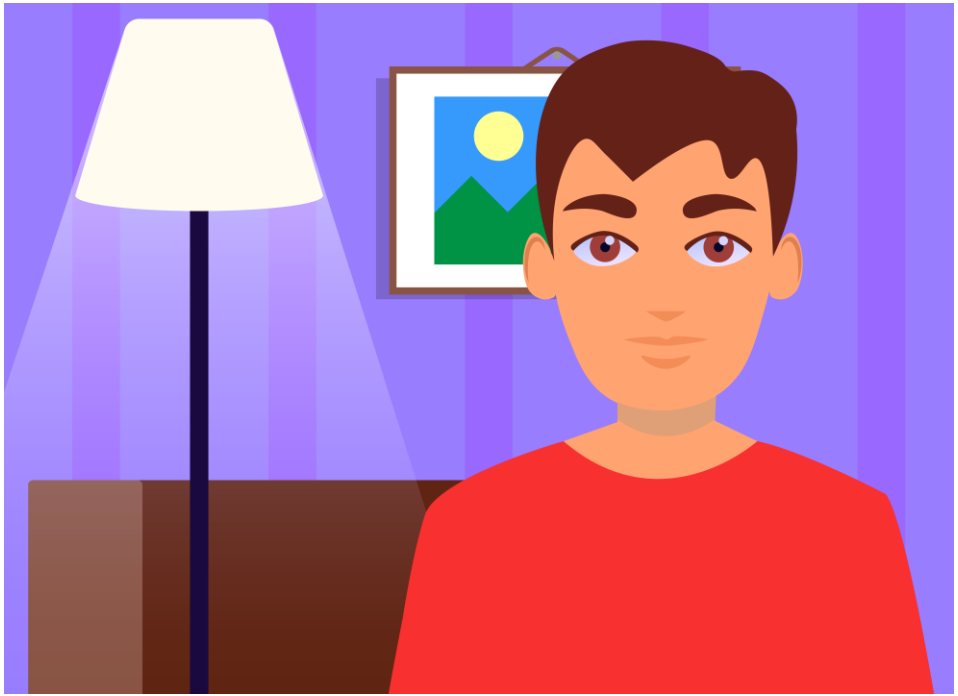
MAT CON
MATEMÁTICA CONECTADA

Tamaño de la pupila ante distintos niveles de iluminación

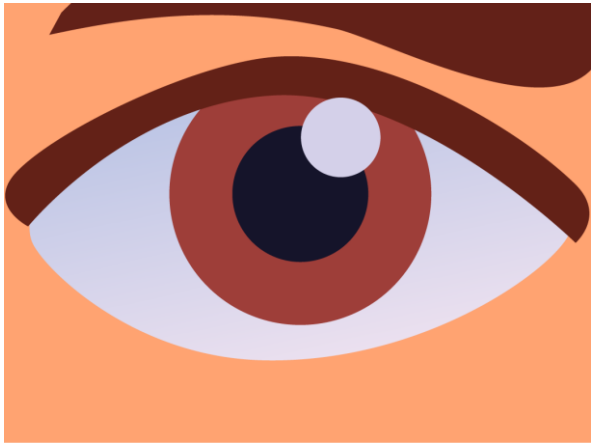
fcfm
CMMEdu
Laboratorio de Educación
Centro de Modelamiento Matemático
Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura
Cátedra UNESCO Formación de Docentes para Enseñar Matemática en el Siglo XXI Universidad de Chile
Ministerio de Educación
SEAMOS COMUNIDAD

Video Tamaño de la pupila



Tamaño de la pupila

- Si estás en un cuarto oscuro y alguien prende una luz intensa, ¿qué debería pasar con tu pupila?
- ¿Cuál es la función de la pupila?
- ¿Cuándo la pupila tiene menor tamaño? ¿Por qué?



