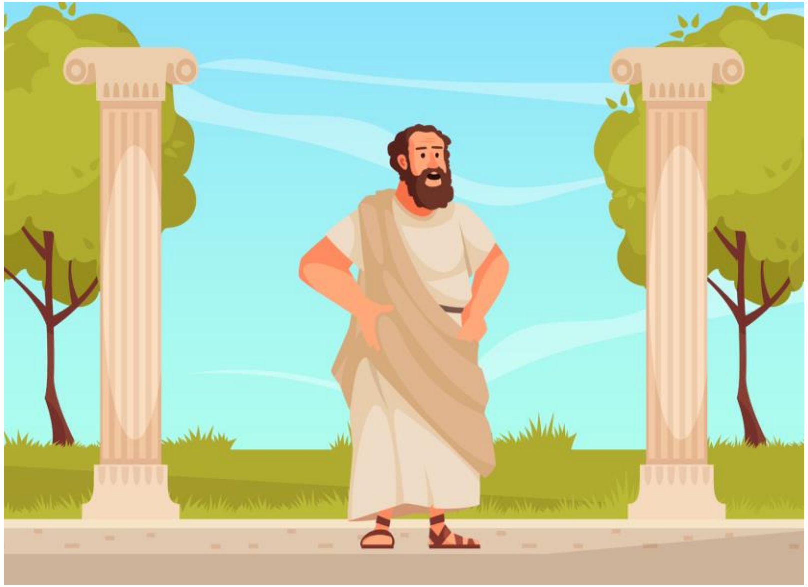
MAT CON
MATEMÁTICA CONECTADA

Números Irracionales

fcfm Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas Universidad de Chile
CMMEdu Laboratorio de Educación Centro de Modelamiento Matemático

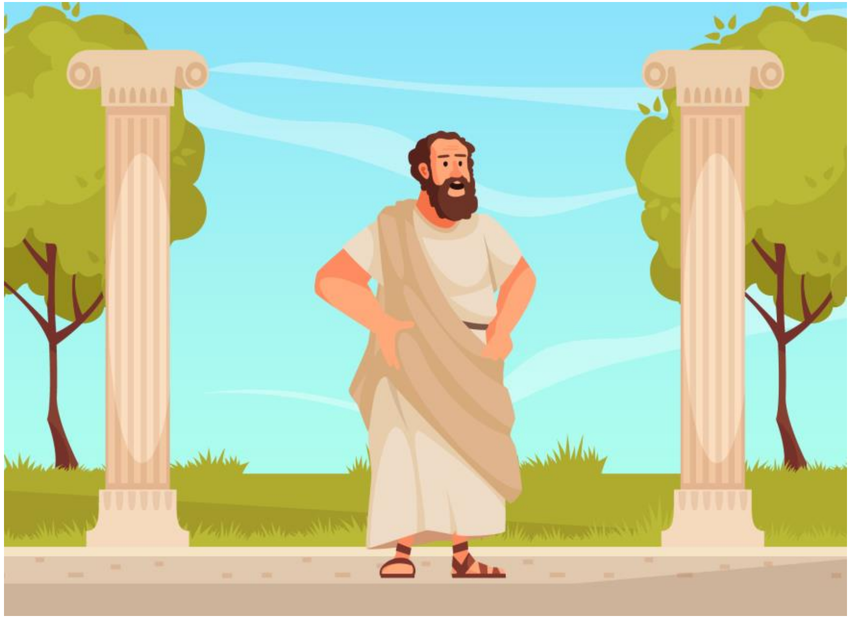
Historia de las matemáticas

¿Creen que en la Antigua Grecia se tenían los mismos conocimientos matemáticos que en la actualidad? Justifiquen sus respuestas usando ejemplos.



Video

Revisemos el recurso “El descubrimiento de los números racionales”



Discusión sobre el video

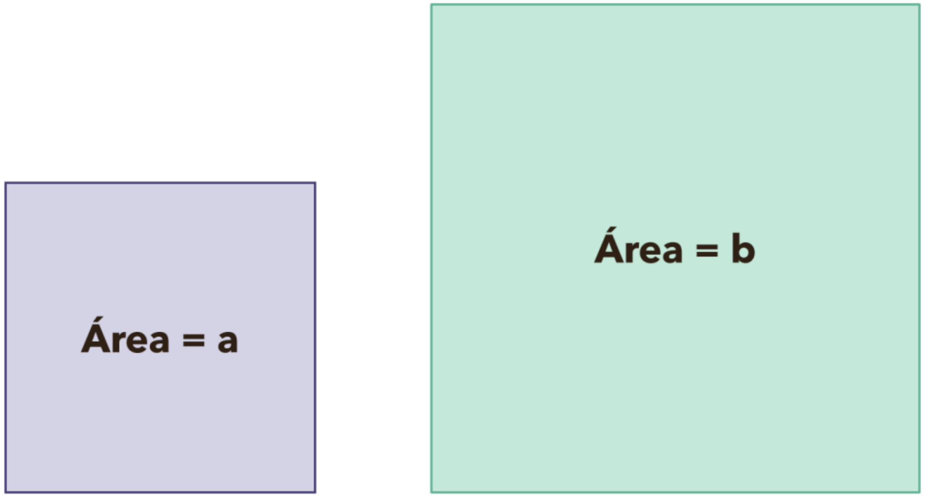
- ¿Qué es un número racional?
- ¿Por qué se cree que los pitagóricos reaccionaron tan mal al enterarse del descubrimiento de Hipaso?
- ¿Cuál dirías que es la diferencia entre los números racionales y los irracionales?

