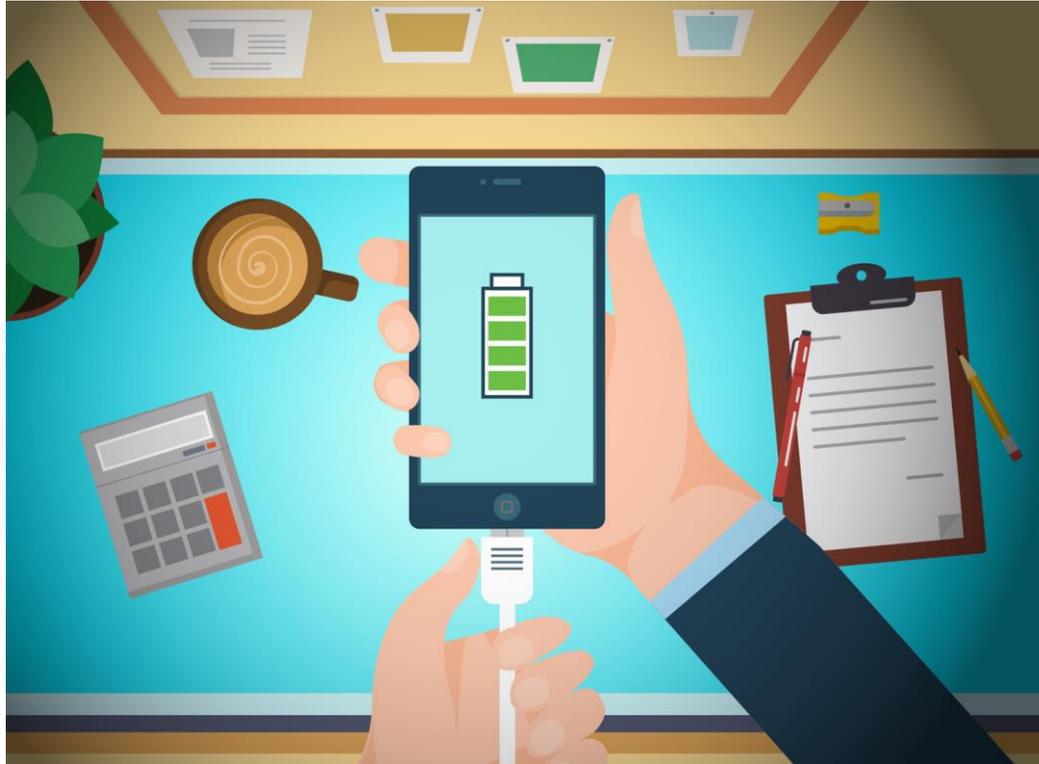




Baterías



Baterías



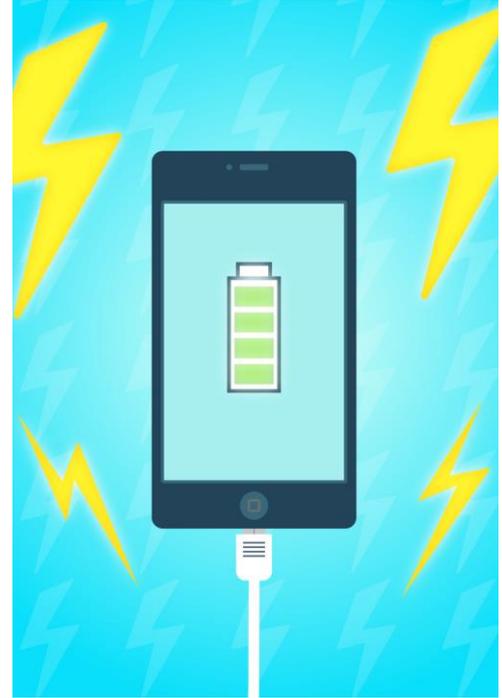
Baterías

- ¿Cuánto tiempo dura la carga completa de tu celular?
- ¿De qué factores depende el tiempo de carga de una batería?
- De acuerdo a la tabla vista en el video, ¿la velocidad de carga de la batería es mayor o menor a medida que se va cargando el celular?



