

Sugerencia de gestión para el uso del recurso *Reflexión con escuadra y compás en el aula*

El propósito que se persigue con este documento es plantear algunas ideas para la gestión del recurso que sirvan de apoyo para abordar conceptos asociados al OA 13 de 8° básico.

Con la planificación propuesta se busca facilitar una construcción colaborativa de conocimiento incorporando preguntas que promuevan una discusión grupal en torno a las tareas mediadas por el recurso. Se sugiere dar tiempo para la discusión y animar a los estudiantes a que participen activamente de la clase, a que compartan sus ideas, estrategias y resultados, y a que atiendan a las intervenciones de sus compañeros. Esto contribuye al aprendizaje colectivo.

Para propiciar que los estudiantes se involucren y trabajen en torno al objetivo de aprendizaje con el que se asocia este recurso, se cuenta con distintas instancias denominadas *Gestión de clase*. En ellas se abordan diferentes problemáticas que surgen a partir de la situación planteada para finalmente lograr los aprendizajes. Por esto, que a continuación se presenta una guía para la gestión de este recurso que permite fortalecer la organización matemática de la clase a partir de los aportes que entregan los estudiantes, las respuestas que se les podrían brindar y la secuencia en la que se puede abordar.

Al finalizar se presenta la sección *Concluyamos*, en la que se sistematizan los conocimientos matemáticos abordados en el recurso los que, a su vez, se conectan con los temas que se declaran en el Objetivo de Aprendizaje.

Se recomienda que antes de utilizar este recurso en su clase, se familiarice con él, llevando a cabo las actividades propuestas para los estudiantes y reflexionando sobre ellas. Procure anticipar cómo reaccionarán sus estudiantes frente a su uso.

La evaluación del aprendizaje es fundamental para implementar una actividad matemática en forma efectiva. En esta planificación se han incorporado sugerencias para la **EVALUACIÓN FORMATIVA (EF)**.

▲ MATERIALES

Profesor

- Computador con el Gestor de Actividades Suma y Sigue Aula instalado y el recurso “Reflexión: construyendo con escuadra y compás” descargado.
- Proyector.

Estudiante

- Hoja del estudiante.

▲ INTRODUCCIÓN A LA ACTIVIDAD

Dé comienzo a la clase y proyecte el recurso. Solicite a los estudiantes estar atentos a la animación. Presente la introducción, que muestra el movimiento de la mariposa. Una vez finalizada, plantee preguntas a sus estudiantes para motivarlos a comprender el nuevo contenido. Por ejemplo:

- ¿Cómo describirían el movimiento que acaban de observar?
- ¿Qué términos o palabras se utilizan para describir el movimiento?
- ¿En qué otras situaciones o contextos han observado figuras simétricas?

Se espera que los estudiantes digan que se trata de la reflexión de una figura simétrica o que mencionen que las dos alas de la mariposa son idénticas. También, que describan algunos contextos asociados a la reflexión, por ejemplo, mirarse al espejo, o reflejarse en el agua, entre otras. Además, pueden mencionar que los elementos geométricos involucrados para que exista una reflexión son un eje de simetría (ellos pueden decir que es una recta) y una figura.

▲ DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD

▲ MOMENTO 1

Muestre la siguiente animación, que hace referencia a la reflexión de un segmento con respecto al eje X, y consulte a sus estudiantes:

- ¿Qué figura fue reflejada?
- ¿Cuál es la línea o eje de simetría?
- ¿Dónde se produce la reflexión?

Se espera que los estudiantes mencionen que se trata de una reflexión del segmento AB con respecto al eje X que se lleva a cabo en el plano cartesiano. En caso de que no aparezca explícitamente el término eje de reflexión, no se preocupe, ya que más adelante podrá formalizarlo.

A continuación, plantee la pregunta que aparece en la *Gestión de clase* y motívelos para que todos puedan comentar sus estrategias:

▲ ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

Podría ocurrir que los estudiantes no recuerden conceptos básicos relacionados con el plano cartesiano. Para saberlo, pregúnteles:

- ¿Cómo se ubica un punto en el plano cartesiano?
- ¿Cómo se identifican las coordenadas de un punto en el plano cartesiano?
- ¿Qué es un par ordenado? ¿Qué significa cada número del par?

- ¿Cómo podrían obtener las coordenadas del punto A' a partir del punto A sin hacer la reflexión con escuadra y compás?

