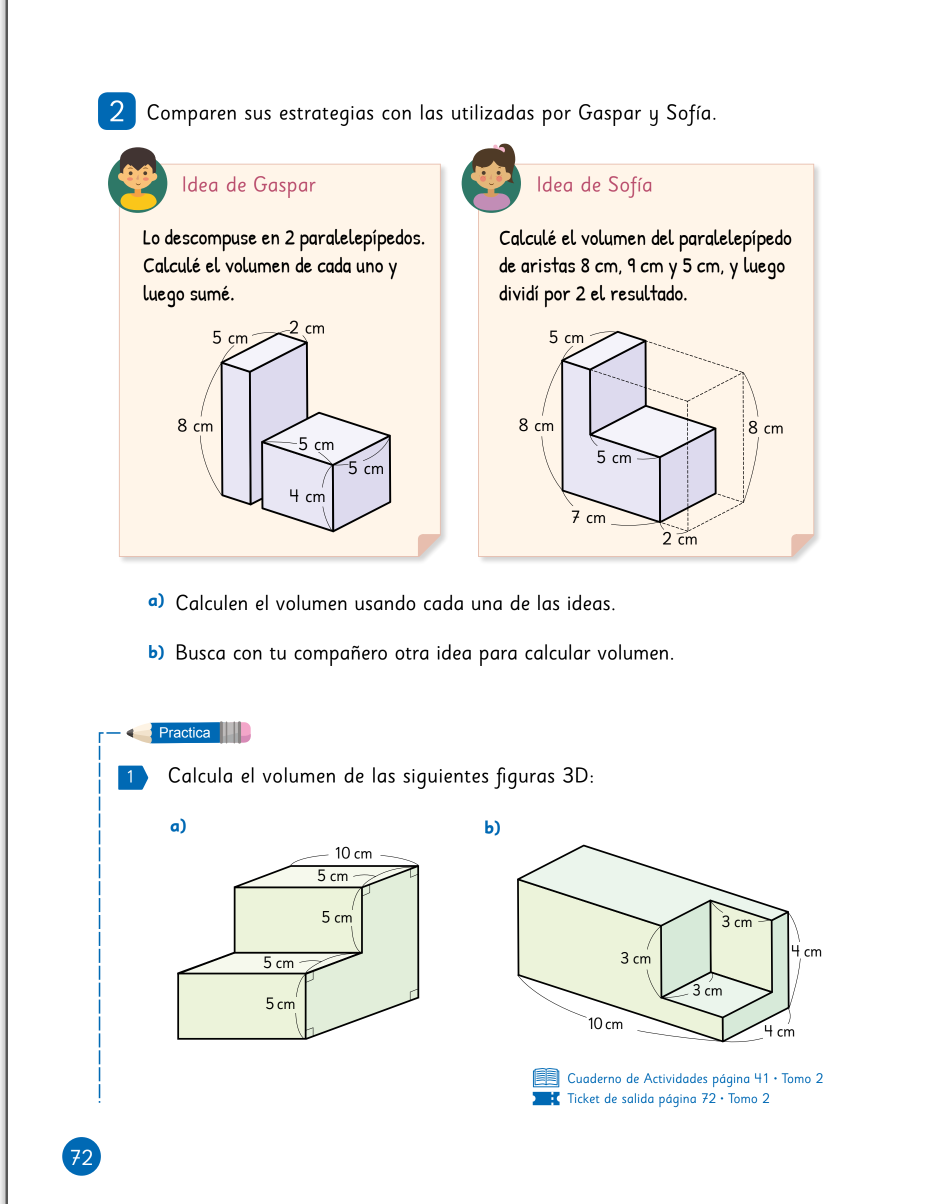
Recuerde las ideas que surgieron en la clase anterior para calcular el volumen la figura 3D dibujada. Valore especialmente las que apunten a descomponerla.

Invite a sus estudiantes a examinar en el texto las ideas de Gaspar y Sofía. Pregunte: *¿qué hizo Gaspar?* Se espera que observen que dividió la figura en dos paralelepípedos mediante un corte vertical y que luego calculó los volúmenes: $5 \cdot 2 \cdot 8$ cm³ y $5 \cdot 5 \cdot 4$ cm³ y los sumó, obteniendo 180 cm³. Indague si se les ocurren otras formas de descomponer la figura dada. Por ejemplo, dividirla en dos paralelepípedos mediante un corte horizontal. Los volúmenes son $5 \cdot 2 \cdot 4$ cm³ y $7 \cdot 5 \cdot 4$ cm³, y la suma de ambos es, igualmente, 180 cm³.

Otra idea puede ser completar un paralelepípedo como el de esta figura, calcular su volumen ($7 \cdot 5 \cdot 8$ cm³) y restarle el volumen del parelelepípedo agregado ($5 \cdot 5 \cdot 4$ cm³), con lo cual nuevamente obtienen un resultado de 180 cm³.



La idea de Sofía es más difícil de visualizar. Si no logran descifrarla, sugiérales que recuerden los movimientos que hicieron con las figuras planas cuando teselaron el plano. Diga: *si suponemos que este cuerpo es un sillón, ¿cómo podríamos moverlo?* Se espera que comprendan que Sofía duplicó la figura y la colocó, invertida, sobre la otra, formando un paralelepípedo. Pregunte: *¿se acuerdan de haber hecho algo parecido cuando estudiábamos cómo calcular el área de las figuras planas?* En este caso, el volumen del paralelepípedo formado es $9 \cdot 5 \cdot 8$ cm³, lo que corresponde al doble del área buscada. Al dividir por 2, se obtiene nuevamente 180 cm³.



2 Comparen sus estrategias con las utilizadas por Gaspar y Sofía.

Idea de Gaspar

Lo descompuse en 2 paralelepípedos. Calculé el volumen de cada uno y luego sumé.

Idea de Sofía

Calculé el volumen del paralelepípedo de aristas 8 cm, 9 cm y 5 cm, y luego dividí por 2 el resultado.

a) Calculen el volumen usando cada una de las ideas.

b) Busca con tu compañero otra idea para calcular volumen.

Practica

1 Calcula el volumen de las siguientes figuras 3D:

a)

b)

Cuaderno de Actividades página 41 • Tomo 2

Ticket de salida página 72 • Tomo 2

72

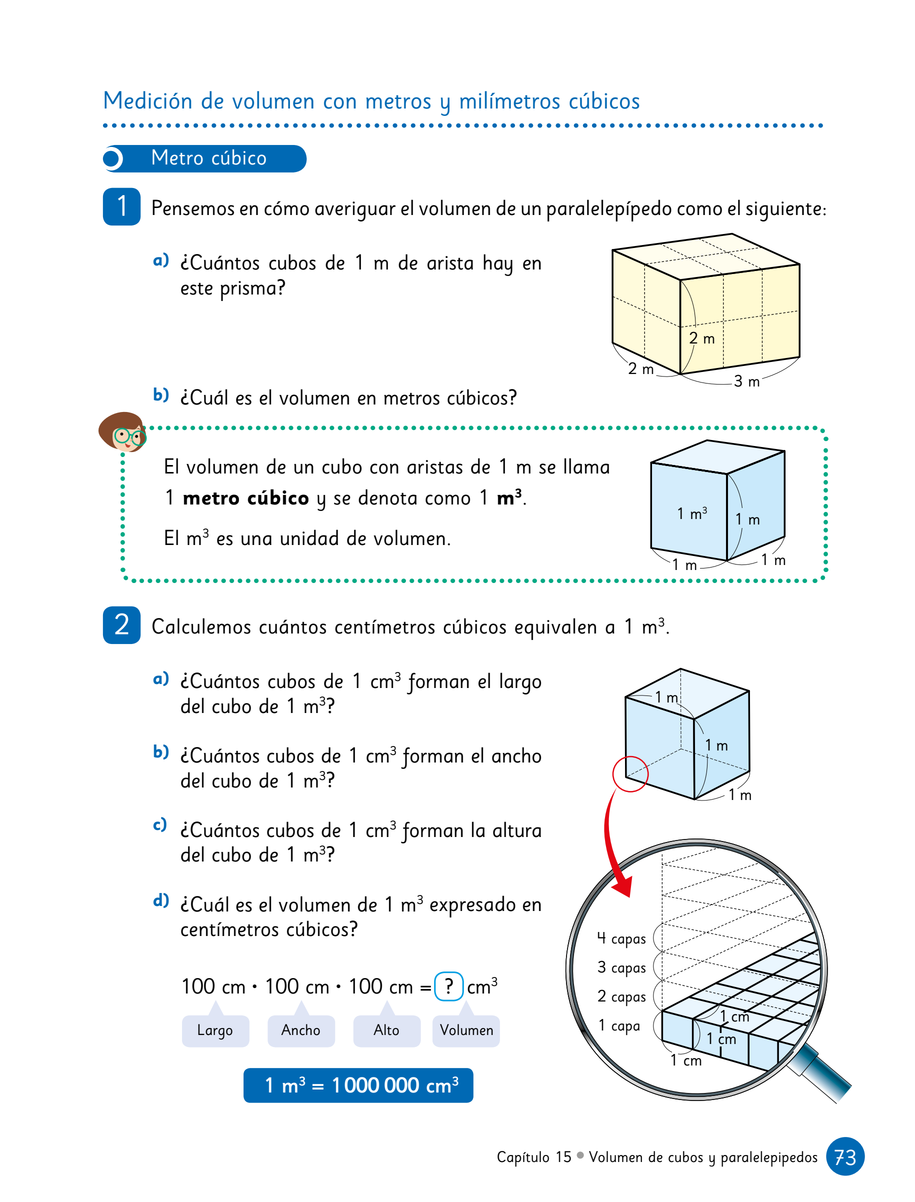
Las dos figuras compuestas comprendidas en la sección **Practica**, más las del **Cuaderno de Actividades**, constituyen oportunidades adicionales para aplicar las ideas desarrolladas en la clase.

Consideraciones didácticas

En esta clase se propone una estrategia similar a la que los estudiantes utilizaron para calcular el área de diversos polígonos, esto es, descomponerlos o componerlos para obtener figuras 2D cuyas áreas ya sabían calcular. Ahora, para calcular el volumen de una figura 3D, deben ingeniárselas para imaginarla como una combinación de cubos y paralelepípedos.

Es conveniente incorporar actividades para que los estudiantes piensen en lo que significan las fórmulas, una vez que las exponen y aplican, para incrementar su comprensión.

Cuaderno de Actividades página 41 • Tomo 2
Ticket de salida página 72 • Tomo 2



Medición de volumen con metros y milímetros cúbicos

Metro cúbico

1 Pensemos en cómo averiguar el volumen de un paralelepípedo como el siguiente:

a) ¿Cuántos cubos de 1 m de arista hay en este prisma?

b) ¿Cuál es el volumen en metros cúbicos?

El volumen de un cubo con aristas de 1 m se llama 1 **metro cúbico** y se denota como 1 **m^3**.

El m^3 es una unidad de volumen.

2 Calculemos cuántos centímetros cúbicos equivalen a 1 m^3.

a) ¿Cuántos cubos de 1 cm^3 forman el largo del cubo de 1 m^3?

b) ¿Cuántos cubos de 1 cm^3 forman el ancho del cubo de 1 m^3?

c) ¿Cuántos cubos de 1 cm^3 forman la altura del cubo de 1 m^3?

d) ¿Cuál es el volumen de 1 m^3 expresado en centímetros cúbicos?

100 cm · 100 cm · 100 cm = ? cm^3

Largo Ancho Alto Volumen

1 m^3 = 1 000 000 cm^3

Capítulo 15 • Volumen de cubos y paralelepípedos 73

15 | P. 73 | TE | **Volumen de cubos y paralelepípedos**

Planificación 25 minutos

Propósito

Que los estudiantes comprendan la unidad metro cúbico y su relación con un centímetro cúbico y calculen volúmenes de prismas rectangulares cuyas medidas lineales están expresadas en metros y centímetros.

Habilidad

Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

Al comienzo de la clase pida que desarrollen la **Actividad 1**. Pregunte: *¿cuántos cubos de 1 m de arista se necesitan para formar el prisma rectangular?* Lean colectivamente la información del recuadro, corrobore que comprendieron dicha información y solicite que la copien en sus cuadernos.

En la **Actividad 2**, para calcular cuántos centímetros cúbicos equivalen a 1 m^3, pídales que respondan las preguntas **a)**, **b)** y **c)**, y luego calculen el volumen de 1 m^3 en centímetros cúbicos.

Consideraciones didácticas

En esta clase se aborda la equivalencia entre metros cúbicos y centímetros cúbicos. Para lograr que los estudiantes comprendan la relación entre estas dos unidades de volumen, es fundamental que vayan respondiendo y justificando las preguntas de la **Actividad 2**. Se debe tener en cuenta que algunos estudiantes podrían presentar algunas dificultades debido a que aún no manejan bien el significado del cálculo del volumen como producto de medidas de longitud.

En dichos casos es conveniente recurrir a la representación de las magnitudes utilizando cubos de 1 cm^3 y relacionando las unidades de medida de longitud: 1 m equivale a 100 cm

En la base de un cubo de 1 m caben 100 cubos x 100 cubos, es decir, 10 000 cm^3.

Entonces el volumen del cubo es:

10 000 cm^3 · 100 = 1 000 000 cm^3.

15 | P. 74 | TE | **Volumen de cubos y paralelepípedos**

Planificación 20 minutos

Propósito

Que los estudiantes comprendan cómo calcular el volumen de un paralelepípedo cuyas longitudes están expresadas en metros y centímetros.

Habilidad

Representar / Argumentar y comunicar.

Recursos

Estructura hecha de tubos de pvc de 1 m^3.

Gestión

Al inicio de la clase recuerde las equivalencias entre las unidades de volumen (entre 1 cm^3 y 1 m^3).

A continuación, pida a los estudiantes que resuelvan en sus cuadernos la **Actividad 3**. Monitoree el trabajo y observe si convierten las medidas a una sola unidad (metro o centímetro) y si expresan el volumen en centímetros cúbicos y metros cúbicos. Constate si se dan cuenta de que el volumen se puede calcular usando la fórmula ($3 \cdot 0{,}5 \cdot 2$ m^3 o $300 \cdot 50 \cdot 200$ cm^3) y si, una vez calculado en una de estas unidades, lo pueden convertir en la otra.

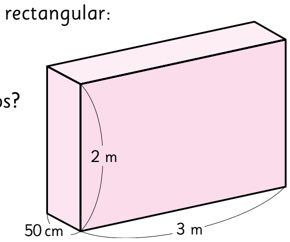
Proponga a los estudiantes que desarrollen la sección **Practica**. En la **Actividad 1**, se espera que conviertan a centímetros o metros, apliquen la fórmula para obtener el volumen y lo expresen en la unidad cúbica correspondiente ($2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2$ m^3 o $200 \cdot 20 \cdot 20$ cm^3). En la **Actividad 2**, se espera que obtengan el volumen como $3 \cdot 0{,}5 \cdot 1$ m^3, y luego lo conviertan a centímetros cúbicos mediante la operación $1{,}5 \cdot 1\,000\,000 = 1\,500\,000$ cm^3.

Finalmente, desafíelos a estimar y comprobar cuántos niños caben en 1 m^3. Anote las cantidades estimadas y pida a algunos estudiantes que ingresen a la estructura para comprobar.

3 Calculemos el volumen del siguiente prisma rectangular:

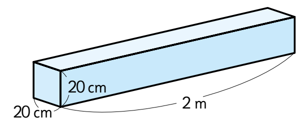
a) ¿Cuál es el volumen en metros cúbicos?

b) ¿Cuál es el volumen en centímetros cúbicos?

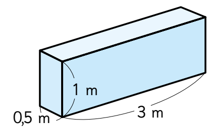


Practica

1 ¿Cuál es el volumen del siguiente paralelepípedo?



2 Encuentra el volumen del siguiente paralelepípedo en metros cúbicos y en centímetros cúbicos.



Armemos un metro cúbico

¿Cuántas personas caben en 1 m^3?

Ticket de salida página 74 • Tomo 2

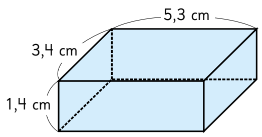
Consideraciones didácticas

Armar el cubo y experimentar cuántos estudiantes caben dentro busca desarrollar el sentido de la cantidad de la unidad metro cúbico. Es decir, se espera que los estudiantes asocien esta medida al volumen con su propio cuerpo y reflexionen en la importancia de tener referentes para estimar el volumen en situaciones funcionales.

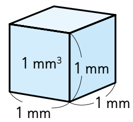
Ticket de salida página 74 • Tomo 2

Milímetro cúbico

1 Calculen el volumen de esta caja con forma de paralelepípedo. ¿Cuántos cubos de 1 mm de arista puede contener esta caja?

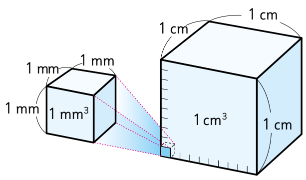


El volumen de un cubo con aristas de 1 mm se llama 1 **milímetro cúbico** y se denota como 1 **mm³**.



2 Calculemos cuántos milímetros cúbicos equivalen a 1 cm³.

- La arista del cubo que mide 1 cm, equivale a ? mm.
- La cara del cubo que mide 1 cm², equivale a ? mm².
- El volumen del cubo que mide 1 cm³, equivale a ? mm³.



10 mm · 10 mm · 10 mm = ? mm³

Largo · Ancho · Alto · Volumen

1 cm³ = 1000 mm³

Ticket de salida página 75 • Tomo 2

Capítulo 15 • Volumen de cubos y paralelepípedos 75

15 P. 75 | TE | **Volumen de cubos y paralelepípedos**

Planificación 45 minutos

Propósito

Que los estudiantes comprendan la unidad milímetro cúbico y su relación con un centímetro cúbico y calculen volúmenes de prismas rectangulares cuyas medidas están expresadas en milímetros y centímetros.

Habilidad

Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

En la **Actividad 1** recuérdeles que 10 mm corresponden a 1 cm y pregunte: *si tuvieras cubos de 1 mm de arista, ¿cuántos de estos necesitarías para formar la caja?* Para ayudarlos, complemente con las siguientes preguntas: *¿cuántos cubos pondrías sobre la base? ¿Cuántas capas de estos cubos habría?*

Sistematice que 53 · 34 · 14 = 25 228 corresponde a la cantidad de milímetros cúbicos que se necesitan para formar la caja. Por lo tanto, el volumen de la caja es 25 228 mm³.

Lean colectivamente la información del recuadro, corrobore que comprendieron dicha información y solicite que la copien en sus cuadernos.

Desafíe a los estudiantes a interpretar el siguiente procedimiento: "Enrique dispone de una calculadora, calcula el volumen multiplicando 5,3 · 3,4 · 1,4 y obtiene 25,228", y pregunte: *¿cuál es la unidad de volumen que corresponde a 25,228? ¿Podría Enrique deducir la cantidad de milímetros cúbicos que caben en la caja? ¿Qué cálculo tendría que hacer?*

Señale que para responder estas preguntas se necesita transformar de centímetro cúbico a milímetro cúbico. Para ello, proponga que resuelvan la **Actividad 2** pidiéndoles que completen las afirmaciones y expliquen por qué 1 cm equivale a 10 mm, 1 cm² equivale a 100 mm² y 1 cm³ equivale a 1000 mm³.

Consideraciones didácticas

En esta clase, análogamente a lo realizado en la página anterior, se aborda la equivalencia entre 1 cm³ y 1 mm³. Se debe considerar que esta es una actividad que permitirá consolidar las relaciones entre unidades cúbicas en la que la arista de la unidad mayor es 10 veces la arista de la unidad menor. Para tal efecto se debe promover que los estudiantes comuniquen y fundamenten sus ideas relacionando el significado del producto de las medidas lineales.

1 cm equivale a 10 mm

En la base de un cubo de 1 cm caben 10 cubos · 10 cubos, es decir, 100 mm³.

Entonces el volumen del cubo es:

100 mm³ · 10 = 1 000 mm³.

Ticket de salida página 75 • Tomo 2

15 | P. 76 | TE | **Volumen de cubos y paralelepípedos**

Planificación 45 minutos

Propósito
Que los estudiantes comprendan que es posible calcular el volumen de objetos de formas irregulares a partir del aumento en el nivel agua, en recipientes cúbicos o prismas rectangulares.

Habilidad
Representar / Argumentar y comunicar.

Recursos
Recipientes con forma de cubo o de prisma rectangular, agua y objetos con formas irregulares, reglas y plumones.

Gestión
Proponga que desarrollen la **Actividad 1**. Desafíe a los estudiantes para que respondan: *¿cuánta más agua tiene el recipiente B que el A? ¿Qué podrían hacer para calcularlo?* Organice un trabajo en parejas, y luego pídales que compartan sus respuestas.

Solicíteles que analicen las ideas de Ema y de Gaspar y las comparen con sus procedimientos. Pregunte: *¿qué hizo Ema?* Se espera que digan que Ema calculó primero el volumen de agua en A, $6 \cdot 6 \cdot 3 = 108$ cm^3, y luego el volumen de agua en B, $6 \cdot 6 \cdot 5 = 180$ cm^3, y restó $180 - 108 = 72$ cm^3. *¿Y qué hizo Gaspar?* Se espera que observen que Gaspar determinó la diferencia de los niveles de agua mediante la resta $5 - 3 = 2$ cm, y luego calculó directamente el volumen solicitado: $6 \cdot 6 \cdot 2 = 72$ cm^3.

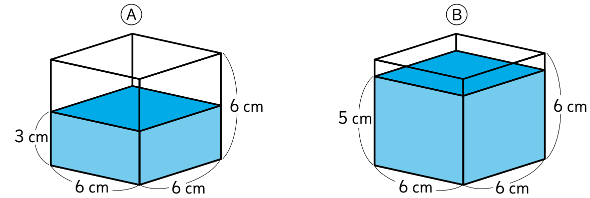
Promueva una discusión en la clase a partir de las siguientes preguntas: *¿cuál estrategia consideran mejor? ¿Por qué? ¿Cuál se parece a la que usaron ellos?*

Organice a los estudiantes en parejas o en grupos y motívelos a que experimenten el cálculo del volumen de objetos de formas irregulares a partir del aumento del nivel del agua. Explique que deben marcar el nivel del agua antes y después de introducir el objeto. Realice una puesta en común de la experiencia realizada y sistematice los procedimientos utilizados.

Pida que calculen el volumen de la piedra que se ha sumergido en el cubo con agua de la **Actividad 2**. Pregunte: *¿cuánto subió el nivel del agua al introducir la piedra? ¿Cuál es el volumen de la piedra que se introdujo en el cubo?*

Volumen y capacidad

1 Observemos los recipientes con agua.



a) ¿Cómo podemos saber cuántos centímetros cúbicos más de agua tiene el recipiente B que el A?

Comparen sus estrategias con las ideas de Ema y Gaspar.

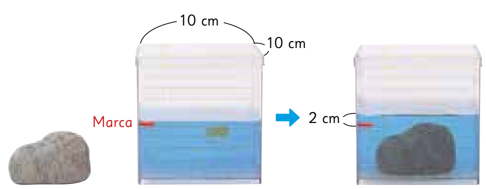
Idea de Ema
Calculé el volumen de agua de ambos recipientes y luego los resté.

Idea de Gaspar
Yo calculé la diferencia de las alturas y busqué el volumen del paralelepípedo de largo 6 cm, ancho 6 cm y altura 2 cm.

b) Calculen la diferencia de volumen de agua de los cubos usando cada una de las ideas.

2 ¿Cómo se puede determinar el volumen de un objeto irregular como la piedra? Observa la imagen e indica su volumen.

Cuando sumergimos un objeto en el agua, la altura del agua aumenta de acuerdo al volumen que tenga el objeto.



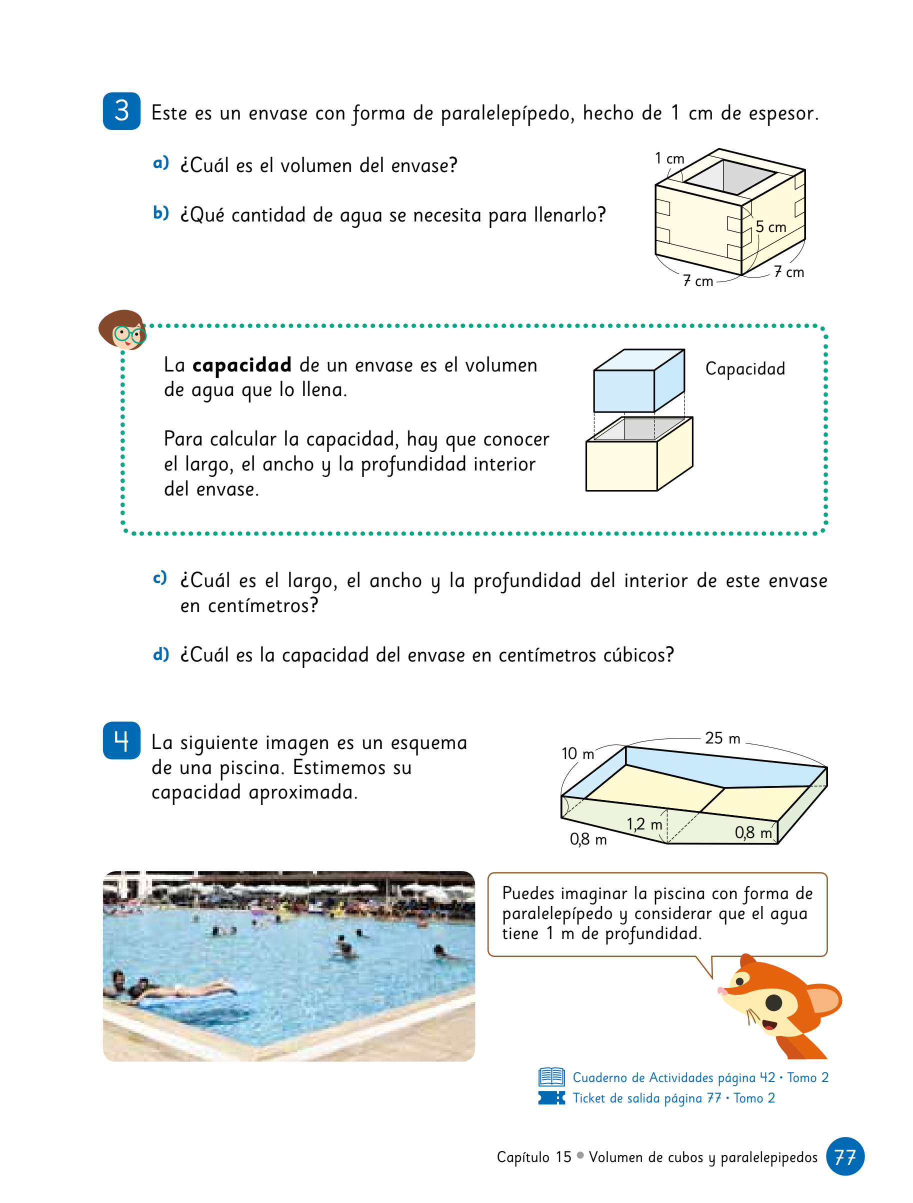
Ticket de salida página 76 • Tomo 2

76

Consideraciones didácticas
Muchos de los objetos de la vida diaria cuyo volumen medimos no tienen una forma regular como la del cubo o el prisma rectangular. En tales casos, resulta muy útil calcularlo a partir del aumento del nivel del agua en que se sumergen. La idea es que también puedan usar este método en la asignatura de Ciencias.

Tenga en cuenta que para realizar este experimento es necesario considerar el tamaño del recipiente y el volumen del objeto, de modo que este quede totalmente sumergido y que el nivel del agua suba en forma apreciable. Pruébelo antes de hacerlo con los estudiantes.

Ticket de salida página 76 • Tomo 2



3 Este es un envase con forma de paralelepípedo, hecho de 1 cm de espesor.

a) ¿Cuál es el volumen del envase?

b) ¿Qué cantidad de agua se necesita para llenarlo?

La **capacidad** de un envase es el volumen de agua que lo llena.

Para calcular la capacidad, hay que conocer el largo, el ancho y la profundidad interior del envase.

c) ¿Cuál es el largo, el ancho y la profundidad del interior de este envase en centímetros?

d) ¿Cuál es la capacidad del envase en centímetros cúbicos?

4 La siguiente imagen es un esquema de una piscina. Estimemos su capacidad aproximada.

Cuaderno de Actividades página 42 • Tomo 2
Ticket de salida página 77 • Tomo 2

Capítulo 15 • Volumen de cubos y paralelepípedos 77

15	P. 77 | TE | **Volumen de cubos y paralelepípedos**	
	Planificación 45 minutos	
	TE 30 minutos	**CA** 15 minutos

Propósito

Que los estudiantes comprendan cómo calcular las medidas interiores y la capacidad de un recipiente con forma de prisma rectangular.

Habilidad

Representar / Argumentar y comunicar

Gestión

Comience la clase preguntando a los estudiantes: *¿qué cálculo debemos hacer para determinar el volumen del envase de la **Actividad 3**?* Se espera que identifiquen que deben multiplicar 7 cm · 7 cm · 5 cm.

Luego pregunte: *¿qué cantidad de agua es necesaria para llenarlo? ¿Qué medidas es necesario conocer para calcular el volumen del agua que permite llenarlo?*

El volumen del agua vertida al recipiente puede calcularse igual como hemos hecho hasta ahora, con el largo, ancho y alto. Sin embargo, como el recipiente tiene un espesor y solo conocemos sus medidas externas, necesitamos calcular la longitud de sus medidas interiores. Para calcularlas conviene que anoten las dimensiones en la figura para que se den cuenta de que la profundidad es 1 cm menor que la altura del recipiente y que la longitud del largo y del ancho es 2 cm menor que las correspondientes al recipiente.

Es decir, el volumen de agua que puede contener el envase es $5 \cdot 5 \cdot 4 = 100$ cm^3. Sistematice que esta medida se conoce como la capacidad del envase e indique que lean el recuadro y lo anoten en el cuaderno.

Solicite que realicen la **Actividad 4.** En esta actividad se necesita calcular el volumen de una piscina que no tiene forma de prisma rectangular. Pregúnteles: *¿qué forma tiene la piscina? ¿Es un prisma rectangular? ¿Es posible calcular su capacidad en forma aproximada? ¿Cómo?* Se espera que calculen la capacidad multiplicando las medidas: 25 m · 10 m · 1 m.

Consideraciones didácticas

En esta clase se introduce la idea de hacer un cálculo aproximado. Es importante que los estudiantes lo entiendan como una estrategia posible cuando la información de que disponen no se adecúa totalmente al modelo matemático que están utilizando.

Cuaderno de Actividades página 42 • Tomo 2
Ticket de salida página 77 • Tomo 2

15 | P. 78 | TE | **Volumen de cubos y paralelepípedos**

Planificación 45 minutos	
TE 35 minutos	**CA** 10 minutos

Propósito

Que los estudiantes calculen el volumen de prismas rectangulares y cubos.

Habilidad

Representar / Argumentar y comunicar

Gestión

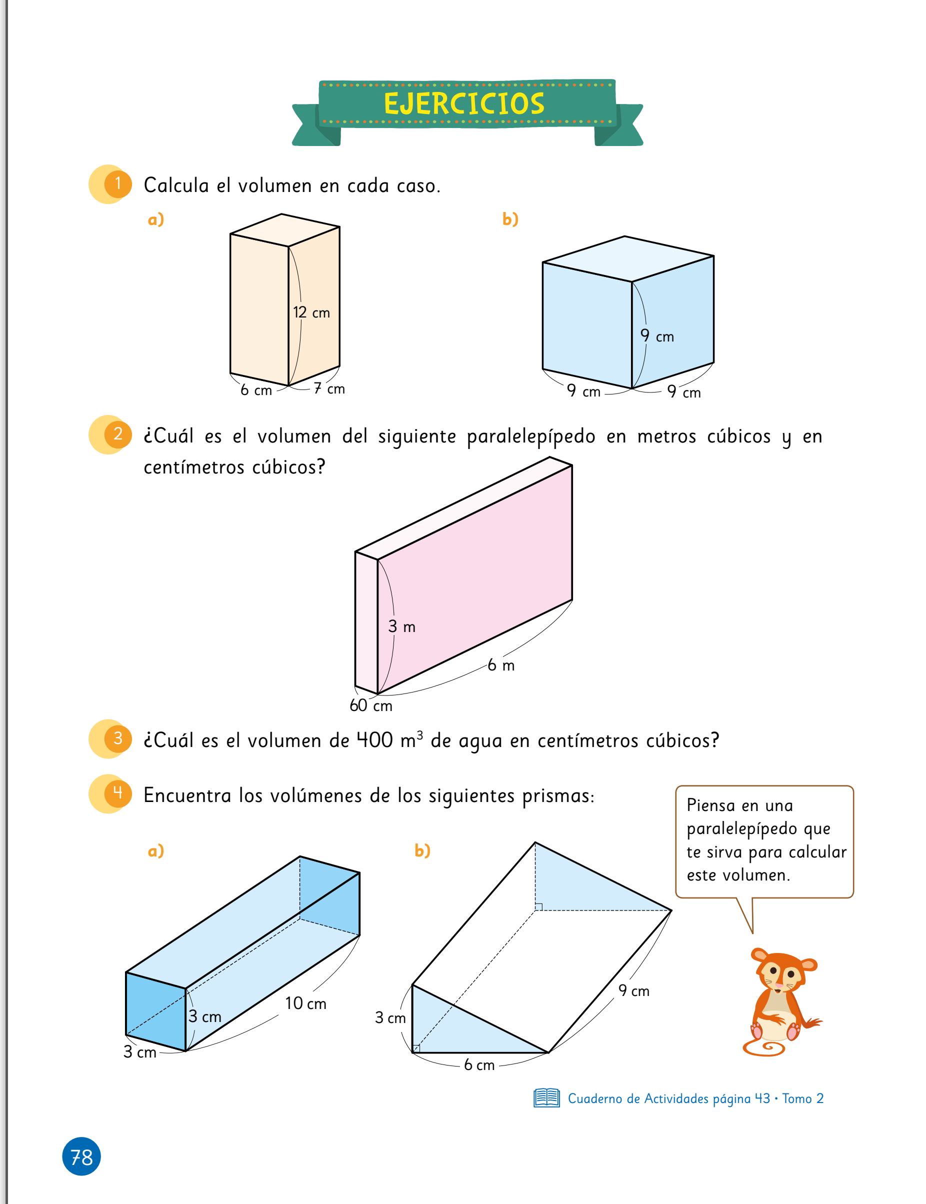
Organice a los estudiantes para que resuelvan los ejercicios individualmente, en parejas o en grupos.

En el **Ejercicio 1** deben calcular el volumen de un prisma rectangular dadas las medidas del largo, del ancho y del alto, y el volumen de un cubo dada la medida de sus aristas. Compruebe que comprenden el procedimiento para calcular el volumen de cubos y paralelepípedos rectangulares.

En el **Ejercicio 2** se tienen que dar cuenta que deben convertir los centímetros a metros y los metros a centímetros para calcular el volumen expresándolo en centímetros cúbicos y metros cúbicos.

En el **Ejercicio 3** deben convertir de de metros cúbicos a centímetros cúbicos utilizando la relación entre estas dos unidades de medición de volumen.

En el **Ejercicio 4** deben determinar el volumen de un prisma rectangular dadas las medidas del largo, ancho y alto expresadas todas en centímetros. Para determinar el volumen del prisma triangular, se espera que completen el prisma de largo 9 cm, ancho 6 cm y alto 3 cm, calculen su volumen, y luego lo dividan en 2, es decir, $9 \cdot 6 \cdot 3 : 2 = 81 \text{ cm}^3$.



EJERCICIOS

1 Calcula el volumen en cada caso.

a) 12 cm, 6 cm, 7 cm

b) 9 cm, 9 cm, 9 cm

2 ¿Cuál es el volumen del siguiente paralelepípedo en metros cúbicos y en centímetros cúbicos?

3 m, 6 m, 60 cm

3 ¿Cuál es el volumen de 400 m^3 de agua en centímetros cúbicos?

4 Encuentra los volúmenes de los siguientes prismas:

a) 3 cm, 3 cm, 10 cm

b) 3 cm, 6 cm, 9 cm

Piensa en una paralelepípedo que te sirva para calcular este volumen.

Cuaderno de Actividades página 43 • Tomo 2

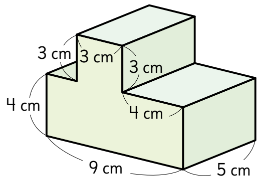
78

Cuaderno de Actividades página 43 • Tomo 2

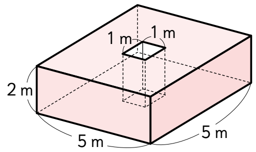
PROBLEMAS

1 Calcula los siguientes volúmenes:

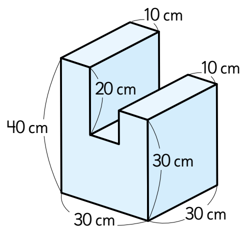
a)



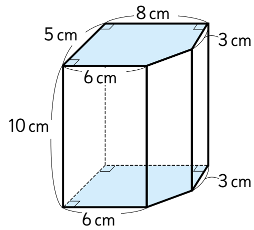
c)



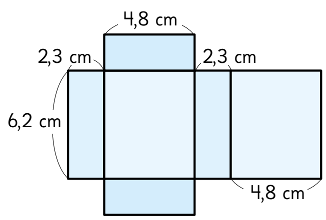
b)



d)



2 Calcula el volumen del paralelepípedo que se arma con esta red.



Capítulo 15 • Volumen de cubos y paralelepípedos 79

15 | P. 79 | TE | **Volumen de cubos y paralelepípedos**

Planificación 25 minutos

Propósito

Que los estudiantes resuelvan problemas asociados al cálculo de volúmenes.

Habilidad

Resolver problemas / Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

En el **Problema 1** se espera que logren calcular el volumen de figuras (3D) compuestas, apliquen el cálculo de largo • ancho • alto para obtener el volumen de cubos y prismas rectangulares y los expresen en las unidades de medida indicadas. Algunas soluciones posibles:

a) $9 \cdot 5 \cdot 4 + 5 \cdot 3 \cdot 3 = 225$ cm^3; corte horizontal.

b) $30 \cdot 30 \cdot 20 + 30 \cdot 10 \cdot 20 + 30 \cdot 10 \cdot 10 = 27\,000$ cm^3; corte horizontal.

c) $5 \cdot 5 \cdot 2 - 1 \cdot 1 \cdot 2 = 48$ m^3.

d) $8 \cdot 5 \cdot 10 - (2 \cdot 2 \cdot 10) : 2 = 380$ cm^3.

Compruebe que encontraron una estrategia para obtener el volumen, que comprenden el cálculo que deben hacer y que se han fijado en las unidades de medida en que deben expresarlo.

En el **Problema 2** se espera que evoquen la forma del prisma rectangular que se obtiene con la red, relacionen las medidas lineales con el largo, el ancho y el alto del prisma y obtengan el volumen como $6{,}2 \cdot 4{,}8 \cdot 2{,}3$

15 | P. 80 | TE | **Volumen de cubos y paralelepípedos**

Planificación 20 minutos

Propósito

Que los estudiantes comprendan cómo varía la capacidad de un recipiente con forma de prisma rectangular al variar su altura.

Habilidad

Resolver problemas / Representar / Argumentar y comunicar.

Recursos

Hojas con cuadrícula de 12 por 12 de 1 cm por lado, tijeras, cinta adhesiva.

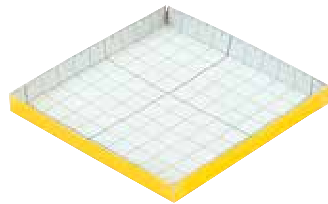
Gestión

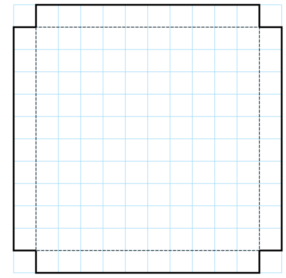
En el **Problema 3** deben dibujar en un papel cuadriculado de 12 · 12 cm una red que permita armar una caja sin tapa, cuya profundidad sea de 1 cm, calcular la longitud del largo y el ancho de la caja, y calcular su capacidad. Indíqueles que consideren que como el espesor de la hoja es tan pequeño, el volumen de la caja coincidirá con la capacidad.

En el **Problema 3 a)** deben dibujar en un papel cuadriculado de 12 · 12 cm una red que permita armar una caja sin tapa, cuya profundidad sea de 3 cm, calcular la longitud del largo y el ancho de la caja, y la capacidad al cambiar la profundidad.

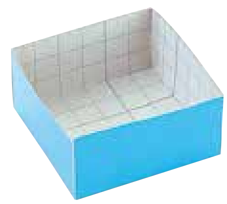
En el **Problema 3 b)** deben completar una tabla que permite ver cómo varían el largo, el ancho y la capacidad (volumen) de la caja cuando se modifica la profundidad.