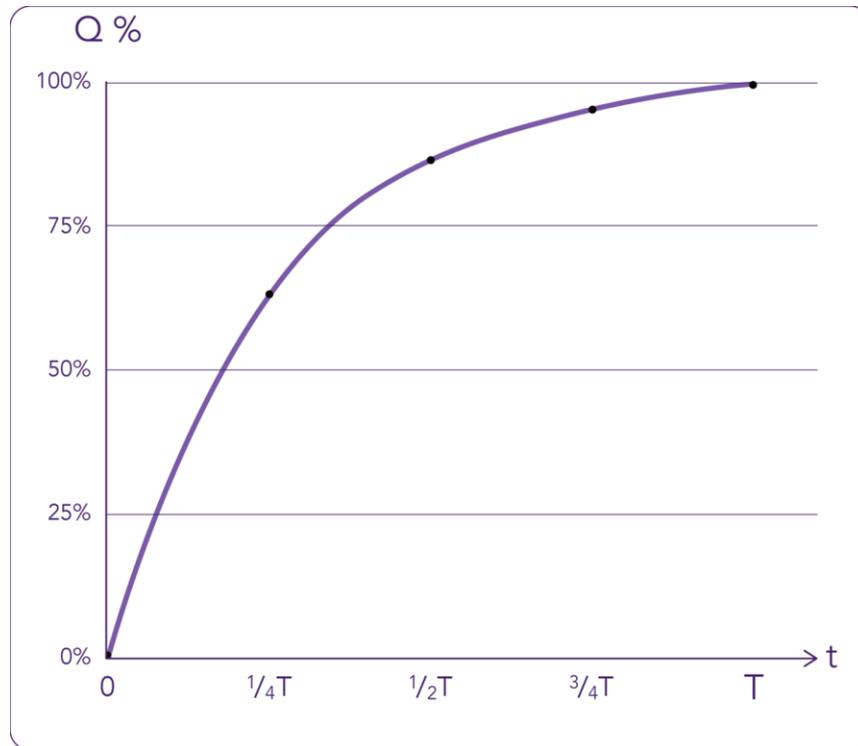
Problema

¿Cómo podemos determinar la velocidad de carga de una batería en un momento dado?



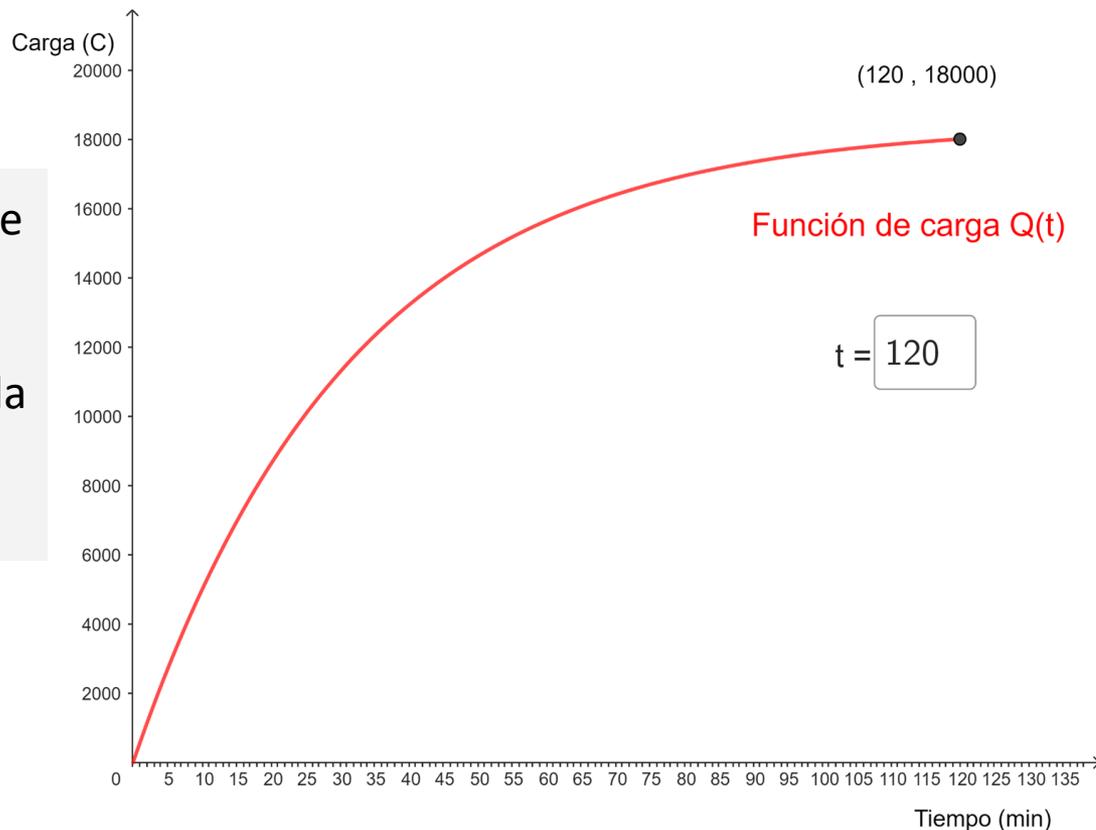
Baterías

Tiempo	Porcentaje de carga
$\frac{1}{4}T$	63,2%
$\frac{1}{2}T$	86,5%
$\frac{3}{4}T$	95%
T	100%



Baterías

- La batería tiene una capacidad máxima (carga nominal), medida en Coulomb (C), de 18.000 C.



