

Hoja de Actividades

El libro de arena

Consideremos que el libro de arena tiene las siguientes propiedades:

- Cada hoja tiene una hoja inmediatamente anterior y una inmediatamente posterior.
- Dadas dos hojas del libro, siempre se puede llegar de una a la otra pasando páginas.

Actividad 1

Consideremos las hojas del libro de arena como si fueran números, de modo que:

- Cada hoja se corresponde con un número distinto.
- Si una hoja está antes que otra, le corresponde un número menor.

¿Es posible hacer esto usando los **números naturales**? Justifica.

Actividad 2

Al igual que en la actividad anterior, consideremos las hojas del libro de arena como si fueran números, de modo que:

- Cada hoja se corresponde con un número distinto.
- Si una hoja está antes que otra, le corresponde un número menor.

¿Es posible hacer esto usando los **números enteros**? Justifica.

Actividad 3

Pensemos ahora en un libro imaginario en el que todas sus hojas se pueden etiquetar de la siguiente forma:

- Abrimos este libro en cualquier hoja, y le asignamos el 1, a la anterior el número $\frac{1}{2}$, a la anterior a esa el número $\frac{1}{3}$, y así sucesivamente.
- Con este procedimiento estamos etiquetando solo la hoja que escogimos y las anteriores. Después veremos cómo etiquetar las hojas posteriores.

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántas hojas hay entre la hoja etiquetada con el número $\frac{1}{10}$ y la etiquetada con el número $\frac{1}{2}$, ambas incluidas?
2. Si $m > n$, ambos números naturales, ¿qué hoja está antes, la etiquetada $\frac{1}{n}$ o la etiquetada $\frac{1}{m}$?
3. Este libro, ¿tiene primera hoja?
4. Si etiquetamos la tapa frontal, ¿qué número sería apropiado asignarle?

Actividad 4

Continuemos etiquetando las hojas del libro de la actividad anterior, de la siguiente forma:

A la hoja siguiente a la hoja que etiquetamos con el 1, le damos el número $2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$, a la que sigue $2 - \frac{1}{3}$, es decir $\frac{5}{3}$, a la que sigue $2 - \frac{1}{4}$, o sea $\frac{7}{4}$, y así sucesivamente.

Responde las siguientes preguntas:

1. Si contamos 10 hojas a partir de la hoja etiquetada con el número 1, ¿qué etiqueta tiene esa hoja?
2. ¿Cuántas hojas hay entre la hoja etiquetada con $\frac{1}{2}$ y la etiquetada con el número $\frac{9}{5}$, incluyendo ambas?
3. Este libro, ¿tiene última hoja?
4. Si etiquetamos la tapa posterior, ¿qué número sería apropiado asignarle?