Presentación del problema

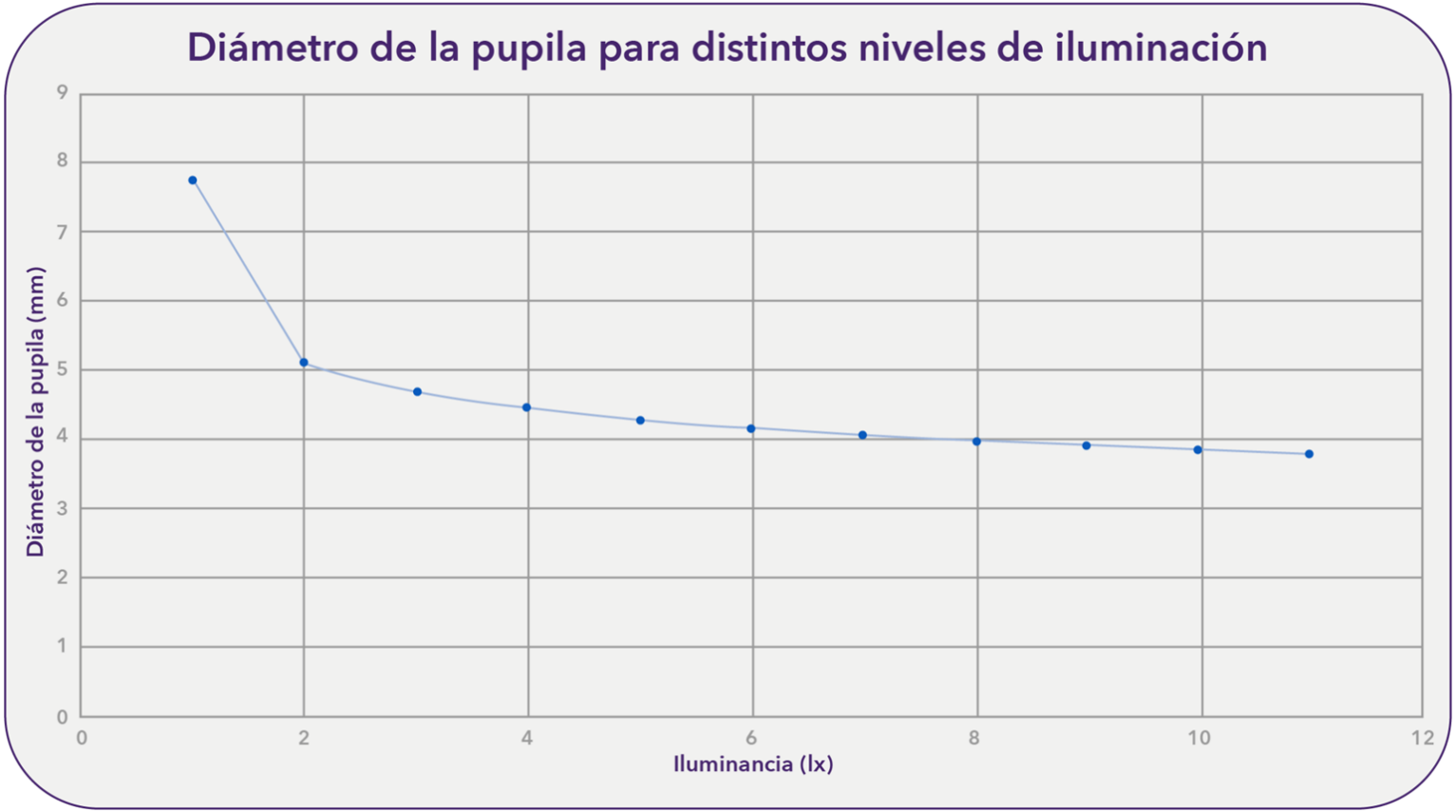
En el año 2019, en España, se realizó un estudio que desarrolló un sistema de medida del diámetro pupilar, con el que, posteriormente, se analizó el comportamiento de la pupila, y, en general, del ojo humano, ante distintos niveles de iluminación. El estudio consideró como base varias investigaciones científicas desarrolladas hasta la fecha. Además, contempló a personas entre los 20 y los 30 años.