- Su tiempo de carga nominal es de 120 minutos. Es decir, si la batería está totalmente descargada, demora ese tiempo en llegar a su capacidad nominal.

Actividad 1

1. Completa la tabla, aproximando tu respuesta a valores enteros.

Nivel de carga (en C)	Tiempo de carga (en minutos)
0	0
	10
	20
	30
	45
	60
	90
18.000	120

Actividad 1

2. Verifica que los porcentajes de carga de esta batería a los 30, 60 y 90 minutos, coinciden con los porcentajes de carga de una batería genérica descritos en el video. Recuerda que el tiempo de carga nominal de la batería Celular es de $T=120$ minutos.

Batería genérica		Batería Celular	
Tiempo	Porcentaje de carga	Tiempo	Porcentaje de carga
$\frac{1}{4}T$	63,2%	$T/4 = 30 \text{ min}$	$\frac{11269}{18000} \cdot 100\% \approx 62,61\%$
$\frac{1}{2}T$	86,5%	$T/2 = 60 \text{ min}$	
$\frac{3}{4}T$	95%	$3T/4 = 90 \text{ min}$	
T	100%	$T = 120 \text{ min}$	100%

Actividad 1

Nivel de carga (en C)	Tiempo de carga (en minutos)
0	0
4.983	10
8.618	20
11.269	30
13.964	45
15.643	60
17.341	90
18.000	120

Actividad 1

Batería genérica		Batería Celular	
Tiempo	Porcentaje de carga	Tiempo	Porcentaje de carga
$T/4$	63,2%	$T/4 = 30 \text{ min}$	62,61%
$T/2$	86,5%	$T/2 = 60 \text{ min}$	86,91%
$3T/4$	95%	$3T/4 = 90 \text{ min}$	96,34%
T	100%	$T = 120 \text{ min}$	100%

Baterías

- La velocidad media corresponde a la razón entre el cambio que experimenta una variable en un intervalo de tiempo (Δy) y el ancho de dicho intervalo (Δt).

Velocidad media = $\frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1}$, donde t_1 es el tiempo inicial y t_2 es el tiempo final.

- En el caso de la función de carga $Q(t)$ que estamos analizando, la velocidad promedio de carga en un intervalo de tiempo dado se calcula:

$$\text{Velocidad media} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{Q(t_2) - Q(t_1)}{t_2 - t_1}$$

Baterías

Como ejemplo, calculemos la velocidad de carga media entre 0 y 10 minutos para la batería Celular:

$$\text{Velocidad media} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{Q(10) - Q(0)}{10 - 0} = \frac{4.983 - 0}{10} = 498,3 \frac{\text{C}}{\text{min}}$$

Actividad 1



3. Usando los valores de la tabla del ítem 1, calcula la velocidad media de la carga de la batería Celular entre los 20 y 30 minutos.

Baterías

Estos cálculos de velocidades medias también pueden ser representados de manera gráfica, usando un recurso de GeoGebra

Este recurso muestra:

- La función de carga $Q(t)$.
- La recta secante que pasa por dos puntos móviles, P_1 y P_2 .
- Los valores de Δt y ΔQ .
- La pendiente m de la recta secante, que se calcula a partir de Δt y ΔQ .
- Los valores de t_1 y t_2 asociados a los puntos P_1 y P_2 .

Actividad 1



4. Usando el recurso, calcula la velocidad media de la carga de la batería Celular entre los 30 y 45 minutos.

Actividad 2

Utiliza el recurso GeoGebra para responder las siguientes preguntas:

1. Completa la siguiente tabla:

a.

$t_2 = 30$	t_1	Δt	Razón de cambio (Pendiente recta secante) $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$
30	20	10	265,14
30	29	1	229,11
30	29,9		
30	29,99		
30	29,999		

Actividad 2

1. Completa la siguiente tabla:

b.