Problema

¿Cómo podemos estimar $\sqrt{2}$ sin usar calculadora?

Actividad 1

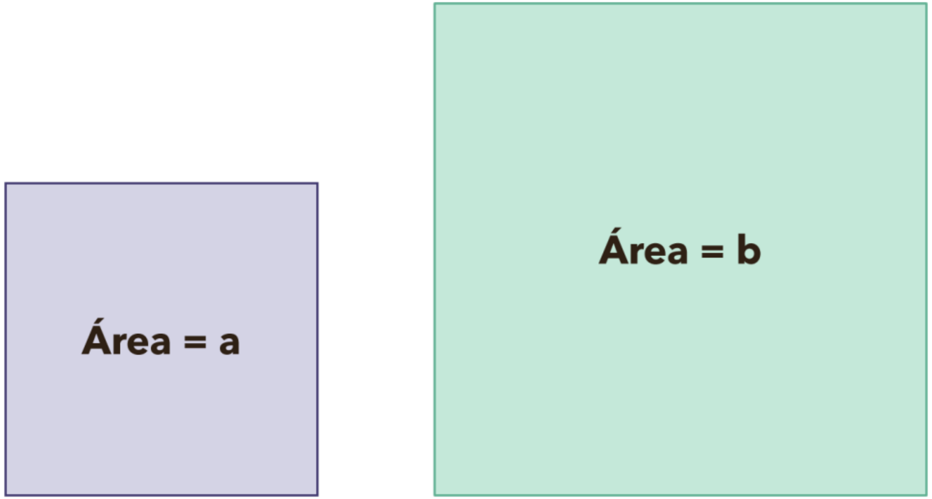
Analiza los siguientes cuadrados y contesta las preguntas:



- ¿Qué cuadrado tiene mayor área?
- ¿Qué cuadrado tiene un lado mayor?
- ¿Qué relación existe entre las medidas de los lados de los cuadrados y el área de los mismos?

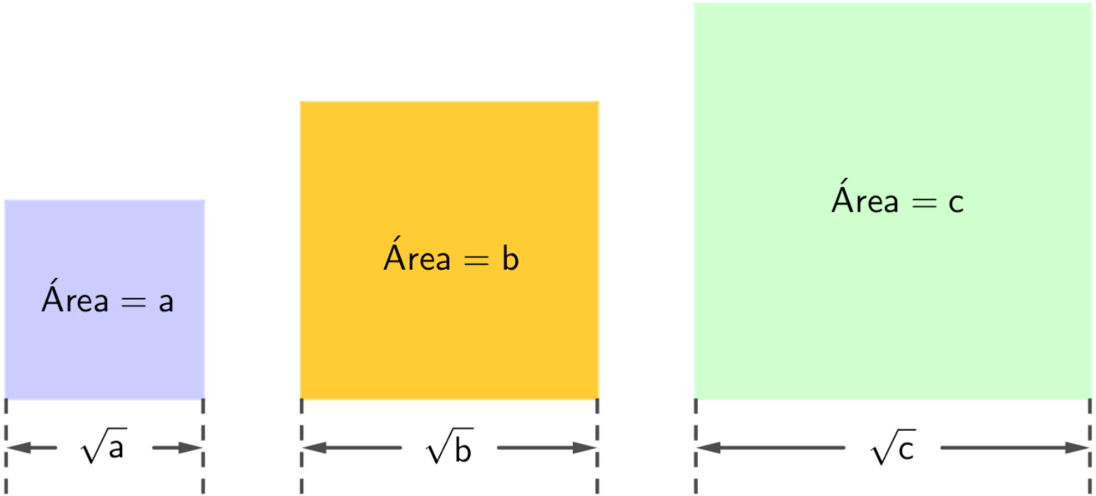
Actividad 2

Analiza los siguientes cuadrados y contesta las preguntas:



- Si el área de la primera figura es a, ¿cuánto mide cada lado?
- Si el área de la segunda figura es b, ¿cuánto mide cada lado?