Se espera que los estudiantes puedan compartir las estrategias que les permiten encontrar las coordenadas del punto A' sin utilizar instrumentos geométricos. Para orientar la respuesta hacia el análisis de las coordenadas de los puntos, Consúlteles:

- ¿Qué relación pueden establecer entre las coordenadas de los puntos A y A'?

Es posible que los estudiantes describan que la componente x se mantiene y que la componente y cambia de signo. Pida a sus estudiantes que expliquen por qué sucede esto basándose en las estrategias descritas en la pregunta anterior, es decir, relacionando el movimiento geométrico de la figura en el plano cartesiano con el cambio en la expresión como par ordenado. No valide aún las estrategias ni dé explicaciones, pues más adelante se abordarán nuevamente.

Si observa que los estudiantes presentan algunas complicaciones con nociones relacionadas con el plano cartesiano, puede plantear las preguntas que aparecen en la sección anticipaciones y sugerencias.

Luego, muestre a sus estudiantes la reflexión del punto B con respecto al eje X y formule las siguientes interrogantes:

- ¿Cuáles son los instrumentos que se utilizaron para realizar la reflexión?
- ¿Para qué se usó la escuadra?
- ¿Cuál es la función del compás?

Se espera que los estudiantes mencionen que los instrumentos que se utilizaron fueron la escuadra y el compás: que la escuadra hizo posible construir una recta perpendicular al eje X —que en este caso corresponde al eje de reflexión— y que el compás permitió asegurar que el punto B' está a igual distancia del eje de reflexión que el punto B.

Muestre a sus estudiantes la *Gestión de clase* en la que se plantea la siguiente pregunta:

- ¿Cómo podrían obtener las coordenadas del punto B' a partir de las coordenadas del punto B sin hacer la reflexión con escuadra y compás?

Para guiar a sus estudiantes, consúlteles si las estrategias propuestas para encontrar las coordenadas del punto A' sin utilizar

- Cuando se habla de abscisa u ordenada, ¿a qué se hace referencia?

Los estudiantes pueden mencionar las siguientes estrategia cuando se les pide anticipar cuáles serán las coordenadas del punto A':

- trazar una línea recta que se intersecta con el eje X, para luego contar los cuadrados que hay entre el punto y el eje X, y repetirlo en la otra dirección.
- doblar la hoja sobre el eje X y reproducir el otro lado de la figura.

Puede ocurrir que los estudiantes mencionen como característica de la simetría el ángulo de 90° que se observa en la intersección del eje de reflexión con la línea que une un punto con su reflejo. En este caso, puede comentar que esto corresponde a un requisito para obtener distancias en el plano, pero no es una característica propiamente tal de la reflexión. Si es necesario, puede dibujar el siguiente diagrama y preguntarles:

- ¿Cuál sería la distancia entre el punto y la recta?



Puede haber estudiantes que se confundan al reflejar el segmento AB

instrumentos se pueden aplicar para encontrar el punto B'. Analícelas con sus estudiantes y verifique si son correctas.

Luego, para analizar de las coordenadas de los puntos, pregunte a sus estudiantes:

- ¿Qué relación pueden establecer entre las componentes x de los puntos B y B'?
- ¿Qué relación pueden establecer entre las componentes y de los puntos B y B'?

Se espera que los estudiantes mencionen que las componentes x , de los puntos B y B' son las mismas, y que la componente y del punto B' cambia de signo con respecto a la del punto B. A continuación, plantee preguntas como la siguiente para observar si los estudiantes aplican las conclusiones al reflejar otros puntos (EF):

- ¿Cuál sería el reflejo en torno al eje X de un punto P de coordenadas (-8, 3)?

Continúe con la siguiente animación, con la que se quiere mostrar a los estudiantes las propiedades de la reflexión. Una vez finalizada, pregunte:

- A partir de la animación, ¿cuáles creen que son las características de una reflexión?

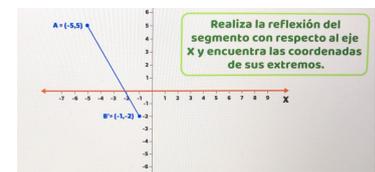
Se espera que los estudiantes mencionen que la distancia de cada punto del segmento AB al eje de reflexión es congruente con la del segmento A'B' al mismo eje. En caso de que los estudiantes solo mencionen los extremos de los segmentos, pregunte si los otros puntos conservan esta característica.