$t_2 = 30$	t_1	Δt	Razón de cambio (Pendiente recta secante) $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$
30	40	-10	265,14
30	31	-1	229,11
30	30,1		
30	30,01		
30	30,001		

Actividad 2

$t_2 = 30$	t_1	Δt	Razón de cambio (Pendiente recta secante) $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$
30	20	10	265,14
30	29	1	229,11
30	29,9	0,1	225,87
30	29,99	0,01	225,55
30	29,999	0,001	225,52

Actividad 2

$t_2 = 30$	t_1	Δt	Razón de cambio (Pendiente recta secante) $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$
30	40	-10	193,41
30	31	-1	222
30	30,1	-0,1	225,16
30	30,01	-0,01	225,48
30	30,001	-0,001	225,51

Actividad 2

2. Al observar ambas tablas, ¿qué sucede con la pendiente de la recta secante cuando Δt tiende a 0?

Baterías

- En la medida que Δt tiende a 0, la recta secante se va pareciendo cada vez más a la recta tangente al gráfico de $Q(t)$ en el punto $(30, Q(30))$.
- Aunque la recta secante se acerque a la recta tangente tanto como se quiera, siempre será una secante.
- Cuando Δt tiende a 0, la pendiente de la recta secante tiende a la pendiente de la recta tangente al gráfico de $Q(t)$ en el punto $(30, Q(30))$.

Baterías

- Lo anterior implica que la velocidad a la que está cambiando la carga de la batería en el instante $t = 30$ (velocidad instantánea) es igual al límite de las velocidad media cuando Δt tiende a 0. Esto se puede expresar:

$$\textit{Velocidad instantánea} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

- Utilizando el recurso de GeoGebra pudimos estimar que el la velocidad instantánea de la función de carga $Q(t)$ en el instante $t = 30$ es $225,515 \left[\frac{\text{C}}{\text{min}} \right]$

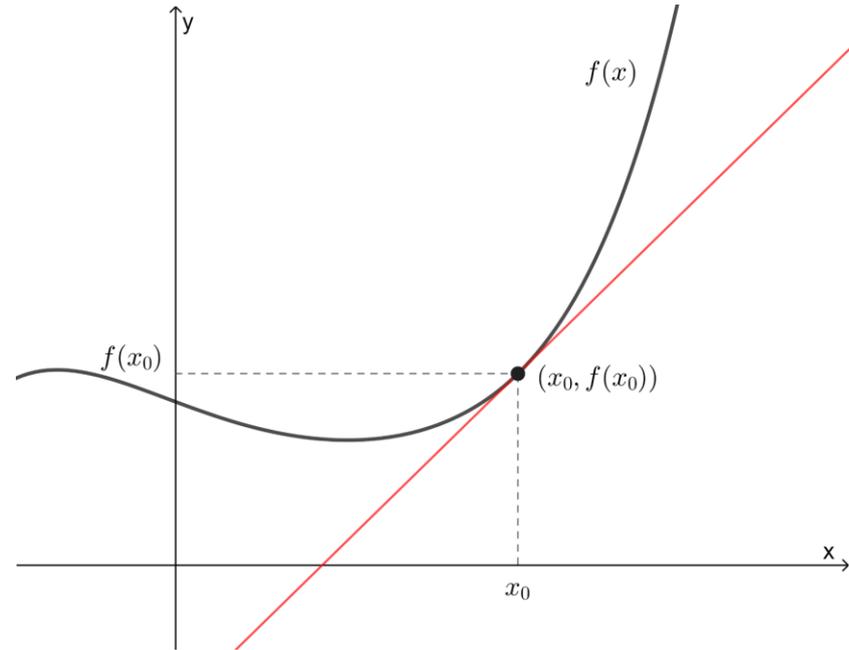
Razón de cambio instantánea

Dada la función $f(x)$, la razón de cambio instantánea en $x = x_0$ se define como:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

Esta medida se interpreta como la tasa a la que la función $f(x)$ está cambiando en el punto $x = x_0$.

La razón de cambio instantánea en $x = x_0$ corresponde a la pendiente de la recta tangente al gráfico de $f(x)$ en el punto $(x_0, f(x_0))$.



Derivada en un punto

La derivada de $f(x)$ en $x = x_0$ (si este límite existe) se define como:

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

La definición de la derivada en un punto coincide con la definición de razón de cambio instantánea y corresponde además a la pendiente de la recta tangente al gráfico de $f(x)$ en el punto $(x_0, f(x_0))$.