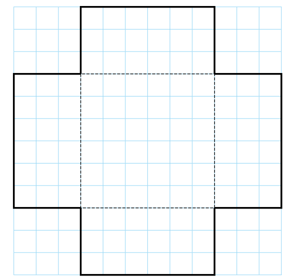
3 Haz una caja sin tapa usando un papel cuadriculado de 12 cm. Dibuja una red igual a la que está a la derecha y ármala.





a) Si la altura fuera de 3 cm, ¿cuál es su largo y su ancho? ¿Cuál es su volumen?





b) Si con el papel cuadriculado de 12 cm, se hacen varias cajas con diferentes alturas, ¿cómo cambiarían el largo, el ancho y el volumen de la caja? Completa la tabla.

Altura (cm)	1	1,5	2	3
Largo (cm)	10	9	8	
Ancho (cm)	10	9		
Volumen (cm^3)	100			

Ticket de salida página 80 • Tomo 2

80

Consideraciones didácticas

Relación entre la profundidad y la capacidad de la caja. Si y representa la capacidad de la caja sin tapa y x representa la profundidad, se tiene que:

$$y = (12 - 2x)(12 - 2x)x = (144 - 48x + 4x^2)x$$

$$y = 4x^3 - 48x^2 + 144x$$

Naturalmente, en este nivel no se estudian las funciones cúbicas. Resulta más significativo que experimenten la construcción de redes, a partir de una hoja cuadriculada de 12 por 12 cm, con las que es posible armar cajas que tienen distintas capacidades, dependiendo de la profundidad de la caja, al recortar las cuatro esquinas de la hoja.

Ticket de salida página 80 • Tomo 2

16 Experimentos aleatorios

Tendencia de resultados en experimentos aleatorios

Matías y sus compañeros están jugando a "La carrera de los caballos".

Reglas

- Se lanzan dos dados y se suman los puntos de sus caras superiores.
- El caballo cuyo número es igual a esa suma, avanza una casilla.
- Se termina una partida cuando uno de los caballos llega a la meta.

Juguemos dos partidas. En cada una elige un caballo en secreto y anota su número en un papel.

Juega en el tablero del Cuaderno de Actividades página 44 • Tomo 2

Capítulo 16 | Experimentos aleatorios

12 horas pedagógicas

Visión general

En este capítulo, los estudiantes repiten experimentos aleatorios lúdicos para identificar tendencias o regularidades de los resultados que les sirven para comparar sus posibilidades. Además, intentan explicar las tendencias observadas a partir del análisis de los casos posibles usando diversas estrategias.

Objetivo de Aprendizaje del capítulo

OA23: Conjeturar acerca de la tendencia de resultados obtenidos en repeticiones de un mismo experimento con dados, monedas u otros, de manera manual y/o usando *software* educativo.

Aprendizajes previos

- Realizan experimentos aleatorios lúdicos y registran los resultados.
- Describen la posibilidad de ocurrencia de un evento usando una escala de grados de posibilidad.

Actitud

Manifestar curiosidad e interés por el aprendizaje de las matemáticas.

16 | P. 81 | TE | Experimentos aleatorios

Planificación 45 minutos

Propósito

Que los estudiantes registren los resultados de un experimento aleatorio lúdico.

Habilidad

Representar.

Recursos

Recurso interactivo *La carrera de los caballos*
https://www.geogebra.org/m/gtzjnjqn

Gestión

Pida a los alumnos que abran el **Texto del Estudiante** en la página 81. Presente el juego de *La carrera de los caballos* y explique sus reglas. Haga preguntas para verificar que lo entienden: *si en los dados sale 2 y 3, ¿qué caballo debe avanzar y por qué?* (El caballo 5, porque 2 + 3 = 5) *¿Cuántas casillas debe avanzar?* (Una sola casilla) *¿Quién gana el juego?* (Quienes hayan elegido el caballo que llega primero a la meta).

Proyecte el recurso interactivo del juego en pantalla completa seleccionado ⛶. Explique que el recurso simula el lanzamiento de dos dados y el avance de los caballos en el tablero. Invite a los estudiantes a jugar algunas partidas entre todos usando el recurso interactivo. Para ello, deben elegir un caballo y anotar en secreto su número en un papel.

Juegue dos partidas con los estudiantes. Si se repite el caballo ganador, juegue otra partida para tratar de tener distintos ganadores. Al término de cada partida, solicite a los estudiantes que registren en la tabla de la página 45 del **Cuaderno de Actividades** la cantidad de casillas que avanzó cada caballo.

Si no tiene la posibilidad de proyectar el recurso, forme grupos de 5 estudiantes, entregue 2 dados a cada grupo e invítelos a jugar usando el tablero de la página 44 del **Cuaderno de Actividades**.

16 | P. 82 | TE | **Experimentos aleatorios**

Planificación 45 minutos

Propósito
Que los estudiantes contrasten su intuición sobre el azar con los resultados obtenidos al repetir un experimento aleatorio.

Habilidad
Argumentar y comunicar.

Gestión
Pida que levanten la mano todos los estudiantes que ganaron la primera partida en sus respectivos grupos. Seleccione a alumnos que hayan jugado con distintos caballos y pregúnteles: *¿por qué elegiste ese número de caballo?*

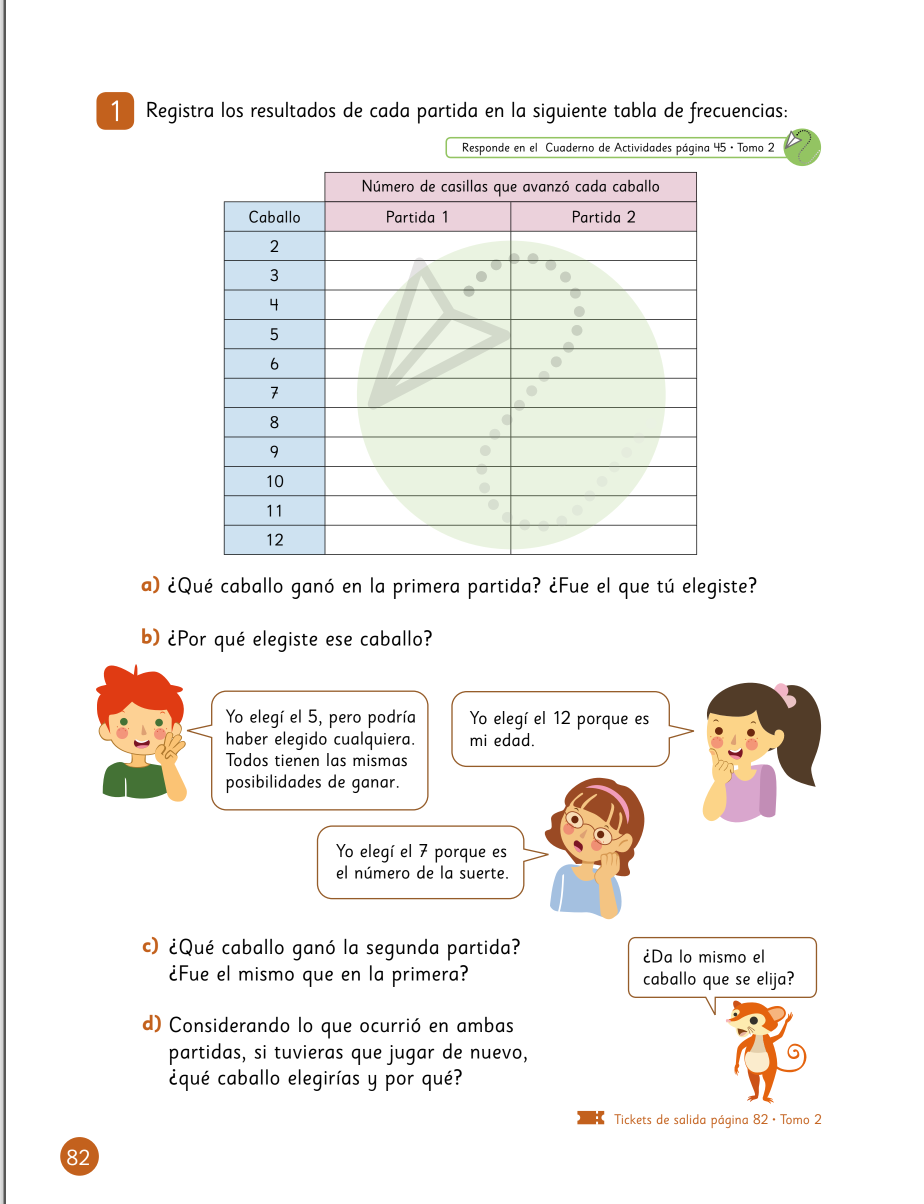
Se espera que varios señalen que da lo mismo cuál elegir, ya que por tratarse de un juego de azar cualquiera puede ganar. Es posible que algunos estudiantes hayan elegido el caballo de su número "preferido". En estos casos, pregunte: *al mirar los resultados de las dos partidas, ¿siguen creyendo que da lo mismo qué caballo elegir? ¿Creen que pueda haber caballos que tengan más posibilidades de ganar?* Asegúrese de que noten que, en este juego, no da lo mismo con cuál caballo jugar, ya que hay resultados que parecen repetirse más que otros.

Si algún estudiante describe que seleccionó su caballo basado en las posibilidades de obtener esa suma al lanzar los dados, evite que profundice en ese tipo de análisis, ya que eso es parte de lo que se abordará en actividades que vienen más adelante.

A continuación, pregunte: *¿qué caballo ganó la segunda partida? ¿Fue el mismo que en la primera? Al mirar la tabla con el registro de casillas avanzadas por cada caballo, ¿avanzaron lo mismo en ambas partidas? ¿Qué esperan que suceda al jugar otra partida?* (Que los resultados sean distintos) *¿Qué esperan que pase con los caballos de los extremos y los del centro?* (Que los de los extremos avancen menos que los del centro).

Concuerde con los estudiantes que entre una partida y otra hay variabilidad en los resultados. Pero que, al mismo tiempo, parece haber cierta regularidad en el comportamiento de las piezas (caballos de los extremos tienden a avanzar menos que los del centro).

Pregunte: *¿qué podríamos hacer para comprobar si ese es un comportamiento más o menos regular o si solo ocurrió en las partidas que jugamos?* Se espera que los estudiantes sugieran jugar más partidas y analizar sus resultados.



1 Registra los resultados de cada partida en la siguiente tabla de frecuencias:

Responde en el Cuaderno de Actividades página 45 • Tomo 2

	Número de casillas que avanzó cada caballo	
Caballo	Partida 1	Partida 2
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

a) ¿Qué caballo ganó en la primera partida? ¿Fue el que tú elegiste?

b) ¿Por qué elegiste ese caballo?

c) ¿Qué caballo ganó la segunda partida? ¿Fue el mismo que en la primera?

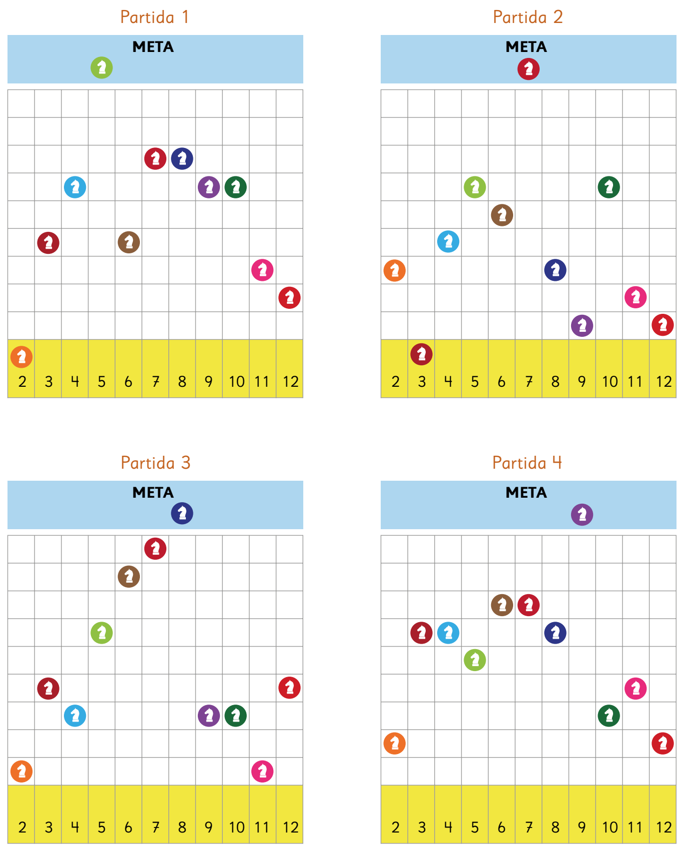
d) Considerando lo que ocurrió en ambas partidas, si tuvieras que jugar de nuevo, ¿qué caballo elegirías y por qué?

Tickets de salida página 82 • Tomo 2

Consideraciones didácticas
Un aspecto importante para el desarrollo del pensamiento probabilístico es confrontar las preconcepciones que tienen los estudiantes sobre el azar con los resultados empíricos de repetir un experimento aleatorio. En particular, es clave que reconozcan y superen la creencia errónea de que en toda situación en la que interviene el azar, todos los resultados tienen la misma posibilidad de ocurrir.

Tickets de salida página 82 • Tomo 2

2 Observa los resultados de las partidas jugadas por Matías y sus compañeros.



a) ¿Qué diferencias observas entre las partidas?

b) Mirando las 4 partidas, ¿hay caballos que avancen más que otros?

Capítulo 16 • Experimentos aleatorios 83

16 | P. 83 | TE | Experimentos aleatorios

Planificación 30 minutos

Propósito

Que los estudiantes reconozcan tendencias en los resultados al repetir un experimento aleatorio.

Habilidad

Argumentar y comunicar.

Gestión

Pida a los alumnos que abran el **Texto del Estudiante** en la página 83 y dediquen un tiempo para analizar los resultados obtenidos en las 4 partidas que se muestran allí.

Pregunte: *¿qué caballos ganaron estas partidas?* (Los caballos 5, 7, 8 y 9) *¿Hay caballos que avancen poco? ¿Cuáles?* (El caballo 2 fue el que menos avanzó, seguido por el caballo 12). *¿Qué diferencias se observan entre estas partidas?* (En todas ganó un caballo distinto; el número de casillas avanzadas por cada caballo varía) *¿Qué similitudes hay entre las partidas?* (Los caballos de los extremos tienden a avanzar menos que los del centro) *¿Estas partidas tienen alguna similitud con las que jugaron ustedes?* (Los resultados son distintos, pero se mantiene la tendencia de los caballos de los extremos a avanzar menos que los del centro).

A continuación, pregunte: *considerando lo que ocurrió en la partida que jugaron antes y lo que sucedió en las 4 partidas que estamos analizando, si tuvieran que jugar de nuevo, ¿qué caballo elegirían y por qué?* Se espera que los estudiantes se inclinen por señalar los números centrales del tablero argumentando que en varias partidas son los que más avanzaron.

Prosiga, preguntando: *¿podemos señalar qué caballo ganará la próxima partida?* (No) *¿Podemos saber qué caballo avanzará en la siguiente jugada?* (No) *¿Por qué no?* (Porque es imposible saber qué suma se obtendrá al lanzar los dados). *Aunque no podemos decir lo que pasará en la siguiente jugada, ¿podemos decir algo sobre la tendencia de los caballos a avanzar?* (Sí, que los caballos del centro tienden a avanzar más que los de los costados) *¿Y eso qué quiere decir respecto de las sumas de los dados?* (Que al lanzar los dados y sumar sus caras hay resultados que se repiten más que otros).

¿Cómo se llaman las situaciones en las que no podemos predecir sus resultados? (Experimentos aleatorios). Si no lo recuerdan, mencione que estudiaron ese tipo de situaciones en 5° básico.

Señale que en el juego de los caballos está involucrado el **experimento aleatorio** de lanzar dos dados y registrar la suma de sus caras superiores. Haga notar que al repetir este experimento, pudieron observar que:

- Hay variación en los resultados.
- Al repetirlo muchas veces, es posible reconocer ciertas regularidades o tendencias en el comportamiento de los resultados.

Consideraciones didácticas

Es importante enfatizar a los estudiantes que, aunque no es posible predecir el resultado al realizar un experimento aleatorio, al repetirlo muchas veces, si podemos observar ciertas tendencias en las frecuencias, que nos ayudan a hacer conjeturas sobre sus posibilidades.

16 | P. 84 | TE | Experimentos aleatorios

Planificación 30 minutos

Propósito
Que los estudiantes consideren la tendencia observada al repetir un experimento aleatorio para comparar las posibilidades de sus resultados.

Habilidad
Argumentar y comunicar.

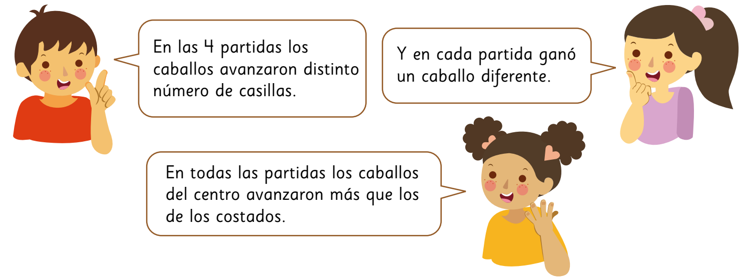
Gestión
Prosiga el análisis de las partidas preguntado: *¿crees que haya caballos con más posibilidades de ganar que otros?* (Sí, los del centro parecen tener más posibilidades de llegar antes a la meta) *¿En qué basan su apreciación sobre las posibilidades de los caballos?* (En la cantidad de casillas que avanzaron, comparadas con las casillas que avanzaron los de los extremos) *¿Qué pueden decir sobre los resultados de las sumas de los dados?* (Qué al lanzar dos dados y sumar sus caras, los resultados 6, 7 y 8 tienen más posibilidades de ocurrir que los resultados 2 y 12).

Continúe, preguntando: *¿cuál caballo creen que tiene más posibilidades de ganar, el 8 o el 2?* (El 8) *¿Qué caballos podrían tener menos posibilidades de ganar?* (El 2 y el 12) *¿Creen que sea posible que el caballo 2 gane alguna partida?* Se espera que algunos alumnos, basados en los resultados de las partidas analizadas, sugieran que es imposible que gane. También es posible que la mayoría sostenga que sí puede ocurrir, pero que hay muy pocas posibilidades de que suceda.

Aproveche de hacer notar a los estudiantes que las tendencias observadas al repetir un experimento aleatorio no nos dice lo que va a suceder, sino solo nos sugiere qué resultados tienen más posibilidades de ocurrir.

A continuación, pregunte: *de los caballos que parecen tener más posibilidades de ganar, ¿habrá alguno que tenga más posibilidades?* Se espera que los estudiantes sugieran el caballo 7. *¿Qué podríamos hacer para descubrirlo?*

Algunos estudiantes podrían sugerir jugar más partidas y analizar si ese caballo es el que gana más veces. Pregunte: *¿es necesario volver a jugar para saber qué caballo tiene más posibilidades?* Asegúrese de que consideren la opción de analizar los resultados de lanzar los dados y ver qué suma se repite más veces sin necesidad de realizar el juego.



c) ¿Crees que haya caballos con más posibilidades de ganar que otros? ¿Cuáles y por qué?

d) ¿Qué caballo crees que tiene más posibilidades de ganar, el 12 o el 18?

e) ¿Es posible que el caballo 2 pueda ganar una partida?

3 Matías y sus compañeros registraron los datos de las 4 partidas en una sola tabla.

	Número de veces que se repitió			
Resultado	Partida 1	Partida 2	Partida 3	Partida 4
2	0	3	1	2
3	4	0	4	6
4	6	4	3	6
5	10	6	6	5
6	4	5	8	7
7	7	10	9	7
8	7	3	10	6
9	6	1	3	10
10	6	6	3	3
11	3	2	1	4
12	2	1	4	2

a) De los caballos que parecen tener más posibilidades de ganar, ¿habrá alguno que tenga más posibilidades que los demás? ¿Qué podríamos hacer para descubrirlo?

84

Pregunte: *¿qué otra opción tenemos para analizar qué caballo tiene más posibilidades?* Asegúrese de que consideren la idea de juntar los resultados de las 4 partidas para revisar cuántas casillas avanzó cada caballo, o, dicho de otro modo, cuántas veces se repitió cada suma de los dados.

Consideraciones didácticas
En este nivel, es recomendable no usar el término probabilidad para referirse a la posibilidad de un suceso, ya que la corresponde a una medida que aún no se ha introducido.

Idea de Juan

Lanzar los dados muchas más veces y ver qué número se repite más al sumarlos.

Idea de Ema

Juntar los datos de las 4 partidas y ver qué número se repitió más veces.

b) ¿Cuál de las dos ideas es más fácil de realizar?

Una forma de comparar las posibilidades de ocurrencia de los resultados de un experimento aleatorio es observar la **frecuencia** con la que aparecen al repetir el experimento muchas veces.

4 Completa la tabla con las frecuencias de los resultados de las 4 partidas juntas.

Responde en el Cuaderno de Actividades página 46 • Tomo 2

	Número de veces que se repitió cada resultado				
Resultado	Partida 1	Partida 2	Partida 3	Partida 4	Total
2	0	3	1	2	
3	4	0	4	6	
4	6	4	3	6	
5	10	6	6	5	
6	4	5	8	7	
7	7	10	9	7	
8	7	3	10	6	
9	6	1	3	10	
10	6	6	3	3	
11	3	2	1	4	
12	2	1	4	2	

Tickets de salida página 85 • Tomo 2

Capítulo 16 • Experimentos aleatorios 85

16 P. 85 | TE | **Experimentos aleatorios**

Planificación 30 minutos

Propósito

Que los estudiantes consideren la tendencia observada al repetir un experimento aleatorio para comparar las posibilidades de sus resultados.

Habilidad

Argumentar y comunicar / Representar.

Gestión

Para continuar con la actividad anterior, pregunte: *¿qué es más fácil, lanzar los dados muchas más veces o utilizar los datos que tenemos de las 4 partidas?* (Usar los datos de las 4 partidas).

Presente la tabla de la **Actividad 4** y pídales que vayan al **Cuaderno de Actividades** para completarla.

	Número de veces que se repitió cada resultado				
Resultado	Partida 1	Partida 2	Partida 3	Partida 4	Total
2	0	3	1	2	6
3	4	0	4	6	14
4	6	4	3	6	19
5	10	6	6	5	27
6	4	5	8	7	24
7	7	10	9	7	33
8	7	3	10	6	26
9	6	1	3	10	20
10	6	6	3	3	18
11	3	2	1	4	10
12	2	1	4	2	9

Pregunte: *¿a cuántas repeticiones del experimento de lanzar dos dados y sumar sus caras corresponde la información de la tabla?* (A 206 repeticiones) *¿Qué tenemos que hacer para saberlo?* (Sumar la columna de los totales) *¿En cuántas de los 206 lanzamientos salió un 5?* (27 veces) *¿Cuál es la frecuencia del 12?* (9) *¿Cuál resultado presentó la menor frecuencia?* (El 2 tiene frecuencia igual a 6) *¿Cuál es la suma que se repitió más veces en los 206 lanzamientos?* (El 7 presenta una frecuencia igual a 33).

Continúe preguntando: *al mirar la tabla, ¿qué tendencias se pueden observar en los resultados?* (La suma que más se repite es el 7; el 2 y el 12 son las sumas que menos aparecen; las frecuencias van disminuyendo a medida que nos acercamos a los resultados de los extremos).

Prosiga: *¿qué podemos sugerir sobre las posibilidades de los caballos después de analizar esta información?* (Que el caballo 7 parece ser el que tiene más posibilidades de ganar; qué las posibilidades de los demás caballos van disminuyendo a medida que se acercan a los caballos de los extremos; que los caballos con menos posibilidades de ganar parecen ser el 2 y el 12).

Es importante en este punto hacerles notar que las tendencias observadas en las frecuencias de las 206 repeticiones del experimento aleatorio solo nos sugiere lo que podría suceder con las posibilidades; no permite afirmarlo con seguridad.

Tickets de salida página 85 • Tomo 2

16 | P. 86 | TE | **Experimentos aleatorios**

Planificación 90 minutos

TE 45 minutos | **CA** 45 minutos

Propósito

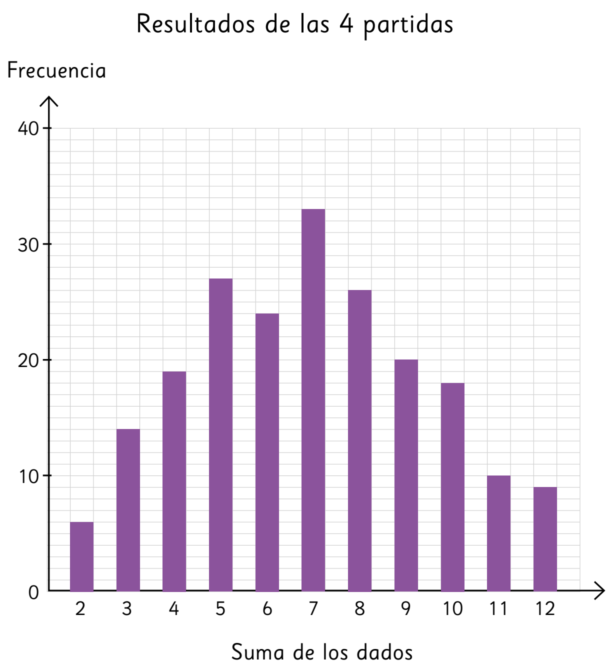
Que los estudiantes construyan gráficos de barras para analizar tendencias en los resultados al repetir un experimento aleatorio.

Habilidad

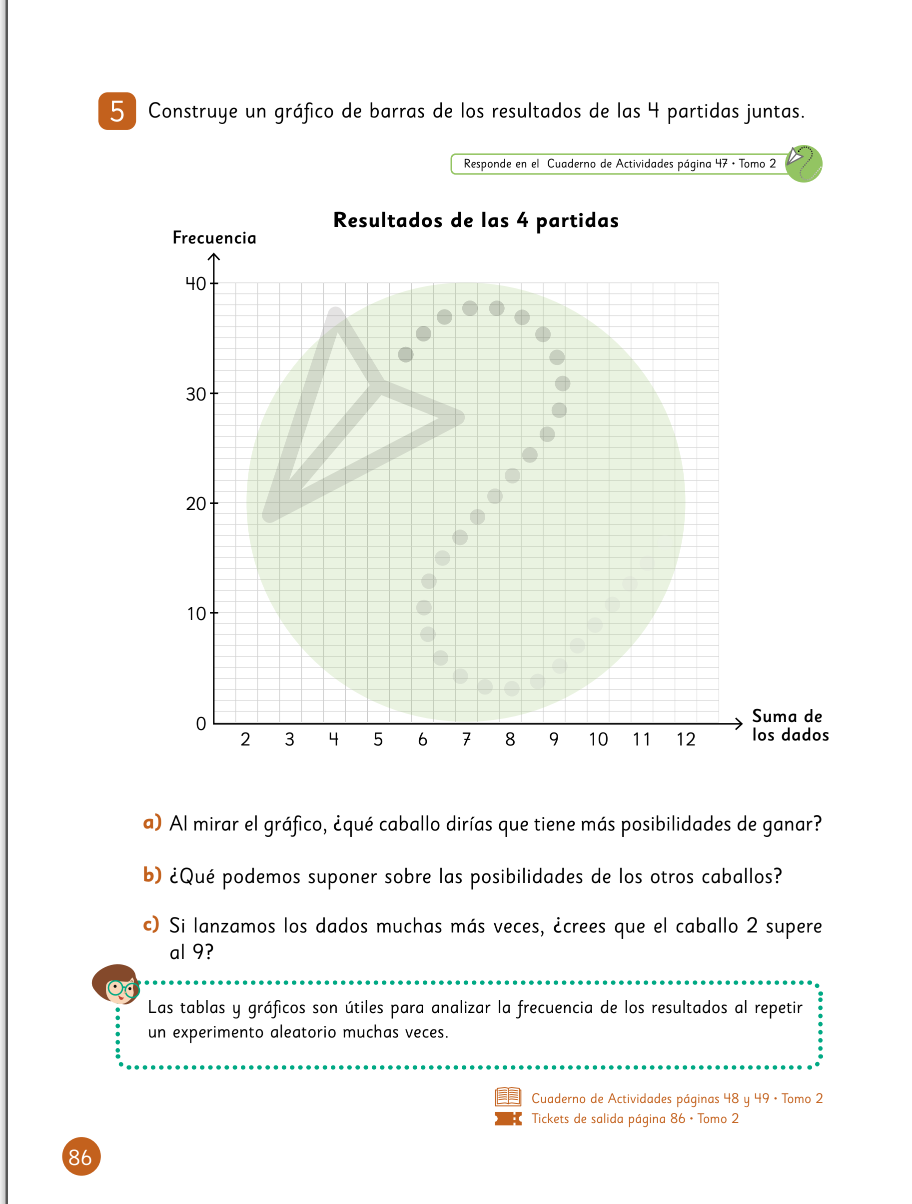
Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

Presente la **Actividad 5** y solicite a los estudiantes que vayan al **Cuaderno de Actividades** y construyan el gráfico de barras asociado a los resultados de las 4 partidas, y luego analicen e interpreten la información contenida en él.



Pregunte: *¿qué pueden decir sobre las posibilidades de ganar de los caballos al mirar el gráfico?* Se espera que confirmen las observaciones realizadas hechas al analizar la tabla de frecuencias. *¿En dónde es más fácil observar las tendencias de los resultados, en la tabla o en el gráfico de barras?* (En el gráfico es más simple observar las tendencias).



5 Construye un gráfico de barras de los resultados de las 4 partidas juntas.

Responde en el Cuaderno de Actividades página 47 • Tomo 2

a) Al mirar el gráfico, ¿qué caballo dirías que tiene más posibilidades de ganar?

b) ¿Qué podemos suponer sobre las posibilidades de los otros caballos?

c) Si lanzamos los dados muchas más veces, ¿crees que el caballo 2 supere al 9?

Las tablas y gráficos son útiles para analizar la frecuencia de los resultados al repetir un experimento aleatorio muchas veces.

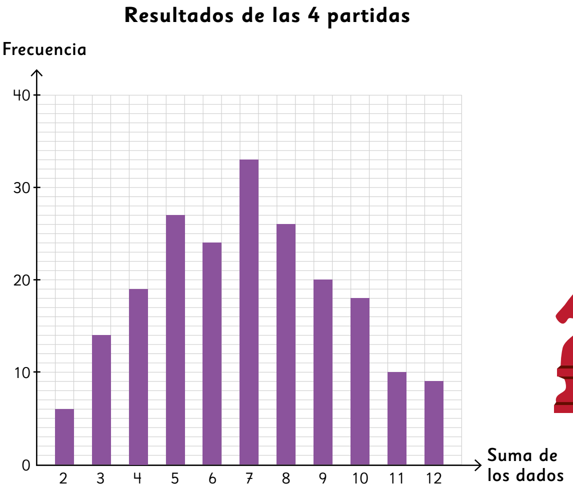
Cuaderno de Actividades páginas 48 y 49 • Tomo 2
Tickets de salida página 86 • Tomo 2

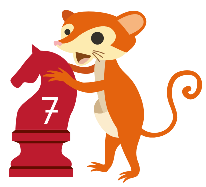
86

Continúe: *¿qué creen que sucedería con el gráfico si lanzamos muchas veces los dados?* Se espera que los estudiantes conjeturen acerca de la forma simétrica que debería alcanzar el gráfico al tener muchas más repeticiones.

Señale la utilidad de utilizar gráficos para analizar las tendencias de las frecuencias de los resultados al repetir un experimento aleatorio muchas veces.

Cuaderno de Actividades páginas 48 y 49 • Tomo 2
Tickets de salida página 86 • Tomo 2





1 ¿Por qué el 7 se repitió más que el resto de los resultados? Piensa alguna razón y coméntala con tus compañeros.

No es solo suerte. Tiene que haber una razón del porqué el 7 se repite más.

Creo que el 7 se repite más porque hay varios pares de números en los dados que suman 7.

¡Es cierto! El 2 con el 5, el 1 con el 6. En cambio el 2 solo se puede obtener si sale un 1 en ambos dados.

Capítulo 16 • Experimentos aleatorios 87

16 | P. 87 | TE | **Experimentos aleatorios**

Planificación 30 minutos

Propósito
Que los estudiantes conjeturen acerca de las razones que hacen que un resultado se repita más que otros.

Habilidad
Argumentar y comunicar.

Recursos
Imagen del gráfico de barras.

Gestión
Para comenzar, recuerde a los estudiantes que las clases anteriores usaron los datos de las 4 partidas del juego de los caballos para tratar de determinar si hay uno que tenga más posibilidades de ganar. Presente el gráfico de barras para que recuerden los resultados.

Pregunte: *según la información del gráfico, ¿hay algún caballo que parezca tener más posibilidades de ganar que el resto? ¿Cuál?* (el caballo 7), *¿Por qué ese caballo?* (Porque es el que más avanzó al juntar las 4 partidas; porque el 7 es la suma que más se repitió al lanzar los dados).

Pregunte: *que el 7 se repitiera más en estas partidas, ¿es cuestión de suerte o habrá alguna razón?* Anime a los estudiantes a buscar si existe una explicación. Se espera que algunos estudiantes señalen que hay varias maneras de obtener un 7 al sumar los dados. En tal caso, pregunte: *¿qué números pueden salir en los dados para que la suma sea 7?* No es necesario que indiquen todos, pero sí que se den cuenta que hay varios pares que suman 7, como por ejemplo un 1 con un 6, un 2 con un 5 y un 3 con un 4. Para contrastar con las posibilidades de otro resultado, pregunte: *¿qué números deben salir para obtener un 12?* (6 en ambas caras).

Concuerde con los estudiantes que una razón para explicar por qué el 7 se repite más es que hay más pares de números en los dados que suman 7.

Pregunte: *¿cómo podemos estar seguros de que no hay otro número con más casos?* Invítelos a pensar en algunas ideas y a compartirlas con el curso.

Se espera que los niños propongan encontrar todas las combinaciones de dados para cada suma y verificar que el 7 tiene más casos asociados.

Consideraciones didácticas
En las actividades anteriores el análisis de las posibilidades se centró en observar tendencias de los resultados al repetir el experimento aleatorio muchas veces. Un aspecto relevante de ese trabajo, consistió en entender que los resultados empíricos solo nos sugiere si puede haber uno que tenga más posibilidades que el resto.

Con esta actividad se busca que los estudiantes transiten al análisis de los casos posibles, como una manera de explicar las frecuencias observadas y de establecer comparaciones precisas sobre sus posibilidades.

16 | P. 88 | TE | **Experimentos aleatorios**

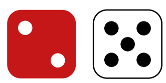
Planificación 30 minutos

Propósito
Que los estudiantes exploren maneras de encontrar los casos posibles de un experimento aleatorio.

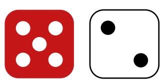
Habilidad
Argumentar y comunicar.

Recursos
Dados de distinto color (un par para cada grupo).

Gestión
Pida a los estudiantes que formen grupos y piensen en maneras de encontrar todos los pares de números que pueden salir en los dados. Para asegurarse de que distingan los dados, entregue dos de distinto color a cada grupo y explique que deben considerar como casos distinto pares con los mismos números, pero con distinto color. Dé ejemplos como el siguiente:

El resultado 

es distinto al resultado



Solicite que registren los resultados dibujando los dados de colores distintos.

Monitoree la actividad y observe las estrategias y dificultades que presentan los estudiantes. En particular, identifique a los estudiantes que utilizan procedimientos o esquemas que les permiten listar los casos posibles de manera ordenada y exhaustiva, y a los estudiantes que, por otro lado, no siguen ningún orden y no logran reconocer si encontraron todos los resultados posibles.

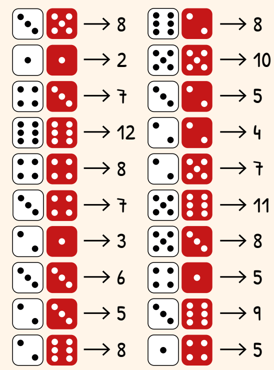
Una vez que hayan terminado, pídales abrir el **Texto del Estudiante** en la página 88 y analizar la estrategia que siguió Ema. Pregunte: *¿Ema encontró todos los resultados posibles al lanzar dos dados?* (No) *¿Cuántos encontraron ustedes?* Se espera que haya distintas respuestas, dependiendo de qué tan exhaustiva fueron las estrategias utilizadas por los grupos.

Encontremos todos los resultados posibles al lanzar dos dados. Considera los dados de distinto color.

2 Observa lo que hizo Ema y responde.

Idea de Ema

Combinando los dados obtuve 20 resultados distintos:



Pero la suma que más se repitió no fue 7, sino 8.

a) ¿Ema encontró todos los resultados posibles al lanzar dos dados?

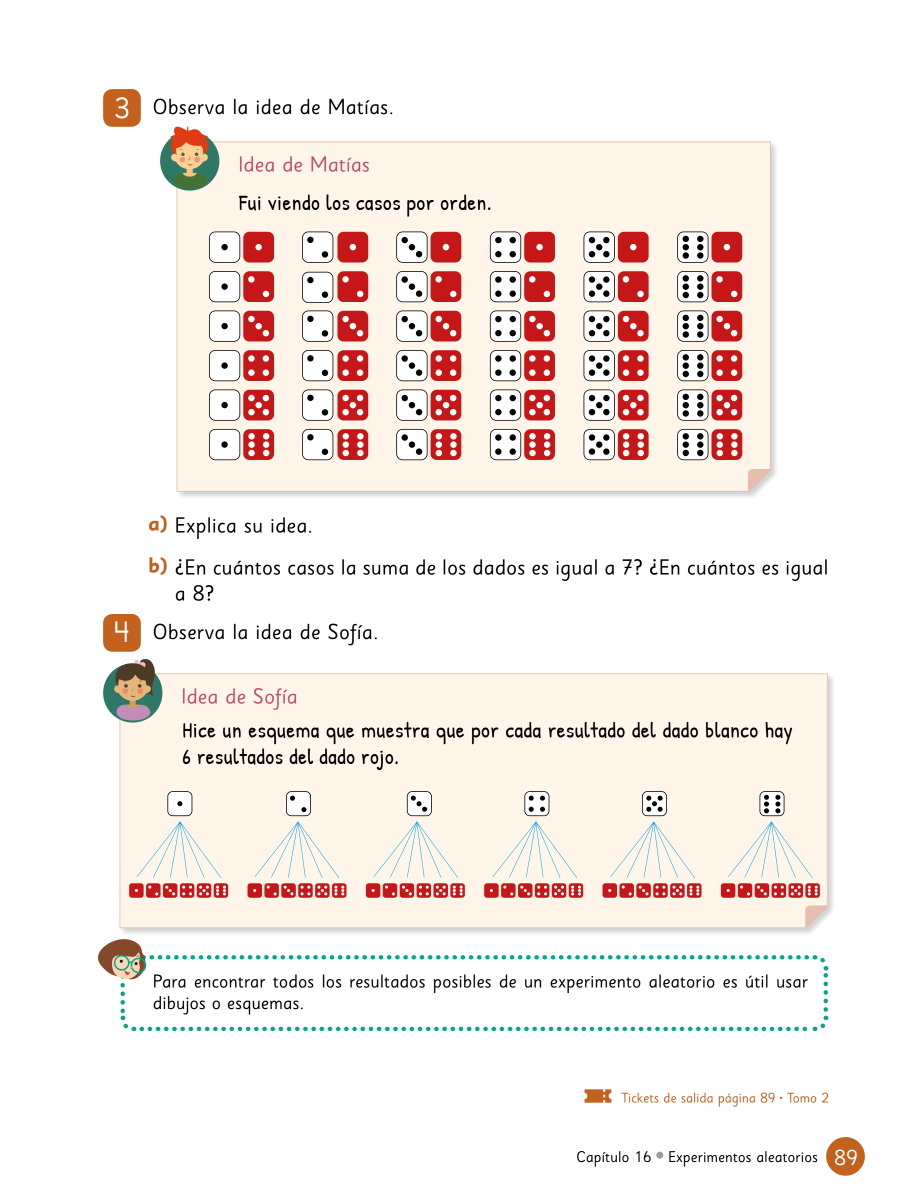
b) ¿Qué opinas de la estrategia que siguió? ¿Qué le sugerirías a Ema?

c) ¿De qué manera podríamos buscar los resultados, sin que falte ninguno?

88

Continúe, preguntando: *¿qué opinan de la estrategia que siguió Ema? ¿Qué le sugerirían?* Se espera que los niños señalen que Ema no siguió ningún orden y por eso no pudo encontrar todos los casos posibles. La recomendación que pueden dar es seguir alguna de las estrategias que ellos realizaron y que les aseguraron encontrarlos todos, por ejemplo, listar primero todos los casos en que el primer dado es un 1, luego todos los casos con primer dado igual a 2, y así sucesivamente. También puede sugerir algún tipo de tabla, esquema o dibujo que ordene los casos.

Concuerde con los estudiantes la importancia de contar con métodos de búsqueda de casos posibles que sea ordenado y que permita saber en cualquier momento si los encontramos todos o aún faltan algunos.



