MAT CON
MATEMÁTICA CONECTADA

Juego El Gato

fcfm FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE
CMMEdu Laboratorio de Educación Centro de Modelamiento Matemático
UNESCO Organización de las Naciones Unidas para la Educación la Ciencia y la Cultura · uniTwin Cátedra UNESCO "Formación de Docentes para Enseñar Matemática en el Siglo XXI" Universidad de Chile
Ministerio de Educación Gobierno de Chile
PLAN DE REACTIVACIÓN EDUCATIVA Seamos Comunidad

Revisemos la infografía de esta situación:

“El Gato”

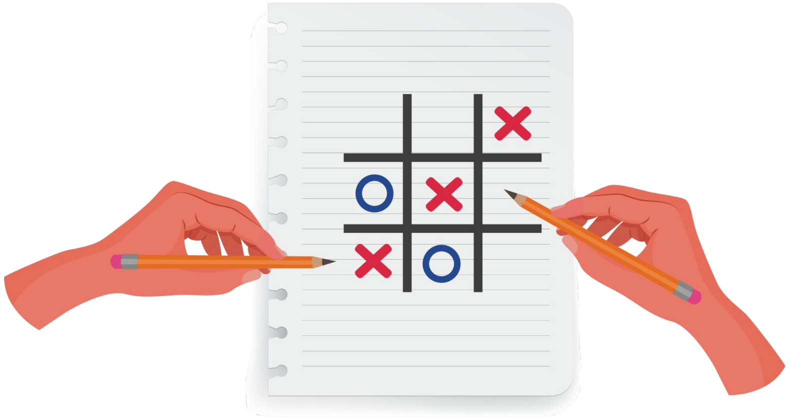
**Imagen referencial de la situación*

A partir de la infografía, respondamos:

- ¿Cuál es el mínimo de turnos que se requieren para que algún jugador gane?

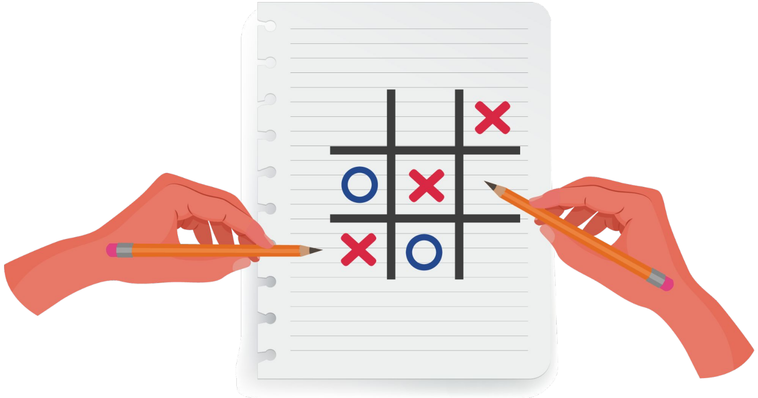
Presentación del problema

Si en el juego se realizan solo 5 jugadas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que gane el jugador que partió?



Supuesto

- Los participantes juegan de manera aleatoria, es decir, en cada turno marcan al azar cualquier casilla que queda disponible.
- El jugador que comienza utiliza **X**.
- Se juegan solo 5 turnos, por lo que gana el jugador que marca **X** o bien ninguno gana.



¿Qué necesitamos saber para aplicar la regla de Laplace?

¿Qué necesitamos saber para aplicar la regla de Laplace?

$$\frac{\text{CASOS FAVORABLES}}{\text{CASOS POSIBLES}}$$

¿Qué necesitamos saber para aplicar la regla de Laplace?

Partidas en que el jugador que comenzó gana en cinco turnos

$$\frac{\text{CASOS FAVORABLES}}{\text{CASOS POSIBLES}}$$

Todas las posibles partidas que pueden haber ocurrido luego de cinco turnos

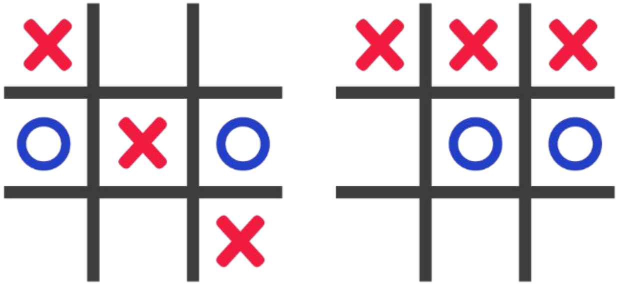
Actividad 1

Dibuja dos casos favorables y tres casos no favorables. Recuerda que el jugador que comienza lo hace con **X**.