Analizando los datos

	D(x)
0	7,75
0,25	5,849123706
1	5,071844434
10	3,774158681
20	3,445613961
30	3,273233705
40	3,160156759
50	3,077737412
100	2,850568188
150	2,736994405
200	2,664472656
250	2,612567742
300	2,572842321
350	2,541059375
400	2,514814636
450	2,49262375

$$D(x) = 7{,}75 - 5{,}75 \left(\frac{x^{0{,}41}}{x^{0{,}41} + k} \right)$$

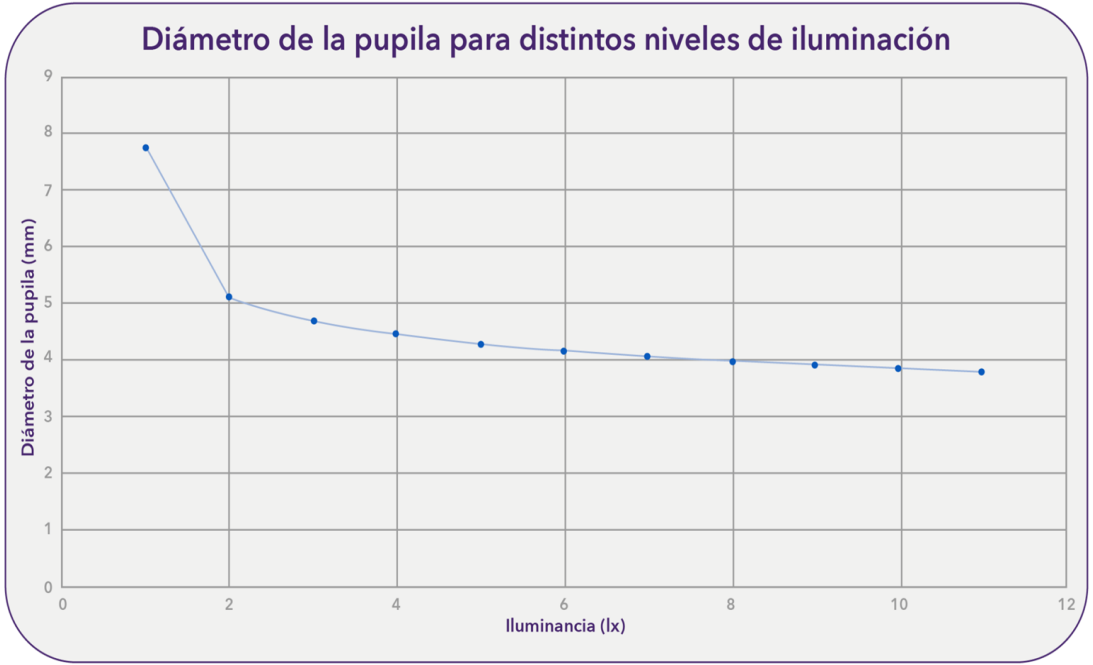
Donde x es la iluminancia (medida en lux)
y k es una constante que toma el valor de $1{,}147$


Diámetro de la pupila para distintos niveles de iluminación
Diámetro de la pupila (mm)
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
0
2
4
6
8
10
12
Iluminancia (lx)