3 Observa la idea de Matías.

Idea de Matías

Fui viendo los casos por orden.

a) Explica su idea.

b) ¿En cuántos casos la suma de los dados es igual a 7? ¿En cuántos es igual a 8?

4 Observa la idea de Sofía.

Idea de Sofía

Hice un esquema que muestra que por cada resultado del dado blanco hay 6 resultados del dado rojo.

Para encontrar todos los resultados posibles de un experimento aleatorio es útil usar dibujos o esquemas.

Tickets de salida página 89 • Tomo 2

16 | P. 89 | TE | **Experimentos aleatorios**

Planificación 30 minutos

Propósito

Que los estudiantes exploren maneras de encontrar los casos posibles de un experimento aleatorio.

Habilidad

Representar.

Recursos

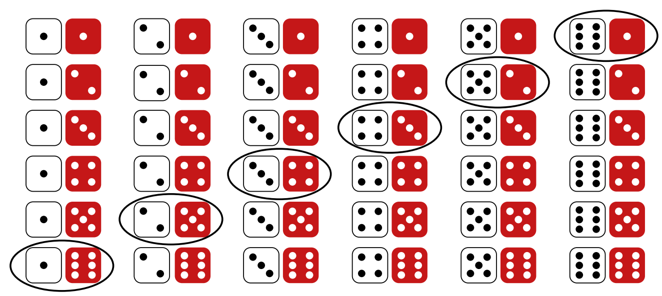
Imagen del arreglo de Matías.

Gestión

Para continuar con las actividades, solicite a estudiantes identificados durante el monitoreo que expongan al curso las estrategias utilizadas en sus grupos. Asegúrese de considerar todas las estrategias que siguen un orden y permiten encontrar todos los resultados posibles.

Después de que hayan expuesto sus ideas, pídales que abran el **Texto del Estudiante** en la página 89 y comparen las ideas de Matías y Sofía con las que se expusieron en el curso. Pregunte: *¿en qué consiste la idea de Matías?* (Ordenar los dados por filas y columnas) *¿En qué consiste la idea de Sofía?* (Ella hace un esquema en que asocia la cara del dado blanco las 6 caras del dado rojo).

Indique que la idea de Matías corresponde a elaborar un **arreglo** (filas y columnas) que permite encontrar fácilmente todos los casos posibles. A continuación, proyecte o dibuje el arreglo de Matías en la pizarra y pida a algunos niños que encierren esos casos.



Luego, pregunte: *¿en cuántos casos la suma de los dados es igual a 7?* (6 casos) *¿En cuántos casos la suma es 8?* (5 casos).

Siga, preguntando: *¿al mirar el arreglo, podemos afirmar que no hay otra suma que tenga más casos que el 7? ¿Por qué?* Asegúrese de que noten que los casos asociados a cada suma se encuentran en diagonales y que la diagonal más larga es la del 7, y, por tanto, no hay otro número que tenga más casos relacionados. Haga notar a los estudiantes que el análisis de los casos posibles permite reconocer que el caballo que tienen más posibilidades de ganar es el 7.

Tickets de salida página 89 • Tomo 2

16 | P. 90 | TE | **Experimentos aleatorios**

Planificación 90 minutos

TE 45 minutos | **CA** 45 minutos

Propósito

Que los estudiantes exploren maneras de encontrar los casos posibles de un experimento aleatorio.

Habilidad

Representar.

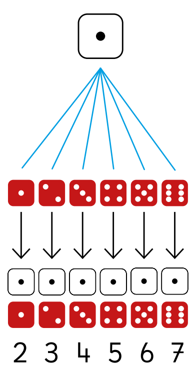
Recursos

Imagen del diagrama de Sofía.

Gestión

Proyecte la imagen del diagrama de Sofía en la pizarra y señale que corresponde a un **esquema o diagrama**.

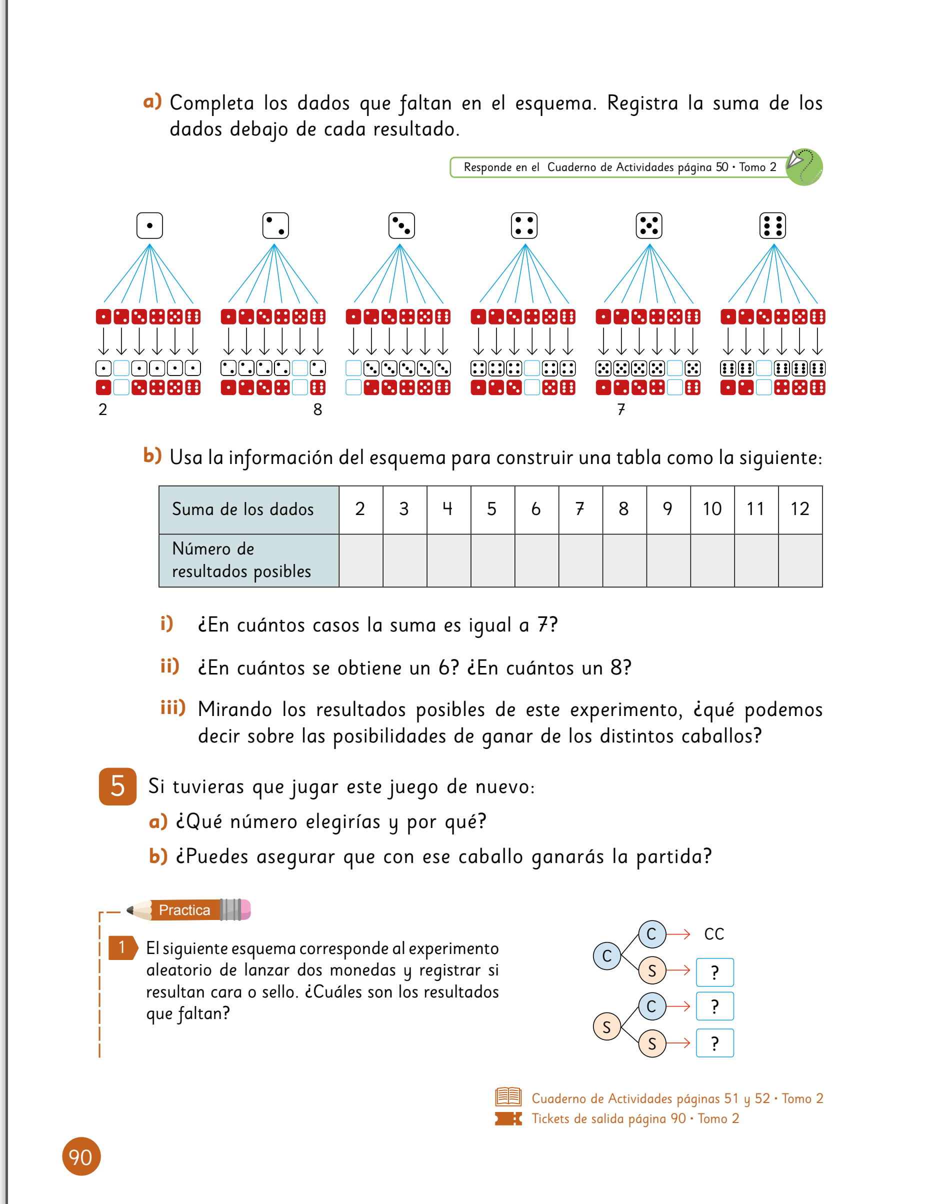
Pregunte: *¿cuántos casos encontró Sofía?* (36 casos) *¿En qué parte de su diagrama podemos ver cada caso?* Asegúrese de que los niños reconozcan que a cada cara del dado blanco se le pueden asociar las 6 caras del dado rojo. Sugiera anotar los casos debajo de cada dado rojo, como en el siguiente ejemplo:



A continuación, solicite a los estudiantes que vayan al **Cuaderno de Actividades** para completar el resto de los casos posibles del esquema y que aprovechen de registrar la suma de los dados en cada caso, como se sugiere en la página.

Luego de que hayan terminado, pídales que registren en la tabla del **ítem b)** el número de resultados posibles asociados a cada suma.

Suma de los dados	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Número de resultados posibles	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1



a) Completa los dados que faltan en el esquema. Registra la suma de los dados debajo de cada resultado.

Responde en el Cuaderno de Actividades página 50 • Tomo 2

2 8 7

b) Usa la información del esquema para construir una tabla como la siguiente:

Suma de los dados	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Número de resultados posibles											

i) ¿En cuántos casos la suma es igual a 7?

ii) ¿En cuántos se obtiene un 6? ¿En cuántos un 8?

iii) Mirando los resultados posibles de este experimento, ¿qué podemos decir sobre las posibilidades de ganar de los distintos caballos?

5 Si tuvieras que jugar este juego de nuevo:

a) ¿Qué número elegirías y por qué?

b) ¿Puedes asegurar que con ese caballo ganarás la partida?

Practica

1 El siguiente esquema corresponde al experimento aleatorio de lanzar dos monedas y registrar si resultan cara o sello. ¿Cuáles son los resultados que faltan?

C C CC
C S ?
S C ?
S S ?

Cuaderno de Actividades páginas 51 y 52 • Tomo 2
Tickets de salida página 90 • Tomo 2

90

Pregunte: *al observar la tabla, ¿en cuántos casos la suma es igual a 7?* (6) *¿En cuántos se obtiene un 6?* (5) *¿En cuántos un 8?* (5) *¿Qué podemos decir sobre las posibilidades de ganar de los distintos caballos?* (Que van disminuyendo a medida que se alejan del 7 hacia los extremos; que las posibilidades del 2 y del 12 son las mismas, y que lo mismo sucede con el 3 y el 11, el 4 y el 10, el 5 y el 9, y el 6 y el 8).

Finalmente, pregunte: *si eliges el caballo 7 para jugar, ¿puedes asegurar que ganarás la partida?* (No, solo se puede decir que se tienen más posibilidades). Para terminar, pida que resuelvan la actividad de la sección **Practica**.

Cuaderno de Actividades páginas 51 y 52 • Tomo 2
Tickets de salida página 90 • Tomo 2

EJERCICIOS

1 Lanza una moneda 20 veces y registra el resultado en una tabla como la siguiente:

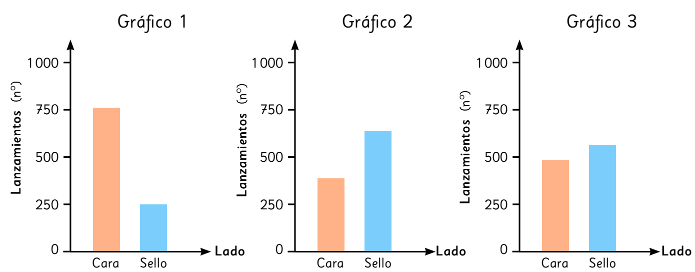
	Frecuencia
Cara (C)	?
Sello (S)	?

a) ¿Cuál resultado se repitió más?

b) Si comparas tu resultado con el de tus compañeros, ¿sucede lo mismo?

c) Junta tus resultados con los de 5 compañeros más. ¿Cómo son las frecuencias de cara y sello?

d) ¿Cuál de los siguientes gráficos se ajusta más a lo que podría ocurrir al lanzar la moneda 1 000 veces? ¿Por qué?



2 Se lanza un dado y una moneda a la vez y se registra el valor del dado (1, 2, 3, 4, 5 y 6) y la cara de la moneda (C o S).

a) Dibuja un esquema para encontrar todos los resultados posibles de este experimento aleatorio.

b) ¿Cuántos resultados posibles tiene el experimento?

c) ¿En cuántos de ellos se obtiene que el dado es par y la moneda un sello?

Cuaderno de Actividades página 53 • Tomo 2

Capítulo 16 • Experimentos aleatorios 91

16 P. 91 | TE | **Experimentos aleatorios**

Planificación 60 minutos	
TE 30 minutos	**CA** 30 minutos

Propósito

Que los estudiantes ejerciten los temas estudiados en el capítulo relacionados con experimentos aleatorios.

Habilidad

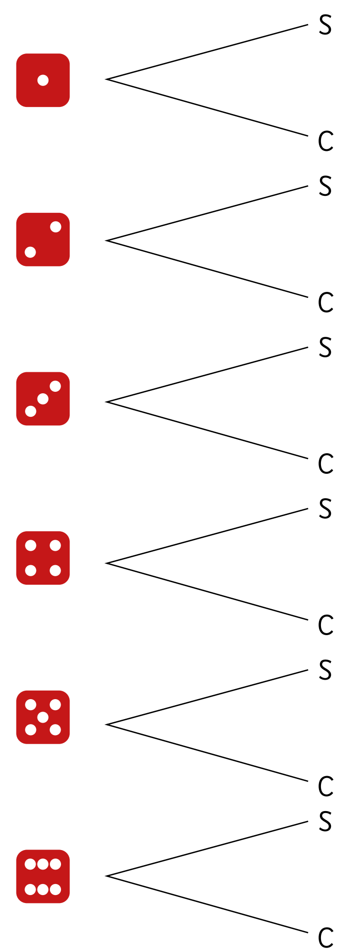
Argumentar y comunicar.

Gestión

Presente las actividades y plantee preguntas para asegurarse de que comprendan lo que deben hacer en cada caso. Solicite que resuelvan los ejercicios en su cuaderno y monitoree el trabajo formulando preguntas que apoyen sus esfuerzos. Haga una puesta en común para compartir los resultados y corregir posibles errores.

En el **Ejercicio 1** los estudiantes deben repetir el experimento aleatorio de lanzar una moneda y registrar si sale cara o sello. Después de lanzar 20 veces de manera individual, pídales formar grupos para comparar sus resultados y para juntarlos todos y comparar las frecuencias de caras y sellos.

En el **Ejercicio 2** deben elaborar un esquema para encontrar los casos posibles del experimento aleatorio dado. Sugiérales fijarse en el diagrama de Sofía y decidir si comenzarán el esquema con el dado o con la moneda. Aclare que da lo mismo con cuál comenzar. Se espera que los estudiantes realicen un esquema como el siguiente:



Cuaderno de Actividades página 53 • Tomo 2

16 | P. 92 | TE | **Experimentos aleatorios**

Planificación 30 minutos

Propósito

Que los estudiantes profundicen en la comprensión de los temas estudiados en el capítulo relacionados con experimentos aleatorios.

Habilidad

Argumentar y comunicar.

Gestión

Presente las actividades y haga preguntas para asegurarse de que comprendan cada problema. Monitoree el trabajo y apoye sus esfuerzos mediante preguntas. Haga una puesta en común para analizar las respuestas y estrategias usadas.

En el **Problema 1** los estudiantes deben jugar un juego de azar, registrar las veces que se repite cada resultado y conjeturar acerca de sus posibilidades. Luego, deben buscar los casos posibles al lanzar los dados y verificar que el número de casos asociados a cada resultado es el mismo. Finalmente, deben concluir que las posibilidades de avanzar 1, 3 o 5 casillas en cada tiro es la misma.

PROBLEMAS

1 Antony y sus amigos inventaron un juego de dados. Se lanza el dado por turnos, se miran los puntos de la cara de arriba y la de abajo. Se restan el mayor con el menor y se avanza esa cantidad de casillas.

a) ¿Cuántas casillas se puede avanzar en cada lanzamiento?

b) Juega una partida con tus compañeros y completa una tabla como la siguiente:

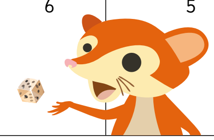
Juega en el Cuaderno de Actividades página 54 · Tomo 2

Casillas avanzadas en cada lanzamiento	1	3	5
Frecuencia			

c) Usando la información de la tabla, ¿qué puedes decir acerca de las posibilidades de avanzar 1, 3 o 5 casillas al lanzar el dado?

d) Completa la siguiente tabla con los casos posibles al lanzar un dado:

Cara de arriba	Cara de abajo	Diferencia entre el mayor y el menor
1	6	5
2		
3		
4		
5		
6		



e) ¿En cuántos casos la diferencia es 1? ¿En cuántos es 3? ¿Y en cuántos es 5?

f) Según lo anterior, ¿qué podemos afirmar sobre las posibilidades de avanzar 1, 3 o 5 casillas en cada turno?

Tickets de salida página 92 • Tomo 2

92

Tickets de salida página 92 • Tomo 2


17
Aventura Matemática

Observa la naturaleza. En Chile tenemos una rica y diversa flora y fauna silvestre y recursos que debemos cuidar y preservar.

1 Animales en peligro en el mundo y en Chile.

2 Cuidemos el agua.

Aventura Matemática 93

Capítulo 17 | Aventura Matemática

2 horas pedagógicas

Visión general

En este capítulo se abordan actividades no rutinarias que integran distintos aprendizajes y habilidades matemáticas estudiadas durante el año y en años anteriores. Los contextos favorecen la articulación del estudio con otras asignaturas y se espera que ayuden a tomar conciencia de problemáticas medioambientales que nos afectan.

Objetivos de Aprendizaje del capítulo

OA3: Demostrar que comprenden el concepto de razón de manera concreta, pictórica y simbólica, en forma manual y/o usando *software educativo*.

OA4: Demostrar que comprenden el concepto de porcentaje de manera concreta, pictórica y simbólica, de forma manual y/o usando *software educativo*.

OA13: Demostrar que comprenden el concepto de área de una superficie en cubos y paralelepípedos, calculando el área de sus redes (plantillas) asociadas.

OA18: Calcular la superficie de cubos y paralelepípedos, expresando el resultado en cm^2 y m^2.

OA19: Calcular el volumen de cubos y paralelepípedos, expresando el resultado en cm^3, m^3 y mm^3.

OA24: Leer e interpretar gráficos de barra doble y circulares y comunicar sus conclusiones.

Actitud

Manifestar curiosidad e interés por el aprendizaje de las matemáticas.

Temas matemáticos involucrados

Actividad 1. Animales en peligro en el mundo y en Chile.

1. Interpretar, analizar y deducir información contextualizada presentada en gráficos de barras.
2. Comprender la noción de porcentaje.
3. Medir longitudes usando regla graduada en cm y mm.
4. Estimar sumas de varios números.
5. Estimar longitudes.

Actividad 2. Cuidemos el agua.

6. Interpretar, analizar y deducir información contextualizada presentada en gráficos circulares y de líneas.
7. Comprender las nociones de área y volumen y sus diferencias.
8. Comprender la noción de razón.
9. Comprender intuitivamente la noción de proporcionalidad directa.
10. Calcular y representar porcentajes.

17 | P. 94 | TE | **Aventura Matemática**

Planificación 45 minutos

Propósito

Que los estudiantes usen conocimientos matemáticos estudiados en la resolución de problemas no rutinarios en contextos interdisciplinarios.

Habilidad

Resolver problemas / Argumentar y comunicar.

Gestión

Presente la **Actividad 1**, en la cual se presenta un gráfico con la distribución en porcentaje de los principales factores que causan la pérdida de especies en el planeta. Dé un tiempo para que lo analicen y luego plantee algunas preguntas para asegurar que comprenden la información que contiene. Por ejemplo: *¿cuántos tipos de animales hay? ¿Qué indican los colores del gráfico? ¿Qué indican los números?*

Posteriormente, pídales que respondan cada una de las preguntas planteadas en el texto.

En la **Pregunta 1** deben identificar el factor principal que causa la pérdida de especies en el planeta. Para ello, aprecian visualmente los colores de las barras que abarcan una mayor longitud. Así, pueden notar que las de color marrón y anaranjado son más largas que las de otros colores. Para determinar cuál es el primer factor que causa la pérdida de especies, pueden recurrir a diversas estrategias, por ejemplo:

1) Copiar las barras y juntarlas para comparar sus longitudes:

2) Estimar los porcentajes de las barras, sumarlos, y luego comparar los resultados.

Barras marrones	Barras anaranjadas
$\approx 49 + 48 + 47 + 27$	$\approx 15 + 23 + 37 + 58$
≈ 171	≈ 133

Así, concluyen que la degradación del hábitat es la principal causa de pérdida de especies en el planeta. Se sugiere pedirles que investiguen en qué hechos se manifiesta la degradación del hábitat.

En la **Pregunta 2** se solicita identificar el tipo de animal que ha sido más afectado por el cambio climático. Se espera que visualmente reconozcan que las aves son la especie que tiene más pérdidas por este factor.

En la **Pregunta 3** se solicita determinar aproximadamente el porcentaje de peces con pérdidas por la explotación. Para ello, determinan los porcentajes de la barra anaranjada. Una estrategia consiste en juntar las partes más cortas y sobreponerlas sobre la parte que corresponde al 50 %:


1 Animales en peligro en el mundo y en Chile

En el informe Planeta Vivo 2018 se señalan los principales causantes de la pérdida de especies en el planeta.

El siguiente gráfico presenta los porcentajes asociados a cada causa para distintos tipo de animales.

1 ¿Cuál es el principal causante de la pérdida de especies? ¿Qué tipo de animales son más afectados?

2 Respecto de la pérdida de especies, ¿a qué tipo de animales afecta más el cambio climático?

3 Aproximadamente, ¿qué porcentaje de la pérdida de especies de peces se deben a la explotación?

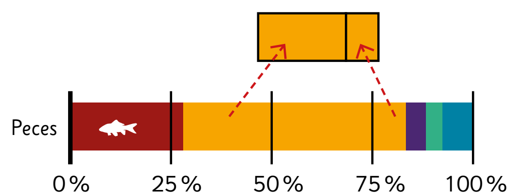
El monito del monte, la mascota de nuestro texto, es un marsupial endémico de Chile, un pequeño y peculiar animal que es considerado como "amenazado", más aún después de los recientes incendios forestales que afectaron los bosques de la zona centro-sur del país, su hábitat natural.

Pero no todo está perdido. Varias iniciativas están permitiendo detener esta amenaza, por ejemplo:

El huemul de nuestro escudo nacional está al borde de la extinción. A pesar de ello, varios programas de recuperación a nivel nacional han logrado multiplicar su población de menos de 700 ejemplares en la década de los 80, a más de 2 000 en la actualidad.

Recientemente se anunció un exitoso plan de conservación de la ranita del Loa: nacieron 200 crías de esta especie en extinción.

94



Así, calculan $25 + 25 + 3 = 53$. Es decir, cerca de un 53 % de la pérdida de peces se debe a la explotación.

Luego, pídales que lean el texto que señala la profesora e invítelos a observar en la página introductoria algunos animales que están en peligro en Chile.

Finalmente, invite a los estudiantes a que describan los conocimientos matemáticos que han usado en la realización de la actividad y modere una conversación para discutir acerca de la importancia de conservar y cuidar la fauna de Chile y del planeta.

2 Cuidemos el agua

Desde el espacio, cualquier imagen de nuestro planeta muestra que la Tierra es un planeta azul. Esto de debe a que el 70 % de su superficie está cubierta por agua y solo 30 % es tierra firme. El agua que se ve es una delgadísima película con respecto al tamaño del planeta. Para darnos una idea, si mojamos una naranja, la capa que permanece en la cáscara equivale a toda el agua que existe en la Tierra. (https://agua.org.mx/en-el-planeta/)

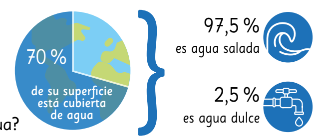
1 Analiza la información del recuadro.

a) ¿Qué significan estos datos?

b) ¿Hay mucha o poca agua en el planeta?

c) Si la tierra tiene una superficie de 510 072 000 km², ¿cuánto corresponde a agua?

El agua en el mundo



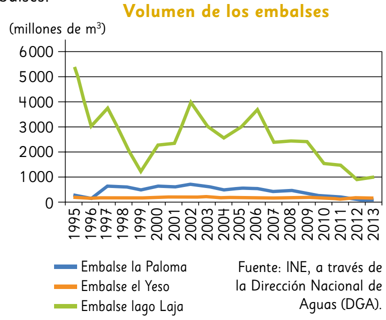
Tenemos poca agua dulce. Las principales variables, que permiten determinar el nivel de escasez de agua, son el estado de los embalses, de los ríos y la acumulación de nieve en zonas claves.

2 Analiza el volumen de agua de los embalses.

a) ¿Cuál ha sido la tendencia a lo largo de los años?

b) ¿Cuál es, aproximadamente, el volumen de cada embalse el 2013?

Volumen de los embalses



Fuente: INE, a través de la Dirección Nacional de Aguas (DGA).

3 Se estima que de una llave mal cerrada, gota a gota se escapan 84 L cada 24 horas. ¿Cuánta agua se escapa en una hora? ¿Cuántos litros de agua se pierden en un mes? ¿Y en un año?

A cuidar nuestro consumo de agua

Aventura Matemática 95

17 | P. 95 | TE | **Aventura Matemática**

Planificación 45 minutos

Propósito

Que los estudiantes usen conocimientos matemáticos estudiados en la resolución de problemas no rutinarios en contextos interdisciplinarios.

Habilidad

Resolver problemas / Argumentar y comunicar.

Recursos

Calculadora.

Gestión

Presente la **Actividad 2** invitándolos a leer la información que señala la profesora en el texto. Genere una conversación para profundizar en la información que se describe planteando preguntas: *¿qué diferencia hay entre la superficie y el volumen de la tierra? ¿Qué significa que el 70 % de la superficie de la tierra esté cubierta de agua?*

Posteriormente, pídales que respondan cada una de las actividades planteadas en el texto.

En la **Pregunta 1** se solicita analizar un gráfico circular que presenta la distribución de los tipos de agua que cubren la superficie del planeta. En **a)** se solicita que interpreten la información del gráfico. Se espera que concluyan que del 70 % de agua, solo un 2,5 % es agua dulce.

En **b)** se les pide que manifiesten su apreciación respecto de la cantidad de agua en el planeta. Modere una discusión favoreciendo que usen los datos analizados.

En **c)** se les pide que calculen el área de la superficie de la tierra que corresponde a agua. Para ello, calculan el 70 % de 510 072 000 km², concluyendo que 357 050 400 km² corresponden a agua.

En la **Pregunta 2** se solicita a los estudiantes analizar el gráfico con la evolución del volumen de agua de tres embalses a lo largo de los años. Dé un tiempo para que lo estudien, y luego respondan las preguntas planteadas. En **a)** se les pide que indiquen la tendencia a lo largo de los años. Se espera que señalen que el volumen de agua de los tres embalses ha ido disminuyendo considerablemente.

En **b)** se les pide que indiquen el volumen de agua de cada embalse el año 2013 (El embalse la Paloma casi no tuvo agua; el embalse el Yeso, cerca de 200 millones de metros cúbicos; el embalse lago Laja, cerca de 1 000 millones de metros cúbicos).

En la **Pregunta 3** se solicita a los estudiantes analizar la cantidad de agua que se pierde cuando una llave gotea. Para responder las preguntas deben establecer un razonamiento proporcional, esto es:

24 h → 84 L   12 h → 42 L   6 h → 21 L

2 h → 7 L   1 h → 3,5 L

1 día → 84 L ; 30 días → 30 · 84 = 2 520 L

1 mes → 2 520 L ; 12 meses → 12 · 2 520 = 30 240 L

Si en un metro cúbico hay 1000 litros, entonces en un año se perderían cerca de 30 m³ de agua.

Finalmente, invite a los estudiantes a que describan los conocimientos matemáticos que han usado en la realización de las actividades y modere una conversación para discutir acerca de la escasez de agua y lo que está en nuestras manos hacer para cuidar nuestro consumo de agua en el hogar.

Repaso 4 | P. 96 | TE | **Capítulos 15 - 16**

Planificación 45 minutos

Propósito

Que los estudiantes pongan a prueba sus conocimientos sobre los temas estudiados relacionados con volumen de cubos y paralelepípedos y experimentos aleatorios.

Gestión

Asegúrese de que todos los estudiantes comprendan lo que se les solicita. Pídales que registren sus cálculos, procedimientos y respuestas en sus cuadernos.

Si presentan dificultades motívelos a que revisen el capítulo que se indica en cada una de las preguntas, de tal manera que puedan repasar los aspectos en que presentan dudas.

Monitoree el trabajo, verificando si ponen en juego los conocimientos y habilidades estudiados hasta el **Capítulo 16**.

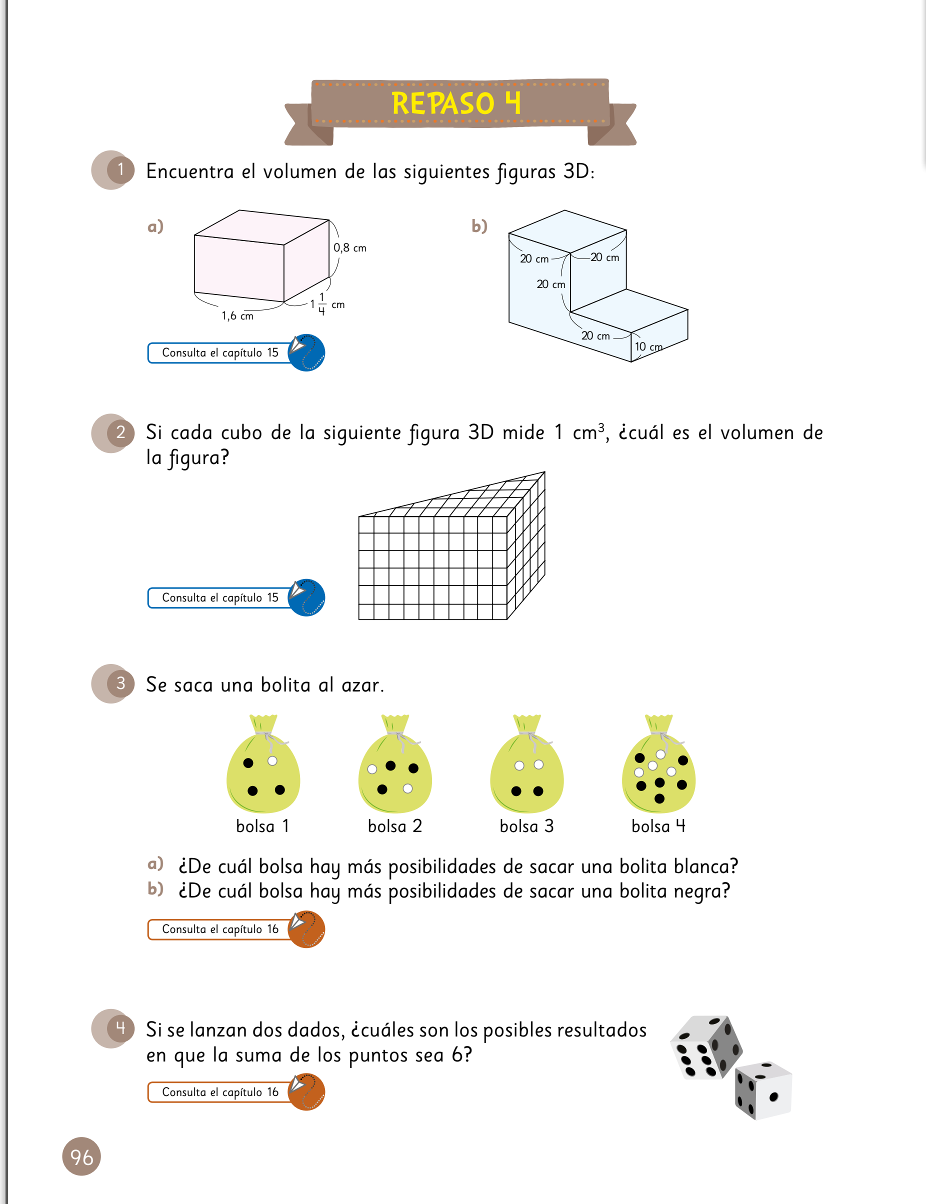
Luego, en una puesta en común, permita que compartan sus resultados y estrategias. Recomiéndeles que en caso de cometer algún error, no lo borren y que escriban el procedimiento correcto a un lado, para que puedan identificar sus errores.

En la **Pregunta 1 (Capítulo 15)**, determinan el volumen de un paralelepípedos. Para la figura **b)** pueden:

- descomponerla en dos paralelepípedos.
- completarla para formar un paralelepípedo y luego, restar el volumen que se agregó.

En la **Pregunta 2 (Capítulo 15)**, determinan el volumen de un prisma de base triangular y que está compuesto de cubos de 1 m^3. Para ello, pueden usar la técnica de completar el paralelepípedo y luego, calcular la mitad de ese volumen.

En la **Pregunta 3 (Capítulo 16)**, comparan la posibilidad de ocurrencia de resultados de un experimento aleatorio. Se espera que mediante la comparación perceptiva reconozcan de cuál bolsa es más posible obtener una bolita blanca y de cuál una bolita negra.



REPASO 4

1 Encuentra el volumen de las siguientes figuras 3D:

a) 0,8 cm; $1\frac{1}{4}$ cm; 1,6 cm

b) 20 cm; 20 cm; 20 cm; 20 cm; 10 cm

Consulta el capítulo 15

2 Si cada cubo de la siguiente figura 3D mide 1 cm^3, ¿cuál es el volumen de la figura?

Consulta el capítulo 15

3 Se saca una bolita al azar.

bolsa 1 bolsa 2 bolsa 3 bolsa 4

a) ¿De cuál bolsa hay más posibilidades de sacar una bolita blanca?
b) ¿De cuál bolsa hay más posibilidades de sacar una bolita negra?

Consulta el capítulo 16

4 Si se lanzan dos dados, ¿cuáles son los posibles resultados en que la suma de los puntos sea 6?

Consulta el capítulo 16

96

En la **Pregunta 4 (Capítulo 16)**, dado un experimento aleatorio, determinan los casos favorables a un resultado en particular. Se espera que los estudiantes realicen un registro estableciendo un orden que les permita identificar todos los casos en que la suma de los dados es igual a 6.

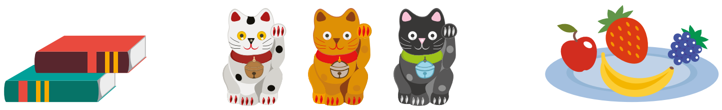
18 Sistemas de unidades de medición

Te invito a recordar y aprender más sobre los sistemas de unidades de medición.

Cantidades

Existen dos tipos de cantidades:

- **Discretas**, en las que para saber qué cantidad hay, contamos los objetos.

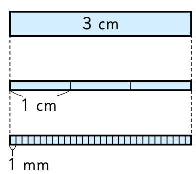


- **Continuas**, en las que para saber qué cantidad hay, medimos usando unidades.

	Cómo cuantificar	Unidad
Cantidades discretas	• Identificando los objetos. • Usando números naturales para contar.	Peluche, fruta, libro, etc.
Cantidades continuas	• Eligiendo la unidad de medida. • Usando números decimales o fracciones para medir.	Metro, litro, kilogramo, etc.

Unidades como cm, m, L, cc, cm^2, m^2, kg, g se utilizan para medir cantidades como longitud, volumen, superficie o masa.

Una longitud de 3 centímetros significa 3 unidades de 1 cm. Medida en milímetros, es 30 unidades de 1 mm, es decir, 30 mm.



Capítulo 18 | Sistemas de unidades de medición

7 horas pedagógicas

Visión general

Este capítulo tiene una orientación diferente a los que le preceden, ya que, además de abordar los OA de 6° básico asociados a área y volumen y sus unidades de medida, incorpora otras magnitudes estudiadas en cursos anteriores. En este capítulo recordarán las características de las magnitudes estudiadas previamente y reflexionarán sobre el carácter decimal de los sistemas de unidades de medida. Se espera que distingan las diversas magnitudes, las unidades más usuales, los instrumentos que se utilizan para medirlas, y que dispongan de un método confiable para transformar medidas de una unidad a otra.

Objetivos de Aprendizaje del capítulo

OA 18: Calcular la superficie de cubos y paralelepípedos expresando el resultado en cm^2 y m^2.
OA 19: Calcular el volumen de cubos y paralelepípedos expresando el resultado en cm^3, m^3 y mm^3.

Aprendizajes previos

- Identificar longitud, área, masa y volumen de objetos.
- Medir longitud, área, masa y volumen de objetos utilizando unidades convencionales.
- Realizar transformaciones entre unidades de medida de longitud: km a m, m a cm, cm a mm y viceversa.
- Comprender la multiplicación y la división de naturales y decimales por múltiplos de 10 y decimales hasta la milésima.

Actitud

- Manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico.
- Manifestar curiosidad e interés por el aprendizaje de las matemáticas.

18 | P. 97 | TE | Sistemas de unidades de medición

Planificación 20 minutos

Propósito

Que los estudiantes comprendan que al cuantificar colecciones o tamaños de objetos, las cantidades pueden ser discretas o continuas. En este segundo caso, que sistematicen sus conocimientos de las unidades de medida actualmente utilizadas.

Habilidad

Argumentar y comunicar.

Recursos

20 objetos para contar, cordel, botellas con agua y un libro.

Gestión

Comience la clase presentando a los estudiantes algunas colecciones de objetos, por ejemplo, 20 clips, 8 lápices, un cordel, un libro y una botella. Hágalos pensar, a través de preguntas, para que identifiquen diferentes aspectos cuantitativos de estas colecciones u objetos, por ejemplo: *¿qué podemos medir del libro? ¿Cómo cuantificamos los clips?*

Posteriormente, pídales que lean y comenten la primera parte de la página y la tabla. Luego, solicíteles otros ejemplos de cantidades discretas y continuas. Sistematice, destacando las diferencias entre ambos tipos de cantidades.

Finalmente, recuerde el significado de las unidades de medición de longitud. Explique, basándose en la imagen del texto, que 3 cm corresponden a un objeto cuya longitud es 3 veces 1 cm. Esa misma cantidad se puede expresar como 30 mm si utilizamos el milímetro como unidad.

Consideraciones didácticas

En el texto del estudiante se utiliza la palabra cantidad para referirse a magnitud, término de más fácil comprensión.

Planificación 25 minutos

Propósito
Que los estudiantes identifiquen las unidades que corresponde utilizar para expresar la medida de distintas magnitudes.

Habilidad
Argumentar y comunicar.

Recursos
Imagen de los instrumentos de medición que están en la página del Texto del Estudiante para proyectar.

Gestión
Comience recordando la última actividad de la clase anterior, en la que se abordó el significado de las unidades de medición. Plantee preguntas relacionadas con la unidad de medida que conviene utilizar para medir longitudes en la sala de clases. Por ejemplo, *si mido el largo de la pizarra y luego les digo "la pizarra mide 3 metros de largo" ¿es correcta esta información?* Llévelos a pensar que, al medir, es fundamental elegir una unidad y luego mencionarla al comunicar la medida. Pregúnteles: *¿el largo de la pizarra es 3 cm, 3 m o 3 km?* Pida que expliquen por qué eligen una opción y descartan las otras como una estrategia para relevar el significado de la unidad y promover la argumentación.

Indique que trabajen en parejas en la **Actividad 1** escribiendo en su cuaderno la unidad que elegirían para medir. Mientras trabajan, observe sus respuestas y verifique si eligen unidades que correspondan a cada magnitud y si manejan una representación aproximada del tamaño de una determinada cantidad de unidades.

Para sistematizar las respuestas de los estudiantes, pida a algunos que expliquen por qué eligieron cierta unidad. Por ejemplo, en la **Actividad 1a)**, pregunte: *¿por qué descartaron los kg y m?* Se espera que respondan que estas unidades no miden volumen. Continúe: *¿por qué, si las unidades m^3, l y cc miden volumen eligieron una de ellas?* Complemente sus respuestas destacando que, al elegir una unidad, se debe tener en cuenta el tamaño del objeto que se medirá y el de la unidad, de modo que el número obtenido como medida no sea ni muy grande ni muy pequeño.

1 ¿Con qué unidades es posible medir estas cantidades?

a) Entre las unidades m^3, L, cc, kg, m, elije las que usarías para medir:

- El volumen de jugo en un jarro.
- El volumen de agua en una piscina.

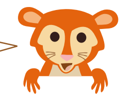
b) Entre las unidades cm^2, cm, m^2, g, km^2, elije las que usarías para medir:

- La superficie de una sala.
- La superficie de una isla.
- La superficie de una pantalla.

c) Entre las unidades cm^2, L, g, kg, t, elije las que usarías para medir:

- La masa de una sandía.
- La masa de un puma.

A veces se habla de peso para referirse a la masa de un objeto.



d) Entre las unidades km, cm, g, m, m^2, elije las que usarías para medir:

- La altura de un árbol.
- La distancia entre dos ciudades.

2 ¿Qué se puede medir con estos instrumentos y con qué unidades?

Ticket de salida página 98 • Tomo 2

98

Finalmente, proyecte la imagen de los instrumentos de medición y pregunte para cada uno: *¿qué se puede medir con este instrumento? ¿Qué unidades se utilizan?* Escriba las respuestas en la pizarra e indique que lo hagan en sus cuadernos. Por ejemplo, sistematice: la balanza se usa para medir la masa de los objetos y utiliza el kg y el g como unidades.

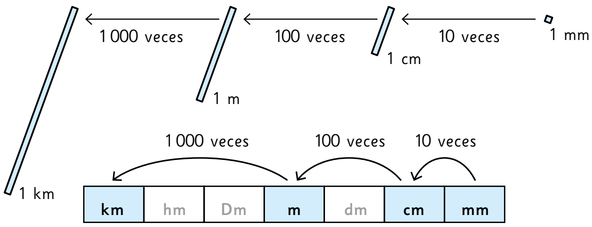
Consideraciones didácticas
Las cantidades con las que se trabaja en esta clase y en las que se sigue son todas continuas, es decir, corresponden a magnitudes que se caracterizan porque se pueden dividir en cualquier cantidad de partes, y porque entre dos medidas siempre es posible encontrar otra.