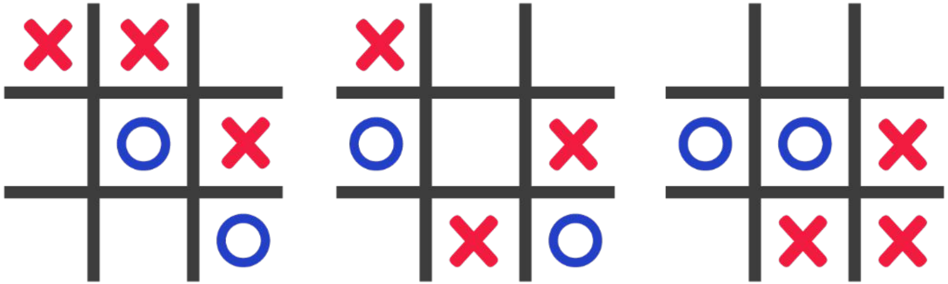
Actividad 1

Dibuja dos casos favorables y tres casos no favorables. Recuerda que el jugador que comienza lo hace con **X**.

Ejemplo de casos favorables



Ejemplo de casos no favorables



Actividad 1

1. ¿Cuántos son los casos totales?

Actividad 1

1. **¿Cuántos son los casos totales?**

- ¿De cuántas maneras distintas se pueden ubicar las **X** en el tablero?
- Una vez ubicadas las tres **X**, ¿de cuántas maneras se pueden ubicar los dos **O**?

Actividad 1

1. **¿Cuántos son los casos totales?**

- ¿De cuántas maneras distintas se pueden ubicar las **X** en el tablero?
- Una vez ubicadas las tres **X**, ¿de cuántas maneras se pueden ubicar los dos **O**?

- Hay $\binom{9}{3}$ maneras de escoger tres ubicaciones de las **X** en las nueve casillas.
- Hay $\binom{6}{2}$ maneras de escoger dos ubicaciones de los **O** en las seis casillas restantes.

Actividad 1

MATCON
MATEMÁTICA CONECTADA

1. ¿Cuántos son los casos totales?

Hay $\binom{9}{3} \cdot \binom{6}{2}$ casos totales

- Hay $\binom{9}{3}$ maneras de escoger tres ubicaciones de las **X** en las nueve casillas.
- Hay $\binom{6}{2}$ maneras de escoger dos ubicaciones de los **O** en las seis casillas restantes.

Actividad 1

2. ¿Cuántos casos favorables hay en total?

Actividad 1

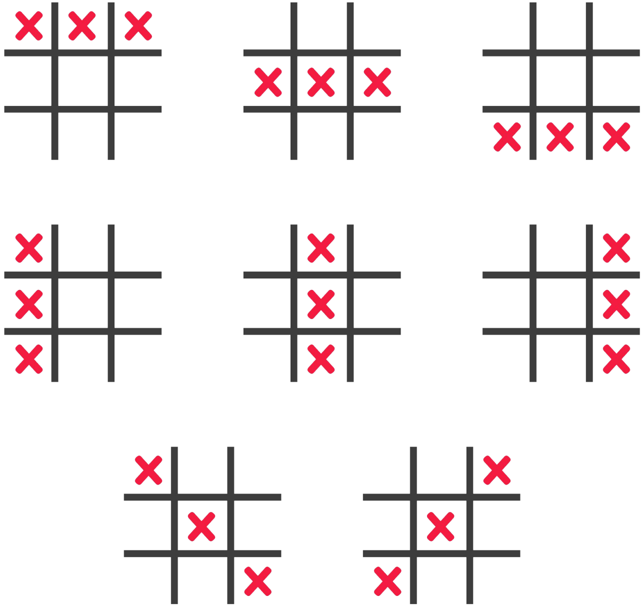
2. ¿Cuántos casos favorables hay en total?

Dibuja todas las posibles disposiciones de las **X** en el tablero que corresponden a los casos favorables, ¿cuántas son?

Actividad 1

2. ¿Cuántos casos favorables hay en total?

Dibuja todas las posibles disposiciones de las **X** en el tablero que corresponden a los casos favorables, ¿cuántas son?

