MAT CON
MATEMÁTICA CONECTADA

Estimación de poblaciones en ecosistemas

fcfm
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

CMMEdu
Laboratorio de Educación
Centro de Modelamiento Matemático

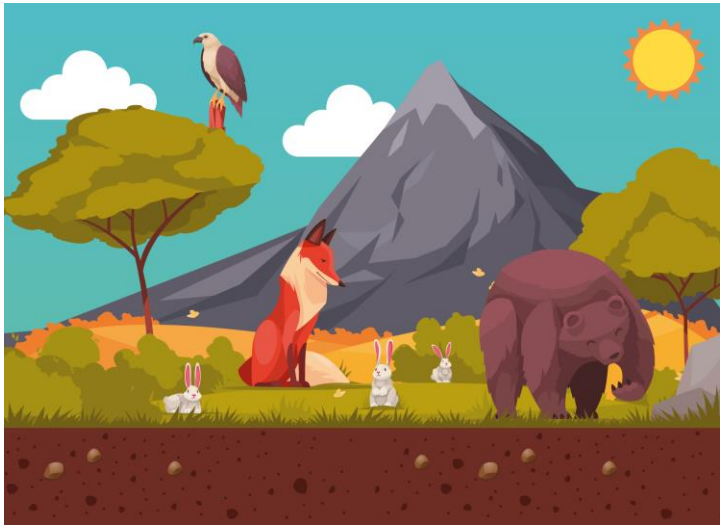
Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura
Cátedra UNESCO Formación de Docentes para Enseñar Matemática en el Siglo XXI Universidad de Chile

Ministerio de Educación

PLAN DE REACTIVACIÓN EDUCATIVA

Infografía

Revisemos el recurso “Estimación de Poblaciones en Ecosistemas”



Población de patos

En un estudio acerca de la población de una determinada especie de patos en una zona de nuestro país, se clasificó a los individuos de esta especie en dos tipos: “adultos” y “jóvenes”.

En esta población, al igual que en otras especies, ocurre que:

- cada año **nace** cierta cantidad de patos, considerados jóvenes.
- cada año **fallecen** patos adultos y jóvenes, debido a diferentes factores.
- hay una fracción de patos **jóvenes que se convierten en adultos**, durante un año.
- los patos adultos **se reproducen** de manera que aportan, en promedio, una cantidad anual de crías (jóvenes) a la población.

Población de patos

Durante varios años un especialista estuvo analizando esta población, lo que llevó a determinar índices que permiten estimarla anualmente con bastante precisión, cualquiera sea el año que se considere.

La información que reportó en el informe del año 2023, es la siguiente:

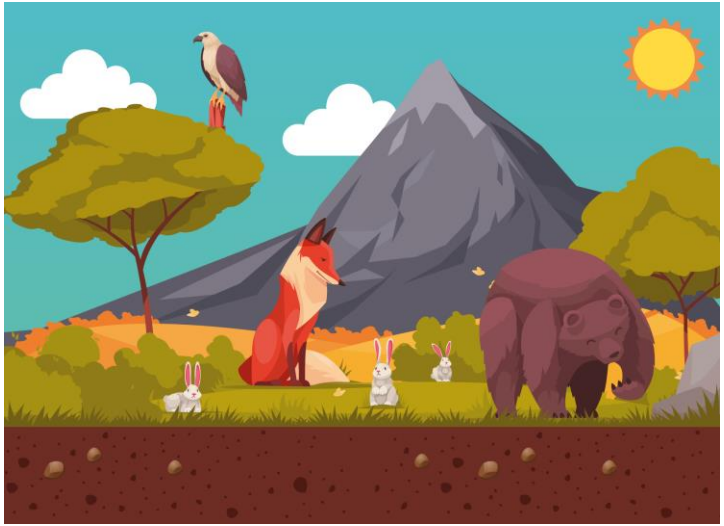
Información sobre la población de patos

Variables	Coeficientes o índices
Cantidad de adultos en el año 2023.	187
Cantidad de jóvenes en el año 2023.	1769
Fracción de jóvenes que se convertirán en adultos el año próximo.	0,25
Tasa de mortalidad de jóvenes.	0,08
Tasa de mortalidad de adultos.	0,1
Cantidad de crías jóvenes que reproduce cada individuo adulto.	9