Ticket de salida página 98 • Tomo 2

Unidades de longitud

km	hm	Dm	m	dm	cm	mm
kilómetro	hectómetro	decámetro	metro	decímetro	centímetro	milímetro

1 Observen las relaciones entre unidades de longitud y explíquenlas.



2 Transformen las siguientes medidas a la unidad indicada:

a) 6 m a centímetros.
b) 124 cm a metros.
c) 2 km a metros.
d) 0,5 cm a milímetros.

Cómo convertir unidades de longitud

km			m		cm	mm
			6			
			6	0	0	

Para transformar 6 m en centímetros, debes:
- Ubicar el 6 en la columna de m.
- Agregar ceros hasta la columna de cm.

Así, se observa que 6 m = 600 cm.

Para trasformar unidades de medida puedes construir y usar un **conversor de medidas**.

Recortar en el Cuaderno de Actividades página 85 · Tomo 2

Cuaderno de Actividades página 55 • Tomo 2
Ticket de salida página 99 • Tomo 2

Capítulo 18 • Sistemas de unidades de medición 99

18 | P. 99 | TE | Sistemas de unidades de medición

Planificación 45 minutos

TE 25 minutos | **CA** 20 minutos

Propósito
Que los estudiantes organicen su conocimiento de las unidades para medir longitudes del sistema métrico decimal y que aprendan a convertir medidas de longitud de una unidad a otra.

Habilidades
Resolver problemas / Representar / Argumentar y comunicar.

Recursos
Conversor de unidades de medida (Ver modelo en página 85 del **Cuaderno de Actividades**).

Gestión
Para iniciar la clase anuncie que van a estudiar las unidades de medición de longitudes. Pida que recuerden las que conocen y que den ejemplos de longitudes o distancias que conviene medir con cada una de ellas.

Proponga que observen la lista de unidades y abreviaturas en la parte superior de la página 99 de su texto. *¿Hay algunas que no conocen?* Explique que cuando se creó este sistema, con 10 unidades de cada tipo se formaba una nueva. Por ejemplo, con 10 mm se formaba 1 cm. Pero algunas de estas unidades ya no se usan. *¿Cuáles son las que sobrevivieron? Pregunte: ¿cuántos milímetros forman 1 cm? ¿Cuántos centímetros forman 1 m? ¿Cuántos metros forman 1 km?*

Proyecte el esquema de la **Actividad 1** o pida que lo examinen en sus textos, en parejas, comentando cómo interpretarlo. Luego pregunte: *¿qué entendieron?* Promueva distintas formulaciones: *¿cómo lo explicarías tú?*

Haga notar que el esquema indica, con flechas hacia la izquierda, cuántas veces mayor es cada unidad respecto a la anterior; es decir, las unidades van aumentando de tamaño. *¿Qué sucede si recorremos este esquema de izquierda a derecha?*

A partir de las intervenciones de los estudiantes, concluya que las unidades van disminuyendo de tamaño; el esquema indica cuántas veces menor es cada unidad respecto a la anterior. Así, para convertir kilómetros a metros que multiplicar por 1000, mientras que para convertir metros a kilómetros hay que dividir por 1000.

Desarrollen la **Actividad 2**. Permita que se ayuden entre ellos y promueva la explicitación de sus razonamientos. Por ejemplo: al convertir centímetros a milímetros obtendremos un número mayor y al convertir centímetros a metros obtendremos un número menor.

Presente el conversor de unidades, herramienta que facilita la conversión de medidas de una unidad a otra. Una vez que coloquen el número de acuerdo a la unidad de la medida original, deben localizar la unidad a la que quieren cambiarla, agregar ceros y, si es necesario, poner la coma decimal.

Consideraciones didácticas
La medición de longitudes es una actividad muy antigua. Han existido diferentes unidades, como leguas, yardas o pulgadas.

Hoy en muchos países se utilizan las unidades asociadas al sistema métrico decimal que fueron definidas a partir del metro, generando unidades diez veces mayores y diez veces menores. Algunas de estas unidades han caído en desuso, por lo que ya no se incluyen en los programas escolares. Sin embargo, es importante que los estudiantes tengan conciencia de la regularidad decimal subyacente.

La comprensión del origen decimal de las unidades que se utilizan actualmente ayudará a los estudiantes a convertir medidas de una unidad a otra. Si cuentan con el "conversor de unidades", instrumento que cada en columna representa un valor 10 veces superior al de la columna contigua a su derecha, podrán apreciar que las columnas sin nombre corresponden a las unidades que ya no se usan. Si no disponen de este instrumento, podrán apreciar esto mismo basándose en la tabla que se encuentra en la parte inferior de la página 99.

La longitud es la magnitud más fácil de medir. Por lo tanto, esclarecer la estructura de las unidades de longitud es importante para comprender las unidades de área y volumen que se estudiarán más adelante.

Cuaderno de Actividades página 55 • Tomo 2
Ticket de salida página 99 • Tomo 2

18 | P. 100 | TE | **Sistemas de unidades de medición**

Planificación 45 minutos

Propósitos

- Que los estudiantes organicen su conocimiento de las unidades para medir superficie en el sistema métrico decimal y que aprendan a convertir medidas de área de una unidad a otra.
- Que los estudiantes comprendan la relación entre las unidades de medida de área y las de longitud.

Habilidades

Resolver problemas / Representar / Argumentar y comunicar.

Recursos

Conversor de unidades de medida.

Gestión

Comience la clase indicando que van a estudiar las unidades de área. Pida que recuerden las que conocen y que den ejemplos de superficies que conviene medir con cada una de ellas.

Observen la lista de unidades y abreviaturas en la parte superior de la página 100 de su texto. Pregunte: *¿hay algunas que no conocen? ¿Qué unidad elegirían para medir la superficie de una cancha de fútbol? ¿En qué unidad medirían la superficie de una hoja de cuaderno?*

Complemente sus respuestas destacando que para medir la cancha de fútbol se debe elegir el metro cuadrado y para la superficie del cuaderno el centímetro cuadrado, de modo que el número obtenido como medida no sea muy grande ni muy pequeño.

Proyecte el esquema de la **Actividad 1** y la tabla, y pida que lo examinen en sus textos, en parejas, comentando cómo interpretarlo. Luego pida que lo expliquen. Promueva distintas formulaciones.

Haga notar la relación entre la longitud del lado de un cuadrado con las unidades de área. Verifique que comprendan que cuando la longitud del lado de un cuadrado aumenta 100 veces, su área aumenta 10 000 veces. En la relación entre 1 cm^2 y 1 m^2, que entiendan que si el lado del cuadrado que mide 1 cm se amplía 100 veces, el área se amplía $100 \cdot 100 = 10\,000$ veces.

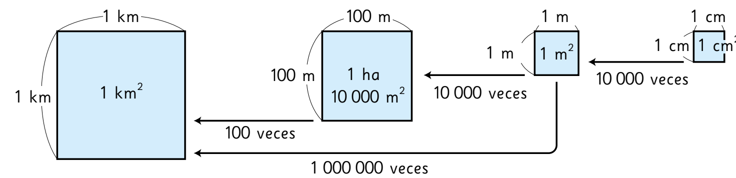
Mencione que en el esquema aparece también la hectárea. Pregunte: *¿qué es una hectárea? ¿Cuántos metros cuadrados forman 1 ha? ¿Cuántas hectáreas forman 1 km^2?*

Pida que desarrollen la **Actividad 2.** Promueva que los estudiantes socialicen sus razonamientos. Por ejemplo: para convertir 20 cm^2 a metros cuadrados dividí por 10 000 y para convertir 7 km^2 a hectáreas multipliqué por 100.

Unidades de área

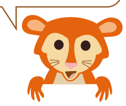
km^2	ha	m^2	cm^2
kilómetro cuadrado	hectárea	metro cuadrado	centímetro cuadrado

1 Observen las relaciones entre unidades de área y explíquenlas.



Longitud lado del cuadrado	1 km	100 m	1 m	1 cm
Área del cuadrado	1 km^2	10 000 m^2 1 ha	1 m^2	1 cm^2

Las unidades de área se basan en las de longitud.



2 Transformen las siguientes medidas a la unidad indicada:

a) 20 cm^2 a metros cuadrados.

b) 7 km^2 a hectáreas.

c) 0,5 ha a metros cuadrados.

d) 8 m^2 a centímetros cuadrados.

Cómo convertir unidades de área

km^2		ha				m^2				cm^2
									2	0
						0,	0	0	2	

Para transformar 20 cm^2 en metros cuadrados, debes:
- Ubicar 20 cm^2 en la tabla.
- Agregar ceros hasta la columna de m^2.
- Ubicar la coma para identificar la nueva unidad.

Así, se observa que 20 cm^2 = 0,002 m^2.

Ticket de salida página 100 • Tomo 2

100

Pida que utilicen el conversor de unidades colocando el número de acuerdo a la unidad de la medida original y localizando la unidad a la que quieren cambiarla. Si no disponen de este instrumento, podrán basarse en la tabla que se encuentra en la parte inferior de la página

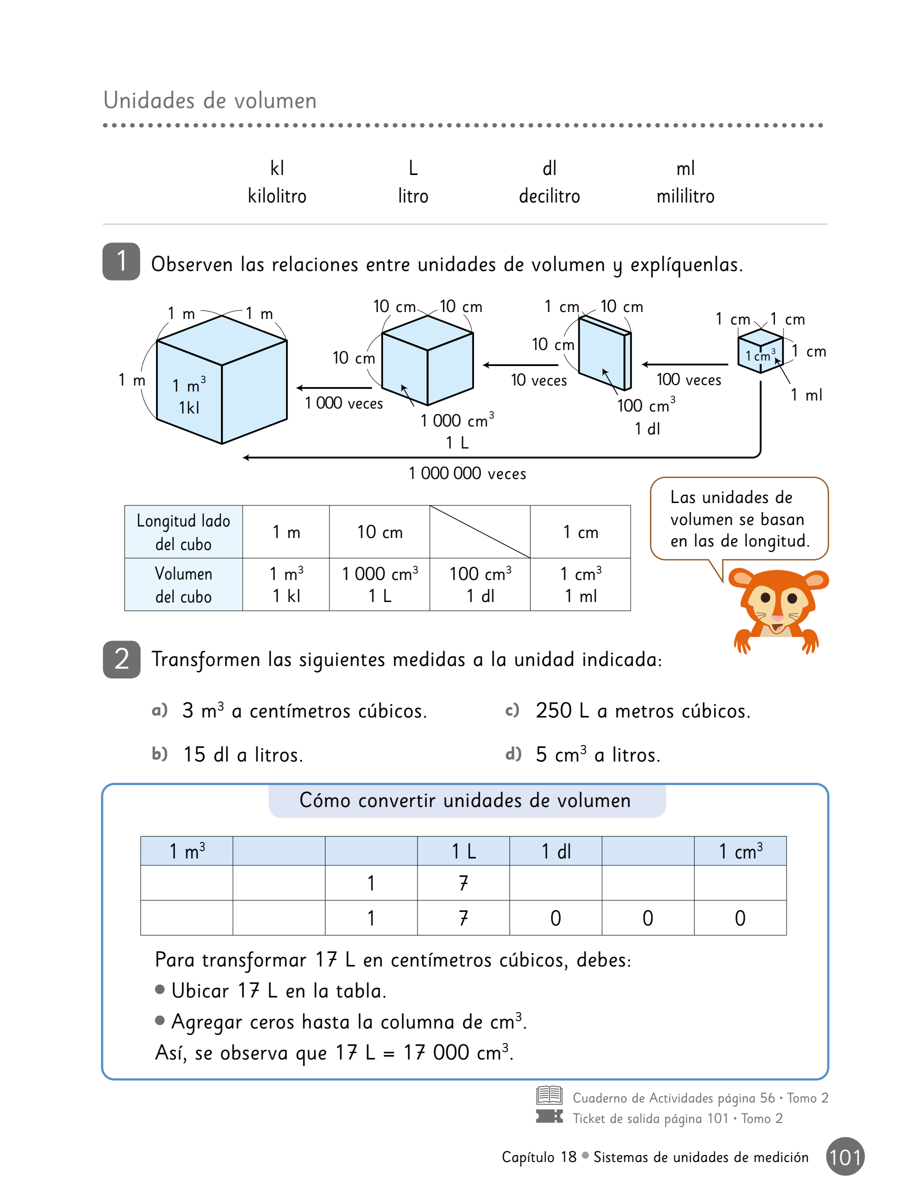
Consideraciones didácticas

Tenga presente que la sistematización de las unidades de área tiene una dificultad mayor que la de las unidades de longitud. Es conveniente recurrir a representaciones visuales de modo de relacionar el efecto que tiene el pasar de un modelo lineal a uno de dos dimensiones.

La hectárea, que no corresponde al cuadrado de ninguna de las unidades lineales estudiadas, se ha incorporado debido a la frecuencia de su uso.

Es importante destacar que la superficie corresponde al nombre de la magnitud y el área a su medida.

Ticket de salida página 100 • Tomo 2



Unidades de volumen

kl	L	dl	ml
kilolitro	litro	decilitro	mililitro

1 Observen las relaciones entre unidades de volumen y explíquenlas.

Longitud lado del cubo	1 m	10 cm		1 cm
Volumen del cubo	1 m³ 1 kl	1 000 cm³ 1 L	100 cm³ 1 dl	1 cm³ 1 ml

2 Transformen las siguientes medidas a la unidad indicada:

a) 3 m³ a centímetros cúbicos.

b) 15 dl a litros.

c) 250 L a metros cúbicos.

d) 5 cm³ a litros.

Cómo convertir unidades de volumen

1 m³			1 L	1 dl		1 cm³
		1	7			
		1	7	0	0	0

Para transformar 17 L en centímetros cúbicos, debes:
- Ubicar 17 L en la tabla.
- Agregar ceros hasta la columna de cm³.

Así, se observa que 17 L = 17 000 cm³.

Cuaderno de Actividades página 56 • Tomo 2
Ticket de salida página 101 • Tomo 2

Capítulo 18 • Sistemas de unidades de medición 101

18 | P. 101 | TE | **Sistemas de unidades de medición**

Planificación 45 minutos

TE 25 minutos | **CA** 20 minutos

Propósitos

- Que los estudiantes organicen su conocimiento de las unidades para medir el volumen en el sistema métrico decimal y que aprendan a convertir medidas de volumen de una unidad a otra.
- Que los estudiantes comprendan y relacionen las unidades de volumen basadas en la longitud y las basadas directamente en el volumen.

Recursos

Conversor de unidades de medida.

Habilidades

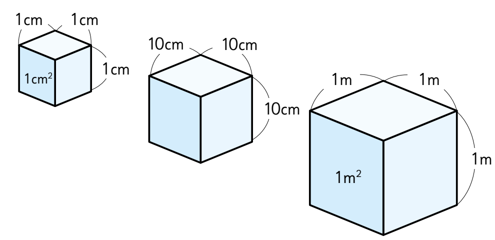
Resolver problemas / Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

Comience la clase indicando que hoy van a estudiar las unidades de medición de volumen. Proponga que observen la lista de unidades y abreviaturas en la parte superior de la página 104 de su texto. Pregunte: *¿hay algunas que no conocen? ¿Son las únicas unidades para medir el volumen que se utilizan? ¿Conocen otras? ¿Recuerdan el centímetro cúbico y el metro cúbico?*

Proyecte el esquema de la **Actividad 1** o pida que lo observen en el texto. Haga notar la relación entre las unidades de longitud: 10 cm = 1 dm y 10 dm = 1 m para que identifiquen que dicha relación corresponde a los lados de los cubos del esquema. Pregunte: *¿cuál es la relación entre cm³ y dm³? ¿Y entre dm³ y m³?*

Sistematice destacando la relación de la longitud de un lado de un cubo con las unidades de medida de volumen. Guíelos para que comprendan que cuando la longitud de un lado de un cubo aumenta diez veces, su volumen aumenta 1000 veces. En la relación entre 1 m³ y 1 cm³, que comprendan que si un lado del cubo se amplía en 100 veces, el producto 100 · 100 · 100 corresponde a una ampliación de 1 000 000 de veces.



Mencione que en el esquema también aparece el litro. Pregunte: *¿qué es un litro? ¿cuántos decilitros forman 1 L? ¿cuántos litros forman 1 kl?*

Desarrollen la **Actividad 2**. Promueva que los estudiantes expliciten sus razonamientos. Por ejemplo: para convertir 3 m³ a centímetros cúbicos debemos multiplicar por 1 000 000 y para convertir 15 dl a litros debemos dividir por 10.

Pida que utilicen el conversor de unidades colocando el número de acuerdo a la unidad de la medida original y localizando la unidad a la que quieren cambiarla. Si no disponen de este instrumento, podrán basarse en la tabla que se encuentra en la parte inferior de la página 101.

Consideraciones didácticas

En las unidades de medida de volumen se ocupan dos sistemas: uno basado en las unidades de longitud (m³, cm³) y otro basado directamente en el volumen (L, dl, entre otros). Es importante que los estudiantes comprendan la relación entre ambos tipos de unidades sin confundirlos. Además, con respecto al orden de enseñanza, primero debe enseñarse el sistema basado en las unidades de longitud y posteriormente el de los litros, decilitros y mililitros.

Cuaderno de Actividades página 56 • Tomo 2
Ticket de salida página 101 • Tomo 2

18 | P. 102 | TE | Sistemas de unidades de medición

Planificación 45 minutos

Propósitos

- Que los estudiantes organicen su conocimiento de las unidades para medir masa del sistema métrico decimal y que aprendan a convertir medidas de masa de una unidad a otra.
- Que los estudiantes comprendan la relación entre el volumen y la masa del agua.

Habilidades

Resolver problemas / Representar / Argumentar y comunicar.

Recursos

Conversor de unidades de medida.

Gestión

Anuncie que hoy van a estudiar las unidades de medición de masa. Explique que habitualmente decimos peso para referirnos a la masa, pero el peso es la fuerza con que los objetos son atraídos por la Tierra, mientras que la masa es una propiedad de los objetos mismos, como la longitud, el área o el volumen. Pida que recuerden las unidades de masa que conocen y que den ejemplos de objetos que conviene medir con cada una de ellas.

Proponga que observen la lista de unidades y abreviaturas en la parte superior de la página 102 de su texto. Pregunte: *¿hay algunas que no conozcan? ¿Cuántos miligramos forman 1 g? ¿Cuántos gramos forman 1 kg? ¿Cuántos kilogramos forman 1 t?*

Pida que desarrollen la **Actividad 1** y luego haga preguntas para que establezcan relaciones entre la masa del agua y su volumen. Por ejemplo: *si la masa de 1 m^3 de agua es 1 t, ¿cuál será la masa de 1 cm^3 de agua?*

Proyecte el esquema de la **Actividad 2** o pida que lo examinen en sus textos, en parejas. Luego pregunte: *¿cuántas veces mayor es cada unidad respecto a la anterior al avanzar de derecha a izquierda?* Haga notar que, en este caso, el factor es el mismo, a diferencia de los otros sistemas de unidades de medida que han estudiado.

Replantee el problema de la relación entre la masa del agua y su volumen. A partir de las intervenciones de los estudiantes, sistematice esta relación en una tabla como la siguiente:

1000 1000 1000

1t	1kg	1g	1mg
1m³	1000 cm³	1cm³	1mm³
1kl	1l	1 ml	

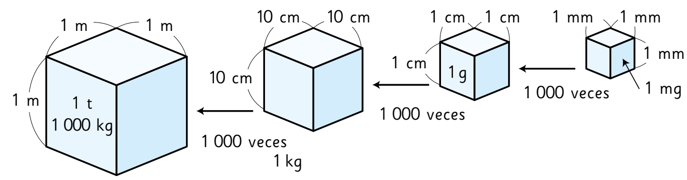
Desarrollen la **Actividad 3**. Promueva que los estudiantes expliciten sus razonamientos. Por ejemplo: para convertir toneladas a kilogramos debemos multiplicar por 1 000 y para convertir gramos a kilogramos debemos dividir por 1 000.

Unidades de masa

t	kg	g	mg
tonelada	kilogramo	gramo	miligramo

La masa de 1 m^3 de agua es 1 tonelada.

1 Observen las relaciones entre unidades de masa y explíquenlas.



2 Calculen los volúmenes de los cubos de arriba. ¿Cuál es la relación entre la masa del agua y su volumen?

3 Transformen las siguientes medidas a la unidad indicada:

a) 4 t a kilogramos.
b) 15 g a kilogramos.
c) 120 g a miligramos.
d) 80 mg a gramos.

Cómo convertir unidades de masa

t			kg			g			mg
		3	5						
0,	0	3	5						

Para transformar 35 kg en toneladas, debes:
- Ubicar 35 kg en la tabla.
- Agregar ceros hasta la columna de t.
- Ubicar la coma para identificar la nueva unidad.

Así, se observa que 35 kg = 0,035 t.

Ticket de salida página 102 • Tomo 2

102

Pida que utilicen el conversor de unidades colocando el número de acuerdo a la unidad de la medida original y localizando la unidad a la que quieren cambiarla. Si no disponen de este instrumento, podrán basarse en la tabla que se encuentra en la parte inferior de la página 102.

Consideraciones didácticas

En nuestra sociedad se utiliza el término "peso" para referirse a la masa de un objeto. Para los estudiantes puede ser difícil hablar de masa, pero es importante que se habitúen a hacerlo, progresivamente.

Como el volumen del agua varía cuando la temperatura aumenta o disminuye, para que la masa de agua contenida en 1 cm^3 sea exactamente 1 g son necesarias determinadas condiciones de presión y temperatura.

El sistema de unidades de masa que utilizamos presenta la ventaja de que cada unidad es mil veces mayor que la que le antecede en tamaño. Esto se refleja en la estructura del "conversor de unidades" para esta magnitud y en la conversión de medidas de una unidad a otra.

Ticket de salida página 102 • Tomo 2

1 ¿Qué unidades de longitud, área, volumen o masa comienzan con el prefijo kilo, hecto, deci, centi o mili?

Prefijo	kilo	hecto	deca	unidad	deci	centi	mili
Significa	1 000 veces	100 veces	10 veces	1 vez	$\frac{1}{10}$ de vez	$\frac{1}{100}$ de vez	$\frac{1}{1\,000}$ de vez

Las unidades que contienen **metro** y **kilo** se usan frecuentemente.
Un sistema con unidades múltiplos de 10 es un **sistema métrico**.

Practica

1 Transforma las siguientes medidas a la unidad indicada:

a) 1 m^2 a centímetros cuadrados.

b) 23 L a mililitros.

c) 20 g a kilogramos.

d) 0,8 L a metros cúbicos.

e) 3 t a kilogramos.

f) 6 cm^3 a litros.

2 Un terreno de forma rectangular mide 50 m de largo y 20 m de ancho. ¿Cuál es su área en metros cuadrados? Exprésala también en hectáreas.

Cuaderno de Actividades página 57 • Tomo 2

18 | P. 103 | TE | **Sistemas de unidades de medición**

Planificación 45 minutos

TE 25 minutos | **CA** 20 minutos

Propósitos

Que los estudiantes comprendan que algunos prefijos en los nombres de las unidades son comunes a las diferentes magnitudes y se asocian al factor que relaciona las unidades.

Habilidades

Representar, Argumentar y comunicar.

Recursos

Conversor de unidades de medida.

Gestión

Proyecte la tabla del inicio de página y pregunte: *¿qué unidad de longitud comienza con el prefijo kilo? ¿A cuántos metros equivale? ¿Qué unidad de masa comienza con el prefijo kilo?* La intención es que los estudiantes asocien el prefijo kilo- con 1000 veces.

Plantee preguntas similares a las anteriores refiriéndose a los prefijos centi- y mili- para las magnitudes longitud, masa y volumen con el litro como unidad. Haga notar que en el sistema métrico, la estructura de las unidades se basa en el sistema decimal. Explique que la relación entre las unidades toma como base 1 (m, g, L), y se puede multiplicar o dividir por 10, 100 o 1 000.

Pida que resuelvan los ejercicios de la sección **Practica** teniendo en cuenta la estructura decimal del sistema de medidas. Promueva que los estudiantes socialicen sus razonamientos.

Consideraciones didácticas

Las ventajas del sistema métrico son las siguientes:

- Los prefijos de las unidades de medida se basan en la estructura decimal.
- Las unidades de medida de área y volumen se basan en guiarse por las de longitud.
- Se puede comprender fácilmente la relación entre el volumen y la masa del agua.

Cuaderno de Actividades página 57 • Tomo 2

18 | P. 104 | TE | **Sistemas de unidades de medición**

Planificación 20 minutos

Propósito

Que los estudiantes comprendan que las unidades de medida requieren de su estandarización.

Habilidad

Argumentar y comunicar.

Gestión

Proyecte la página 104 y presente a los estudiantes la unidad estándar para la longitud y la unidad estándar para la masa. Relate algunos hitos históricos.

La palabra metro proviene del griego metron, que significa medida. En el año 1 799, se creó la referencia métrica estándar de 1 m, tomando 1/10 millonésima parte de la distancia del meridiano 2 este desde el polo norte hasta el ecuador.

En el año 1 875, se firmó en París el Tratado del Metro. Los países miembros de este tratado establecieron prototipos de metro y kilogramo e incorporaron los prefijos de las unidades.

En la Conferencia General de Pesas y Medidas del año 1 983 se estableció que un metro es igual a la distancia recorrida por la luz en el vacío en 1/299 792 458 partes de un segundo.

En el año 1 799, se estableció que 1 kg es igual al peso de 1L de agua pura a 4 °C, creándose así el prototipo del kilogramo.

Consideraciones didácticas

La estandarización de estas unidades ha sido fundamental para el desarrollo del comercio internacional.

Unidades del sistema métrico

La unidad estándar del sistema métrico para longitud es el **metro (m)** y para masa es el **kilogramo (kg)**.

El sistema se creó para tener unidades comunes a nivel mundial. Los científicos franceses lideraron la labor de determinar las unidades en 1 799.

Un metro se define como la distancia que recorre la luz en el vacío durante $\frac{1}{299\,792\,458}$ de segundo.

Estándar de metro

Un kilogramo se define como el peso de 1 000 centímetros cúbicos de agua a 4 grados Celsius de temperatura.

Estándar de kilogramo

104

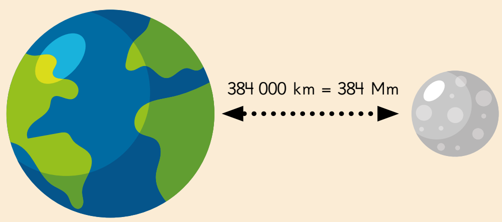
Unidades grandes y unidades pequeñas

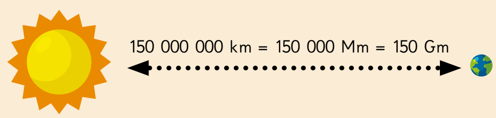
Usamos del 0 al 9 para representar cantidades, pero cuando el número es demasiado grande, se han definido unidades 1 000 veces mayores.

1 metro	1 000 veces →	1 kilómetro	1 000 veces →	1 megámetro	1 000 veces →	1 gigámetro
1 m		1 km		1 Mm		1 Gm

Esta regla se puede utilizar para representar cantidades grandes con pocos dígitos.

Distancia entre la tierra y la luna





Distancia entre la tierra y el sol

Cuando el número es demasiado pequeño, se han definido unidades 1 000 veces menores. A continuación se presenta la relación entre las unidades, donde el cuadrado □ represeanta al unidad base.

tera	giga	mega	kilo	unidad	mili	micro	nano	pico
T□	G□	M□	k□	□	c□	U□	n□	p□

1 000 veces $\quad \frac{1}{1\,000}$ veces

Ticket de salida página 105 • Tomo 2

18 | P. 105 | TE | **Sistemas de unidades de medición**

Planificación 25 minutos

Propósito

Que los estudiantes conozcan la utilización de prefijos de unidades de medida para representar grandes y pequeñas cantidades, generando unidades a medida que vayan siendo necesarias.

Habilidad

Argumentar y comunicar.

Gestión

Proyecte la página 105 y lea con los estudiantes los prefijos del Sistema Internacional de Unidades. La idea de agregar prefijos a una unidad en lugar de usar muchos nombres distintos se remonta al año 1793 en Francia, cuando se implementó el sistema métrico.

Destaque, basándose en los dos ejemplos presentados en el texto, la ventaja que tiene utilizar los prefijos mega- y giga- para expresar grandes longitudes con números con menos cantidades de cifras.

Asimismo, ejemplifique con el tamaño de un glóbulo blanco la ventaja de los prefijos y la relación entre las unidades para cantidades pequeñas:

$$0{,}000006 \text{ m} = 0{,}006 \text{ mm} = 6 \text{ micrometros}$$

Consideraciones didácticas

Para medir cantidades continuas, existen muchas unidades. Las medidas se pueden expresar como 2 m, 4 m^2, 10 m^3, 7 segundos, etc. Dentro de estas, el metro (longitud), el kilogramo (peso) y los segundos (tiempo) se consideran como las unidades fundamentales, y las que combinan dos o más se llaman unidades derivadas (m/s, m^2, m^3, entre otras).

Ticket de salida página 105 • Tomo 2

Cuaderno de Actividades y sus respuestas

1 Considera la información de la imagen y escribe qué representa cada expresión algebraica.

a) $350 + x + 150$
Precio que se pagará por un lápiz, un sacapuntas y una goma.

b) $3 \cdot 350 + x$
Precio que se pagará por tres lápices y un sacapuntas.

c) $2 \cdot x + 3 \cdot 150$
Precio que se pagará por dos sacapuntas y tres gomas.

d) $5 \cdot x + 350$
Precio que se pagará por cinco sacapuntas y un lápiz.

2 Escribe una expresión para el costo total de la compra e indica qué representa x en cada caso.

a) Compré x cuadernos a $750 cada uno.

$x \cdot 750$

x: cantidad de cuadernos comprados.

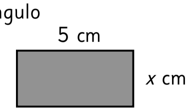
b) Compré 7 libretas a $$x$ cada una.

$7 \cdot x$

x: precio de cada libreta.

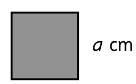
3 Encuentra la expresión algebraica que representa el área de las siguientes figuras:

a) Rectángulo



Área = $5 \cdot x$ (cm²)

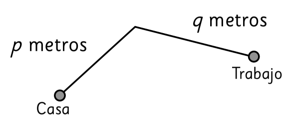
b) Cuadrado



Área = $a \cdot a$ (cm²)

c) Verifica si usaste la misma expresión algebraica que tus compañeros.

4 Considera el recorrido que Dante hace todos los días a su trabajo.

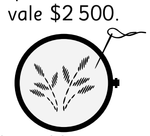


Expresa la distancia total de ida y de vuelta. ¿Qué propiedad está involucrada?

$2 \cdot (p + q)$; propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma.

$4 = \square \cdot \square$

1 Los hilos para bordar cuestan $690, y por la compra de un bastidor, cada hilo baja su precio a $630.
El bastidor vale $2 500.



a) Completa las tablas:

Número de hilos	Cálculo **sin** bastidor	Valor total que se pagará
1	$1 \cdot 690$	$690
2	$2 \cdot 690$	$690
3	$3 \cdot 690$	$1 380
4	$4 \cdot 690$	$2 760

Número de hilos	Cálculo **con** bastidor	Valor total que se pagará
1	$2500 + 1 \cdot 630$	$3130
2	$2500 + 2 \cdot 630$	$3 760
3	$2500 + 3 \cdot 630$	$4 390
4	$2500 + 4 \cdot 630$	$5 020

b) Escribe una expresión algebraica que permita calcular el valor de x hilos de bordar en ambas situaciones.

Hilos sin bastidor: $x \cdot 690$

Hilos con bastidor: $2500 + x \cdot 630$

c) ¿Cuánto se paga por 20 hilos sin bastidor? ¿Y con bastidor?

Hilos sin bastidor: $13 800

Hilos con bastidor: $15 100

2 Nicole usa 600 g de harina para hacer una torta. Ella utiliza la expresión $x \cdot 600$ para descubrir cuánta harina debe ocupar en total.

a) ¿Qué representa x?

x representa la cantidad de tortas.

b) Si un día hizo 12 tortas, ¿cuánta harina requirió?

7 200 g.

c) Si otro día necesitó harina para 35 tortas, ¿cuánta harina ocupó en total?

21 000 g.

3 Considera la expresión $\mathbf{4 \cdot x + 7}$.

a) ¿Qué valor toma la expresión cuando x es 5?

27

b) ¿Qué valor toma la expresión cuando x es 11?

51

c) ¿Qué valor debe tomar x para que la expresión valga 47?

$4 \cdot x + 7 = 47$.

Por lo tanto, $x = 10$.

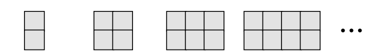
$\square : \square = 5$

Página 6

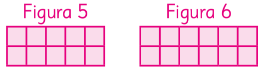
Capítulo 11: Lenguaje algebraico y ecuaciones
Patrones

Texto del Estudiante Pág. 12 a Pág. 13 — 45 minutos

1 Renata está haciendo figuras con cuadrados.



a) Dibuja las figuras 5 y 6.



b) Completa la tabla para calcular la cantidad de cuadrados por figura.

Figura	Expresión para calcular	Cuadrados por figura
6	6 · 2	12
7	7 · 2	14
8	8 · 2	16
9	9 · 2	18

c) ¿Cuántos cuadrados hay en la figura *x*? Escribe una expresión algebraica.

$x \cdot 2$

d) ¿Cuántos cuadrados tiene la figura 32?

64 cuadrados.

2 Observa la siguiente secuencia de figuras:

a) ¿Cuántos palitos tienes la figura 5? ¿Y la figura 6? Explica cómo la calculaste.

La figura 5 tiene 9 palitos
La figura 6 tiene 11 palitos.
Respuestas variadas. Ejemplos:
Completé la secuencia de los números impares.
Al número de la figura lo multipliqué por 2 y le resté 1.

b) Completa la tabla para calcular la cantidad de palitos por figura.

Figura	Expresión para calcular	Palitos por figura
10	2 · 10 - 1	19
15	2 · 15 - 1	29
20	2 · 20 - 1	39
25	2 · 25 - 1	49

c) ¿Cuántos palitos tendrá la figura 50?

99 palitos

d) ¿Cuántos palitos hay en la figura *x*? Escribe una expresión.

$2 \cdot x - 1$

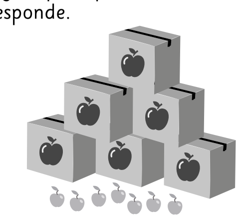
6 = □ · □

Página 7

Capítulo 11: Lenguaje algebraico y ecuaciones
Ecuaciones

Texto del Estudiante Pág. 14 a Pág. 17 — 30 minutos

1 Para el paseo de curso llevamos una manzana para cada niño. Observa la imagen que representa la situación y responde.



a) Completa la siguiente tabla:

Cantidad de manzanas por caja	Total de manzanas
15	97
16	103
17	109
20	127
30	187

b) Si la cantidad de manzanas en cada caja es *x*, ¿qué expresión algebraica permite encontrar el total de manzanas?

$x \cdot 6 + 7$

c) Si se sabe que hay 313 niños, encuentra la ecuación que permite descubrir el número de manzanas en cada caja y resuélvela.

$x \cdot 6 + 7 = 313$

51 manzanas por caja.

2 En el mismo paseo, Diana llevó bolsas con paquetes de galletas, para repartir uno a cada niño.

a) Completa la tabla para calcular el total de paquetes de galletas si en cada bolsa hay 37, 38, 39 y 40 paquetes de galletas, para repartir uno a cada niño.

Paquetes de galletas por bolsa	Total de paquetes de galletas
37	115
38	118
39	121
40	124

b) Si la cantidad de paquetes de galletas que hay en cada bolsa es *x*, ¿qué expresión algebraica permite encontrar el total de paquetes de galletas?

$x \cdot 3 + 4$

c) Encuentra la ecuación que permite descubrir el número de paquetes de galletas en cada bolsa dado que hay 313 niños y resuélvela.

$x \cdot 3 + 4 = 313$

103 paquetes por bolsa.

□ − □ = 7

1 Usando la estrategia que Matías presentó, resuelve la ecuación:

$3 \cdot x + 18 = 54$

Escribe cada paso que realizaste.

$3 \cdot x + 18 = 54$
$\cancel{3} \cdot x + \cancel{18} = \cancel{3} \cdot 12 + 18$
$x = 12$

2 Usando la estrategia que Juan presentó, resuelve la ecuación:

$49 = 2 \cdot x + 17$

Escribe cada paso que realizaste.

$49 = 2 \cdot x + 17$
$49 - 17 = 2 \cdot x$
$32 = 2 \cdot x$
$32 : 2 = x$
$16 = x$

3 ¿Qué estrategia te parece más simple? ¿Por qué?

4 Resuelve las siguientes ecuaciones usando la estrategia que prefieras:

a) $2 \cdot x = 8$

$x = 4$

b) $3 \cdot x + 9 = 39$

$x = 10$

c) $5 \cdot x + 17 = 122$

$x = 21$

d) $24 + 7 \cdot x = 164$

$x = 20$

e) $213 = 6 \cdot x + 3$

$x = 35$

Pistas

Recuerda las estrategias que Matías y Juan presentaron para resolver ecuaciones.

Matías

$5 \cdot x + 4 = 124$
$\cancel{5} \cdot x + \cancel{4} = \cancel{5} \cdot 24 + \cancel{4}$
$x = 24$

$5 \cdot x + 4 = 124$
$5 \cdot x = 124 - 4$
$5 \cdot x = 120$
$x = 120 : 5$
$x = 24$

Juan

$8 = \square \cdot \square$

1 María envió 4 cajas de manzanas al cumpleaños, pero llegaron 7 en mal estado.

a) Si x es el número de manzanas de cada caja, encuentra la expresión para el total de manzanas que llegó en buen estado.

$4 \cdot x - 7$

b) Las manzanas alcanzaron para 33 invitados. Escribe la ecuación que permite descubrir el número de manzanas en cada caja.

$4 \cdot x - 7 = 33$

c) ¿Cuántas manzanas había en cada caja?

10 manzanas.

2 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3 \cdot x - 19 = 110$

$x = 43$

b) $76 = 4 \cdot x - 4$

$x = 20$

c) Identifica el error en la resolución y corrígelo.

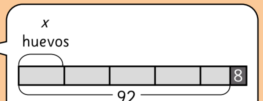
$4 \cdot x - 12 = 28$
$x - 12 = 28 : 4$
$x - 12 = 7$
$x = 7 + 12$
$x = 19$

El error fue dividir por 4 antes porque debía primero sumar 12.

Pistas

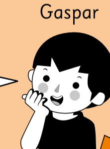
Recuerda las estrategias que Gaspar y Sofía presentaron.

Sofía



$5 \cdot x - 8 = 92$
$5 \cdot x = 92 + 8$
$5 \cdot x = 100$
$x = 100 : 5$
$x = 20$

Gaspar



$\square : \square = 9$

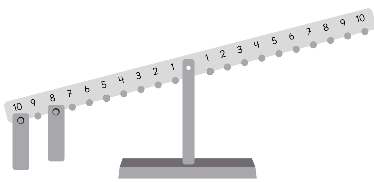
Página 10

Capítulo 11: Lenguaje algebraico y ecuaciones
Ecuaciones en una balanza

Texto del Estudiante Pág. 20 — 25 minutos

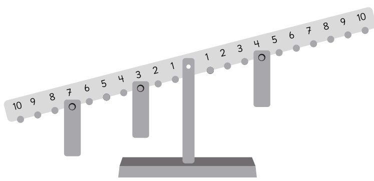
1 Para equilibrar cada balanza se deben ubicar 3 placas **en el mismo número**. Plantea una ecuación y descubre el número en cada caso.

a)



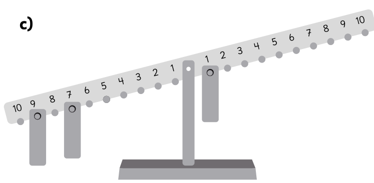
$18 = 3 \cdot x$
$x = 6$

b)



$10 = 3 \cdot x + 4$
$x = 2$

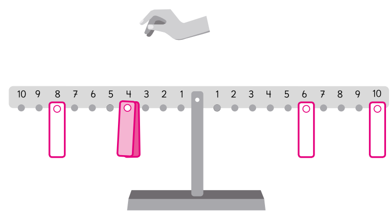
c)



$16 = 3 \cdot x + 1$
$x = 5$

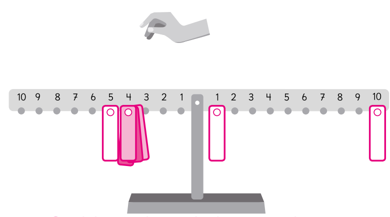
2 Representa en cada balanza la ecuación que se solicita. En cada caso señala cuántas placas deben ser ubicadas en el mismo número.

a) $2 \cdot x + 8 = 16$



Se deben usar 2 placas en el mismo número.

b) $4 \cdot x + 5 = 21$



Se deben colocar 4 placas en el mismo número.