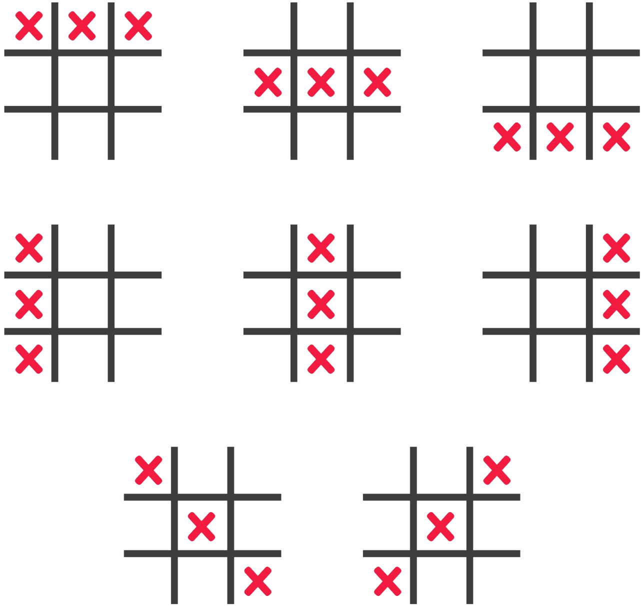


Actividad 1

2. ¿Cuántos casos favorables hay en total?

Dibuja todas las posibles disposiciones de las **X** en el tablero que corresponden a los casos favorables, ¿cuántas son?

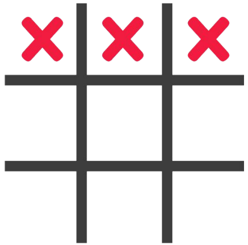
Hay 8 casos.



Actividad 1

2. ¿Cuántos casos favorables hay en total?

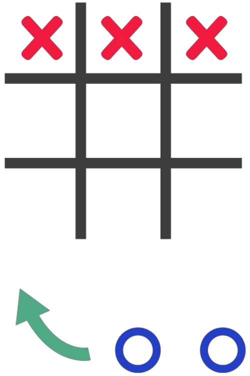
¿Cuántas configuraciones hay en donde podrían quedar los **O** si el primer jugador ganó formando la línea en la primera fila del tablero?



Actividad 1

2. ¿Cuántos casos favorables hay en total?

¿Cuántas configuraciones hay en donde podrían quedar los **O** si el primer jugador ganó formando la línea en la primera fila del tablero?



Hay $\binom{6}{2}$ casos.

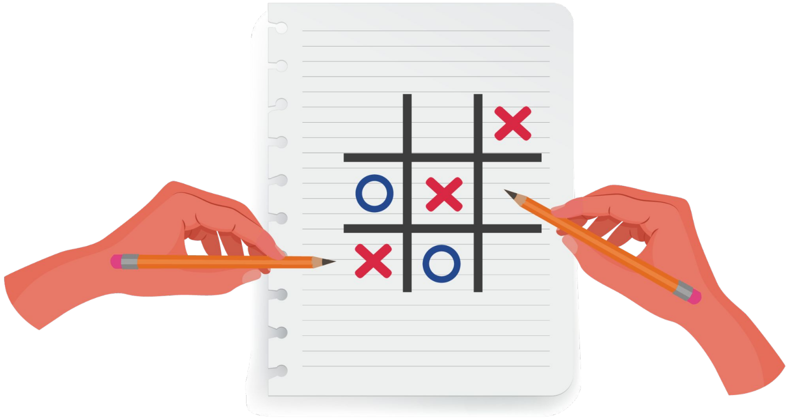
Actividad 1

2. ¿Cuántos casos favorables hay en total?

Hay $8 \cdot \binom{6}{2}$ casos favorables.

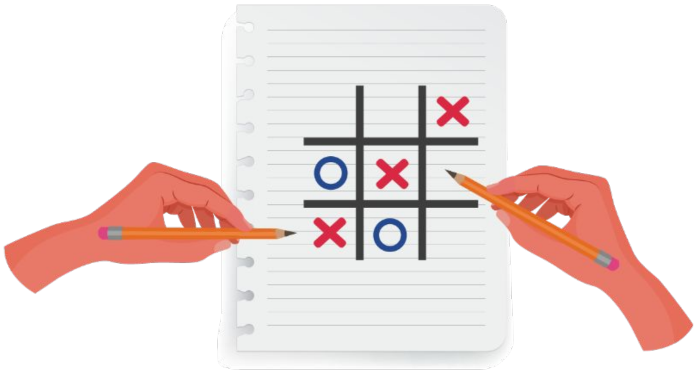
Volvamos al problema

Si en el juego se realizan solo 5 jugadas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que gane el jugador que partió?