Problema

Una persona interesada en la crianza de la especie de patos estudiada, tomó los datos de este especialista y a partir de ellos se preguntó:

- ¿Cuál será la población de patos en el 2024?
- ¿Cuál habrá sido la población de patos en el 2021?



Actividad 1

1. Calcula las siguientes cantidades y regístralas en las casillas correspondientes.

a. La cantidad de patos **jóvenes** fallecidos el 2023 es…	
b. La cantidad de crías **jóvenes** para el 2023 es…	
c. La cantidad de patos **jóvenes** que seguirán siendo jóvenes el 2024 es…	
d. La cantidad de patos **adultos** fallecidos el 2023 es…	
e. La cantidad de patos jóvenes que se convertirán en **adultos** el 2023 es…	

2. Basándote en los datos anteriores, ¿cuál será la población de patos jóvenes y adultos el 2024?

Actividad 1

Utilicemos las siguientes variables

- A_{2024} : cantidad de patos adultos en 2024.
- J_{2024} : cantidad de patos jóvenes el 2024.

Procedimiento 1	Procedimiento 2
$A_{2024} = 442{,}25 - 18{,}7 + 187$ $A_{2024} = 610{,}55$ $J_{2024} = 1326{,}75 - 141{,}52 + 1683$ $J_{2024} = 2868{,}23$ Se estima que el 2024 habrá 3478 patos.	$A_{2024} = 442{,}25 - 18{,}7$ $A_{2024} = 423{,}55$ $J_{2024} = 1326{,}7 + 1683$ $J_{2024} = 3009{,}7$ Se estima que el 2024 habrá 3433 patos.

¿Cuál procedimiento es correcto?

Actividad 1

3. Expresa algebraicamente los cálculos del procedimiento correcto.

Te sugerimos utilizar las siguientes variables:

- A_{2024} : cantidad de patos adultos en 2024.
- J_{2024} : cantidad de patos jóvenes el 2024.

De manera similar para el año 2023, A_{2023} y J_{2023}.

Procedimiento 1 (correcto)	
$A_{2024} = 0{,}25 \cdot 1769 - 187 \cdot 0{,}1 + 187$ $A_{2024} = 442{,}25 - 18{,}7 + 187$	$J_{2024} = 1769 \cdot 0{,}75 - 1769 \cdot 0{,}08 + 187 \cdot 9$ $J_{2024} = 1326{,}75 - 141{,}52 + 1683$

Actividad 1

$A_{2024} = 0{,}25 \cdot J_{2023} - 0{,}1 \cdot A_{2023} + A_{2023}$

$A_{2024} = 0{,}25 \cdot 1769 - 187 \cdot 10\% + 187$

$A_{2024} = 442{,}25 - 18{,}7 + 187$

$A_{2024} = 610{,}55$

$J_{2024} = 0{,}75 \cdot J_{2023} - 0{,}08 \cdot J_{2023} + 9 \cdot A_{2023}$

$J_{2024} = 1769 \cdot 0{,}75 - 1769 \cdot 8\% + 9 \cdot 187$

$J_{2024} = 1326{,}75 - 141{,}52 + 1683$

$J_{2024} = 2868{,}23$

Actividad 1

Se suma el total de jóvenes que se convierten en adultos

Se resta el total de individuos fallecidos

Se suma el total de adultos del año anterior

$$A_{2024} = 0{,}25 \cdot J_{2023} - 0.1 \cdot A_{2023} + A_{2023}$$

$$J_{2024} = 0{,}75 \cdot J_{2023} - 0{,}08 \cdot J_{2023} + 9 \cdot A_{2023}$$

Se suma el total de jóvenes que siguen siendo jóvenes

Se suma el total de nuevos jóvenes

Actividad 1

$$A_{2024} = 0{,}25 \cdot J_{2023} + 0{,}9 \cdot A_{2023}$$

$$J_{2024} = 0{,}67 \cdot J_{2023} + 9 \cdot A_{2023}$$

Actividad 1

4. Si tuviéramos los valores del 2022, ¿cómo calcularíamos las cantidades del 2023? Considera las mismas las tasas y coeficientes que hemos utilizado.