3 ¿En qué número se deben poner 3 placas para equilibrar la balanza? Plantea una ecuación.

$3 \cdot x + 2 = 17.$

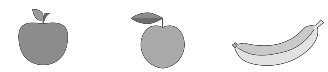
Las 3 placas se deben colgar en el número 5.

Página 11

Capítulo 11: Lenguaje algebraico y ecuaciones
Resumen 1

Texto del Estudiante Pág. 8 a Pág. 22 — 20 minutos

1 En el kiosco de la escuela venden:



Manzana $250 c/u — Durazno $200 c/u — Plátano $$x$

a) Describe qué compró cada niño.

Jessy: $x + 250 + 200$

Un plátano, una manzana y un durazno.

Claudio: $2 \cdot x + 3 \cdot 200$

Dos plátanos y tres duraznos.

Lua: $x + 3 \cdot 200$

Un plátano y tres duraznos.

b) Escribe la expresión que represente cada compra.

i) Dos plátanos y tres duraznos.

$2 \cdot x + 3 \cdot 200$

ii) Una manzana, dos duraznos y un plátano.

$250 + 2 \cdot 200 + x$

2 Construye una tabla para determinar los números que se forman a partir de:

"el doble de un número, aumentado en 3".

Número	El doble del número, aumentado en 3
1	5
2	7
3	9
4	11

a) ¿Qué número se forma con el 12?

Se forma el 27.

b) ¿Con qué número se forma el 25?

Con el 11.

c) ¿Con qué número se forma el 35?

Con el 16.

d) ¿Planteaste una ecuación en alguno de los casos? ¿Dónde lo hiciste? ¿Cuál?

1 Para cercar un terreno con alambre se usaron 4 rollos y 9 m adicionales.

a) Si la longitud de cada rollo de alambre es de x metros, escribe la expresión para determinar el total de metros que se usaron para cercar el terreno.

$4 \cdot x + 9$

b) Si los rollos de alambre midieran 23 m, ¿de cuánto alambre se dispondría?

Se dispondría de 101 m.

c) Si el perímetro del terreno es de 125 m, escribe una ecuación que permita encontrar la longitud de cada rollo de alambre.

$4 \cdot x + 9 = 125.$

d) ¿Cuántos metros de alambre tiene cada rollo?

La longitud de cada rollo de alambre es de 29 m.

2 Mario trajo 4 bolsas con sándwiches para los trabajadores, pero al abrirlas se dio cuenta que 7 se habían aplastado.

a) Escribe una expresión para determinar el total de sándwiches que no se aplastaron.

$4 \cdot x - 7$

b) Los sándwiches que no se aplastaron fueron 53. Escribe una ecuación para descubrir el número de sándwiches por bolsa.

$4 \cdot x - 7 = 53$

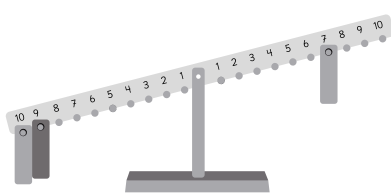
c) ¿Cuántos sándwiches traía cada bolsa?

Cada bolsa traía 15 sándwiches.

3 ¿En qué número se deben ubicar las 3 placas para equilibrar la balanza? Plantea una ecuación.

$3 \cdot x + 7 = 19$; $x = 4$.

Las 3 placas se deben ubicar en el 4.



1 Calcula usando el algoritmo.

a) 1,2 · 3
3,6

b) 2,5 · 8
20,~~0~~

c) 9,3 · 40
372,~~0~~

d) 6,9 · 70
483,~~0~~

e) 1,8 · 30
54,0

f) 5,5 · 50
275,~~0~~

g) 8,1 · 90
729,~~0~~

h) 2,7 · 44
108
108
118,8

i) 3,9 · 65
195
2340
253,5

j) 4,8 · 27
336
96
129,6

k) 2,3 · 6
13,8

l) 3,6 · 9
32,4

m) 4,1 · 9
36,9

n) 1,7 · 8
13,6

ñ) 2,5 · 16
150
25
40,0

o) 1,4 · 63
42
84
88,2

p) 0,8 · 45
40
32
36,0

q) 9,4 · 24
376
188
225,6

r) 5,7 · 60
342,0

s) 4,4 · 73
132
308
321,2

1 Calcula usando el algoritmo.

a) $2{,}1 \cdot 4{,}2$
42
84
8,82

b) $6{,}8 \cdot 3{,}4$
272
204
23,12

c) $1{,}9 \cdot 7{,}1$
19
133
13,49

d) $3{,}8 \cdot 4{,}9$
342
152
18,62

e) $7{,}2 \cdot 1{,}3$
216
72
9,36

f) $2{,}8 \cdot 5{,}5$
140
140
15,4$\cancel{0}$

g) $9{,}5 \cdot 1{,}8$
760
95
17,1$\cancel{0}$

h) $3{,}7 \cdot 6{,}1$
37
222
22,57

i) $4{,}2 \cdot 8{,}9$
378
336
37,38

j) $7{,}6 \cdot 9{,}8$
608
684
74,48

k) $4{,}5 \cdot 2{,}3$
135
90
9,35

l) $8{,}1 \cdot 6{,}4$
324
486
51,84

m) $6{,}7 \cdot 4{,}9$
603
268
32,83

n) $3{,}4 \cdot 2{,}5$
170
68
8,50

ñ) $1{,}5 \cdot 7{,}2$
30
105
10,80

1 Calcula usando el algoritmo.

a) $8{,}9 \cdot 0{,}9$
801
00
8,01

b) $5{,}2 \cdot 2{,}7$
364
104
14,04

c) $3{,}5 \cdot 1{,}2$
70
35
4,20

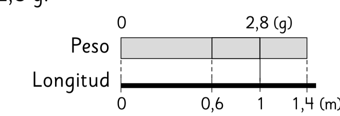
d) $7{,}7 \cdot 6{,}7$
539
462
51,59

e) $6{,}3 \cdot 4{,}8$
504
252
30,24

2 Escribe >, < o =.

a) $1{,}7 \cdot 0{,}8$ $\boxed{<}$ 1,7
b) $5{,}3 \cdot 1{,}6$ $\boxed{>}$ 5,3
c) $4{,}9 \cdot 1$ $\boxed{=}$ 4,9
d) $2{,}5 \cdot 0{,}9$ $\boxed{<}$ 2,5
e) $7{,}3 \cdot 1{,}2$ $\boxed{>}$ 7,3
f) $3{,}4 \cdot 0{,}1$ $\boxed{<}$ 3,4

3 Si 1 m de una barra de acero pesa 2,8 g:



a) ¿Cuántos gramos pesan 0,6 m de la barra?

Expresión: $2{,}8 \cdot 0{,}6$

Respuesta: Pesan 1,68 g

b) ¿Cuántos gramos pesan 1,4 m de la barra?

Expresión: $2{,}8 \cdot 1{,}4$

Respuesta: Pesan 3,92 g.

4 Escribe la coma del producto.

a) $45 \cdot 8$ = 360,
b) $4{,}5 \cdot 3$ = 13,5
c) $45 \cdot 0{,}8$ = 36,0
d) $4{,}5 \cdot 0{,}3$ = 1,35

1 Completa con el número que corresponda.

a) $6{,}3 + 6{,}1 + 3{,}7$
$= (6{,}3 + 3{,}7) + \boxed{6{,}1}$
$= \boxed{10} + 6{,}1$
$= \boxed{16{,}1}$

b) $4 \cdot 7 \cdot 2{,}5$
$= 4 \cdot \boxed{2{,}5} \cdot 7$
$= \boxed{10} \cdot 7$
$= \boxed{70}$

c) $2{,}5 \cdot 6{,}9 \cdot 4$
$= 2{,}5 \cdot 4 \cdot \boxed{6{,}9}$
$= \boxed{10} \cdot 6{,}9$
$= \boxed{69}$

d) $0{,}04 \cdot 92 + 8 \cdot 0{,}04$
$= \boxed{0{,}04} \cdot (\boxed{92} + 8)$
$= 0{,}04 \cdot \boxed{100}$
$= \boxed{4}$

e) $7{,}2 \cdot 1{,}5 - 2{,}2 \cdot 1{,}5$
$= (7{,}2 - \boxed{2{,}2}) \cdot \boxed{1{,}5}$
$= \boxed{5} \cdot 1{,}5$
$= \boxed{7{,}5}$

2 Calcula aplicando las propiedades de las operaciones.

a) $1{,}9 + 7{,}7 + 3{,}1$
$(1{,}9 + 3{,}1) + 7{,}7$
$5 + 7{,}7$
$12{,}7$

b) $1{,}25 \cdot 9 \cdot 8$
$(1{,}25 \cdot 8) \cdot 9$
$10 \cdot 9$
90

c) $6 \cdot 0{,}25 \cdot 4$
$6 \cdot (0{,}25 \cdot 4)$
$6 \cdot 1$
6

d) $0{,}25 \cdot 4{,}4 - 0{,}05 \cdot 4{,}4$
$4{,}4 \cdot (0{,}25 - 0{,}05)$
$4{,}4 \cdot 0{,}2$
$0{,}88$

e) $7{,}8 \cdot 1{,}4 + 1{,}4 \cdot 2{,}2 = 1{,}4 \cdot (7{,}8 + 2{,}2)$
$1{,}4 \cdot 10$
14

Pistas

Recuerda que las operaciones cumplen las siguientes propiedades:

$\square + \triangle = \triangle + \square$
$(\square + \triangle) + \bigcirc = \square + (\triangle + \bigcirc)$

$\square \cdot \triangle = \triangle \cdot \square$
$(\square \cdot \triangle) \cdot \bigcirc = \square \cdot (\triangle \cdot \bigcirc)$

$(\square + \triangle) \cdot \bigcirc = \square \cdot \bigcirc + \triangle \cdot \bigcirc$
$(\square - \triangle) \cdot \bigcirc = \square \cdot \bigcirc - \triangle \cdot \bigcirc$

1 Calcula usando el algoritmo.

a) $2{,}7 : 0{,}3 =$
$27 : 3 = 9$
27
0

b) $4{,}2 : 0{,}6 =$
$42 : 6 = 7$
42
0

c) $5{,}6 : 0{,}8 =$
$56 : 8 = 7$
56
0

d) $8{,}1 : 0{,}3 =$
$81 : 3 = 27$
6
21
21
0

e) $7{,}8 : 0{,}2 =$
$78 : 2 = 39$
6
18
18
0

f) $6{,}4 : 0{,}4 =$
$64 : 4 = 16$
4
24
24
0

g) $0{,}2 : 0{,}4 =$
$2 : 4 = 0{,}5$
0
20
20
0

h) $0{,}7 : 0{,}5 =$
$7 : 5 = 1{,}4$
5
20
20
0

i) $0{,}9 : 0{,}6 =$
$9 : 6 = 1{,}5$
6
30
30
0

j) $3{,}9 : 0{,}3 =$
$39 : 3 = 13$
3
09
9
0

k) $0{,}3 : 0{,}5 =$
$3 : 5 = 0{,}6$
0
30
30
0

l) $0{,}6 : 0{,}4 =$
$6 : 4 = 1{,}5$
4
20
20
0

m) $0{,}9 : 0{,}3 =$
$9 : 3 = 3$
9
0

n) $2{,}8 : 0{,}7 =$
$28 : 7 = 4$
28
0

ñ) $2{,}1 : 0{,}3 =$
$21 : 3 = 7$
21
0

Página 18

Capítulo 12: Multiplicación y división de números decimales 2
División entre números decimales

Texto del Estudiante Pág. 37 · 15 minutos

1 Calcula y comprueba.

a) 3,5 : 0,8 = 4,375

Comprobación: 4,375 · 0,8 = 3,5.

b) 7,1 : 0,2 = 35,5

Comprobación: 35,5 · 0,2 = 7,1.

c) 1,7 : 0,5 = 3,4

Comprobación: 3,4 · 0,5 = 1,7.

d) 3,3 : 0,4 = 8,25

Comprobación: 8,25 · 0,4 = 3,3.

e) 6,3 : 0,8 = 7,875

Comprobación: 7,875 · 0,8 = 6,3.

f) 4,9 : 0,5 = 9,8

Comprobación: 9,8 · 0,5 = 4,9.

2 Calcula. Considera hasta la centésima en el cociente.

a) 1,7 : 0,9 = 1,88

b) 7,2 : 7 = 1,02

c) 5,2 : 0,7 = 7,42

d) 0,67 : 0,3 = 2,23

e) 0,34 : 0,6 = 0,56

f) 4,65 : 0,9 = 5,16

g) 0,9 : 0,8 = 1,12

Pista

Las posiciones del número 356,215 son:

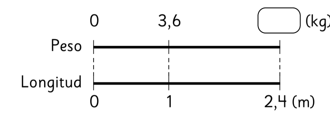
C	D	U	décima	centésima	milésima
3	5	6	2	1	5

Página 19

Capítulo 12: Multiplicación y división de números decimales 2
Resolviendo problemas

Texto del Estudiante Pág. 38 · 15 minutos

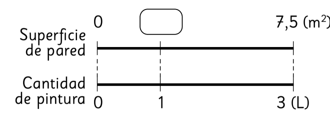
1 Si 1 m de una barra de acero pesa 3,6 kg, ¿cuántos kilogramos pesan 2,4 m de esta barra?



Expresión: 2,4 · 3,6

Respuesta: Pesan 8,64 kg.

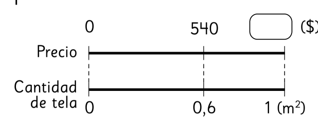
2 Con 3 L de pintura se pintan 7,5 m² de una pared. ¿Cuántos m² podemos pintar con 1 L?



Expresión: 7,5 : 3

Respuesta: Se pueden pintar 2,5 m².

3 Se debe pagar $540 por 0,6 m² de tela. ¿Cuánto hay que pagar por 1 m² de esta tela?



Expresión: 540 : 0,6

Respuesta: Hay que pagar $900

4 Si 1 m de cable de fierro pesa 0,8 kg:

a) ¿Cuántos kilogramos pesan 4 m de este cable de fierro?

Longitud (m)	1	4
Peso (kg)	0,8	?

Respuesta: Pesan 3,2 kg.

b) Si un trozo de este cable de fierro pesa 4,4 kg, ¿cuál es su longitud en metros?

Longitud (m)	1	?
Peso (kg)	0,8	4,4

Respuesta: El trozo mide 5,5 m.

5 El peso de 1 m² de papel mural es 0,9 kg.

a) Si un montón de este papel pesa 9,9 kg, ¿cuántos m² hay?

Área (m²)	1	?
Peso (kg)	0,9	9,9

Respuesta: Hay 11 m².

b) Si se quiere cubrir 3,5 m² con este papel, ¿cuántos kilogramos pesará la cantidad de papel que se usará?

Área (m²)	1	3,5
Peso (kg)	0,9	?

Respuesta: Pesará 3,15 kg.

1 Calcula.

a) $6{,}1 \cdot 1{,}4$ = 8,54

b) $3{,}2 \cdot 0{,}9$ = 2,88

c) $8{,}7 \cdot 7{,}2$ = 62,64

d) $8{,}51 \cdot 7$ = 59,57

e) $6{,}6 \cdot 32$ = 211,2

2 Completa con el número que corresponda.

a) $0{,}94 \cdot 4 = 4 \cdot \boxed{0{,}94}$

b) $5{,}7 + 2{,}4 = \boxed{2{,}4} + 5{,}7$

c) $1{,}2 \cdot 7{,}6 + 8{,}8 \cdot 7{,}6$
$= (1{,}2 + \boxed{8{,}8}) \cdot \boxed{7{,}6}$

3 Calcula el área de los rectángulos.

a) Rectángulo de 5,4 cm de largo y de 1,6 cm de ancho.

Expresión: $5{,}4 \cdot 1{,}6$

Respuesta: El área es 8,64 cm^2

b) Rectángulo de 6,7 m de largo y de 0,9 m de ancho.

Expresión: $6{,}7 \cdot 0{,}9$

Respuesta: El área es 6,03 m^2.

4 El metro de una barra de acero pesa 4,5 kg.

a) ¿Cuántos kilogramos pesan 3,2 m de esa barra?

Expresión: $3{,}2 \cdot 4{,}5$

Respuesta: Pesan 14,4 kg.

b) ¿Cuánto kilogramos pesan 0,6 m de esa barra?

Expresión: $0{,}6 \cdot 4{,}5$

Respuesta: Pesan 2,7 kg.

1 Calcula.

a) $18{,}6 : 0{,}6 = 31$

b) $65 : 0{,}5 = 130$

c) $16{,}5 : 0{,}3 = 55$

d) $12{,}6 : 0{,}2 = 63$

e) $86{,}2 : 0{,}4 = 215{,}5$

f) $53{,}2 : 0{,}7 = 76$

2 Calcula y comprueba.

a) $1{,}5 : 0{,}6 = 2{,}5$

Comprobación: $2{,}5 \cdot 0{,}6 = 1{,}5$

b) $4{,}1 : 0{,}5 = 8{,}2$

Comprobación: $8{,}2 \cdot 0{,}5 = 4{,}1$

3 Escribe >, < o =.

a) $0{,}68 : 3{,}47 \boxed{<} 0{,}68$

b) $4{,}9 : 0{,}99 \boxed{>} 4{,}9$

4 El área de un rectángulo es 19,8 m^2. Si el ancho mide 0,6 m, ¿cuántos metros mide el largo?

Expresión: $19{,}8 : 0{,}6$

Respuesta: Mide 33 m.

5 Si se quiere guardar 0,8 kg de harina en 5 bolsas de manera equitativa, ¿cuántos kilogramos tendrá cada bolsa?

Expresión: $0{,}8 : 5$

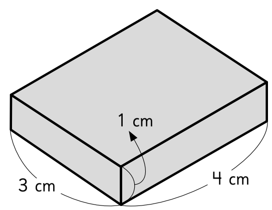
Respuesta: Cada bolsa tendrá 0,16 kg.

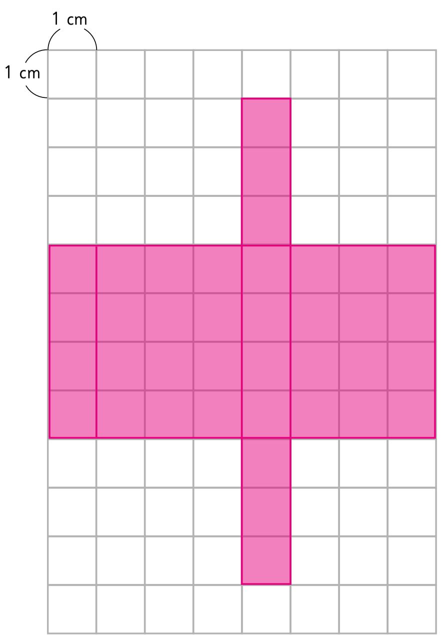
6 Cada jarra se llena con 0,7 L de agua. Si tenemos 5,2 L de agua, ¿cuántas jarras se pueden llenar y cuántos litros de agua quedan?

Expresión: $5{,}2 : 0{,}7$

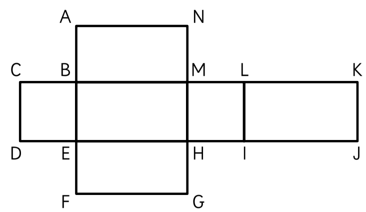
Respuesta: Se pueden llenar 7 jarras y sobran 0,3 L.

1 Dibuja una red que permita armar el siguiente prisma:





2 Esta figura es la red de un prisma rectangular. Imaginen que la pliegan para formar el cuerpo.



a) ¿Cuál es el lado de un rectángulo que coincide con el lado CD, formando una arista?

Respuesta: Lado: JK

b) ¿Cuáles son los vértices que coinciden con el vértice A?

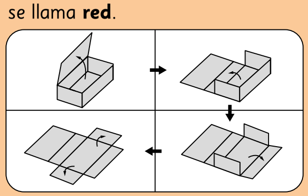
Respuesta: Vértices: C y K

c) ¿Cuál es la cara opuesta a la cara ABMN?

Respuesta: Cara: EFGH

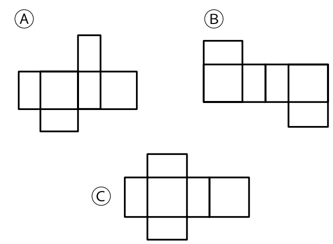
Pista

La figura 2D que se forma al desplegar las caras de una figura 3D se llama **red**.



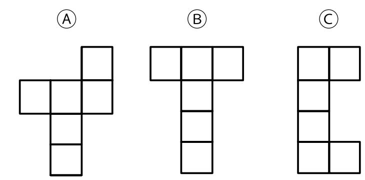
22 = □ · □

1 ¿Con cuáles de estas redes se puede formar un prisma rectangular?



Respuesta: Con las redes A y C.

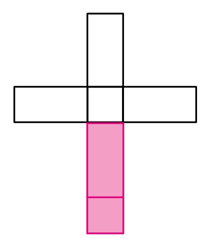
3 ¿Con cuál de estas redes se puede formar un cubo?



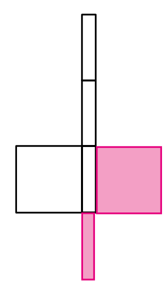
Respuesta: Con las redes A y B.

2 Dibuja las caras que faltan para completar una red de un prisma rectangular.

a)

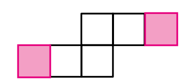


b)

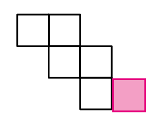


4 Dibuja las caras que faltan para completar una red de un cubo.

a)

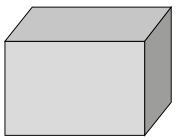


b)



□ − □ = 23

1 En geometría, un cuerpo con forma de caja



se llama prisma rectangular o paralelepípedo.

Tiene (6) caras, que pueden ser rectángulos o cuadrados.

El área del cuerpo es igual a la suma de las áreas de todas sus caras.

Las áreas de las caras opuestas son iguales, por lo que el cuerpo tiene (3) pares de caras iguales.

2 Si un prisma rectangular tiene dos caras cuyas áreas miden (3 · 6) cm² y otras dos caras cuyas áreas miden (4 · 3) cm², debe tener otras dos caras cuyas áreas midan ((6) · (4)) cm².

3 Si las áreas de tres caras de un paralelepípedo son (2 · 5) cm², (4 · 7) cm² y (2 · 4) cm², el área del paralelepípedo se calcula así:

(2) · (2 · 5 + 4 · 7 + 2 · 4).

4 En geometría, un cuerpo con forma de dado se llama cubo.

En este cuerpo sus (6) caras son iguales y con forma de cuadrados.

Todas las aristas de un cubo miden lo mismo.

En área del cubo es igual a (6) veces el área de una cara.

5 Si las aristas de un cubo miden 4 cm, el área de una de sus caras es:

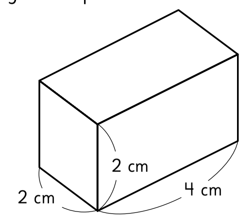
((4) · (4)) cm².

6 Si las aristas de un cubo miden 7 cm, el área del cubo es:

(6 · (7) · (7)) cm².

1 Calcula el área de los siguientes prismas:

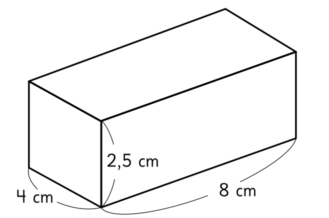
a)



Cálculo: 2 · 4 · 2 + 2 · 2 · 2 + 2 · 4 · 2

Respuesta: (40) cm².

b)



Cálculo: 2 · 8 · 4 + 2 · 2,5 · 8 + 2 · 4 · 8

Respuesta: (124) cm².

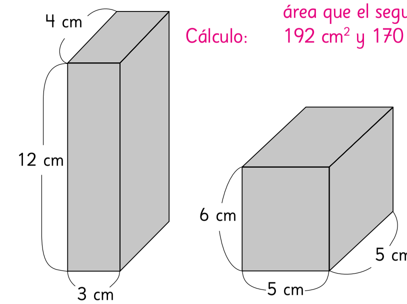
c) Un cubo de arista 10 cm.

Cálculo: 6 · 10 · 10

Respuesta: (600) cm².

2 Estima cuál de estos prismas tiene mayor área y calcula para comprobar tu estimación.

Estimación: El primero tiene mayor área que el segundo.
Cálculo: 192 cm² y 170 cm².



3 La arista de un cubo mide 6 cm y la de otro cubo mide el doble.

a) Calcula el área de ambos cubos.

216 cm² y 864 cm².

b) Comprueba si la relación entre las aristas es la misma que la relación entre las áreas.

Si las aristas se duplican, las áreas se cuadruplican.

Página 26

Capítulo 13: Área de cubos y paralelepípedos
Cálculo del área de cubos y paralelepípedos

Texto del Estudiante Pág. 49 | 20 minutos

1 En un cubo, el área de una de sus caras es 49 cm^2. Calcula el área del cubo y la medida de su arista.

Cálculo:

Área del cubo: 294 cm^2

Arista: 7 cm.

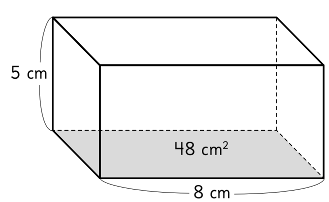
2 El área de un cubo es 384 cm^2.

¿Cuál es la medida de sus aristas?

Cálculo: $6 \cdot 8 \cdot 8$

Respuesta: Su arista mide 8 cm.

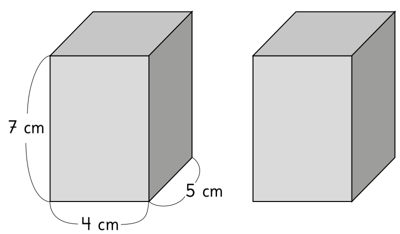
3 El área de la base de este prisma es 48 cm^2. Calcula el área del prisma.



Cálculo: $2 \cdot (5 \cdot 6 + 6 \cdot 8 + 8 \cdot 5)$

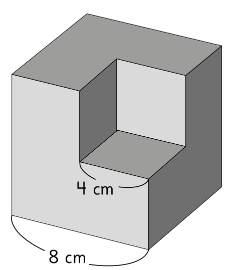
Respuesta: 236 cm^2.

4 Los dos paralelepípedos tienen el mismo tamaño.
Al poner uno encima del otro, se forman distintos prismas.



¿Por cuál cara habría que unirlos para que el prisma que se forme tenga la menor área? Verifícalo.
La cara de área $4 \cdot 7$; su área es de 262 cm^2.
Así se obtiene el prisma con la menor área posible. Con las otras, las áreas son 276 cm^2 y 292 cm^2.

5 A un cubo de arista 8 cm se le saca una parte con forma de cubo de arista 4 cm.



¿Aumenta o disminuye el área del cuerpo que se forma en comparación con la del cubo? Verifícalo.

El área se mantiene.

Página 27

Capítulo 14: Datos
Diagrama de puntos

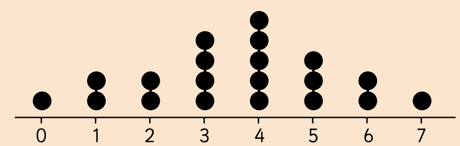
Texto del Estudiante Pág. 52 a Pág. 53 | 20 minutos

Actividad del Texto del Estudiante

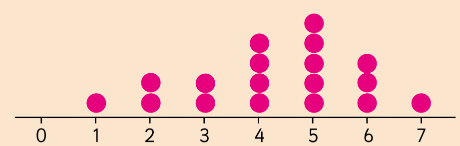
1 Averigüemos cuál colegio tuvo mejores resultados en el torneo de ajedrez.

a) Comparemos usando diagramas de puntos. Completa el diagrama del colegio B y compáralo con el del colegio A.

Puntajes colegio A



Puntajes colegio B



c) ¿Cuál es el puntaje que más se repite en cada colegio?
4 puntos en el colegio A y 5 en el colegio B.

d) ¿Cuántos niños obtuvieron menos de 3 puntos en cada colegio?
5 participantes del colegio A y 3 del colegio B.

e) Al mirar los gráficos, ¿cuál colegio dirías que tuvo mejores resultados en el torneo? ¿En qué te fijaste?
El colegio B tuvo mejores resultados.(La forma de los gráficos es similar, las columnas de puntos crecen y luego disminuyen, pero los puntos del diagrama del colegio B están más a la derecha que los del colegio A).

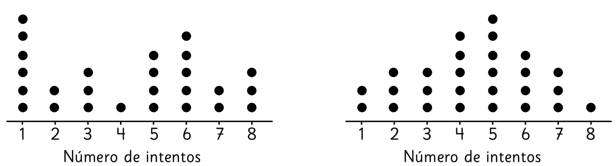
Página 28

Capítulo 14: Datos
Diagrama de puntos

Texto del Estudiante Pág. 53 — 30 minutos

1 Los siguientes gráficos muestran el número de intentos que realizaron los estudiantes de dos cursos para lograr con éxito un salto en la clase de Educación Física.

Intentos para lograr el salto



a) ¿Cuántos estudiantes intentaron lograr el salto por curso?

5°A: 26 estudiantes.
5°B: 27 estudiantes.

b) ¿Cuál fue el mínimo y el máximo número de intentos en cada curso?

En ambos cursos el mínimo es 1 intento y el máximo es 8 intentos.

c) ¿Cómo se interpreta que en el 5° A haya 6 puntos en el 1?

Hay 6 estudiantes que en 1 intento lograron el salto.

d) ¿Cómo se interpreta que en el 5° B haya 1 punto en el 8?

Hay 1 estudiante que realizó 8 intentos para lograr el salto.

e) ¿Crees que el número de intentos es similar en ambos cursos? Explica.

No, ya que la forma de los gráficos es distinta.

f) ¿Qué curso tuvo mejor resultado? Justifica.

Respuestas variadas. Ejemplos:
El 5° A tuvo mejores resultados que el 5° B, ya que hay 6 niños que logran el salto en el primer intento. Si consideramos los que lograron el salto en los 3 primeros intentos, el 5° A tuvo mejor desempeño, ya que hubo 11 niños que lo lograron, mientras que en el 5° B solo fueron 8 niños.

28 = □ + □

Página 29

Capítulo 14: Datos
Diagrama de tallo y hojas

Texto del Estudiante Pág. 56 — 45 minutos

Actividad del Texto del Estudiante

3 Construyamos diagramas de tallo y hojas y comparemos los datos.

Colegio A	26 - 28 - 32 - 32 - 33 - 33 - 34 - 36 - 38 - 39 - 41 - 41 - 41 - 43 - 45 - 48 - 51 - 52 - 52 - 55
Colegio B	25 - 29 - 31 - 31 - 34 - 36 - 38 - 40 - 40 - 40 - 42 - 42 - 43 - 44 - 47 - 47 - 48 - 51 - 52

a) Completa el diagrama del colegio B.

Tiempos colegio A

Tallo	Hojas
2	6 8
3	2 2 3 3 4 6 8 9
4	1 1 1 3 5 8
5	1 2 2 5

Tiempos colegio B

Tallo	Hojas
2	5 9
3	1 1 4 6 8
4	0 0 0 2 2 3 4 7 7 8
5	1 2

b) ¿Cuántas niñas del colegio A lograron tiempos entre 30 y 50 minutos? ¿Y cuántas del colegio B?

14 del colegio A y 15 del colegio B.

c) ¿Qué colegio tiene más registros por debajo del promedio?

El colegio A.

d) ¿Qué colegio dirías que tuvo mejor **desempeño** en la maratón? Justifica.

El colegio A tuvo mejor desempeño en la maratón porque hay más niñas que obtuvieron tiempos por debajo del promedio.

e) ¿Cuál gráfico fue más útil en este caso, el diagrama de tallo y hojas o el diagrama de puntos? El diagrama de tallo y hojas permite ver diferencias que en el diagrama de puntos no esposible observar directamente.En las dos primeras filas de datos podemos ver que hay más niñas en el colegio A que tuvieron tiempos menores a 40 min.

□ + □ = 29

Página 30

Capítulo 14: Datos
Diagrama de tallo y hojas

Texto del Estudiante Pág. 54 a Pág. 56 — 30 minutos

1 A continuación se presentan las edades de los estudiantes de un curso de costura y de un curso de ilustración. Completa los diagramas de tallo y hojas y luego responde.

Costura: 18 - 19 - 22 - 24 - 27 - 28 - 28 - 29 - 30 - 31 - 32 - 32 - 38 - 41 - 48 - 49

Ilustración: 19 - 20 - 22 - 24 - 24 - 27 - 28 - 28 - 29 - 30 - 30 - 31 - 33 - 35 - 42 - 47 - 50

Curso de costura

Tallo	Hojas
1	8 9
2	2 4 7 8 8 9
3	0 1 2 2 8
4	1 8 9
5	

Curso de ilustración

Tallo	Hojas
1	9
2	0 2 4 4 7 8 8 9
3	0 0 1 3 5
4	2 7
5	0

a) ¿A qué corresponden los valores que están en el tallo? ¿Y en las hojas?

Los tallos corresponden a los dígitos de las decenas de las edades de los estudiantes de los cursos de costura e ilustración, mientras que las hojas presentan los dígitos de las unidades.

b) En el curso de costura, ¿conviene poner en el tallo el dígito 5? ¿Por qué?

Si se desea comparar el diagrama del curso de costura con el del curso de ilustración, conviene poner el dígito 5 en el tallo. Pero, si sólo es representar un curso, que no tienen edades mayores o iguales a 50 años, entonces no debe colocarse.

c) ¿Cuántos estudiantes de entre 20 y 40 años tiene cada curso?

Curso de costura: 11 estudiantes entre 20 y 40 años.
Curso de ilustración: 13 estudiantes entre 20 y 40 años.

d) Marca el rango de edad que más participación tiene en el curso de ilustración.

① Menores de 20 años.
② Entre 20 y 30 años. ✔
③ Entre 30 y 40 años.
④ Entre 40 y 50 años.
⑤ Mayores de 50 años.

e) ¿Qué curso crees que tuvo el público más joven? ¿Por qué?

Ambos cursos son muy similares con su público joven.

f) Crea una pregunta que requiera comparar ambos diagramas.

¿Cuál de los cursos posee el estudiante menor? ¿y el mayor?

Página 31

Capítulo 14: Datos
Gráfico de barras dobles

Texto del Estudiante Pág. 58 — 20 minutos

Actividad del Texto del Estudiante

1 Grafiquemos los datos para comparar los registros de lesiones.

Lesiones antes de la campaña

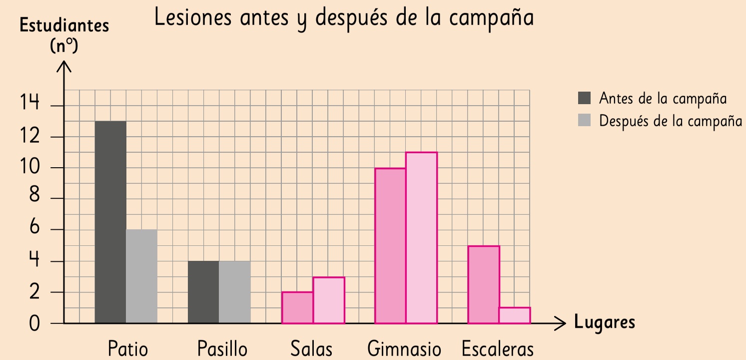
Lugar	Número de estudiantes lesionados
Patio	13
Pasillo	4
Salas	2
Gimnasio	10
Escaleras	5
Total	34

Lesiones después de la campaña

Lugar	Número de estudiantes lesionados
Patio	6
Pasillo	4
Salas	3
Gimnasio	11
Escaleras	1
Total	24

a) Completa el siguiente gráfico:

Lesiones antes y después de la campaña



b) ¿En qué lugares las lesiones disminuyeron después de la campaña?

En el patio y las escaleras.

c) ¿Cuántas lesiones menos ocurrieron en el patio después de la campaña?

7 lesiones menos.

d) ¿En qué lugar es necesario reforzar los cuidados para evitar lesiones?

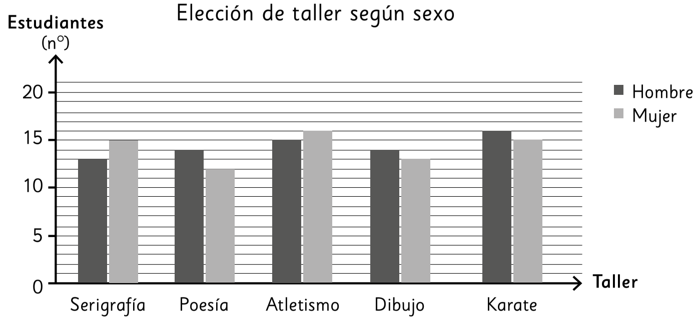
En el gimnasio.

Página 32

Capítulo 14: Datos
Gráfico de barras dobles

Texto del Estudiante Pág. 57 a Pág. 58 — 30 minutos

1 Analiza el siguiente gráfico de barras dobles:



a) ¿Cuántos estudiantes eligieron algún taller? ¿Cuántos hombres y cuántas mujeres?

143 estudiantes eligieron algún taller.
72 hombres y 71 mujeres.

b) ¿En qué taller se produce la mayor diferencia de elección entre hombres y mujeres?

En Serigrafía y Poesía se produce la mayor diferencia entre hombres y mujeres. En ambos casos hay 2 estudiantes de diferencia entre hombres y mujeres.

c) ¿Cuál es el taller más elegido? ¿Cuántos estudiantes se inscribieron?

Los talleres más elegidos son el de Atletismo y el de Karate con 31 estudiantes.

d) ¿Cuál es el taller más elegido por los hombres? ¿Y por las mujeres?

El taller más elegido por los hombres es el de Karate y por las mujeres es el de Atletismo.

e) ¿Qué talleres tienen la misma cantidad de inscritos en total?

Los talleres que tienen la misma cantidad de estudiantes inscritos son el de Atletismo y el de Karate con 31 estudiantes.

f) Si el gráfico no tuviera la leyenda, ¿qué problemas se provocarían?

No sabríamos qué barras corresponden a hombres y mujeres.

g) Crea dos preguntas que puedan ser respondidas mediante el gráfico.

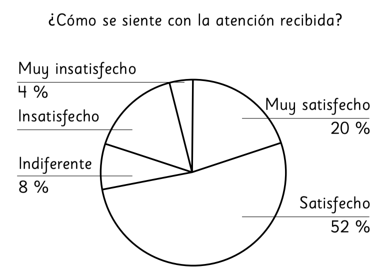
Respuestas Variadas. Ejemplos:
¿Cuántos estudiantes hombres se inscribieron en atletismo?
¿En cuál(es), de los taller(es) hay 15 estudiantes mujeres inscritas?.

Página 33

Capítulo 14: Datos
Gráfico circular

Texto del Estudiante Pág. 59 — 30 minutos

1 Observa el siguiente gráfico circular que muestra el resultado de la encuesta hecha en un almacén:



a) ¿Qué porcentaje de los encuestados dice estar insatisfecho con la atención? Justifica.

16%. Es el porcentaje que falta para completar el 100%.

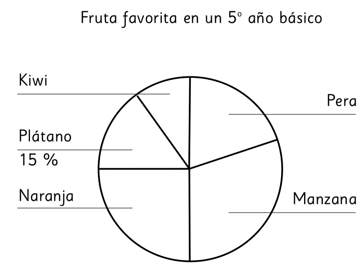
b) Escribe dos afirmaciones que pueden ser extraídas de la información del gráfico.

La mayoría de los encuestados se siente satisfecho con la atención recibida en el almacén.

c) Si 200 personas respondieron la encuesta, ¿cuántas personas se declaran satisfechas o muy satisfechas con la atención recibida?

Hay 144 personas encuestadas que se declaran satisfechas o muy satisfechas con la atención recibida.

2 Completa el gráfico y luego responde.



a) Si el sector que representa la naranja es $\frac{1}{4}$ del círculo, ¿qué porcentaje representa?

25%

b) La manzana representa el mismo porcentaje que el kiwi y la pera juntos. ¿Qué porcentaje prefiere la manzana?

30%

c) La preferencia por la pera, duplica a la del kiwi. ¿Cuál es el porcentaje que prefiere kiwi?

10%

Página 34

Capítulo 14: Datos
Gráfico circular

Texto del Estudiante Pág. 60 | 20 minutos

Actividad del Texto del Estudiante

2 La tabla muestra los tipos de lesiones que ocurren durante un año en una escuela y sus porcentajes. Construyamos un gráfico circular.

a) Calculemos el porcentaje de cada tipo de lesión respecto del total. Sigue el ejemplo para encontrar el resto.

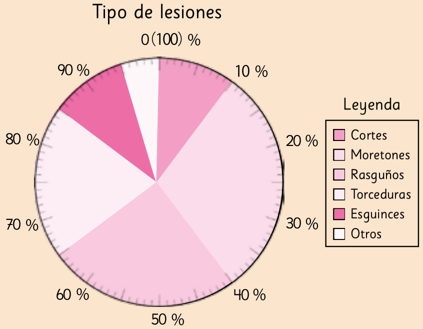
El porcentaje de cortes es (30 : 250) · 100 = 12 %.