Volvamos al problema

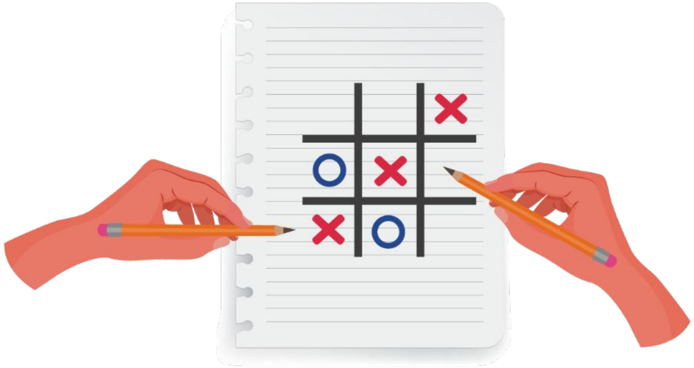
Si en el juego se realizan solo 5 jugadas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que gane el jugador que partió?



$$\frac{\text{CASOS FAVORABLES}}{\text{CASOS POSIBLES}} = \frac{8 \cdot \binom{6}{2}}{\binom{9}{3} \cdot \binom{6}{2}}$$

Volvamos al problema

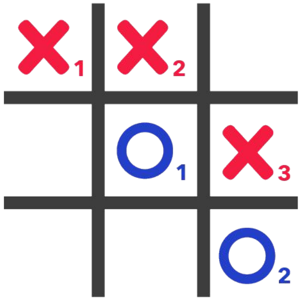
Si en el juego se realizan solo 5 jugadas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que gane el jugador que partió?

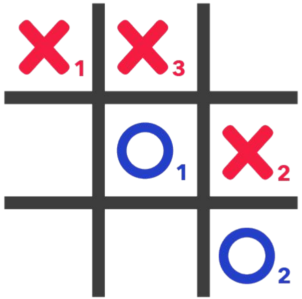


$$\frac{8 \cdot \binom{6}{2}}{\binom{9}{3} \cdot \binom{6}{2}} = \frac{8}{\binom{9}{3}} = \frac{2}{21}$$

Actividad 2

1. Si consideramos el orden en que se fueron marcando las X y los O, ¿cuántos son los casos totales?





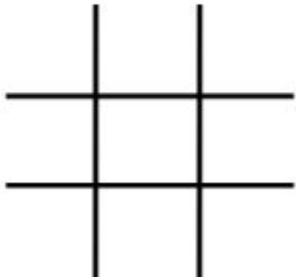
Actividad 2

1. Si consideramos el orden en que se fueron marcando las X y los O, ¿cuántos son los casos totales?

$$X_1 \quad O_1 \quad X_2 \quad O_2 \quad X_3$$

$$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$$

$$\underbrace{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}_{\text{CASOS TOTALES}}$$



Actividad 2

2. Si es que consideramos el orden en que se fueron escribiendo las X y los O, ¿cuántos son los casos favorables?

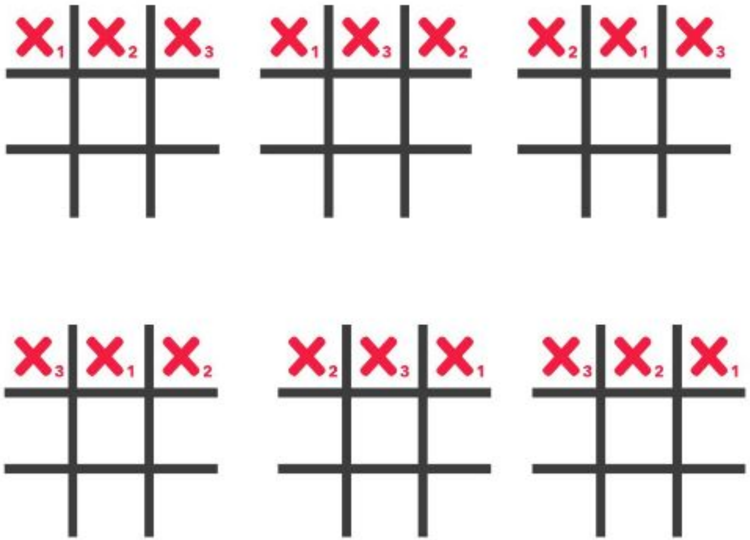
Considerando la disposición de las **X** cuando se gana formando la primera fila del tablero y el orden en que fueron escritas las **X**, ¿cuántos casos hay?

Actividad 2

2. Si es que consideramos el orden en que se fueron escribiendo las X y los O, ¿cuántos son los casos favorables?

Considerando la disposición de las **X** cuando se gana formando la primera fila del tablero y el orden en que fueron escritas las **X**, ¿cuántos casos hay?