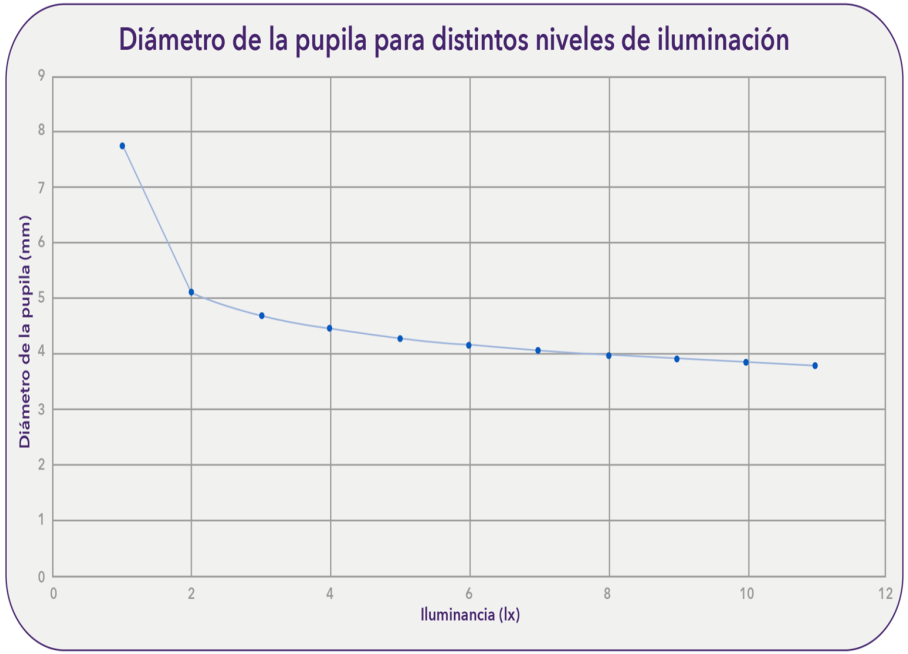
Actividad 1: Analizando el grafico

1. ¿Qué variable se representa en el eje de las abscisas?, ¿y en el de las ordenadas?

2. ¿Cuál es la unidad de medida del diámetro de la pupila?



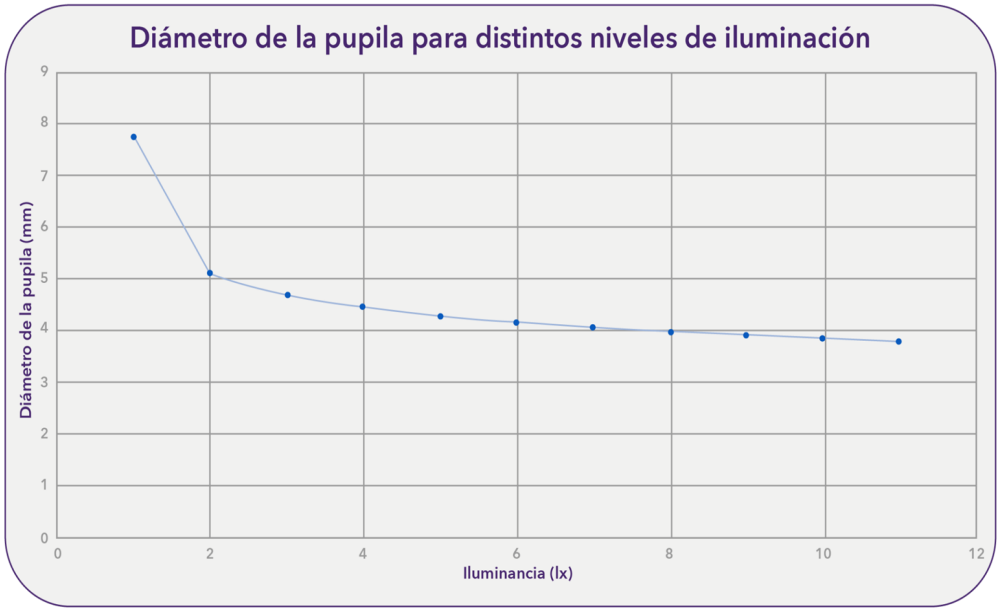
Analizando el gráfico



- Eje de las **abscisas**: iluminancia
- Eje de las **ordenadas**: diámetro de la pupila que está medido en milímetros.

Actividad 1: Analizando el gráfico

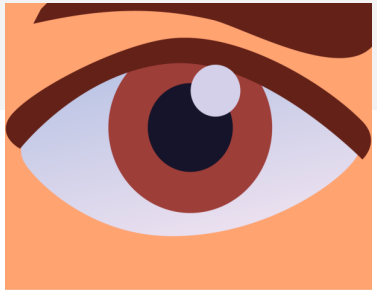
3. ¿Cuál es aproximadamente el diámetro de la pupila cuando la iluminancia es de 4 lx?