Tipos de lesiones

Tipos	Número de estudiantes	Porcentajes (%)
Cortes	30	12
Moretones	75	30
Rasguños	60	24
Torceduras	45	18
Esguinces	25	10
Otros	15	6
Total	250	100

b) Construyamos un gráfico circular.

Cómo construir un gráfico circular



① Elige un color para cada categoría en la leyenda.

② Dibuja los sectores circulares comenzado por la parte superior y continuando en el sentido del reloj.

③ Pinta el sector circular del color de la categoría.

34 = ☐ + ☐

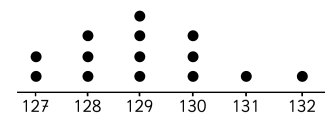
Página 35

Capítulo 14: Datos
Resumen 1

Texto del Estudiante Pág. 52 a Pág. 62 | 30 minutos

1 Observa el siguiente diagrama de puntos y luego responde:

Estatura (cm) estudiantes de 5° año básico



a) ¿Cuántos estudiantes se representan en el diagrama?

14 estudiantes.

b) ¿Crees que la mayoría de los encuestados mide menos de 129 cm? ¿Por qué?

No, ya que es menos de la mitad de los estudiantes los que miden menos de 129 cm.

c) ¿Cuál es la estatura que más se repite? ¿Cuál es la que menos se repite?

Más se repite : 129 cm.

Menos se repite: 131 y 132 cm.

d) Escribe una conclusión que puedas obtener del diagrama de puntos.

Respuestas Variadas. Ejemplos.
La mayoría de los estudiantes mide menos de 130 cm.
El dato que más se repite es la estatura de 129 cm.

2 Considera el siguiente diagrama y marca si las afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F) en cada caso:

Tiempos de recorrido de un bus (min)

Tallo	Hojas
2	9
3	5 6 8 9 9
4	2 3 3 4 5 5
5	0 1

a) El bus se demora usualmente entre 35 y 45 min.
V ✔
F ○

b) En ninguna ocasión el bus demoró más de 50 min.
V ○
F ✔

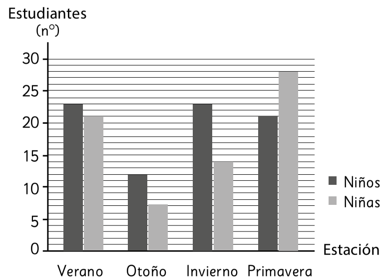
c) El registro considera el tiempo de recorrido de 14 viajes.
V ✔
F ○

d) De los tiempos registrados, el que se repite más veces es 43 min.
V ○
F ✔

e) Solo una vez, el bus registró un tiempo menor que 30 min.
V ✔
F ○

☐ · ☐ = 35

1 El siguiente gráfico muestra la estación del año favorita de los niños y niñas de la escuela San Felipe:



a) ¿Cuántos estudiantes fueron consultados?

149 estudiantes.

b) ¿Qué indican las barras en invierno?

En la escuela San Felipe hay 23 niños y 14 niñas que su estaciòn favorita es el invierno.

c) ¿Cuál es la estación de preferencia de las niñas? ¿Y de los niños?

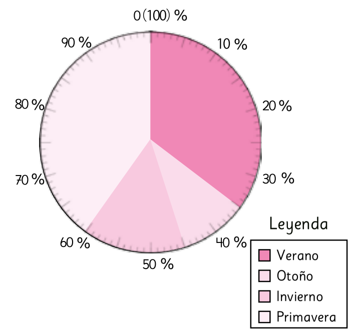
Las niñas prefieren la primavera y los niños el verano y el invierno.

d) ¿En qué estación se presenta la mayor diferencia?

Invierno.

2 Considera la información relativa a las niñas del gráfico de la pregunta **1**.

a) Construye un gráfico circular que represente la información.



b) ¿El porcentaje de las niñas que prefiere la primavera es más del 50 %?

No, es solo el 40%

c) ¿Hay alguna preferencia que corresponda al 10 %? ¿Cuál?

Si, la del otoño.

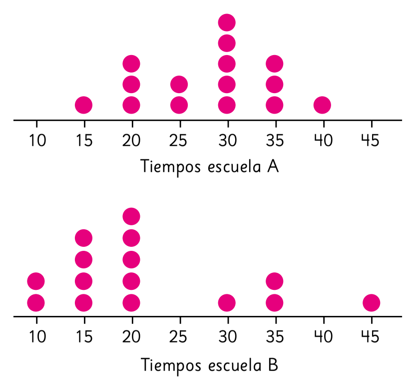
d) ¿Verano e invierno en total equivalen a otoño y primavera? ¿Qué porcentaje es este?

Si, es un 50%.

1 Los siguientes datos corresponden a tiempos (en minutos) de viaje de niños de dos escuelas:

Escuela A	25 - 15 - 20 - 30 - 25 - 30 - 35 - 40 - 30 - 35 - 35 - 20 - 30 - 30 - 20
Escuela B	20 - 45 - 20 - 30 - 15 - 35 - 10 - 15 - 20 - 15 - 20 - 35 - 10 - 20 - 15

a) Construye diagramas de puntos.

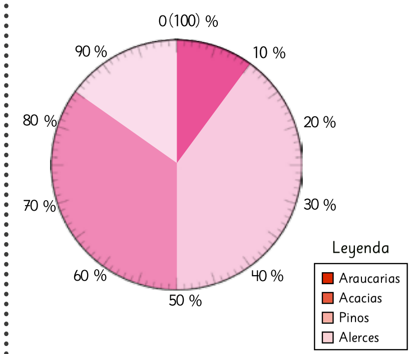


b) ¿Cuánto demoran los niños de la escuela A en llegar a su colegio?
Los niños de la escuela A se demoran entre 15 y 40 minutos en llegar a su colegio.

c) ¿Cuánto demoran los niños de la escuela B?
Los niños de la escuela B se demoran entre 10 y 45 minutos en llegar a su colegio.

d) ¿En cuál de las escuelas los niños demoran más en llegar a ella?
En general, los niños de la escuela A demoran más en llegar a ella.

2 El gráfico muestra el porcentaje de árboles de cada especie plantados en la campaña de forestación que organizó un colegio.



a) ¿Qué porcentaje de los árboles plantados son alerces?

Un 15% de los árboles plantados son alerces.

b) ¿Qué porcentaje de los árboles plantados no son pinos?

Un 60% de los árboles plantados no son pinos.

c) En la campaña de forestación se plantaron 400 árboles en total. ¿Cuántos árboles de cada tipo se plantaron?

Araucarias: 40 árboles.

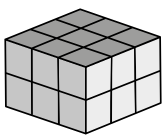
Acacias: 160 árboles.

Pinos: 140 árboles.

Alerces: 60 árboles.

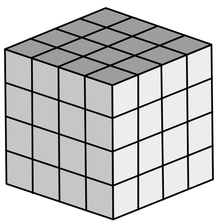
1 Los siguientes figuras 3D están formadas por cubos de igual tamaño. ¿Cuántos cubos tiene cada figuras 3D?

a)



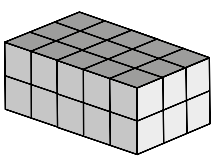
Cantidad de cubos: 18

b)



Cantidad de cubos: 64

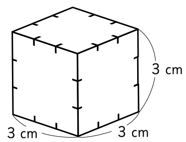
c)



Cantidad de cubos: 30

2 Las siguientes figuras 3D se formaron con cubos de 1 cm³. Calcula cuántos cubos se usaron y el volumen de cada una.

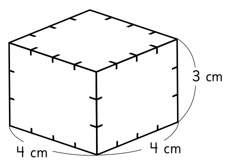
a)



Cantidad de cubos: 27

Volumen: 27 cm³.

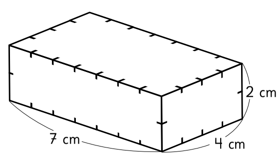
b)



Cantidad de cubos: 48

Volumen: 48 cm³.

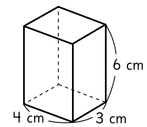
c)



Cantidad de cubos: 56

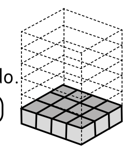
Volumen: 56 cm³.

1 Para calcular el volumen de un prisma, se puede pensar de dos maneras.

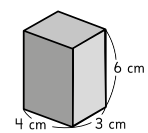


Completa.

a) Calcular cuántos cubos caben en el paralelepípedo.
En la base caben 12 cubos de 1 cm³.
Como la altura es de 6 cm, se pueden apilar 6 capas de 12 cubos cada una.
El volumen del paralelepípedo es 72 cm³.

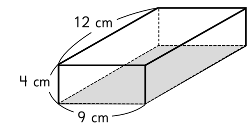


b) Imagina que el paralelepípedo está formado por una pila de hojas de 4 cm de largo por 3 cm de ancho que alcanza una altura de 6 cm.



El área de una hoja de 4 cm de largo por 3 cm de ancho es:
4 · 3 = 12 cm².
Como la altura es de 6 cm, el volumen es:
12 · 6 = 72 cm³.

2 Calcula el área de la base y el volumen del siguiente paralelepípedo:



Área de la base

Cálculo: 9 · 12

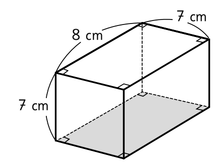
Respuesta: 108 cm².

Volumen

Cálculo: 108 · 4

Respuesta: 432 cm³.

3 Calcula el volumen de la siguiente figura 3D:



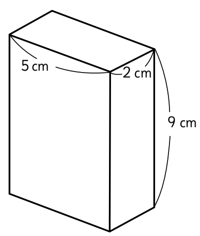
Cálculo: 7 · 8 · 7

Respuesta: 392 cm³.

Página 40 | Capítulo 15: Volumen de cubos y paralelepípedos — Cálculo de volumen | Texto del Estudiante Pág. 70 a Pág. 71 | 15 minutos

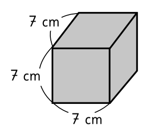
1 Calcula el volumen de los siguientes prismas:

a)



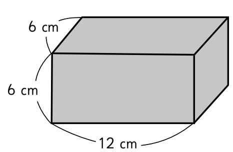
El volumen del prisma es $90\ cm^3$.

b)



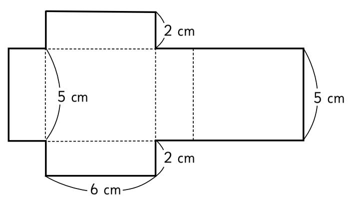
El volumen del prisma es $343\ cm^3$.

c)



El volumen del prisma es $432\ cm^3$.

2 Calcula el volumen del prisma rectangular que se forma con la siguiente red:



Cálculo: $5 \cdot 6 \cdot 2$

Respuesta: $60\ cm^3$.

3 Calcula la medida indicada.

a) ¿Cuál es la altura de un paralelepípedo si el área basal mide $80\ cm^2$ y el volumen es $320\ cm^3$?

Cálculo: $320 : 80$

Respuesta: 4 cm.

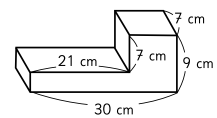
b) ¿Cuál es el volumen de un cubo si el área total del cubo es $150\ cm^3$?

Cálculo: $150 : 6 = 25$; $25 \cdot 5 = 125$

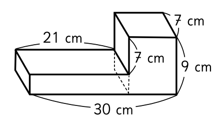
Respuesta: $125\ cm^3$.

Página 41 | Capítulo 15: Volumen de cubos y paralelepípedos — Cálculo de volumen componiendo y descomponiendo figuras 3D | Texto del Estudiante Pág. 72 | 15 minutos

1 Para determinar el volumen de esta figura 3D, se puede hacer de tres maneras.



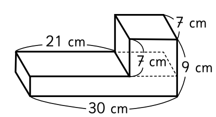
a) Descomponiendo la figura en dos prismas mediante un corte vertical.



Cálculo: Cálculo Prisma 1: $21 \cdot 7 \cdot 2 = 294$
Cálculo Prisma 2: $9 \cdot 9 \cdot 7 = 567$

Respuesta: $861\ cm^3$.

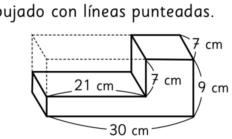
b) Descomponiendo la figura en dos prismas mediante un corte horizontal.



Cálculo: Cálculo Prisma 1: $30 \cdot 7 \cdot 2 = 420$
Cálculo Prisma 2: $9 \cdot 7 \cdot 7 = 441$

Respuesta: $861\ cm^3$.

c) Componiendo la figura con el prisma dibujado con líneas punteadas.

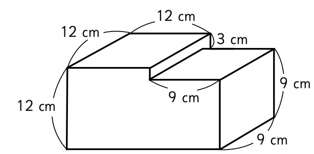


Cálculo: Cálculo Prisma 1: $30 \cdot 7 \cdot 9 = 1890$
Cálculo Prisma 2: $9 \cdot 7 \cdot 7 = 1029$

Respuesta: $861\ cm^3$.

2 Calcula el volumen de las siguientes figuras 3D:

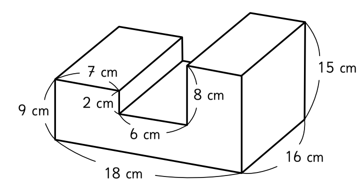
a)



Cálculo: Cálculo Prisma 1: $30 \cdot 7 \cdot 9 = 1890$
Cálculo Prisma 2: $9 \cdot 7 \cdot 7 = 1029$

Respuesta: $1539\ cm^3$.

b)



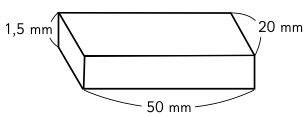
Cálculo: Cálculo Prisma 1: $7 \cdot 16 \cdot 9 = 1008$
Cálculo Prisma 2: $6 \cdot 7 \cdot 16 = 672$
Cálculo Prisma 3: $5 \cdot 16 \cdot 15 = 1200$

Respuesta: $2880\ cm^3$.

Página **42** | Capítulo 15: Volumen de cubos y paralelepípedos
Medición de volumen con metros y milímetros cúbicos | Texto del Estudiante Pág. 73 a Pág. 77 | 15 minutos

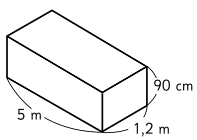
1 Calcula el volumen de los siguientes prismas rectangulares:

a) Expresa el volumen en centímetros cúbicos y en milímetros cúbicos.



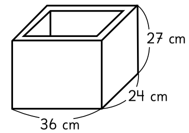
El volumen del prisma es: 1,5 cm^3.
1500 mm^3.

b) Expresa el volumen en metros cúbicos.



El volumen del prisma es: 5,4 m^3.

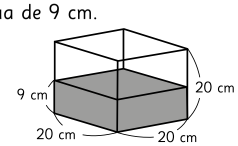
2 Esta caja fue fabricada con madera de 2 cm de grosor. ¿Cuál es su capacidad?



Cálculo: 32 · 20 · 25

Respuesta: 16000 cm^3.

3 El recipiente cúbico tiene un nivel de agua de 9 cm.



Se introdujo una piedra y el nivel de agua llegó a 15 cm.

¿Cuál es el volumen de la piedra?

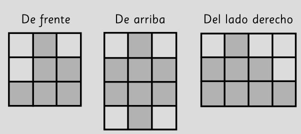
El volumen de la piedra es de 2400 cm^3.

Aventura

Una figura 3D está formada por cubos de 1 cm^3. Las imágenes a la derecha corresponden a tres vistas de la figura desde distintos lados.

¿Cuál es el volumen de la figura 3D? Elige entre las siguiente opciones y explica tu respuesta:

a) 10 cm^3 **b)** 11 cm^3 **c)** 12 cm^3

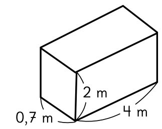


Es recomendable empezar con la vista de arriba.

Página **43** | Capítulo 15: Volumen de cubos y paralelepípedos
Resumen | Texto del Estudiante Pág. 64 a Pág. 80 | 10 minutos

1 Calcula el volumen de los siguientes prismas:

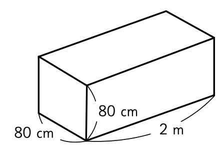
a)



Cálculo: 0,7 · 4 · 2

Respuesta: 5,6 m^3.

b)



Cálculo: 80 · 80 · 200

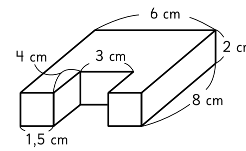
Respuesta: 1280000 cm^3.

c) Un cubo de arista 0,3 m.

Cálculo: 0,7 · 4 · 2

Respuesta: 5,6 m^3.

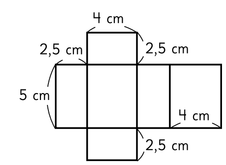
2 Calcula el volumen de la siguiente figura 3D.



Cálculo: (8 · 2 · 6) - (3 · 4 · 2)

Respuesta: 72 cm^3.

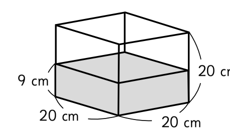
3 Calcula el volumen del prisma que se forma con esta red.



Cálculo: 5 · 4 · 2,5

Respuesta: 50 cm^3.

4 Este recipiente tiene un nivel de 9 cm de agua. Calcula el volumen del agua que se necesita para llenarlo.

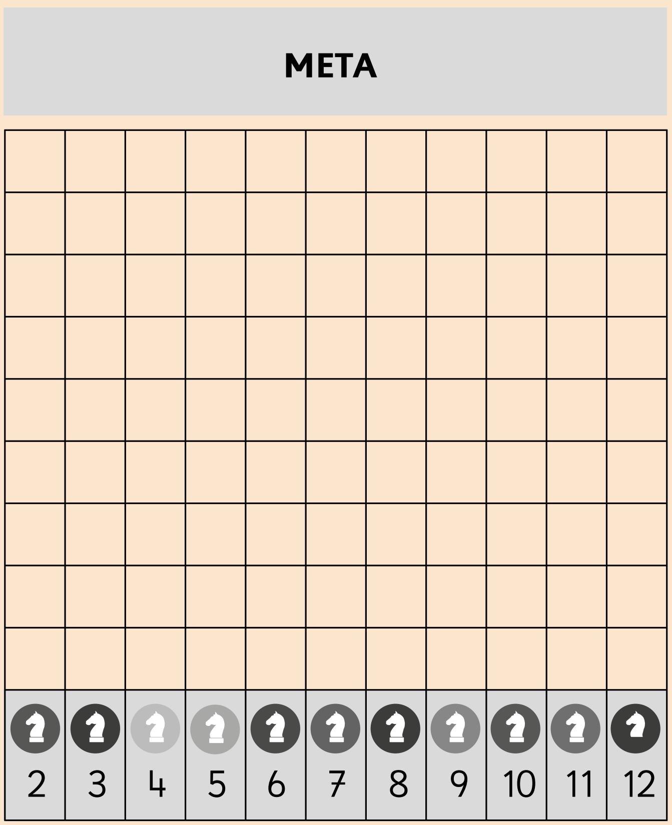


Cálculo: 20 · 20 · (20 - 9)

Respuesta: Se necesitan 4400 cm^3 para llenarlo.

Actividad del Texto del Estudiante

Juega con tus compañeros.



Actividad del Texto del Estudiante

1 Registra los resultados de cada partida en la siguiente tabla de frecuencias:

	Número de casillas que avanzó cada caballo	
Caballo	Partida 1	Partida 2
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

a) ¿Qué caballo ganó en la primera partida? ¿Fue el que tú elegiste?

b) ¿Por qué elegiste ese caballo?

c) ¿Qué caballo ganó la segunda partida? ¿Fue el mismo que en la primera?

d) Considerando lo que ocurrió en ambas partidas, si tuvieras que jugar de nuevo, ¿qué caballo elegirías y por qué?

Actividad del Texto del Estudiante

4 Completa la tabla con las frecuencias de los resultados de las 4 partidas juntas.

	Número de veces que se repitió cada resultado				
Resultado	Partida 1	Partida 2	Partida 3	Partida 4	Total
2	0	3	1	2	6
3	4	0	4	6	14
4	6	4	3	6	19
5	10	6	6	5	27
6	4	5	8	7	24
7	7	10	9	7	33
8	7	3	10	6	26
9	6	1	3	10	20
10	6	6	3	3	18
11	3	2	1	4	10
12	2	1	4	2	9

a) ¿Cuántas casillas avanzó en total el caballo 10?

En total el caballo 10 avanza 18 casillas.

b) ¿En qué partida le fue mejor al caballo 4? ¿Y en cuál le fue peor?

En la partida 1 y en la 4 le fue mejor al caballo 4. Y le fue peor en la partida 3.

c) ¿Qué caballo ganó más veces?

En cada partida ganaron caballos diferentes.

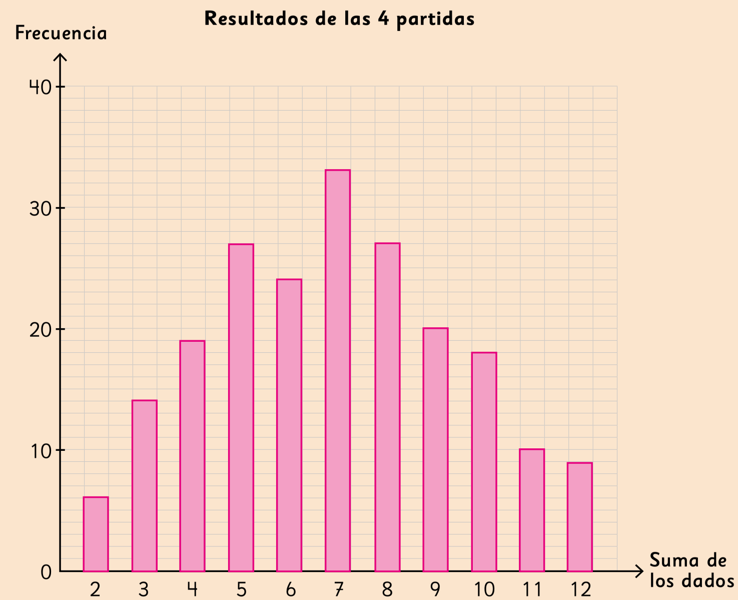
d) ¿Qué número se repitió más veces en total?

El número 7 se repitió más veces en total.

46 = ☐ · ☐

Actividad del Texto del Estudiante

5 Construye un gráfico de barras de los resultados de las 4 partidas juntas.



a) Al mirar el gráfico, ¿qué caballo dirías que tiene más posibilidades de ganar?

El caballo 7.

b) ¿Qué podemos suponer sobre las posibilidades de los otros caballos?

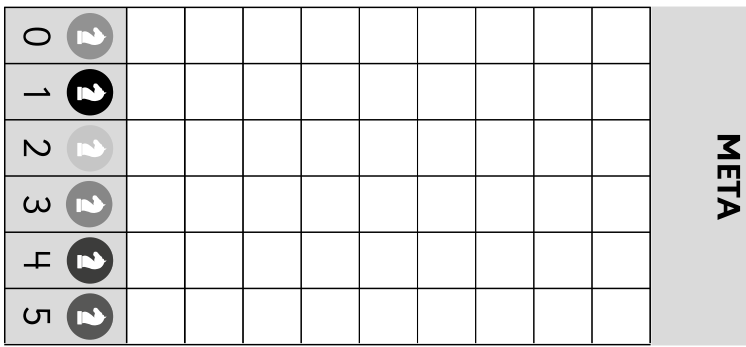
Los caballos del centro parecen tener más posibilidades de ganar que los de los extremos.

c) Si lanzamos los dados muchas más veces, ¿crees que el caballo 2 supere al 9?

Aunque lancemos los dados muchas veces, es poco posible que el 2 le gane al 9.

☐ + ☐ = 47

1 Natalia propone un nuevo juego de caballos: se lanzan 2 dados y se observa la resta de los puntajes (número mayor menos el menor). Avanza una casilla el caballo que coincida con la diferencia obtenida. Una partida finaliza cuando uno de los caballos llega a la meta.



a) Juega 3 partidas y registra el número de casillas que avanzó cada caballo en la siguiente tabla:

Caballo \ Partida	1	2	3	Total
0				
1				
2				
3				
4				
5				

b) ¿Crees que en este juego haya un caballo que tenga más posibilidades de ganar que el resto? ¿Cuál y por qué?

Al juntar las tres partidas es posible que se observe que el caballo 1 tienda a avanzar más que el resto, por lo que se podría pensar que tiene más posibilidades de ganar.

c) ¿Qué puedes decir de las posibilidades de los otros caballos?

Los caballos 0, 2 y 3 se espera que hayan avanzado más en las 3 partidas, mientras que el 4 y el 5 menos. Eso sugiere que los caballos 4 y 5 tienen menos posibilidades que el resto.

1 En una bolsa no transparente se coloca una cierta cantidad de bolitas de distinto color. Se extrae una al azar, se registra su color y se vuelve a echar en la bolsa.
Luego de 20 repeticiones, se obtuvo:

Color	Total
Verde	4
Amarillo	6
Morado	7
Anaranjado	3

a) ¿Son suficientes datos para observar una tendencia? ¿Cuál?

Podrían no ser suficientes datos para observar una tendencia.

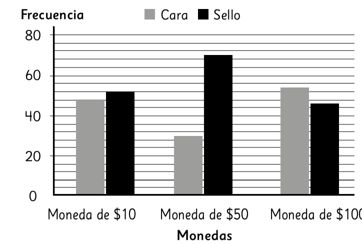
b) Después de repetir el experimento 40 veces se tiene el siguiente registro:

Color	Total
Verde	9
Amarillo	10
Morado	11
Anaranjado	10

¿Se puede ver alguna tendencia?

En las 40 repeticiones del experimento aleatorio se observa que las frecuencias de los resultados son similares.

2 José hace experimentos con monedas. El gráfico muestra el comportamiento de los resultados obtenidos al lanzar 3 tipos de monedas.



a) ¿Crees que los resultados mostrados en el gráfico son posibles al lanzar una moneda 100 veces? ¿Por qué?
Al sumar la cantidad de caras y sellos en cada tipo de monedas, corresponde a 100 lanzamientos. Sin embargo, en el caso de la moneda de $50 la cantidad de sellos es muy superior a la de cara, lo que es difícil que ocurra al lanzar la moneda esa cantidad de veces.

b) ¿Qué esperas que ocurra si se lanzan las monedas 1 000 veces?

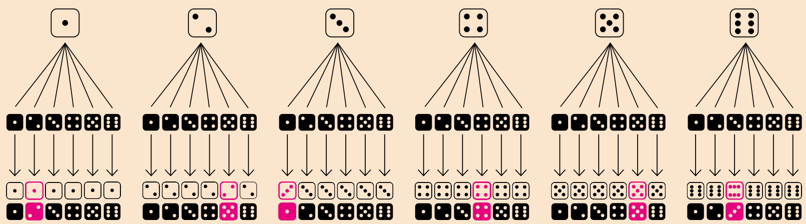
Que las alturas de las barras, en todos los tipos de monedas sean similares.

3 Si se lanzan simultáneamente 1 000 monedas, ¿cuántas caras y cuántos sellos esperas ver?

Lo más cercana a 500 caras y 500 sellos.

4 Observa el esquema. Actividad del Texto del Estudiante

a) Completa los dados que faltan en el esquema. Registra la suma de los dados debajo de cada resultado.



2 3 4 5 6 7 | 3 4 5 6 7 8 | 4 5 6 7 8 9 | 5 6 7 8 9 10 | 6 7 8 9 10 11 | 7 8 9 10 11 12

b) Usa la información del esquema para completar la siguiente tabla:

Suma de los dados	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Número de resultados posibles	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1

i. ¿En cuántos casos la suma es igual a 7?

6

ii. ¿En cuántos casos se obtiene un 6? ¿En cuántos un 8?

5 y 5

iii. Mirando los resultados posibles de este experimento, ¿qué podemos decir sobre las posibilidades de ganar de los distintos caballos?

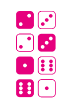
Que van disminuyendo en la medida que se alejan del 7 hacia los extremos; que las posibilidades del 1 y el 12 son las mismas, y que lo mismo sucede con el 3 y el 11, el 4 y el 10, el 5 y el 9, y el 6 y el 8.

1 Se lanzan 2 dados y se observa el producto de los puntajes obtenidos.

a) ¿Por qué el producto no puede ser 7?

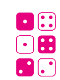
Porque para que el producto sea 7, en los dados deben salir el 1 y el 7. Y los dados no tienen 7, por eso no puede ser.

b) ¿De cuántas formas distintas el producto puede ser 6? ¿Cuáles son?



De 4 maneras

c) Escribe todos los resultados en los que el producto es igual a 4.



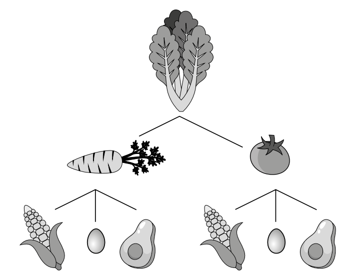
d) Si el juego consistiera en apostar al producto de los dados que más sale, ¿a cuál apostarías?

Al 6 o al 12.

e) Si el juego consistiera en que gana quien obtenga el mayor producto, ¿qué números se deben obtener en los dados para que ganar sea seguro?

6 y 6.

2 El siguiente diagrama resume las opciones de ensalada para Valentina:



a) ¿Cuáles son las posibles ensaladas que puede prepararse Valentina?

Lechuga, zanahoria y choclo.
Lechuga, zanahoria y huevo.
Lechuga, zanahoria y palta.
Lechuga, tomate y choclo.
Lechuga, tomate y huevo.
Lechuga, tomate y palta.

b) ¿Cuántas posibles ensaladas se puede preparar Valentina?

6 ensaladas distintas.

c) ¿La cantidad de ensaladas con palta es la misma que la cantidad de ensaladas con tomate?

No son distintas, con palta son 2 y con tomate 3.

d) Si se ofreciera, adicionalmente, 2 posibles salsas, ¿cuántas opciones tendrá ahora para elegir?

Serían 12 ensaladas.

1 Se lanza un dado y luego una moneda.

a) ¿Cuáles son todos los posibles resultados?

Los posibles resultados son:
1 y cara; 2 y cara; 3 y cara
4 y cara; 5 y cara; 6 y cara
1 y sello; 2 y sello; 3 y sello
4 y sello; 5 y sello; 6 y sello

b) Describe la estrategia que utilizaste para contestar **a)**.

Buscar todos los resultados que tienen cara y luego todos los que tienen sello.

c) ¿En cuántos casos se obtiene cara en la moneda?

En 6 casos se obtiene cara en la moneda.

d) ¿En cuántos casos se obtiene 5 en el dado?

En 2 casos se obtiene 5 en el dado.

e) ¿En cuántos casos se obtiene cara en la moneda y 5 en el dado?

En 1 solo caso se obtiene cara en la moneda y 5 en el dado.

f) Si se lanza la moneda y luego el dado, ¿hay diferencias en los resultados?

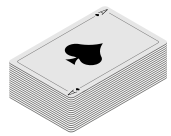
No hay diferencias, ya que siguen siendo una moneda y un dado.

2 En cada caso determina la cantidad total de casos posibles de cada experimento. Explica tu estrategia.

a) Elegir una carta al azar de un mazo de naipe inglés y registrar su pinta.

52 casos.
Respuestas variadas.

Ejemplo:
3 diamante.
Q corazón.

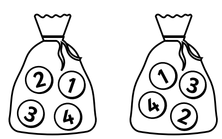


b) Lanzar al aire tres monedas y observar cuántas caras y sellos se obtienen.

8 casos.

c) Sacar una ficha de cada una de las dos bolsas con fichas numeradas del 1 al 4 y registrar la multiplicación entre los números.

16 casos.

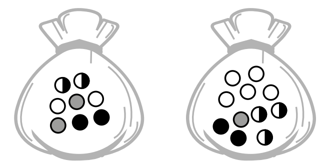


52 = □ − □

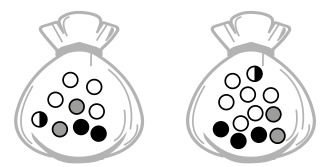
1 Luego de extraer un pelotita de una bolsa y volviéndola a echar en ella un gran número de veces se obtuvo el siguiente resultado:

Color	Número de veces
Blanco	30
Bicolor	15
Gris	6
Negro	9

a) ¿Cuál de las siguientes bolsas puede haber sido la usada? Márcala.

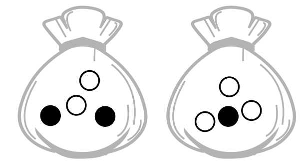


Bolsa 1 ✔ Bolsa 2



Bolsa 3 Bolsa 4

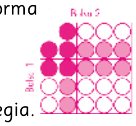
2 Se tienen 2 bolsas con pelotitas blancas y negras.



Bolsa 1 Bolsa 2

Se extrae una pelotita de cada bolsa y se piensa en el color que se forma al mezclar ambos colores.

a) ¿Cuáles son todos los posibles resultados? Comparte tu estrategia.



b) ¿Cuántos resultados posibles hay?

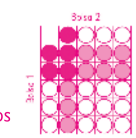
Hay 16 casos posibles.

c) ¿Qué es más posible, obtener blanco, gris o negro?

Es más posible obtener gris.

d) Si se agrega una pelotita blanca a la Bolsa 1, ¿cambian las posibilidades de obtener un color u otro?

Al agregar una pelotita blanca a la bolsa, obtener blanco o gris tienen las mismas posibilidades (hay 9 casos para cada uno).



□ + □ = 53

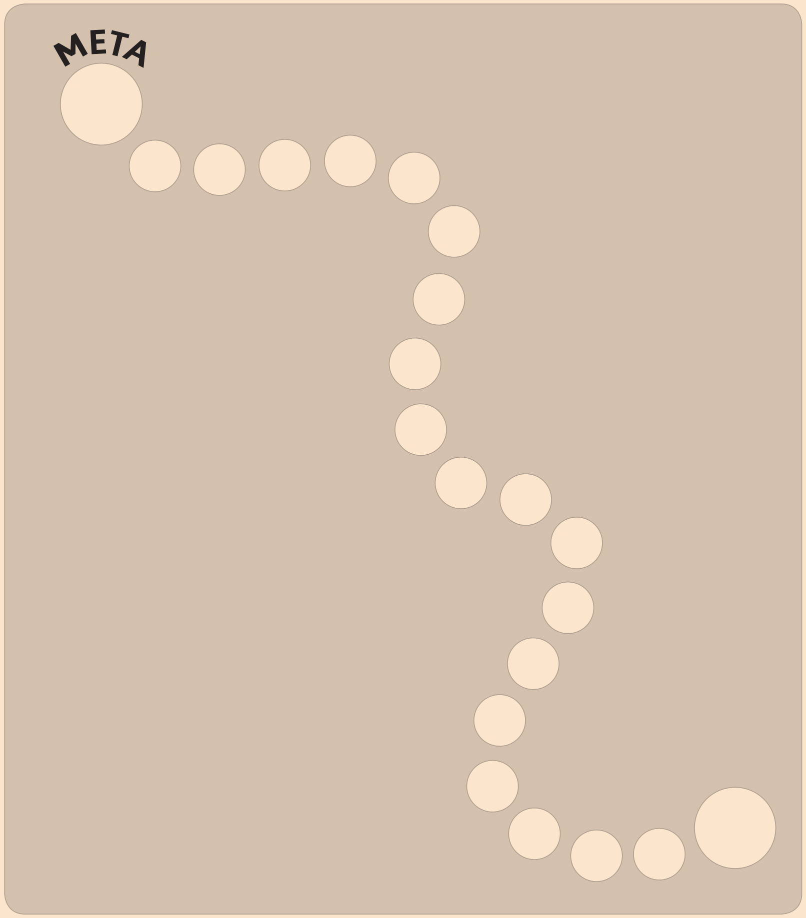
Página 54

Capítulo 16: Experimentos aleatorios
Resultados posibles de un experimento aleatorio

Texto del Estudiante Pág. 92 — 15 minutos

Actividad del Texto del Estudiante

1 Juega con tus compañeros.



54 = ☐ · ☐

Página 55

Capítulo 18: Sistema de unidades de medición
Cantidades / Unidades de longitud

Texto del Estudiante Pág. 97 a Pág. 99 — 20 minutos

1 ¿Qué unidades se utilizan para cuantificar las siguientes cantidades?

a) Distancia entre Concepción y Temuco. kilómetros.

b) Superficie de una casa. metros cuadrados.

c) Volumen del té en una taza. centímetros cúbicos.

d) Masa de un camión. toneladas.

2 ¿Qué unidades se utilizan para cuantificar las siguientes longitudes?

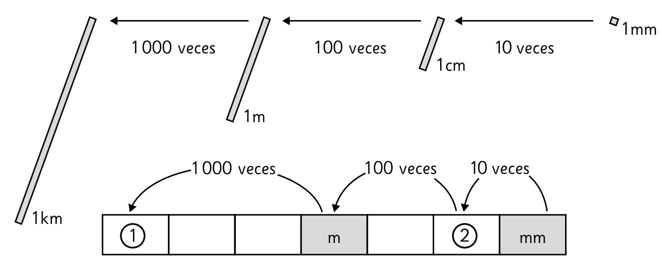
a) Longitud del río Loa 440 km.

b) Ancho de un cuaderno 21,5 cm.

c) Espesor de un celular 7 mm.

d) Largo de una piscina 25 m.

3 Escribe las unidades que corresponden en ① y ② en el esquema de las unidades de longitud.



① km ② cm

4 Escribe los números que corresponden en cada recuadro.

a) 9 m = 900 cm.

b) 13 km = 13000 m.

c) 1 760 m = 1,76 km.

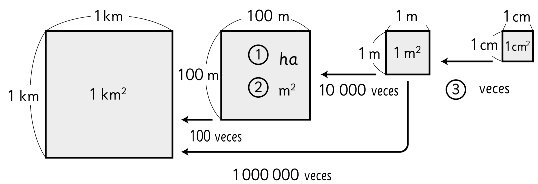
d) 223 mm = 22,3 cm.

☐ : ☐ = 55

Capítulo 18: Sistema de unidades de medición
Unidades de área / Unidades de volumen

Texto del Estudiante Pág. 100 a Pág. 101 — 20 minutos

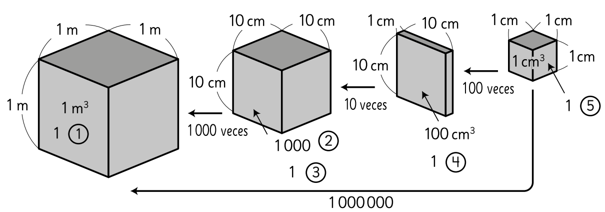
1 Escribe las unidades que corresponden del ① al ③ en el esquema de las unidades de área.



Longitud del lado de un cuadrado	1 km	100 m	1 m	1 cm
Área del cuadrado	1 km²	① ha ② m²	1 m²	1 cm²

① 1 ② 10 000 ③ 10 000

2 Escribe las unidades que corresponden del ① al ⑤ en el esquema de las unidades de volumen.



Longitud del lado de un cubo	1 m	10 cm		1 cm
Volumen del cubo	1 m³ 1 ①	1000 ② 1 ③	100 cm³ 1 ④	1 cm³ 1 ⑤

① kl ② cm³ ③ L ④ dl ⑤ ml

3 Escribe las unidades que corresponden.

a) Volumen de un tarro de basura 70 cm³.

b) Volumen de una bodega 160 m³.

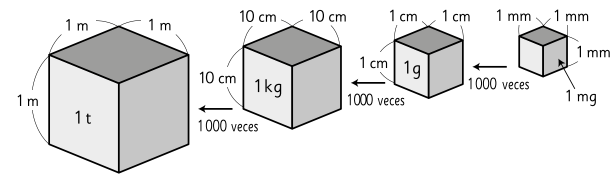
c) Foto tamaño carnet 12 cm².

d) Superficie de cancha de fútbol 6 400 m².

Capítulo 18: Sistema de unidades de medición
Unidades de masa / Sistema métrico

Texto del Estudiante Pág. 102 a Pág. 103 — 20 minutos

1 Escribe los números que corresponden en cada recuadro.



a) 1 kg = 1 000 g.

b) 1 mg = 0,001 g.

c) 1 g = 1 000 mg.

d) 1 g = 0,001 kg.

e) 1 t = 1 000 kg.

f) 1 kg = 0,001 t.

2 La masa de 1 cm³ de agua es 1 g. Completa.

a) La masa de 1 L de agua es 1000 g.

b) La masa de 1 dl de agua es 10000 g.

c) La masa de 1 ml de agua es 1000000 g.

d) La masa de 1 m³ de agua es 1 t.

3 Escribe las unidades que corresponden del ① al ⑤ en la tabla.

	kilo	hecto	deca	unidad	deci	centi	mili
	1 000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
Longitud	①			m		②	③
Masa	④			kg			⑤

① kilómetro (km) ② centímetro (cm) ③ milímetro (mm) ④ tonelada (t) ⑤ miligramo (mg)

Anexos

Anexo 1: Evaluaciones

Esta Guía Didáctica del Docente (GDD) incluye 4 evaluaciones que esperan complementar y apoyar sus decisiones en el proceso evaluativo.