Propiedad

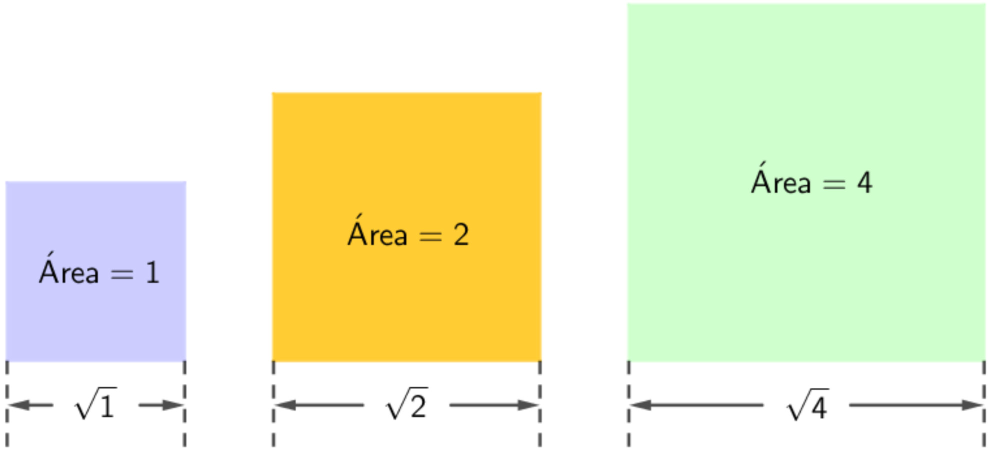


Si $a < b < c$, entonces $\sqrt{a} < \sqrt{b} < \sqrt{c}$

Actividad 3

Si se sabe que $1 < 2 < 4$, entonces ¿qué podemos decir de $\sqrt{2}$?

Actividad 3



$$1 < 2 < 4 \Rightarrow \sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$$

$$\boxed{1 < \sqrt{2} < 2}$$

Actividad 4

x (lado del cuadrado)	1	1,1	1,2								2
x^2 (área del cuadrado)	1										4

- ¿Cuál es el área de los dos cuadrados más cercanos a la medida del cuadrado de área 2?
- ¿Qué se puede concluir de los lados de esos cuadrados?
- ¿Entre cuál par de números se ubica $\sqrt{2}$?
- ¿Cuál es el valor de 2 hasta la primera cifra decimal? ¿Ese valor es exactamente 2?

Actividad 4

x (lado del cuadrado)	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
x^2 (área del cuadrado)	1	1,21	1,44	1,69	1,96	2,25	2,56	2,89	3,24	3,61	4

$$1{,}4 < \sqrt{2} < 1{,}5$$

Actividad 5

x (lado del cuadrado)	1	1,41	1,42								1,5
x^2 (área del cuadrado)	1										2,25

- Identifica dos números a, b tales que $a^2 < 2 < b^2$.
- ¿Qué puedes deducir de la $\sqrt{2}$?
- ¿Entre cuál par de números se ubica el 2? ¿y la $\sqrt{2}$?
- ¿Cuál es el valor de $\sqrt{2}$ hasta la segunda cifra decimal? ¿Ese valor es exactamente $\sqrt{2}$?

Actividad 5

x (lado del cuadrado)	1,4	1,41	1,42	1,43	1,44	1,45	1,46	1,47	1,48	1,49	1,5
x^2 (área del cuadrado)	1,96	1,9881	2,0164	2,0449	2,0736	2,1025	2,1316	2,1609	2,1904	2,2201	2,25

$$1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$$

Reflexiones

- ¿Creen que es posible encontrar todas las cifras decimales de $\sqrt{2}$?
- ¿Cuántas veces se podrá realizar el mismo procedimiento?
- ¿Qué relación hay entre la cantidad de veces que se realiza el procedimiento para aproximar la $\sqrt{2}$ con la cantidad de cifras decimales que se obtienen?

Conclusiones

- En un número racional, las cifras decimales tienen dos posibilidades: ser finitas o seguir un patrón y repetirse periódicamente.

$$\frac{2}{5} = 0,4 \qquad \frac{1}{3} = 0,\bar{3} = 0,333...$$

$$\frac{7}{6} = 1,1\bar{6} = 1,1666...$$

Conclusiones

- Del trabajo realizado, podemos concluir que en el caso de la $\sqrt{2}$, ésta tiene una infinidad de cifras decimales y **sin periodicidad alguna**.

$$\sqrt{2} = 1,41421356...$$

Conclusiones

- El número real $\sqrt{2}$ no es un número racional, es decir **no se puede escribir** como cociente de dos números racionales $\frac{p}{q}$, con $q \neq 0$.

- A los números que **no son racionales**, como $\sqrt{2}$, se les llama **irracionales**. Estos números son muy comunes y aparecen en muchos contextos.

Conclusiones

- Hay otros irracionales importantes como por ejemplo $\pi = 3,141592$ o el número de Euler $e = 2,718381$.

- No todo está resuelto en las matemáticas, ya que son una ciencia dinámica que evoluciona constantemente y que el descubrimiento de Hipaso es solo un ejemplo de esto.

Números Irracionales