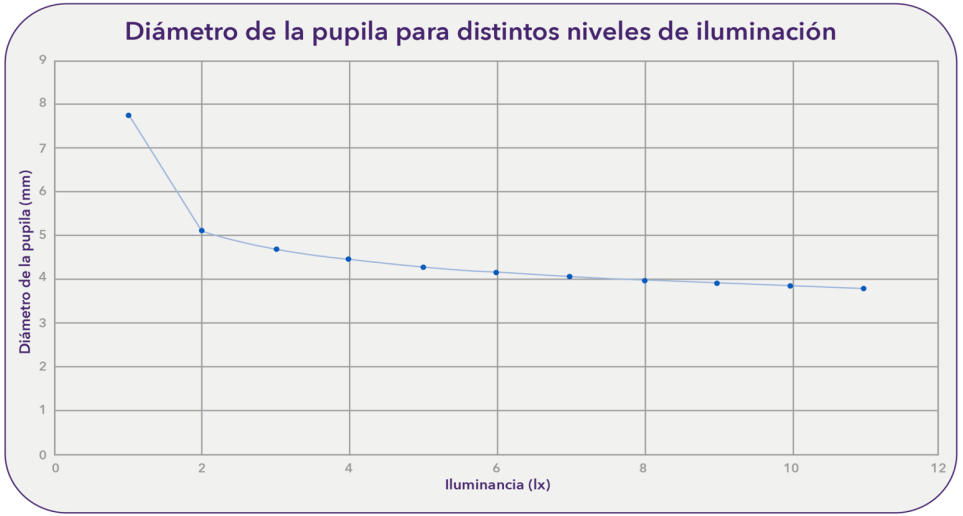


Analizando el gráfico

3. ¿Cuál es aproximadamente el diámetro de la pupila cuando la iluminancia es de 4 lx?

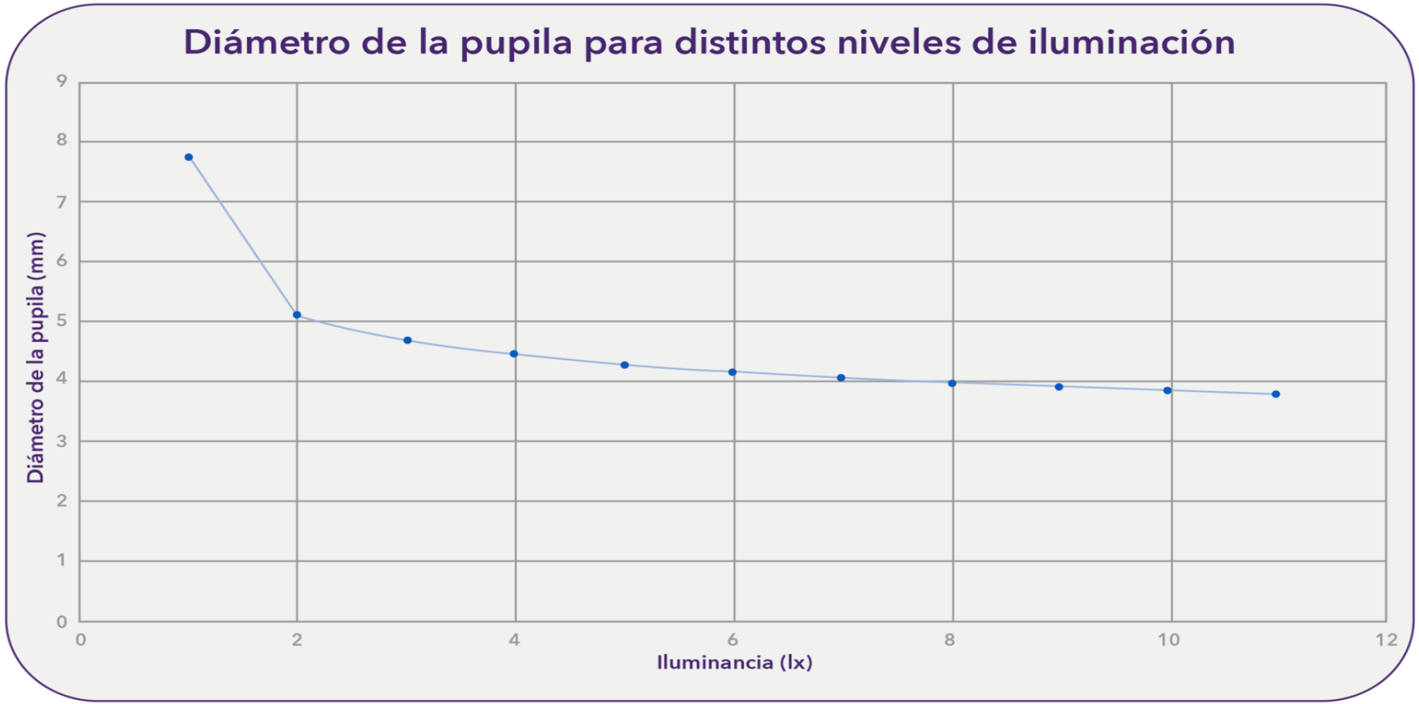
Entre 4,2 y 4,4 mm.





