Guía Práctica

Muestras combinadas

Actividad 1

Un laboratorio está elaborando un nuevo tipo de test para detectar el consumo de esteroides. En las pruebas preliminares han detectado que 1 de cada 20 personas que no consumen esteroides presentan un resultado positivo en el test.

1. ¿Cómo se puede interpretar la razón $\frac{1}{20}$ en términos de probabilidades?

2. Se afirma que la probabilidad de que dos personas que no consumen esteroides den positivo en el test es $\left(\frac{1}{20}\right)^2$. ¿Qué supuestos se deben cumplir para asegurar que ese cálculo es correcto?

3. El laboratorio aplica el test a una muestra de 100 deportistas que no consumen esteroides y quiere calcular la probabilidad de que cierto número de ellos dé un resultado positivo en el test. ¿Cuál es la variable aleatoria que se está estudiando?

4. Considerando la variable aleatoria definida, señala qué representa y cuál es el valor de cada término en la expresión $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$

5. Señala que representan las siguientes probabilidades:

a) $P(X = 2)$

b) $P(X \leq 2)$

c) $P(X \geq 2)$

6. ¿Cuál es la probabilidad de que más de un deportista dé positivo en el test? Expresa esa probabilidad usando coeficientes binomiales.

Actividad 2

Bastián trabaja en el área de ventas de una empresa telefónica. Para ofrecer planes y servicios, llama por teléfono a potenciales clientes. Normalmente, el $30\ \%$ de las llamadas que realiza termina con la venta de algún producto o servicio.

Considera que existe independencia entre las llamadas, es decir, que el resultado de una llamada no afecta el resultado de las siguientes.

1. ¿Es posible considerar el número de ventas realizadas en n llamadas como un experimento binomial? Justifica tu respuesta.

2. Considera la variable aleatoria $X =$ "número de ventas realizadas en 20 llamadas". ¿Cuál es la probabilidad de que se hayan realizado k ventas?

3. ¿Cómo se puede expresar la probabilidad de que Bastián realice al menos dos ventas en 20 llamadas usando coeficientes binomiales?

Solucionario

Act. 1	**1.**	Representa la probabilidad de que al seleccionar al azar a una persona que no consume esteroides, esta dé un resultado positivo.
	2.	Como se está usando el principio multiplicativo, se asumió el supuesto de que ambos eventos son independientes. Es decir, se asumió que el hecho de que una persona consuma esteroides no afecta el comportamiento de la otra persona.
	3.	Si se define la variable aleatoria como X, entonces se tiene que $X =$ “cantidad de personas que dan positivo al test”.
	4.	De acuerdo con el modelo, n es el total de deportistas de la muestra, en este caso 100; p y $1 - p$ representan las probabilidades de obtener un valor positivo y uno negativo en el test, en este caso $\frac{1}{20}$ y $\frac{19}{20}$, respectivamente, y k representa el valor que toma la variable aleatoria.
	5.	a) La probabilidad de que exactamente dos deportistas den positivo al test. b) La probabilidad de que a lo más dos deportistas den positivo al test. c) La probabilidad de que al menos dos deportistas den positivo al test.
	6.	La probabilidad buscada es $P(X > 1)$, la cual se puede expresar como: $1 - \binom{100}{0} \cdot \left(\frac{1}{20}\right)^{0} \cdot \left(\frac{19}{20}\right)^{100} - \binom{100}{1} \cdot \left(\frac{1}{20}\right)^{1} \cdot \left(\frac{19}{20}\right)^{99}.$
Act. 2	**1.**	Dado que cada llamada puede terminar en una venta o no, podemos considerar cada una de estas como un experimento de tipo Bernoulli con probabilidad de éxito $p = 0,3$. Como, además, hemos supuesto que existe independencia entre el resultado de estas llamadas y que la probabilidad de éxito es constante e igual a p, el experimento de realizar n llamadas y observar el número de ventas exitosas distribuye como una binomial con parámetros n y p.
	2.	La probabilidad es $P(X = k) = \binom{20}{k} \cdot 0,3^{k} \cdot 0,7^{20-k}$.
	3.	$P(X \leq 2) =$ $\binom{20}{0} \cdot 0,3^{0} \cdot 0,7^{20} + \binom{20}{1} \cdot 0,3^{1} \cdot 0,7^{19} + \binom{20}{2} \cdot 0,3^{2} \cdot 0,7^{18}$