Son 6 casos, lo que equivale a 3! casos.



Actividad 2

2. Si es que consideramos el orden en que se fueron escribiendo las X y los O, ¿cuántos son los casos favorables?

Considerando el orden, ¿cuántas posibles configuraciones de las **X** hay en donde se gana?

Actividad 2

2. Si es que consideramos el orden en que se fueron escribiendo las X y los O, ¿cuántos son los casos favorables?

Considerando el orden, ¿cuántas posibles configuraciones de las **X** hay en donde se gana?

Hay 6 o 3! casos por cada una de las ocho líneas que permiten ganar, es decir, hay $8 \cdot 3!$ configuraciones de las X.

Actividad 2

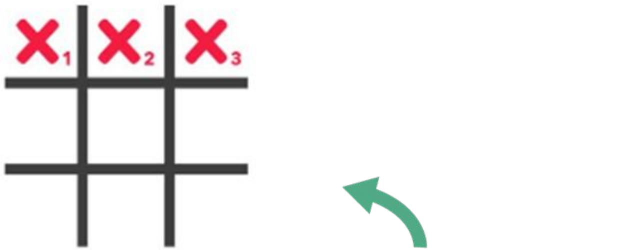
2. Si es que consideramos el orden en que se fueron escribiendo las X y los O, ¿cuántos son los casos favorables?

Considerando el orden, ¿cómo podemos considerar ahora la disposición en donde quedan los **O**?

Actividad 2

2. **Si es que consideramos el orden en que se fueron escribiendo las X y los O, ¿cuántos son los casos favorables?**

Considerando el orden, ¿cómo podemos considerar ahora la disposición en donde quedan los **O**?



Las disposiciones en donde quedan los O se calculan $6 \cdot 5$ dado que 2 símbolos se ubican en 6 casillas.

Volvamos al problema

Si en el juego se realizan solo 5 jugadas al azar y <u>sí se considera el orden</u>, ¿cuál es la probabilidad de que gane el jugador que partió?

Volvamos al problema

Si en el juego se realizan solo 5 jugadas al azar y <u>sí se considera el orden</u>, ¿cuál es la probabilidad de que gane el jugador que partió?

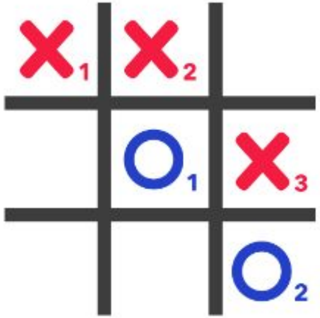
$$\frac{8 \cdot 3! \cdot 6 \cdot 5}{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5} = \frac{2}{21}$$

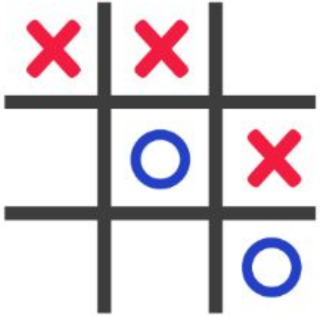
Sistematización

- El considerar el orden o no en el problema determina la manera en que contamos los casos y determinamos la probabilidad, esto es:
  - **Sin orden** $$\frac{8\cdot\binom{6}{2}}{\binom{9}{3}\cdot\binom{6}{2}}=\frac{2}{21}$$
  - **Con orden** $$\frac{8\cdot3!\cdot6\cdot5}{9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5}=\frac{2}{21}$$

Sistematización

- Considerar o no el orden nos arrojó la misma probabilidad, esto no siempre sucede y **dependerá del contexto del problema** en cuestión. En nuestro caso, considerar el orden en el que se colocan los símbolos y no considerarlo, los elementos son equiprobables.





Sistematización

- En un problema, los casos favorables y los casos totales se deben contar considerando la misma estrategia de conteo (con o sin orden).

- Utilizar técnicas de conteo como la **combinatoria**, **permutación** y **variación** nos permitió determinar la probabilidad del problema central de la clase.

MAT CON

MATEMÁTICA CONECTADA

Juego El Gato

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

CMMEdu Laboratorio de Educación Centro de Modelamiento Matemático

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura · Cátedra UNESCO "Formación de Docentes para Enseñar Matemática en el Siglo XXI" Universidad de Chile

Ministerio de Educación · Gobierno de Chile

PLAN DE REACTIVACIÓN EDUCATIVA Seamos Comunidad