5. Considerando que **no sabemos** las cantidades del 2022 pero que **sí sabemos** las del 2023 (187 adultos y 1769 jóvenes), ¿de qué manera calcularíamos las cantidades del 2022?

Actividad 2

6. Utiliza el siguiente método para resolver el sistema de ecuaciones, denominado método de sustitución.

Método de sustitución	
PASO 1: Elige una ecuación y una incógnita. Despeja la incógnita en función de la otra y de los otros datos.	
PASO 2: Reemplaza en la otra ecuación la incógnita despejada. Luego, resuelve la ecuación y calcula el valor de la incógnita.	
PASO 3: El valor encontrado, reemplázalo en cualquiera de las ecuaciones, y determina el valor de la otra incógnita.	

Problema (Recuerdo)

¿Cuál habrá sido la población
de patos en el 2021?

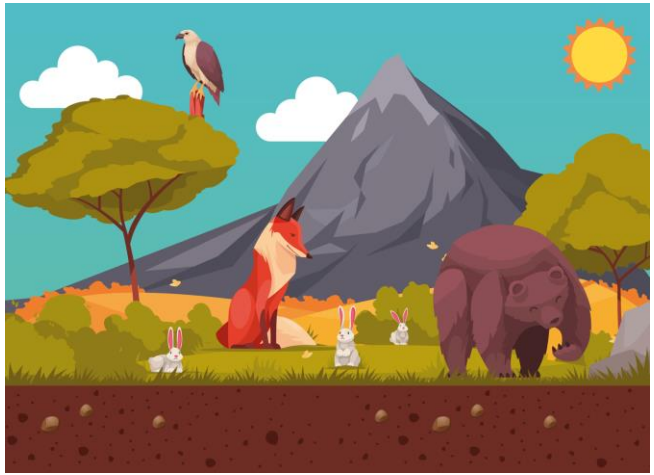
Conclusiones

- Hemos hecho el trabajo de **modelar matemáticamente** un problema real en el contexto del crecimiento de la población en un ecosistema. En el proceso fue necesario utilizar notación algebraica para resumir y facilitar la manipulación de términos, lo que nos permitió plantear un **sistema de ecuaciones lineales** a partir del cual, obtuvimos las cantidades pedidas.

- Existen diversos **métodos algebraicos para resolver sistemas de ecuaciones** lineales de 2 incógnitas y 2 ecuaciones. En esta oportunidad, utilizamos el “método de sustitución”. Recordemos que también se pueden resolver sistemas gráficamente, determinando la intersección entre las dos rectas involucradas.

Conclusiones

- Las expresiones planteadas en esta clase se denominan **recursivas**, porque existe dependencia de la información entre un período de tiempo y el siguiente. No podríamos haber determinado información del 2021 sin haber calculado antes los datos del 2022.
- El problema que abordamos es una simplificación de un problema real de crecimiento poblacional, pues estos dependen de muchas más variables, sin embargo, permitió **capturar la esencia** de este tipo de problemas.



MAT CON
MATEMÁTICA CONECTADA

Estimación de poblaciones en ecosistemas

fcfm
CMMEdu
Laboratorio de Educación
Centro de Modelamiento Matemático
Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura
Cátedra UNESCO Formación de Docentes para Enseñar Matemática en el Siglo XXI Universidad de Chile
unitwin
Ministerio de Educación
SEAMOS COMUNIDAD