- Evaluación 4: evaluación inicial, dirigida a identificar los aprendizajes previos requeridos para abordar los temas del tomo 2.
- Evaluación 5: evaluación intermedia, considera los contenidos estudiados en la Unidad 3.
- Evaluación 6: evaluación final, considera los contenidos abordados en la Unidad 4.
- Evaluación adicional: evaluación extra, aborda todos los contenidos vistos en el tomo 2.

Cada evaluación está acompañada de una tabla de especificaciones que indica el capítulo, el Objetivo de Aprendizaje y el tipo de ítem relacionado a cada pregunta. Además, cada instrumento cuenta con una rúbrica para su revisión.

Evaluación 4

Evaluación 4

1 Una plaza de forma rectangular mide 12 m de largo y 8 m de ancho.
¿Cuál es el área que ocupa la plaza?

2 Calcula:

a) $3,45 \cdot 8 =$

b) $3,6 : 6 =$

3 Completa:

a) $4,58 = \boxed{} \cdot 1 + \boxed{} \cdot 0,1 + \boxed{} \cdot 0,01$

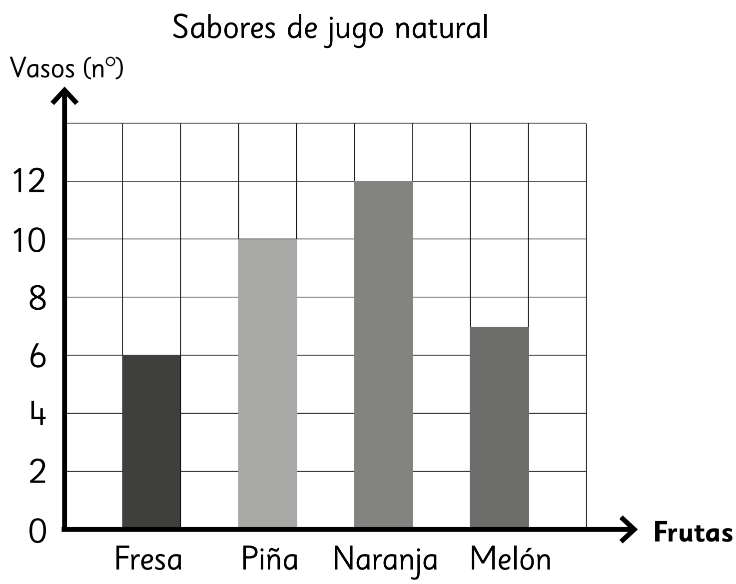
b) $9,065 = \boxed{} \cdot 1 + \boxed{} \cdot \boxed{} + \boxed{} \cdot \boxed{}$

c) $0,301 = \boxed{} \cdot \boxed{} + \boxed{} \cdot \boxed{}$

4 Coloca en los espacios de la columna B las letras de la columna A que correspondan a la unidad adecuada para medir los objetos.

Columna A	Columna B
A. Metro (m)	____ La capacidad de un balde
B. Kilogramo (kg)	____ La altura de un árbol
C. Litro (L)	____ La masa de un perro
D. Centímetro cuadrado (cm^2)	____ El volumen de una caja de zapatos
E. Centímetro cúbico (cm^3)	____ La superficie de un cuadrado

5 En un puesto se venden jugos naturales. En el gráfico se muestra la cantidad de vasos vendidos durante el día.



Responde con una V si la afirmación es verdadera y con una F si es falsa.

☐ Se vendieron 10 vasos de jugo de piña.

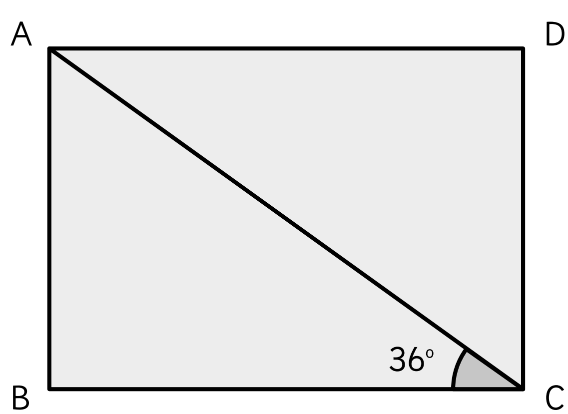
☐ Se vendieron 4 vasos más de jugo de naranja que de melón.

☐ El jugo de fresa fue el primero en ser vendido.

☐ En total se vendieron 35 vasos de jugo.

☐ Los vasos de naranja eran más grandes que el resto.

6 En el rectángulo ABCD el $\measuredangle$ ACB mide 36° ¿cuánto mide $\measuredangle$ DCA?



$\measuredangle$ DCA mide ☐

Tabla de especificaciones Evaluación 4

OA	Contenido	Tipo de ítem	Cantidad	Nº del ítem
OA13	Capítulo 13: Área de cubos y paralelepípedos 1	Respuesta extensa	1	1
OA7	Capítulo 6: Multiplicación y división de decimales 1	Ejercicios	2	2
OA7	Capítulo 12: Multiplicación y división de decimales 2	Completar	3	3
OA19	Capítulo 17: Sistemas de unidades de medición	Términos pareados	5	4
OA24	Capítulo 14: Datos	V o F	5	5
OA21	Capítulo 8: Ángulos en triángulos y cuadriláteros	Completar	1	6

Rúbrica Evaluación 4

1.

Nivel de logro	Descripción
Logrado	Identifica los datos (12 m y 8 m). Identifica el procedimiento para obtener el área multiplicando el largo y el ancho. Multiplica adecuadamente. Escribe como respuesta que el área de la plaza es 96 m2 (o alguna expresión equivalente).
Medianamente logrado	Identifica los datos e identifica el procedimiento para obtener el área, pero comete errores de cálculo y el resultado es incorrecto.
Incipiente	Identifica los datos, pero no identifica que debe multiplicar. La respuesta es incorrecta.
No logrado	No identifica los datos ni la operación.

2. a) 27,6
b) 0,6

3. a) $4 \cdot 1 + 5 \cdot 0{,}1 + 8 \cdot 0{,}01$
b) $9 \cdot 1 + 6 \cdot 0{,}01 + 5 \cdot 0{,}001$
c) $3 \cdot 0{,}1 + 1 \cdot 0{,}001$

4. C, A, B, E, D.

5. a) V
b) F
c) F
d) V
e) F

6. $\measuredangle$ DCA mide 54°.

Evaluación 5

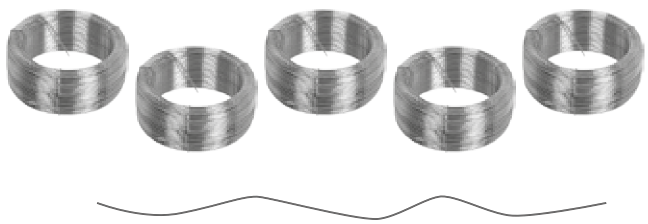
Evaluación 5

1 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $5 \cdot x - 13 = 37$

b) $9 + 7 \cdot x = 65$

2 Para cercar un terreno con alambre se usaron 5 rollos y 10 m adicionales.



a) Si el largo de los rollos de alambre es de x metros, escribe la expresión algebraica para determinar el total de metros que se usaron para cercar el terreno.

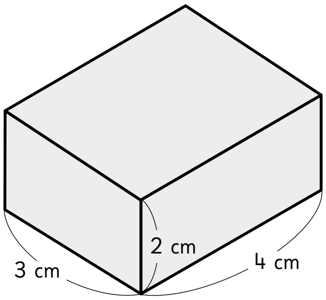
b) Si el perímetro del terreno es de 150 m. ¿Cuántos metros de alambre tiene cada rollo? Escribe la ecuación y resuelve.

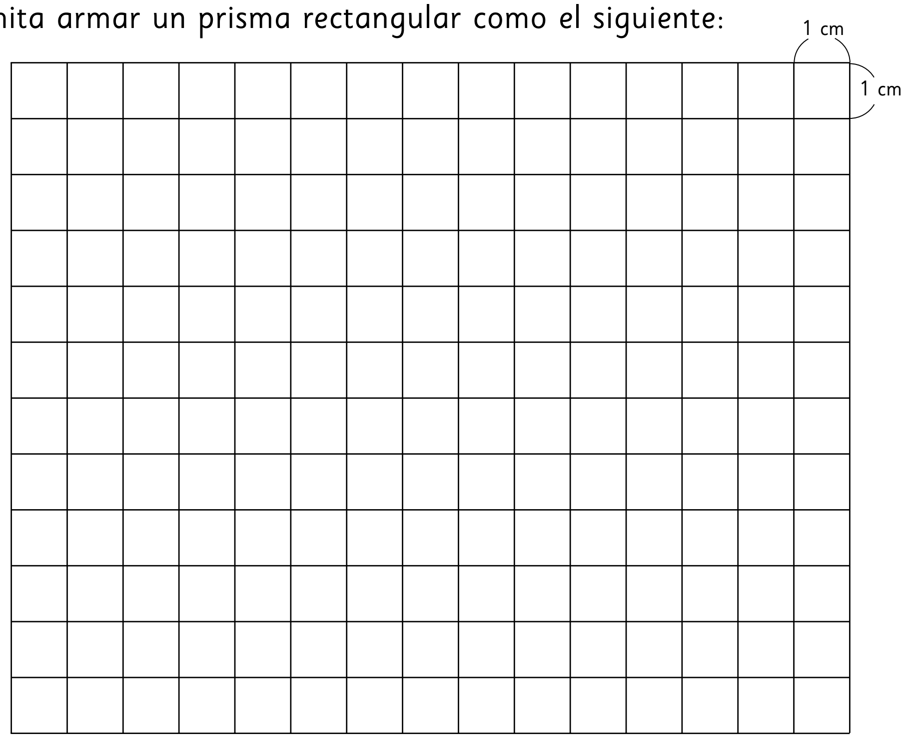
3 Calcula:

a) $3{,}45 \cdot 77 =$

b) $7{,}5 : 0{,}4 =$

4 Dibuja una red que permita armar un prisma rectangular como el siguiente:





5 Las edades (en años) de los participantes de los cursos de dibujo y de teatro, son las siguientes:

Curso de dibujo

Tallo	Hojas
2	1 8 9
3	2 2 3 3 4 5 7 9
4	1 1 1 3 5 8

Curso de teatro

Tallo	Hojas
2	5 9
3	1 2 2 3 7 8 9
4	1 3 5 5 7 9

a) ¿En qué curso hay más inscritos?

b) ¿A qué curso asiste un mayor número de personas de entre 30 y 40 años?

Tabla de especificaciones Evaluación 5

OA	Contenido	Tipo de ítem	Cantidad	Nº del ítem
OA11	Capítulo 11: Lenguaje algebraico y ecuaciones	Ejercicios	2	1
OA12	Capítulo 11: Lenguaje algebraico y ecuaciones	Respuesta extensa	2	2
OA7	Capítulo 12: Multiplicación y división de decimales 2	Ejercicios	4	3
OA13	Capítulo 13: Área de cubos y paralelepípedos	Construcción	1	4
OA22	Capítulo 14: Datos	Respuesta extensa	2	5

Rúbrica Evaluación 5

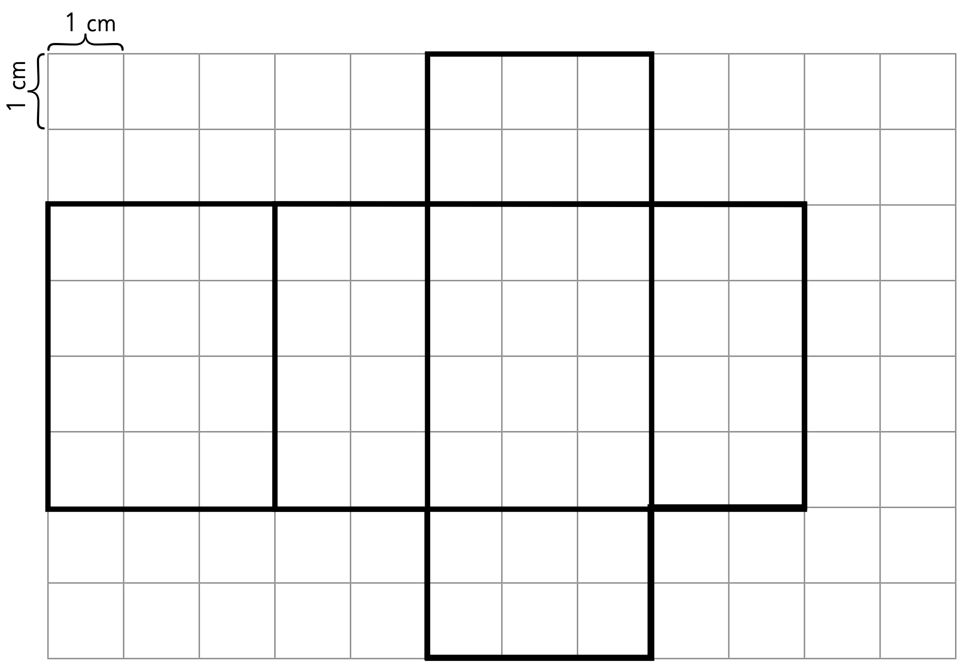
1. a) $x = \frac{24}{5}$
b) $x = 8$

2. a) $5 \cdot x + 10$
b) $5 \cdot x + 10 = 150$
$5 \cdot x = 150 - 10$
$5 \cdot x = 140$
$x = 140 : 5$
$x = 28$

Respuesta: Cada rollo tiene 28 m de alambre.

3. a) 265,65
b) 18,75

4. Una respuesta posible es la que se muestra en la siguiente figura. Hay otras respuestas correctas y el docente debe cuidar que la red dibujada permita formar la figura.

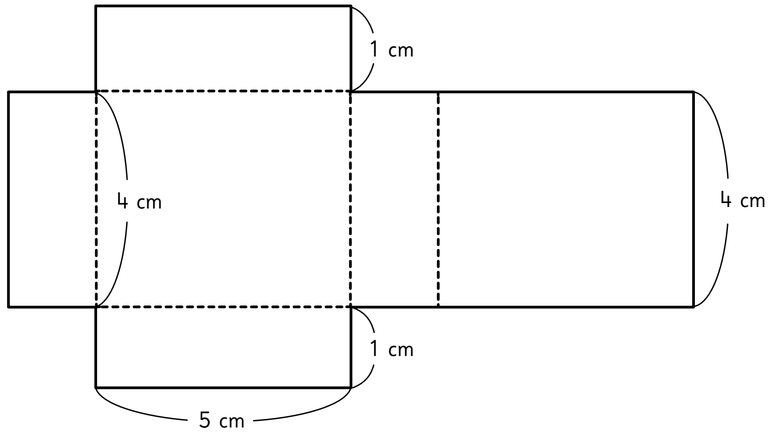


5. a) Hay más inscritos en el curso de dibujo.
b) Asiste un mayor número de personas de entre 30 y 40 años al curso de dibujo.

Evaluación 6

Evaluación 6

1 Calcula el volumen del paralelepípedo que se forma con la siguiente red:



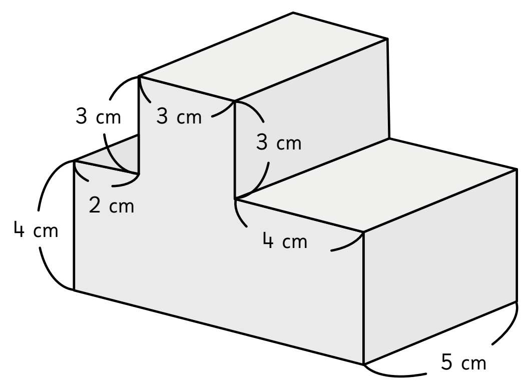
2 El volumen de la siguiente figura 3D es:

a) 180 cm^3

b) 225 cm^3

c) 315 cm^3

d) 4 320 cm^3



3 Identifica los experimentos aleatorios poniendo ✓ en el cuadrado. En caso contrario, anota ✗.

☐ Patear una pelota de fútbol y registrar la distancia que alcanza.

☐ Tirar dos dados al mismo tiempo y registrar la suma de los números.

☐ Soltar una piedra desde un puente que cruza un río, y observar si esta cae al río.

☐ Sacar un papel de una bolsa con papeles rojos, amarillos y azules y registrar cuando el papel es azul.

4 Macarena ganó un menú a elección en un restaurante que ofrece las siguientes opciones.

Menú

Jugos

- Frutilla
- Piña
- Melón

Menú

Platos

- Cazuela
- Pollo arvejado

Menú

Postres

- Leche asada
- Arroz con leche
- Jalea
- Macedonia

a) ¿Cuántas opciones tiene Macarena?

b) Describe al menos 3 de ellas.

5 Un terreno mide 6,5 ha. Expresa su área en metros cuadrados. Recuerda que una hectárea equivale a un cuadrado cuyo lado mide 100 m.

Tabla de especificaciones Evaluación 6

OA	Contenido	Tipo de ítem	Cantidad	Nº del ítem
OA19	Capítulo 15: Volumen de cubos y paralelepípedos	Respuesta extensa	1	1
OA19	Capítulo 15: Volumen de cubos y paralelepípedos	Selección única	1	2
OA23	Capítulo 16: Experimentos aleatorios	Identificación	4	3
OA22	Capítulo 16: Experimentos aleatorios	Respuesta breve	2	4
OA18	Capítulo 18: Sistemas de unidades de medición	Respuesta extensa	1	5

Rúbrica Evaluación 6

1.

Nivel de logro	Descripción
Logrado	Identifica las medidas del paralelepípedo que se arma con la red (4 cm, 5 cm y 1 cm) y calcula el volumen adecuadamente multiplicando la medida de las aristas. Escribe como respuesta que el volumen del paralelepípedo es 20 cm^3.
Medianamente logrado	Identifica las medidas del paralelepípedo. Aplica la fórmula de volumen, pero comete errores de cálculo y el resultado es incorrecto o el resultado es correcto, pero no escribe la unidad.
Incipiente	Identifica las medidas del paralelepípedo, pero no identifica la fórmula de volumen del paralelepípedo. La respuesta es incorrecta.
No logrado	No identifica las medidas ni la fórmula de volumen del paralelepípedo.

2. Alternativa b).

3. √, √, X, √.

4 a)

Nivel de logro	Descripción
Logrado	Identifica los datos (3, 2 y 4 opciones). Identifica que para obtener el número total de opciones debe multiplicar la cantidad de opciones de cada parte del menú y multiplica adecuadamente $3 \cdot 2 \cdot 4$, o realiza un esquema que le permite visualizar la cantidad total de opciones. Escribe como respuesta que Macarena tiene 24 opciones de menú (o alguna expresión equivalente).
Medianamente logrado	Identifica los datos. Identifica que para obtener el número total de opciones debe multiplicar la cantidad de opciones de cada parte del menú, pero comete errores de cálculo, o realiza un esquema que le permite visualizar la cantidad total de opciones, pero esta contiene errores. El resultado es incorrecto.
Incipiente	Identifica los datos, pero no identifica que debe multiplicar ni realiza un esquema adecuado. La respuesta es incorrecta.
No logrado	No identifica los datos ni la operación.

4 b)

Nivel de logro	Descripción
Logrado	Describe correctamente 3 opciones de menú.
Medianamente logrado	Describe correctamente 2 opciones de menú.
Incipiente	Describe correctamente 1 opción de menú.
No logrado	No describe correctamente nunguna opción de menú.

5.

Nivel de logro	Descripción
Logrado	Identifica los datos (6,5 y 100 m). Determina el área de una hectárea en metros, multiplicando 100 m por 100 m, y multiplica el resultado por 6,5. Escribe como respuesta que el terreno tiene un área de 65 000 m^2.
Medianamente logrado	Identifica los datos (6,5 y 100 m). Determina el área de una hectárea en metros, multiplicando 100 m por 100 m, y multiplica el resultado por 6,5, pero comete errores de cálculo y el resultado es incorrecto.
Incipiente	Identifica los datos, pero no identifica las operaciones o las identifica parcialmente. La respuesta es incorrecta.
No logrado	No identifica los datos ni las operaciones.

Evaluación adicional

Evaluación adicional

1 Selecciona la o las ecuaciones que permiten resolver cada problema.

a) Juan compró 6 cartulinas y una tijera que le costó $2 060. Si pagó $5 000 en total, ¿cuánto costó cada cartulina?

A. $5\,000 + 6 \cdot x = 2\,060$

B. $2\,060 - 6 \cdot x = 5\,000$

C. $6 \cdot x - 2\,060 = 5\ 000$

D. $6 \cdot x + 2\,060 = 5\ 000$

b) Boris recibió una alcancía con un billete adentro. Durante un año puso $2 000 en la alcancía cada mes. Al final del año abrió la alcancía y tenía $29 000. ¿De qué valor era el billete?

A. $29\,000 - 12 \cdot x = 2\,000$

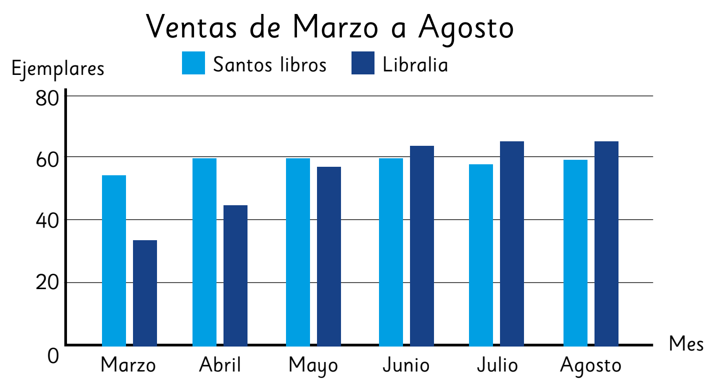
B. $29000 + 12 \cdot x = 2\,000$

C. $x + 12 \cdot 2\,000 = 29\,000$

D. $x - 12 \cdot 2\,000 = 29\,000$

2 Se tienen 3,5 L de jugo para envasar en botellas de 0,6 L. ¿Cuántas botellas se ocupan y cuántos litros de jugo sobran?

3 Una librería hizo inventario y se percató que cada mes las editoriales que más vendían libros eran Santos libros y Libralia.



Responde con V si la afirmación es verdadera y F si es falsa.

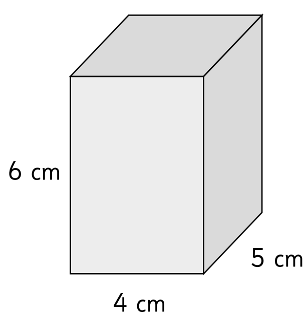
a) _____ En abril, Santos libros vendió el doble que Libralia.

b) _____ Durante 3 meses Santos libros vendió más que Libralia.

c) _____ Libralia fue aumentando sus ventas.

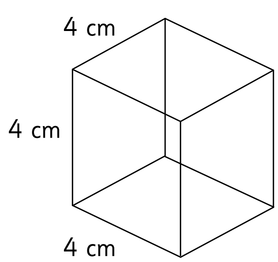
d) _____ La cantidad de ejemplares de Santos libros que se vende cada mes es similar.

4 Calcula el área y el volumen de las siguientes figuras 3D:



El área es: ______ cm^2

El volumen es: ______ cm^3



El área es: ______ cm^2

El volumen es: ______ cm^3

Tabla de especificaciones Evaluación adicional

OA	Contenido	Tipo de ítem	Cantidad	Nº del ítem
OA11	Capítulo 11: Lenguaje algebraico y ecuaciones	Selección múltiple	2	1
OA7	Capítulo 12: Multiplicación y división de decimales 2	Respuesta extensa	4	2
OA22	Capítulo 14: Datos	V o F	4	3
OA13 OA19	Capítulo 13: Área de cubos y paralelepípedos Capítulo 15: Volumen de cubos y paralelepípedos	Respuesta breve	4	4

Rúbrica Evaluación adicional

1. a) D
b) C

2.

Nivel de logro	Descripción
Logrado	Identifica los datos (3,5 L y 0,6 L) e identifica que debe dividir. Realiza adecuadamente la división, empleando el algoritmo, la resta iterada u otra estrategia. Escribe como respuesta que se ocupan 5 botellas y sobran 0,5 L de jugo (o alguna expresión equivalente).
Medianamente logrado	Identifica los datos e identifica que debe dividir, pero comete errores de cálculo y el resultado es incorrecto o el resultado es parcialmente correcto y no identifica el resto.
Incipiente	Identifica los datos, pero no identifica que debe dividir. La respuesta es incorrecta.
No logrado	No identifica los datos ni la operación.

3. a) F
b) V
c) V
d) V

4. El paralelepípedo tiene área igual a $148\ \text{cm}^2$ y un volumen de $120\ \text{cm}^3$.
El cubo tiene un área de $96\ \text{cm}^2$ y un volumen de $64\ \text{cm}^3$.

Anexo 2: Tickets de salida y sus respuestas

Ticket de salida

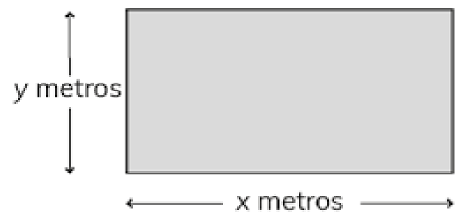
Escribe la expresión algebraica que representa el costo de "2 zanahorias y 3 pimentones".

6° Básico
OA 10

Ticket de salida página:
9

Tomo 2

Observa el rectángulo:



Escribe una expresión algebraica que represente su perímetro.

6° Básico
OA 10

Ticket de salida página:
11

Tomo 2

A una caja vacía que pesa 80 g, se le va echando latas que pesan 120 g. Escribe una expresión algebraica que permita calcular el peso total para **x** latas.

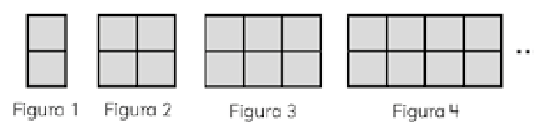
Números de latas	Cálculo	Peso total (gramos)
1	$80 + 1 \cdot 120$	200
2	$80 + 2 \cdot 120$	320

6° Básico
OA 9

Ticket de salida página:
12

Tomo 2

La expresión $2 \cdot x$, permite calcular el número de cuadrados de la figura **x**.



¿Cuántos cuadrados tiene la figura 15?

6° Básico
OA 9

Ticket de salida página:
13

Tomo 2

Ticket de salida

La expresión $2 \cdot x$, permite calcular el número de cuadrados de la figura x.

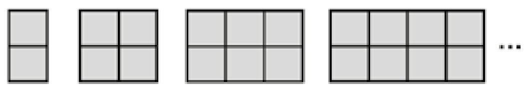


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

¿Existe una figura que tenga 205 cuadrados?

6° Básico
OA 9

Ticket de salida página:
13

Tomo 2

Santiago ahorra cada semana $350 para un juguete. La última semana decide ahorrar $250 extra. ¿Cuántas semanas ahorró, si cuando fue a sacar su dinero tenía $3 750? Utiliza una ecuación para resolver.

6° Básico
OA 11

Ticket de salida página:
16

Tomo 2

¿Cuál es la solución de la siguiente ecuación?

$$2 + 5 \cdot x = 12$$

6° Básico
OA 11

Ticket de salida página:
17

Tomo 2

Escribe un número en el espacio para que la ecuación tenga solución.

$$2 \cdot x + 4 = \boxed{}$$

6° Básico
OA 11

Ticket de salida página:
17

Tomo 2

Ticket de salida

Sandra compró 6 cajas con igual cantidad de manzanas, pero 8 de ellas venían podridas. Si ocupó el resto en hacer 82 manzanas confitadas, ¿cuántas venían en cada caja? Utiliza una ecuación para resolver.

6° Básico
OA 11

Ticket de salida página:
19

Tomo 2

¿Es 5 solución de la ecuación?

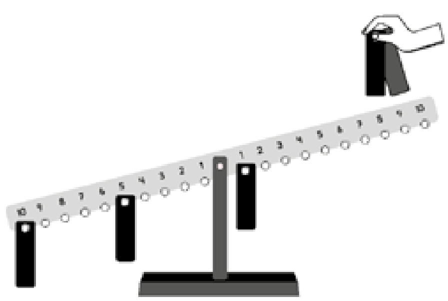
$$2 \cdot x - 2 = 5$$

6° Básico
OA 11

Ticket de salida página:
19

Tomo 2

¿En qué número se deben poner dos placas para equilibrar la balanza?



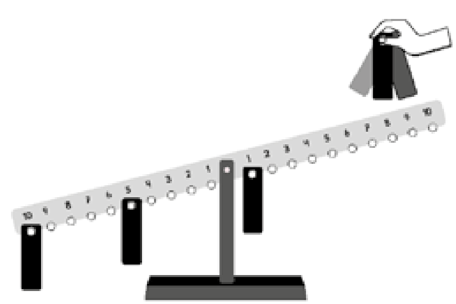
Escribe la ecuación

6° Básico
OA 11

Ticket de salida página:
20

Tomo 2

¿Se pueden poner tres placas en el mismo número para equilibrar la balanza?



6° Básico
OA 11

Ticket de salida página:
20

Tomo 2

Ticket de salida

Escribe un número en el espacio para que **5** sea solución de la ecuación.

$$2 \cdot x + 3 = \square$$

6° Básico
OA 11

Ticket de salida página: **21**

Tomo 2

Escribe un número en el espacio para que **3** sea solución de la ecuación.

$$2 \cdot x + \square = 10$$

6° Básico
OA 11

Ticket de salida página: **21**

Tomo 2

Calcula.

$$7{,}4 \cdot 30$$

6° Básico
OA 7

Ticket de salida página: **26**

Tomo 2

¿Cuál es el área de un rectángulo si su largo mide 20 cm y su ancho 9,5 cm?

Expresión:

Respuesta:

6° Básico
OA 7

Ticket de salida página: **26**

Tomo 2

Ticket de salida

Calcula.

$8{,}9 \cdot 21$

6° Básico
OA 7

Ticket de salida página:
27

Tomo 2

Calcula.

$6{,}5 \cdot 3{,}9$

6° Básico
OA 7

Ticket de salida página:
30

Tomo 2

¿Cuál es el área de una zona rectangular de largo 6,7 m y ancho 3,4 m?

Expresión:

Respuesta:

6° Básico
OA 7

Ticket de salida página:
30

Tomo 2

Calcula.

$8{,}3 \cdot 0{,}6$

6° Básico
OA 7

Ticket de salida página:
31

Tomo 2

Ticket de salida

Calcula.

$4 \cdot 17 \cdot 2{,}5$

6° Básico
OA 7

Ticket de salida página:
34

Tomo 2

Calcula.

$24 \cdot 3 + 7 \cdot 24$

6° Básico
OA 7

Ticket de salida página:
34

Tomo 2

Calcula.

$7{,}26 : 0{,}6 =$

6° Básico
OA 7

Ticket de salida página:
36

Tomo 2

Calcula.

$9{,}4 : 0{,}4 =$

6° Básico
OA 7

Ticket de salida página:
37

Tomo 2

Ticket de salida

Se necesita comprar 7,5 L de pintura. Si cada litro cuesta $95, ¿cuánto se debe pagar en total?

Expresión:

Respuesta:

6° Básico
OA 7

Ticket de salida página:
38

Tomo 2

Se llenó cada vaso con 0,2 L de jugo. Si se tenían 3,5 L de jugo, ¿cuántos vasos se alcanzaron a llenar y cuánto jugo sobró?

Expresión:

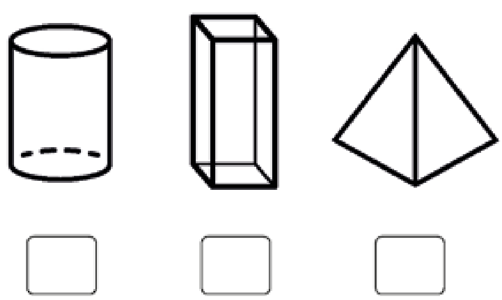
Respuesta:

6° Básico
OA 7

Ticket de salida página:
40

Tomo 2

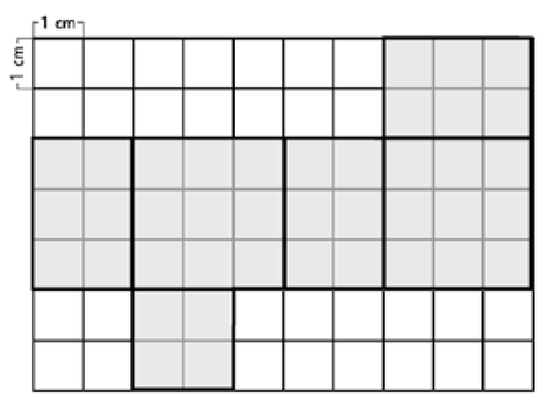
Marca con una x el paralelepípedo.



6° Básico
OA 13

Ticket de salida página:
42

Tomo 2



El área de la red es: cm²

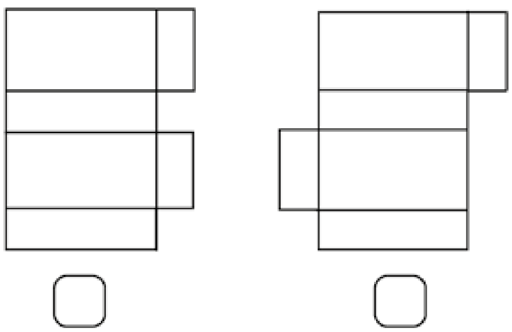
6° Básico
OA 13

Ticket de salida página:
43

Tomo 2

Ticket de salida

Marca con una x la red que forma un paralelepípedo.

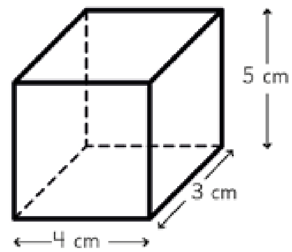


6° Básico
OA 13

Ticket de salida página:
44

Tomo 2

Marca con una x el cálculo que permite obtener el área del prisma rectangular.



$2 \cdot (4 \cdot 3) + 2 \cdot (4 \cdot 5) + 2 \cdot (5 \cdot 3)$ ☐

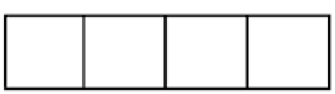
$(4 \cdot 3) + (4 \cdot 5) + (5 \cdot 3)$ ☐

6° Básico
OA 18

Ticket de salida página:
45

Tomo 2

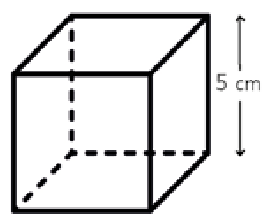
Completa la red para formar un cubo.



6° Básico
OA 13

Ticket de salida página:
46

Tomo 2



El área del cubo es: ____ cm^2

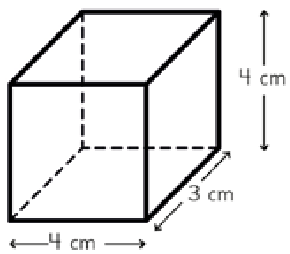
6° Básico
OA 18

Ticket de salida página:
47

Tomo 2

Ticket de salida

Escribe los números que faltan para obtener el área del paralelepípedo.



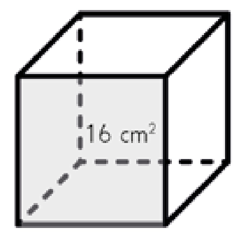
☐ • (4 • 3) + ☐ • (4 • 4)

6° Básico
OA 18

Ticket de salida página:
48

Tomo 2

El área de una cara del cubo es 16 cm^2.



La arista del cubo mide: ☐ cm

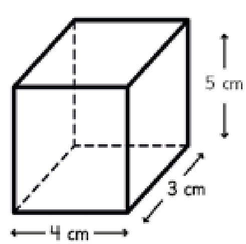
El área del cubo es: ☐ cm^2

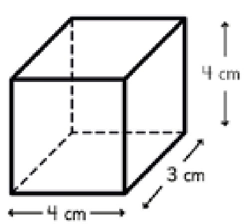
6° Básico
OA 18

Ticket de salida página:
49

Tomo 2

Marca con una x el paralelepípedo que tiene mayor área.



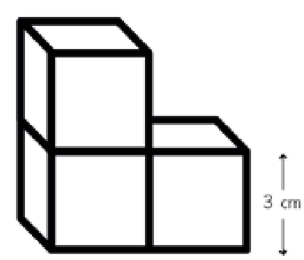


☐ ☐

6° Básico
OA 18

Ticket de salida página:
50

Tomo 2



El área de la figura es: ☐ cm^2

6° Básico
OA 18

Ticket de salida página:
51

Tomo 2

Ticket de salida

El diagrama muestra el número de días que tardaron en germinar las semillas plantadas al sol. ¿Cuántas plantas se registraron?

6° Básico
OA 22

Ticket de salida página:
53

Tomo 2

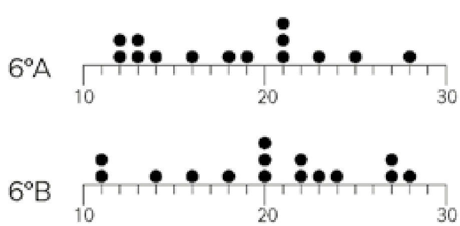
El diagrama muestra el número de días que tardaron en germinar las semillas plantadas a la sombra. ¿Cuántas plantas germinaron después de 10 días?

6° Básico
OA 22

Ticket de salida página:
53

Tomo 2

Los gráficos muestran el tiempo (en minutos) que dedicaron los niños en responder una prueba.



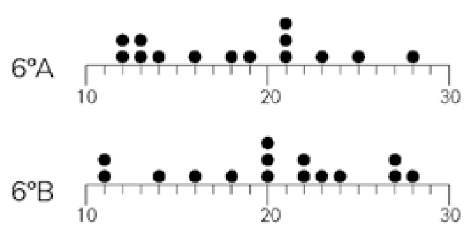
¿Cuántos estudiantes de cada curso demoraron más de 20 minutos?

6° Básico
OA 22

Ticket de salida página:
55

Tomo 2

Los gráficos muestran el tiempo (en minutos) que dedicaron los niños en responder una prueba.



¿Qué curso ocupó menos tiempo en responder la prueba?

6° Básico
OA 22

Ticket de salida página:
55

Tomo 2

Ticket de salida

Las tablas muestran los tiempos que ocuparon las participantes de una maratón femenina. ¿Cuántas competidoras marcaron más de 40 min entre ambos colegios?

Tiempos colegio A

Tallo	Hojas
2	6 8
3	2 2 3 3 4 6 8 9
4	1 1 1 3 5 8
5	1 2 2 5

Tiempos colegio B

Tallo	Hojas
2	5 9
3	1 1 4 6 8
4	0 0 0 2 2 3 4 7 7 8
5	1 2

6° Básico
OA 22

Ticket de salida página:
56

Tomo 2

Las tablas muestran los tiempos que ocuparon las participantes de una maratón femenina. ¿En qué escuela hubo más competidoras que marcaron entre 20 y 30 min?

Tiempos colegio A

Tallo	Hojas
2	6 8
3	2 2 3 3 4 6 8 9
4	1 1 1 3 5 8
5	1 2 2 5

Tiempos colegio B

Tallo	Hojas
2	5 9
3	1 1 4 6 8
4	0 0 0 2 2 3 4 7 7 8
5	1 2

6° Básico
OA 22

Ticket de salida página:
56

Tomo 2

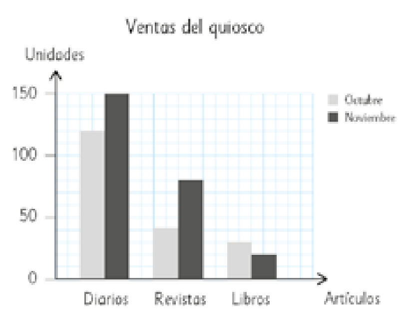
El gráfico muestra las ventas de un quiosco en dos meses. ¿Qué artículo tuvo mayor diferencia de ventas entre ambos meses?

6° Básico
OA 24

Ticket de salida página:
58

Tomo 2

El gráfico muestra las ventas de un quiosco en dos meses. ¿Entre qué artículos hubo una mayor diferencia en noviembre?



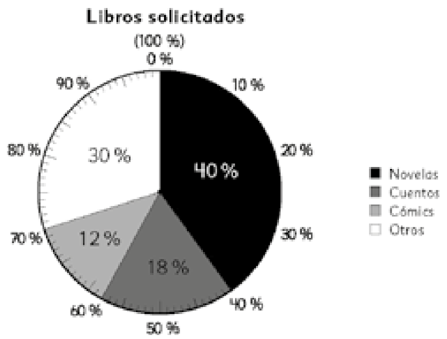
6° Básico
OA 24

Ticket de salida página:
58

Tomo 2

Ticket de salida

El gráfico muestra los tipos de libros que hay en una biblioteca. ¿Qué porcentaje de los libros corresponden a novelas?