¿Cómo se comporta el diámetro de la pupila cuando la iluminancia aumenta significativamente?

¿Cómo podemos analizar el comportamiento de D(x) cuando x crece de forma indefinida?



Diámetro de la pupila

$$D(x) = 7{,}75 - 5{,}75\left(\frac{x^{0{,}41}}{x^{0{,}41} + k}\right)$$

Donde x es la iluminancia (medida en lux)
y k es una constante que toma el valor de 1,147

Hoja de Actividades

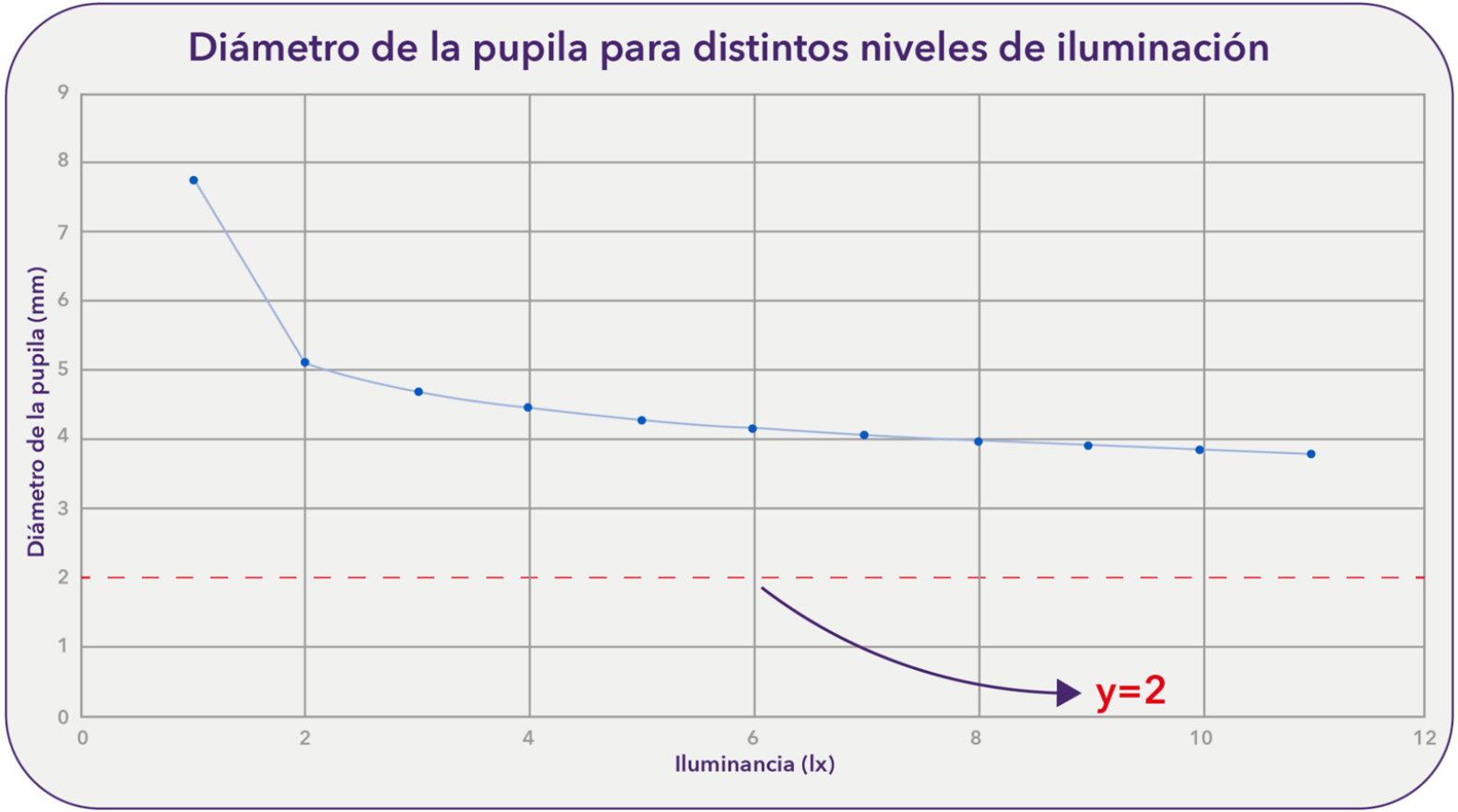
1. ¿Qué sucede con el valor de D(x) a medida que x aumenta? ¿Qué sucede cuando x toma valores muy grandes? Interprete el valor considerando el contexto.