Actividad 3

Utiliza el recurso para responder las siguientes preguntas:

1. Determina el valor de las siguientes derivadas:

a) $Q'(15)$

b) $Q'(45)$

c) $Q'(60)$

d) $Q'(90)$

Actividad 3

2. ¿A qué velocidad $\left[\frac{C}{\text{min}}\right]$ está cargándose la batería en los siguientes instantes?
- a) A los 15 min.
 - b) A los 45 min.
 - c) A los 60 min.
 - d) A los 90 min.
3. ¿Cuántas veces más rápido, aproximadamente, se carga la batería a los 15 min que a los 90 min?

Actividad 3

1. Ingresando los valores de t_0 a la casilla de entrada del recurso de GeoGebra, se obtienen los siguientes resultados:

a) $Q'(15) = 361,98$

b) $Q'(45) = 140,5$

c) $Q'(60) = 87,53$

d) $Q'(90) = 33,98$

Actividad 3

- 2.
- a) La velocidad de carga de la batería a los 15 min es $Q'(15) = 361,98$
 - b) La velocidad de carga de la batería a los 45 min es $Q'(45) = 140,5$
 - c) La velocidad de carga de la batería a los 60 min es $Q'(60) = 87,53$
 - d) La velocidad de carga de la batería a los 90 min es $Q'(90) = 33,98$

3.
$$\frac{Q'(15)}{Q'(90)} = \frac{361,98}{33,98} \approx 10,7 .$$

Por tanto, a los 15 minutos la batería se carga aproximadamente 10 veces más rápido que a los 90 minutos.

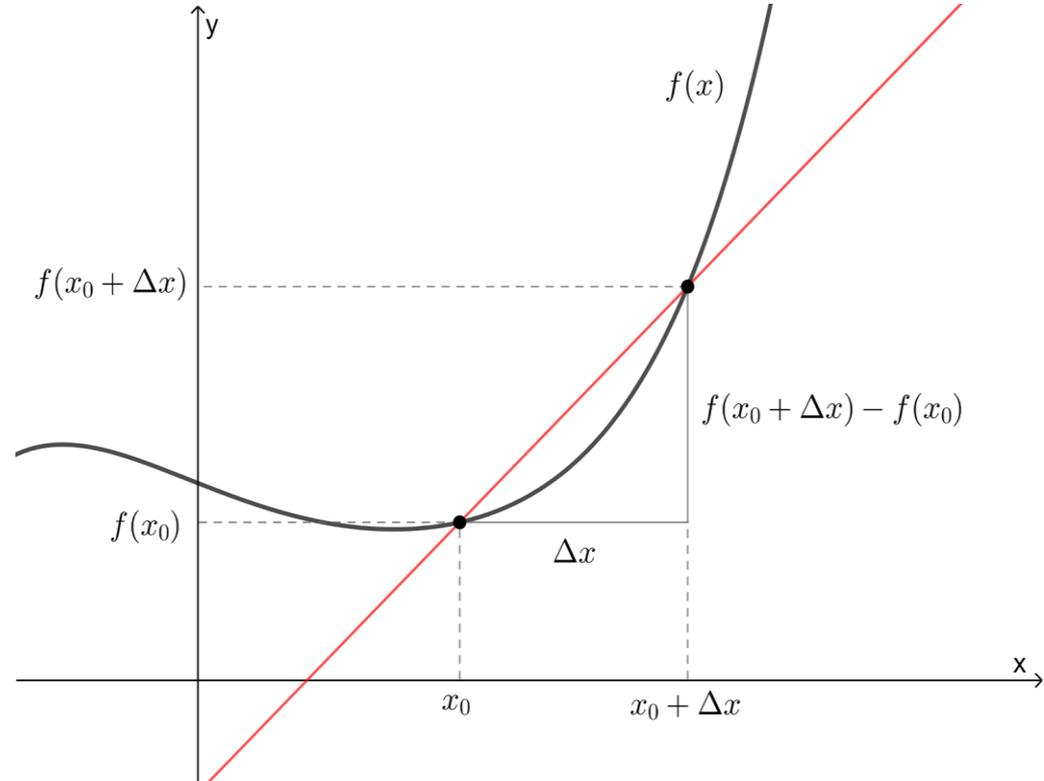
Conclusiones

- Para una variable $y = f(x)$ que está en función de la variable independiente x , la razón de cambio es:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Conclusiones

- La **razón de cambio** es igual a la **pendiente de la recta secante** al gráfico de $f(x)$ que pasa por los puntos $(x_0, f(x_0))$ y $(x_0 + \Delta x, f(x_0 + \Delta x))$.
- Cuando la función de $f(t)$ depende del tiempo, la razón de cambio se conoce como **velocidad media**.





Baterías