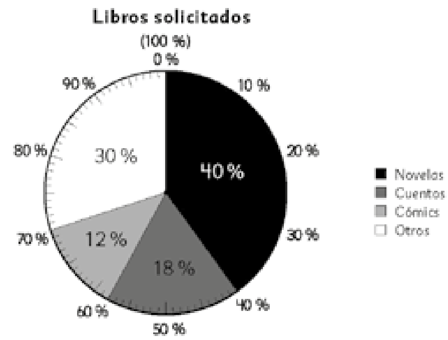


6° Básico
OA 24

Ticket de salida página: 60

Tomo 2

El gráfico muestra los tipos de libros que hay en una biblioteca. Si hay 2 500 libros, ¿cuántos son cómics?



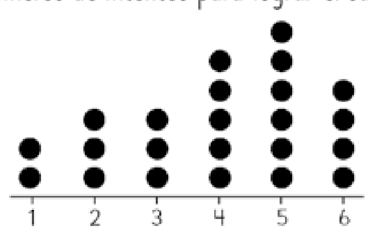
6° Básico
OA 24

Ticket de salida página: 60

Tomo 2

El diagrama de puntos muestra el número de intentos realizados por un grupo de niños hasta lograr un salto. ¿Cuántos niños lo lograron en menos de 5 intentos?

Números de intentos para lograr el salto



6° Básico
OA 22

Ticket de salida página: 61

Tomo 2

Completa el diagrama que resume los datos: 23, 27, 33, 34, 35, 35, 38, 40, 42, 43, 44, 44, 52.

Tallo	Hojas
2	3 7
3	3 4 5
4	0 2 3 4 4
5	2

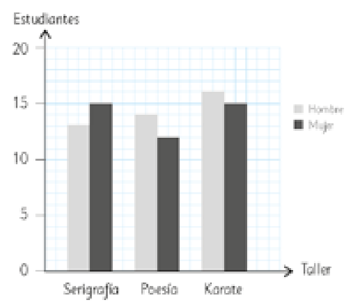
6° Básico
OA 22

Ticket de salida página: 61

Tomo 2

Ticket de salida

El gráfico muestra la elección de talleres según sexo. De las elecciones de las mujeres, ¿entre qué talleres existe la mayor diferencia?

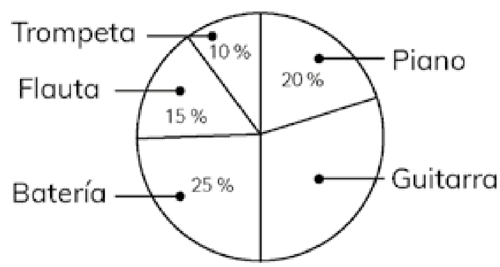


6° Básico
OA 24

Ticket de salida página:
62

Tomo 2

¿Qué porcentaje prefirió la guitarra?

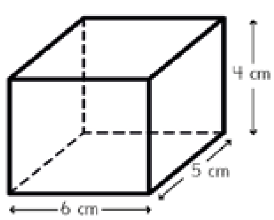


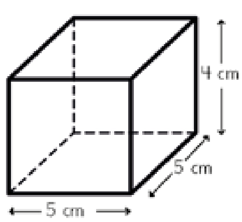
6° Básico
OA 24

Ticket de salida página:
62

Tomo 2

Marca con una x el cuerpo que tiene mayor tamaño.



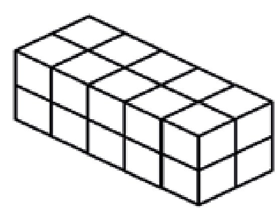


6° Básico
OA 19

Ticket de salida página:
65

Tomo 2

¿Cuántos cubos se utilizaron para formar la siguiente figura?

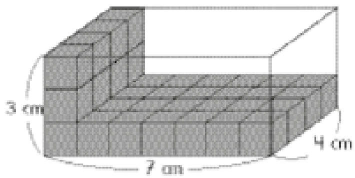


6° Básico
OA 19

Ticket de salida página:
67

Tomo 2

Ticket de salida



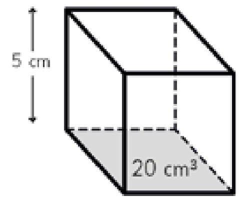
El volumen del prisma rectangular de largo 7 cm, ancho 4 cm y alto 3 cm es:

$\square$ cm^3

6° Básico
OA 19

Ticket de salida página:
68

Tomo 2



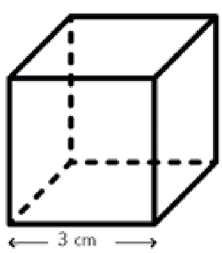
El volumen del prisma rectangular es:

$\square$ cm^3

6° Básico
OA 19

Ticket de salida página:
69

Tomo 2



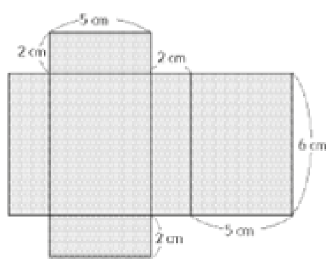
El volumen del cubo es: $\square$ cm^3

6° Básico
OA 19

Ticket de salida página:
70

Tomo 2

Con esta red se forma un paralelepípedo.



Su volumen es: $\square$ cm^3

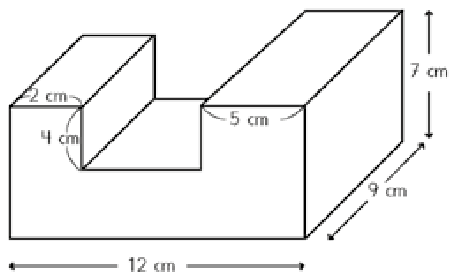
6° Básico
OA 19

Ticket de salida página:
71

Tomo 2

Ticket de salida

Calcula el volumen de la siguiente figura:

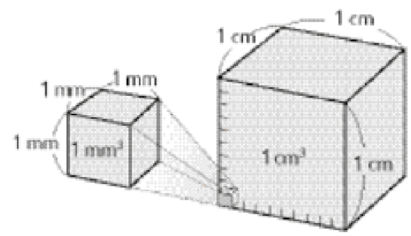


Su volumen es: $\square$ cm³

6° Básico
OA 19

Ticket de salida página:
72

Tomo 2



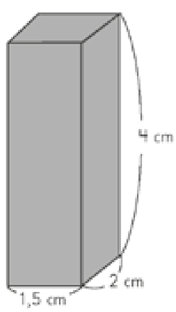
El volumen del cubo que mide 1 cm³

equivale a : $\square$ mm³

6° Básico
OA 19

Ticket de salida página:
74

Tomo 2



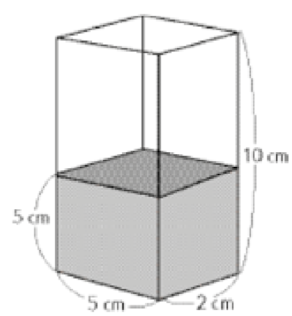
El volumen del paralelepípedo es:

$\square$ cm³

6° Básico
OA 19

Ticket de salida página:
75

Tomo 2



El volumen del agua que falta para

llenar el recipiente es : $\square$ cm³

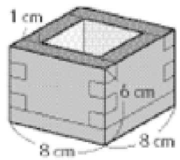
6° Básico
OA 19

Ticket de salida página:
76

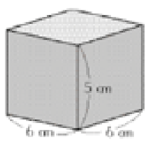
Tomo 2

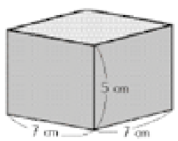
Ticket de salida

El recipiente se hizo con madera de 1 cm de espesor.



Marca el prisma que cabe exactamente en el recipiente.

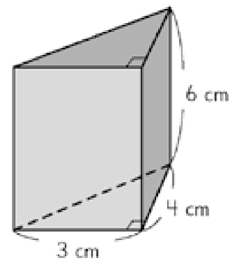




6° Básico
OA 18

Ticket de salida página:
77

Tomo 2



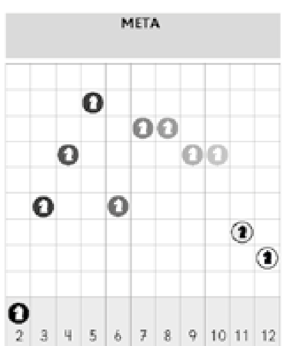
El volumen del prisma de base triangular es: ____ cm^3

6° Básico
OA 19

Ticket de salida página:
80

Tomo 2

¿Quién crees que ganará la partida? ¿Por qué?

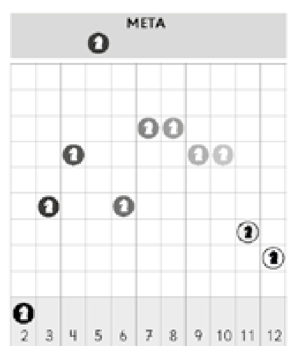


6° Básico
OA 23

Ticket de salida página:
82

Tomo 2

¿Por qué el caballo 2 no salió de la casilla inicial?



6° Básico
OA 23

Ticket de salida página:
82

Tomo 2

Ticket de salida

Una moneda se lanza 100 veces, ¿en cuántos de esos lanzamientos esperarías obtener cara? ¿Por qué?

6° Básico
OA 23

Ticket de salida página:
85

Tomo 2

Se extrae una bolita al azar de una bolsa que contiene bolitas de colores, se registra su color y se devuelve a la bolsa. Luego de 40 repeticiones se obtuvo lo siguiente:

Color	Total
Verde	9
Amarillo	10
Morado	11
Anaranjado	10

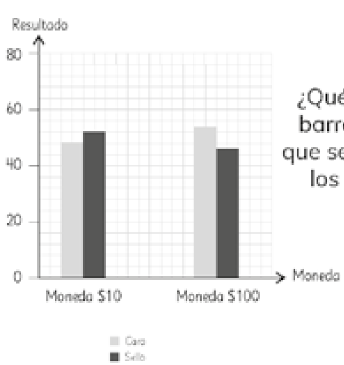
¿Qué puedes decir sobre las posibilidades de sacar una bolita de color morado?

6° Básico
OA 23

Ticket de salida página:
85

Tomo 2

Se lanzan dos monedas y se registra el resultado.



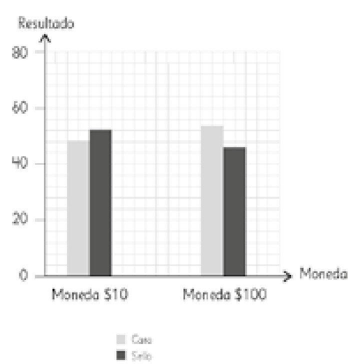
¿Qué pasará con las barras en la medida que se sigan repitiendo los lanzamientos?

6° Básico
OA 23

Ticket de salida página:
86

Tomo 2

A partir del gráfico, ¿se puede afirmar que al lanzar una moneda de $10 es más posible obtener Sello?



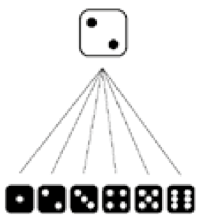
6° Básico
OA 23

Ticket de salida página:
86

Tomo 2

Ticket de salida

Al lanzar un dado se obtuvo 2. ¿Cuáles son todos los posibles pares de números que se pueden formar al lanzarlo nuevamente?

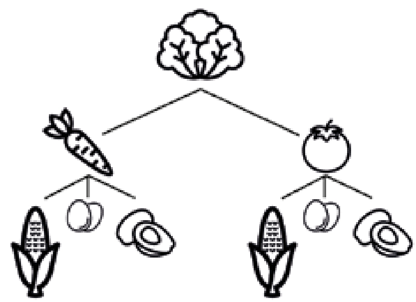


6° Básico
OA 23

Ticket de salida página:
89

Tomo 2

El siguiente diagrama resume las opciones de ensaladas para Valentina. ¿Cuántas ensaladas con zanahoria podría elegir?

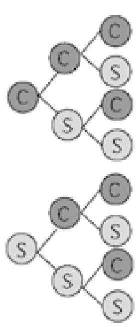


6° Básico
OA 23

Ticket de salida página:
89

Tomo 2

El diagrama corresponde al experimento de lanzar 3 monedas y registrar si resulta cara o sello. Escribe todos los resultados posibles.



6° Básico
OA 23

Ticket de salida página:
90

Tomo 2

Dibuja el diagrama que corresponda al experimento de lanzar 2 monedas y registrar si resulta cara o sello.

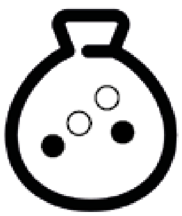
6° Básico
OA 23

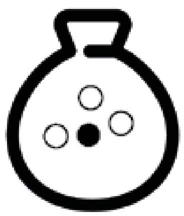
Ticket de salida página:
90

Tomo 2

Ticket de salida

Se extrae una bolita reiteradas veces y se concluye que es más posible que sea blanca. ¿Qué bolsa es la que se usó?


Bolsa 1


Bolsa 2

6° Básico
OA 23

Ticket de salida página:
92

Tomo 2

Se saca una ficha de cada una de las dos bolsas de la imagen y se registra la multiplicación entre los números. Escribe todos los posibles resultados.

Bolsa 1

Bolsa 2

6° Básico
OA 23

Ticket de salida página:
92

Tomo 2

Entre estas unidades: cm², cm³, m², kg.

Cuál elegirías para medir:

a) La superficie de tu casa: ____________

b) El volumen de un colchón: ____________

6° Básico
OA 18

Ticket de salida página:
98

Tomo 2

1 metro equivale a 1 000 ____________ .

1 kilómetro equivale a 1 000 ____________ .

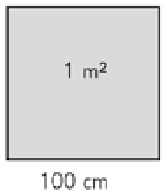
6° Básico
OA 18

Ticket de salida página:
99

Tomo 2

Ticket de salida

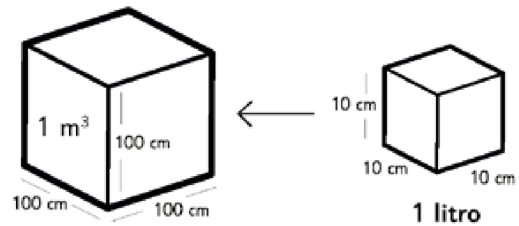
1 m equivale a 1 000 cm



5 m² equivalen a: ____ cm².

6° Básico
OA 18

Ticket de salida página:
100
Tomo 2



1 m cúbico equivale a ____ litros.

6° Básico
OA 19

Ticket de salida página:
101
Tomo 2

2,7 kg equivalen a ____ g.

800 g equivalen a ____ kg.

6° Básico
OA 19

Ticket de salida página:
102
Tomo 2

1 000 veces   1 000 veces

1 Kilómetro   1 Megametro   1 Gigametro
1 km   1 Mm   1 Gm

50 000 km equivalen a ____ Mm.

35 000 000 km equivalen a ____ Gm.

6° Básico
OA 19

Ticket de salida página:
105
Tomo 2

Solucionario
Tickets de salida

Solucionario Tickets de salida

Ticket de salida página 9
$2 \cdot x + 3 \cdot 250$

Ticket de salida página 11
$2 \cdot x + 2 \cdot y$

Ticket de salida página 12
$80 + x \cdot 120$

Ticket de salida página 13
30 cuadrados

Ticket de salida página 13
No, pues la figura 102 tiene 204 cuadrados y la figura 103 tiene 206 cuadrados.

Ticket de salida página 16
$x \cdot 350 + 250 = 3\,750$
$x = 10$

Ticket de salida página 17
$x = 2$

Ticket de salida página 17
Algún número mayor o igual que 4.

Ticket de salida página 19
$6 \cdot x - 8 = 82$
$x = 15$

Ticket de salida página 19
No, porque $2 \cdot 5 - 2$ es 8 y no 5.

Ticket de salida página 20
$10 + 5 = 1 + 2 \cdot x$
Se deben ubicar en el 7.

Ticket de salida página 20
No

Ticket de salida página 21
Se debe escribir 13.

Ticket de salida página 21
Se debe escribir 4.

Ticket de salida página 26
Expresión: $20 \cdot 9{,}5$
Respuesta: 190 cm^2.

Ticket de salida página 27
186,9

Ticket de salida página 30
25,35

Ticket de salida página 30
Expresión: $6{,}7 \cdot 3{,}4$
Respuesta: 22,78 m^2.

Ticket de salida página 31
4,98

Ticket de salida página 34
170

Ticket de salida página 34
240

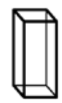
Ticket de salida página 36
4,356

Ticket de salida página 37
3,76

Ticket de salida página 38
Expresión: $7{,}5 \cdot 95$
Respuesta: Se deben pagar $712,5.

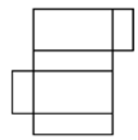
Ticket de salida página 40
Expresión: $3{,}5 : 0{,}2$
Respuesta: 17 vasos y sobró 0,1 L.

Ticket de salida página 42



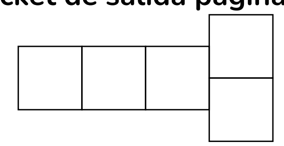
Ticket de salida página 43
40 cm^2.

Ticket de salida página 44



Ticket de salida página 45
$2 \cdot (4 \cdot 3) + 2 \cdot (4 \cdot 5) + 2 \cdot (5 \cdot 3)$

Ticket de salida página 46

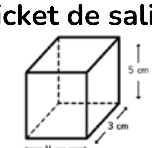


Ticket de salida página 47
125 cm^3.

Ticket de salida página 48
$4 \cdot (4 \cdot 3) + 2 \cdot (4 \cdot 4)$

Ticket de salida página 49
4 cm ; 96 cm^2.

Ticket de salida página 50



Ticket de salida página 51
126 cm^2.

Ticket de salida página 53
25 plantas.

Ticket de salida página 53
13 plantas.

Ticket de salida página 55
6 estudiantes del 6°A y 7 estudiantes del 6°B.

Ticket de salida página 55
El 6°A ya que en total ocuparon 256 minutos, en cambio el 6° B ocupó 303.

Ticket de salida página 56
19 competidoras en total.

Ticket de salida página 56
Fue la misma cantidad en ambas escuelas.

Ticket de salida página 58
Las revistas.

Ticket de salida página 58
Entre diarios y revistas.

Ticket de salida página 60
El 40% de los libros.

Ticket de salida página 60
300 son cómics.

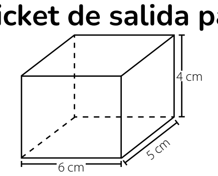
Ticket de salida página 61
15 niños.

Ticket de salida página 61

Tallo	Hojas
2	3 7
3	3 5 8
4	0 2 3 4 4
5	2

Ticket de salida página 62
Entre serigrafía y karate es la misma diferencia con poesía.

Ticket de salida página 62
El 30%.

Ticket de salida página 65


Ticket de salida página 67
20 cubos.

Ticket de salida página 68
84 cm^3.

Ticket de salida página 69
100 cm^3.

Ticket de salida página 70
27 cm^3.

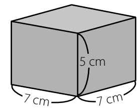
Ticket de salida página 71
60 cm^3.

Ticket de salida página 72
576 cm^3.

Ticket de salida página 74
1 000 mm^3.

Ticket de salida página 75
12 cm^3.

Ticket de salida página 76
50 cm^3.

Ticket de salida página 77


Ticket de salida página 80
36 cm^3.

Ticket de salida página 82
Respuesta variada. Se puede esperar que el caballo 5 porque está más cerca de la meta.

Ticket de salida página 82
Respuesta variada. Se debe obtener en los dados 1 y 1, algo que es poco posible.

Ticket de salida página 85
Respuesta variada. En 50, porque la tendencia es que la mitad de los lanzamientos sea cara y la otra mitad, sello.

Ticket de salida página 85
Respuesta variada. Es tan casi tan posible como obtener verde.

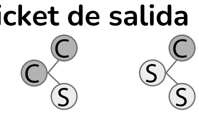
Ticket de salida página 86
Respuesta variada. Se irán nivelando.

Ticket de salida página 86
Respuesta variada. Sí, ya que la barra de los sellos de la moneda de $10 es más alta que la de las caras.

Ticket de salida página 89


Ticket de salida página 89
3 ensaladas.

Ticket de salida página 90
CCC, CCS, CSC, CSS, SCC, SCS, SSC, SSS.

Ticket de salida página 90


Ticket de salida página 92
La bolsa 2.

Ticket de salida página 92
2, 3, 4, 4, 6, 8, 9, 12.

Ticket de salida página 98
a) m^2. **b)** cm^3.

Ticket de salida página 99
1 metro equivale a 1 000 milímetros.
1 kilómetro equivale a 1 000 metros.

Ticket de salida página 100
5 000 cm^2.

Ticket de salida página 101
1 000 litros.

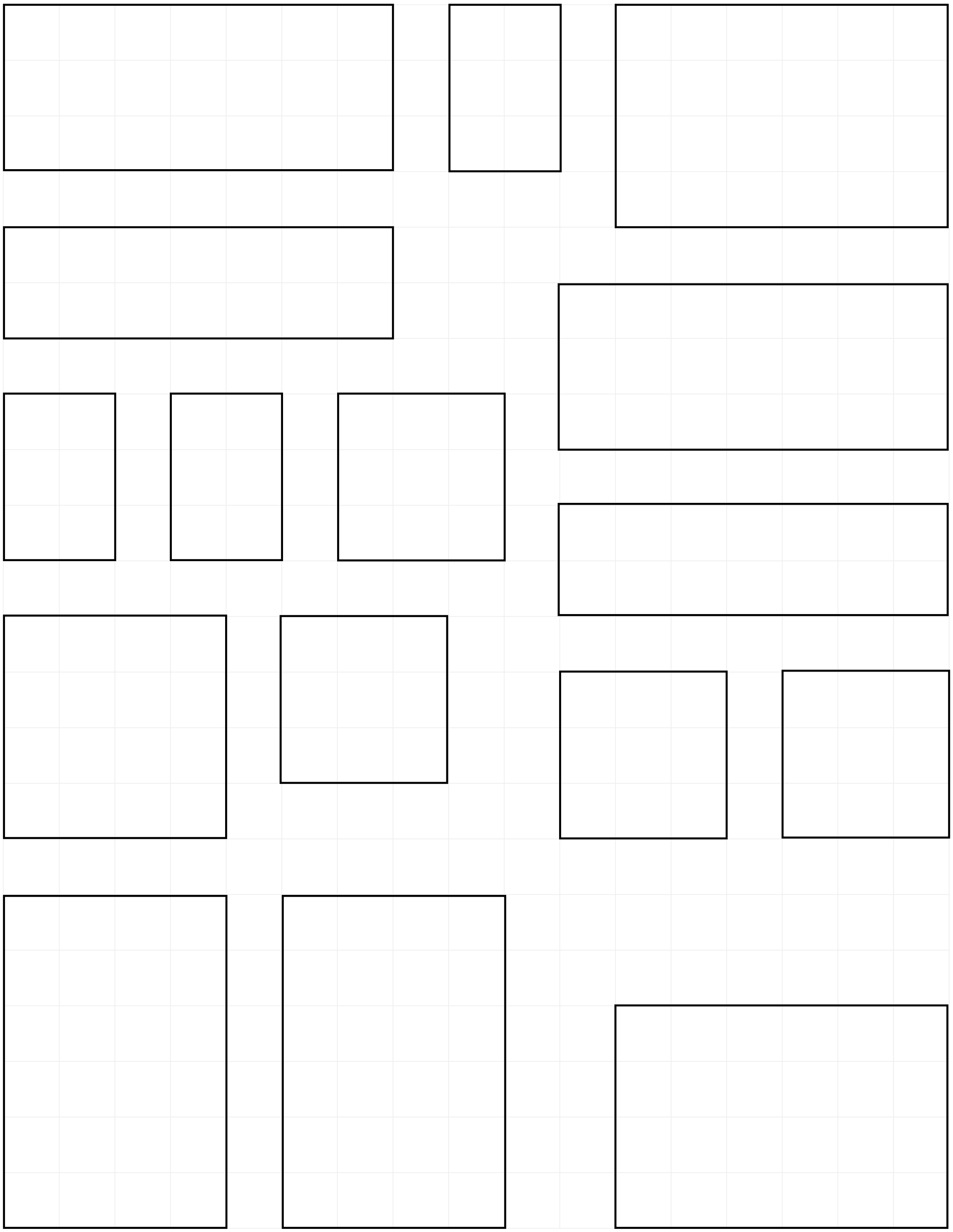
Ticket de salida página 102
2,7 kg equivalen a 2 700 g.
800 g equivalen a 0,8 kg.

Ticket de salida página 105
50 000 km equivalen a 50 Mm.
35 000 000 km equivalen a 35 Gm.

Anexo 3
Material didáctico recortable

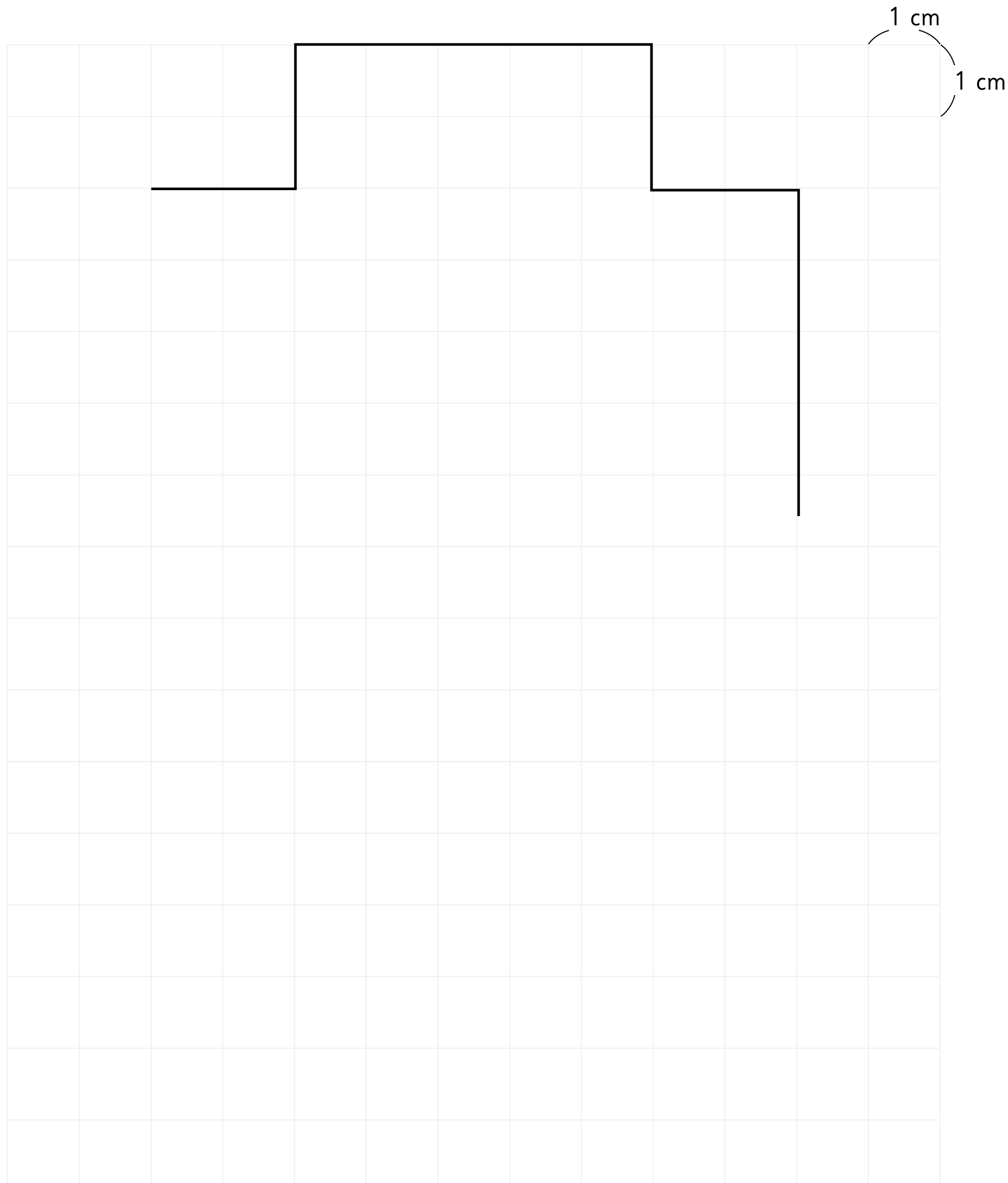
Anexo 1
Capítulo 13: Área de cubos y paralelepípedos

Texto del Estudiante
Pág. 42



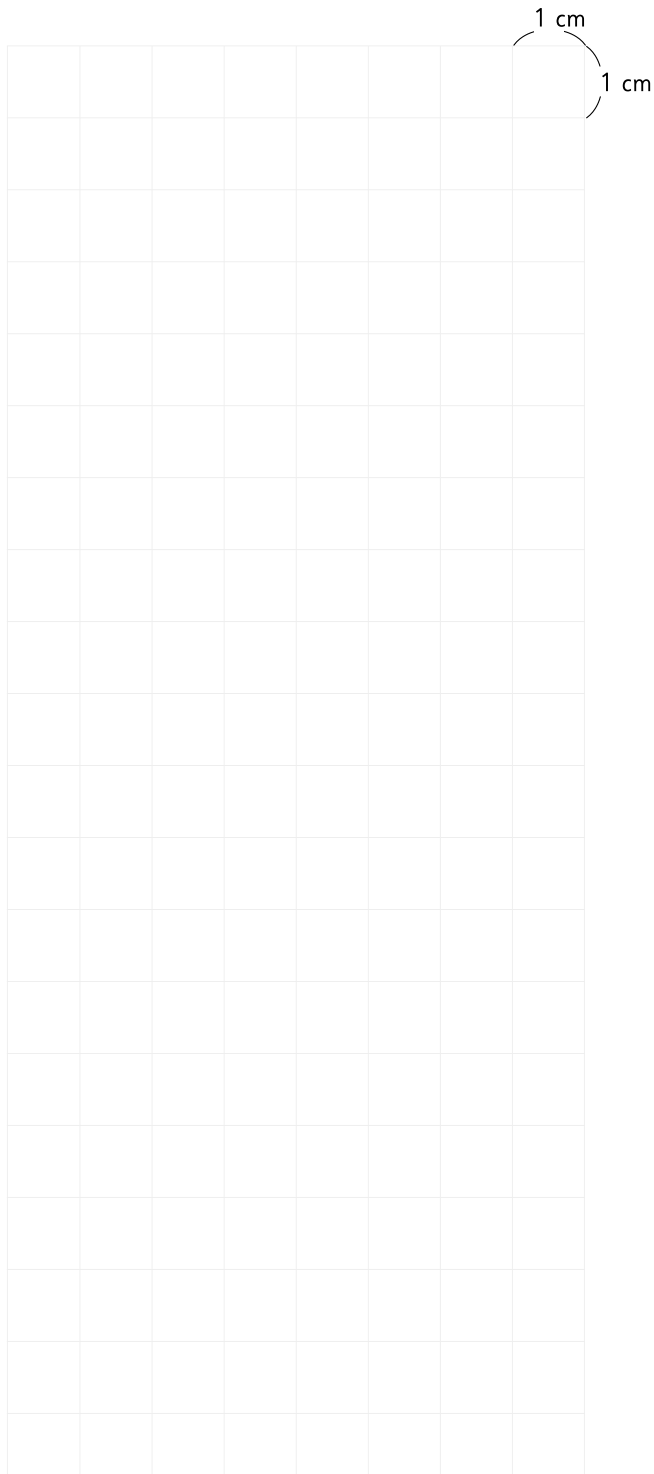
Anexo 2
Capítulo 13: Área de cubos y paralelepípedos

Texto del Estudiante Pág. 43



Anexo 3
Capítulo 13: Área de cubos y paralelepípedos

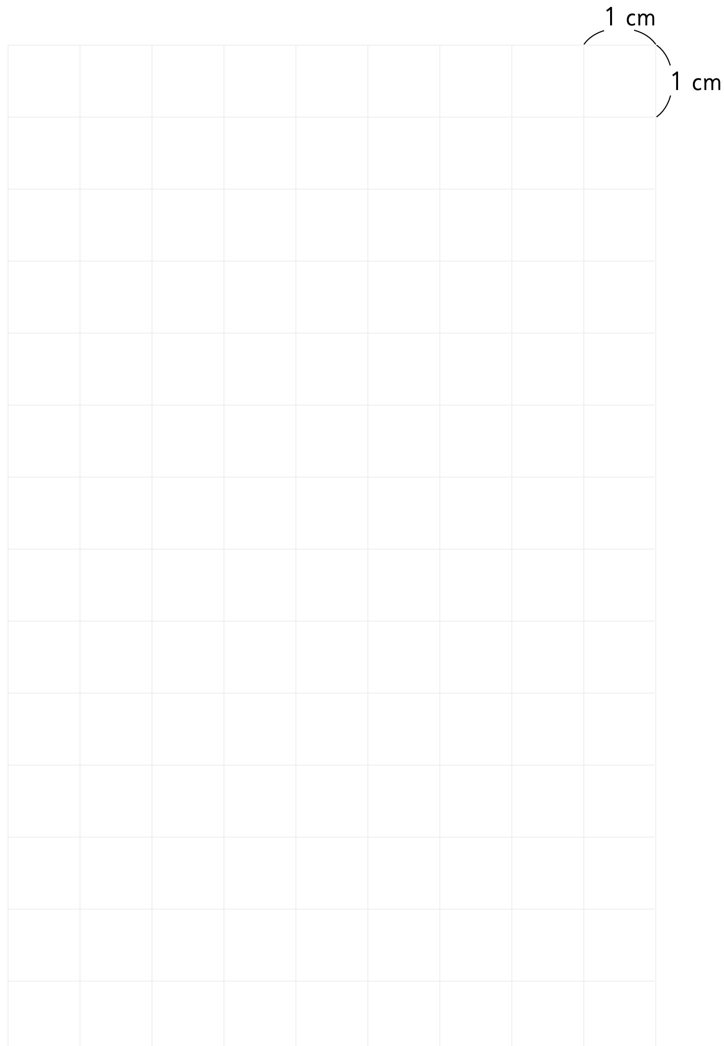
Texto del Estudiante Pág. 47



Página 83

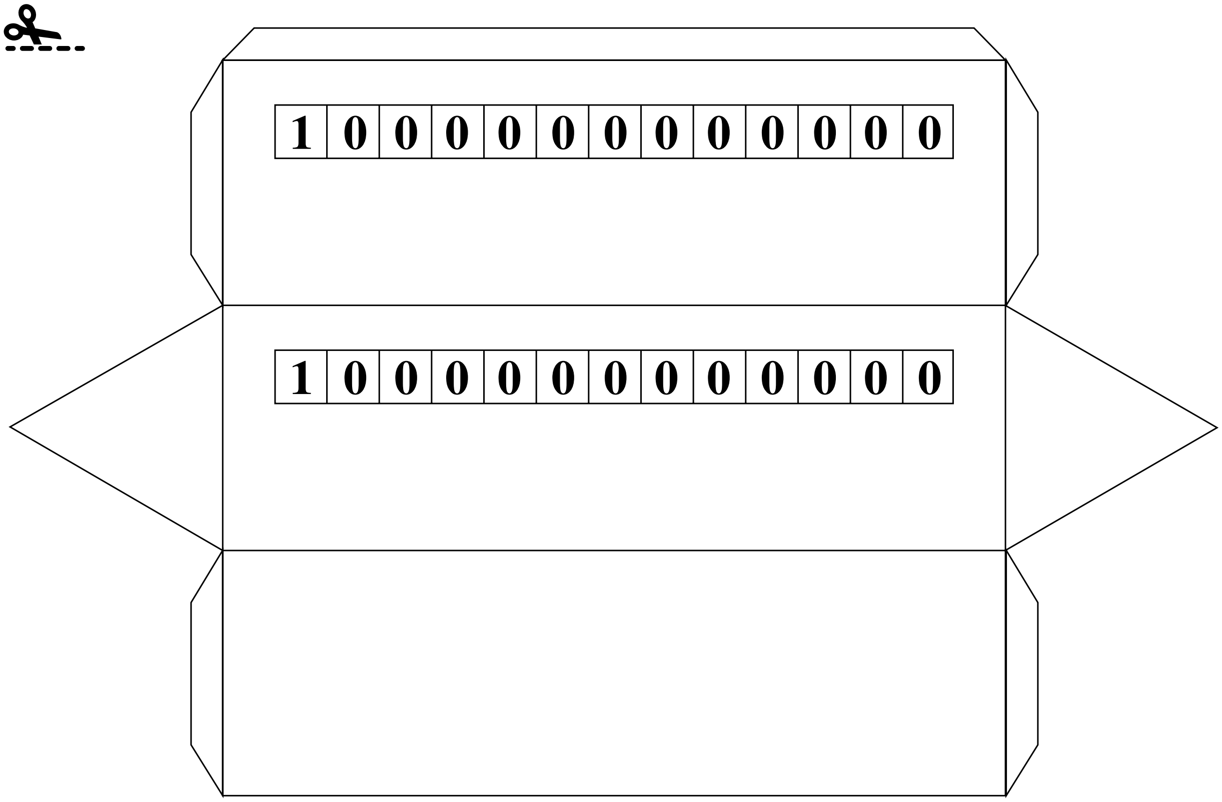
Anexo 4
Capítulo 15: Volumen de cubos y paralelepípedos

Texto del Estudiante
Pág. 64



km²		ha				m²				cm²		mm²
			km			m		cm	mm			

			kl			L	dl		ml			
			t			kg			g			mg
			m³						cm³			mm³



1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Índice temático

Bibliografía

- Araneda, A. M., Chandía, E., & Sorto, M. A. (2013). *Datos y azar para futuros profesores de Educación Básica*. Santiago de Chile: SM.
- Belmonte, J., & Chamorro, M. (1988). *El problema de la medida, didáctica de las magnitudes lineales*. Madrid: Síntesis.
- Calvo, X y otros. (2002). La geometría: *De las ideas del espacio al espacio de las ideas en el aula*. Barcelona: Editorial Graó.
- Cedillo, T., Isoda, M., Chalini, A., Cruz, V. & Vega E. (2012). *Matemáticas para la Educación Normal: Guía para el aprendizaje y enseñanza de la aritmética*. México D.F.: Contrapunto.
- Chamorro, M. (2006). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Madrid: Pearson Educación.
- Curcio, F. (2010). *Developing Data-Graph Comprehension in Grades K-8*. New York: Reston, Va. NCTM.
- Espinoza, L., & Mitrovich, D. (2001). *Estudiar matemáticas en el segundo ciclo básico: campos de problemas en torno a las fracciones*. Mineduc.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D.S., Moreno, J., Peck, R., Perry, M.& Scheaffer, R. (2005). *A Curriculum Framework for K-12 Statistics Education*. GAISE Report. American Statistical Association.
- García, M. (2006). *Didáctica de la geometría euclidiana: conceptos básicos para el desarrollo del pensamiento.* Bogotá: Editorial Magisterio.
- Gifford, C. (2018). *El libro de las comparaciones: midiendo el mundo a tu alrededor*. Santiago de Chile: Editorial Amanuta.
- Har, Y. B. (2012). *Modelo de Barras, una herramienta para la resolución de problemas*. Singapur: Marshall Cavendish.
- Isoda, M., Arcavi, A. & Mena, A. (2012). *El estudio de clases japonés en matemáticas: su importancia para el mejoramiento de los aprendizajes en el escenario global*. Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso.
- Isoda, M. & Katagiri, S. (2012). *Pensamiento matemático. ¿Cómo desarrollarlo en la sala de clases?* Santiago de Chile: Centro de Investigación Avanzada en Educación (CIAE), Universidad de Chile.
- Itzcovich, H. (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la geometría, De las construcciones a las demostraciones*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Kader, G. (2013). *Developing Essential Understanding of Statistics for Teaching Mathematics in Grades 6-8.* Reston, Va. NCTM.
- Lewin, R., López, A., Martínez, S., Rojas, D., & Zanocco, P. (2014). *Números para futuros profesores de Educación Básica*. Santiago de Chile: SM.

- Martínez, S. & Varas, L. (2014). *Álgebra para futuros profesores de Educación Básica*. Santiago de Chile: SM.
- Mineduc (2013). *Matemática. Programa de Estudio para sexto Año Básico*. Santiago de Chile: Ministerio de Educación.
- Mineduc (2018). *Bases curriculares*. Santiago de Chile: Ministerio de Educación.
- Panizza, M. (2005). *Razonar y conocer. Aportes a la comprensión de la racionalidad matemáticas de los alumnos*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Panizza, M. (2006). *Enseñar matemática en el nivel inicial y el primer ciclo básico de la EGB*. Buenos Aires: Paidós.
- Parra, C. & Saiz, I. (2007). *Enseñar aritmética a los más chicos: de la exploración al dominio.* Rosario de Santa Fe: Homosapiens.
- Reyes, C., Dissett L. & Gormaz R. (2013). *Geometría para futuros profesores de Educación Básica*. Santiago de Chile: SM.
- Sadovsky, P. (2005). *Enseñar matemáticas hoy. Miradas, sentidos y desafíos*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Skinner, S. (2008). *Geometría Sagrada: Descifrando el código*. Madrid: Gaia Ediciones.

Webgrafía

- www.curriculumenlinea.cl
- www.smconecta.cl/refip/