2. ¿A qué recta se aproxima la función D cuando x toma valores muy grandes?

Hoja de Actividades

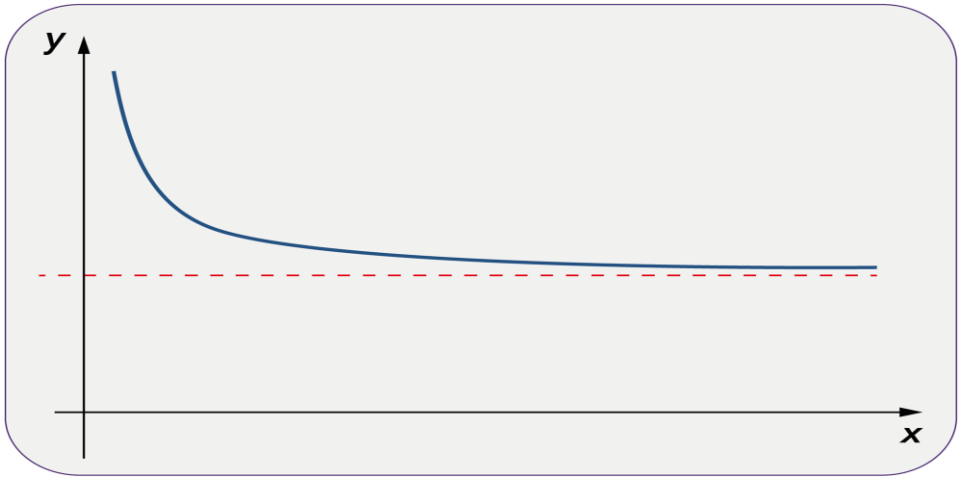
Cuando x aumenta la función tiende a 2, así, D(x) se aproxima tanto como uno quiera a 2 cuando x se hace suficientemente grande. Esto quiere decir que a medida que la iluminancia aumenta de forma indefinida el diámetro de la pupila tiende a medir 2 mm. Entonces podemos observar que se aproxima a la recta horizontal y = 2, como se ve en la siguiente imagen:

MAT CON
MATEMÁTICA CONECTADA



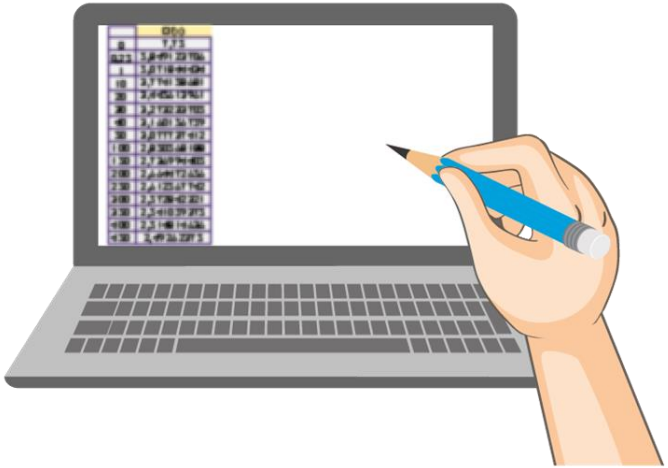
Sistematización

- Analizamos un tipo de comportamiento que consiste en que la función se acerca cada vez más a un valor numérico específico a medida que la variable toma valores más y más grandes. En este caso, la función se aproxima a alguna recta horizontal cuando x toma valores muy grandes.



Sistematización

- Usamos recursos computacionales para generar tablas de valores, y así llevar a cabo un estudio del comportamiento de una función al infinito.



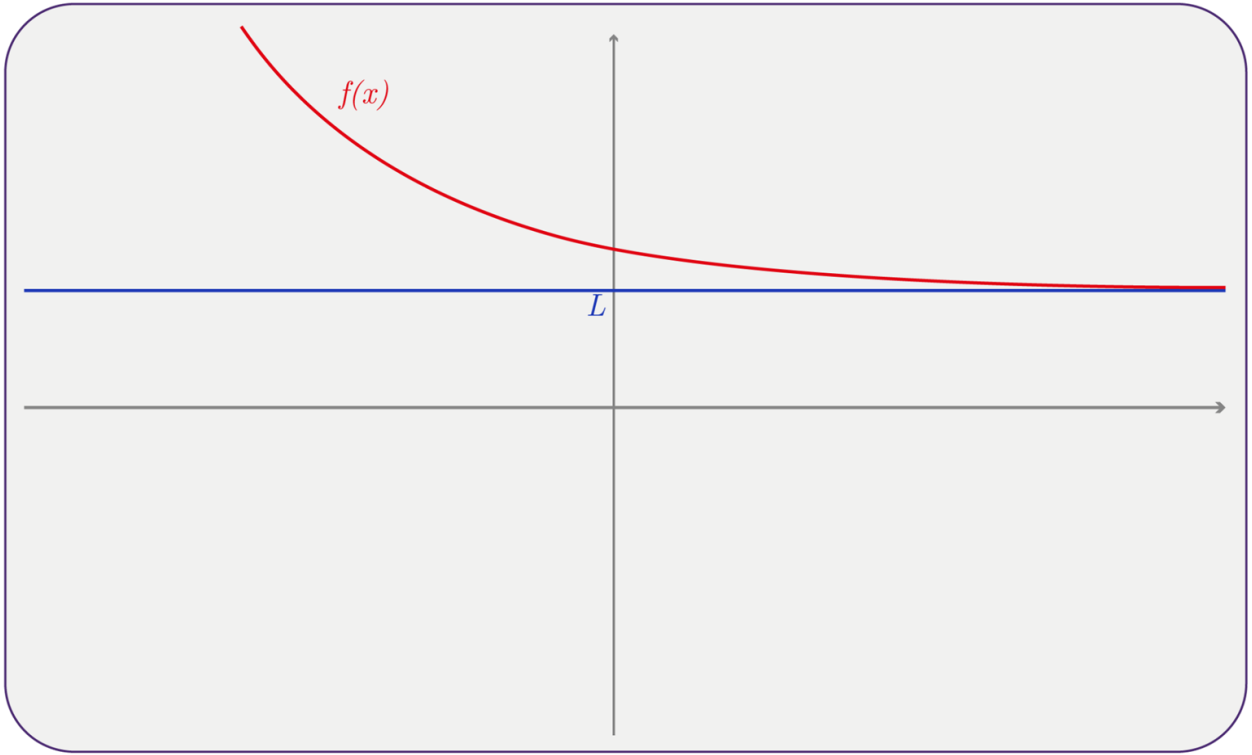
Sistematización

Para decir que los valores f(x) de una función se acercan a un número fijo L, a medida que x crece indefinidamente, usaremos la siguiente notación:

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = L$$

Esto se lee como “f(x) tiende a L cuando x tiende a infinito”. La expresión anterior dice que L es el límite de f(x) cuando x tiende a infinito.

Sistematización



MAT CON
MATEMÁTICA CONECTADA

Tamaño de la pupila ante distintos niveles de iluminación

fcfm
CMMEdu
Laboratorio de Educación
Centro de Modelamiento Matemático
Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura
Cátedra UNESCO Formación de Docentes para Enseñar Matemática en el Siglo XXI Universidad de Chile
Ministerio de Educación
SEAMOS COMUNIDAD