A continuación, muestre la *Gestión de clase* en la que se solicita a los estudiantes que realicen la reflexión de un nuevo segmento con respecto al eje X. Entregue la *Hoja del estudiante*, pídale que trabajen de manera individual y que luego comparen sus respuestas con las de su compañero. Continúe la gestión preguntando a todo el curso:

- ¿Qué diferencias o similitudes encontraron entre sus reflexiones?
- ¿El segmento sufre alguna modificación?

Para finalizar, muestre la animación de la reflexión del segmento AB con respecto al eje X y promueva que los estudiantes participen comentando las estrategias que utilizaron. Puede preguntarles:

- ¿Podrían repetir con sus palabras la idea que comentó [nombre]?



debido a que sus extremos se encuentran en distintos cuadrantes. Por ello, plantee las siguientes preguntas:

- ¿Cómo se reflejaría el punto A del segmento respecto al eje X?
- ¿Cómo se reflejaría el punto B del segmento respecto al eje X?
- ¿Dónde creen que quedarían ubicados estos puntos?

Puede complementar el análisis de la construcción de la reflexión preguntando por las coordenadas del punto de intersección del eje X con la recta perpendicular construida con la escuadra.

- ¿Están de acuerdo con el procedimiento que describió [nombre]?

Antes de pasar al *Momento 2* verifique que los estudiantes comprenden los cambios que sufren las componentes al reflejar en torno al eje X.

▲ **MOMENTO 2**

Comience mostrando la animación que introduce las reflexiones respecto del eje Y. Pídale que observen con atención la animación en la que se reflejará el extremo A de un segmento. A continuación, pregúnteles:

- ¿Podrían describir la construcción de la reflexión del punto A?
- ¿Cambia la función de la escuadra y del compás respecto a las construcciones anteriores?

Haga notar que la reflexión se realiza en torno al eje Y, e identifíquelo como eje de reflexión. A continuación, muestre la *Gestión de clase* y solicite a algunos de sus estudiantes que expliquen la relación que existe entre las coordenadas de los puntos A y de A'. Se espera que los estudiantes identifiquen que la componente y se mantiene y que la componente x cambia de signo.

Muestre la *gestión de clases* en la que se pregunta lo siguiente:

- ¿Cuál es la coordenada del punto B' generado al reflejar el punto B con respecto al eje Y?

Pídale que se junten en equipos con el propósito de compartir sus anticipaciones y que en conjunto realicen su construcción para verificarlas. Finalmente, muestre la reflexión del segmento AB y compruebe las diferentes respuestas comparando las coordenadas de los puntos.

Antes de mostrar la siguiente *Gestión de clase* entregue la *Hoja del estudiante* y pídale a sus estudiantes que respondan con un/a compañero/a, y sin utilizar escuadra ni compás, lo siguiente:

- ¿Cuáles son las coordenadas de los vértices del triángulo formado al reflejar el triángulo ABC con respecto al eje X?
- ¿Sufre modificaciones el triángulo?

Dé algunos minutos para que verifiquen su respuesta utilizando la escuadra y el compás. Luego, pida a algún equipo que comparta su respuesta. Se espera que los estudiantes identifiquen que los puntos A y B ya fueron reflejados anteriormente, por lo tanto, solo falta hacer la reflexión del punto C, con respecto al eje X. Al finalizar, mencione las coordenadas del punto C = (4,-6).

▲ **ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS**

Antes de finalizar, pídeles que realicen la reflexión del mismo triángulo ABC en torno al eje Y en la misma *Hoja del estudiante*. Promueva que los estudiantes apliquen las reglas sobre cómo obtener las coordenadas de los puntos reflejados respecto de los ejes del plano sin relectuar la construcción geométrica.

▲ MOMENTO 3

Comience solicitando a sus estudiantes que construyan la reflexión del cuadrilátero ABCD respecto al eje L en la *Hoja del estudiante*, utilizando escuadra y compás y trabajando en equipos de 2 personas. Plantee preguntas con la intención de que sus estudiantes se den cuenta de que las reglas que descubrieron anteriormente no se pueden aplicar en este caso, dado que el eje de reflexión es diagonal.

Cuando observe que la mayoría de los estudiantes terminó la actividad, puede plantearles las siguientes interrogantes

- ¿Qué características tiene el eje de reflexión?
- ¿Sirvieron las reglas descubiertas para determinar las coordenadas de los puntos reflejados sin realizar la construcción geométrica? ¿por qué?
- ¿Qué procedimiento realizaron para obtener la reflexión del cuadrilátero?

Solicite a varios equipos que compartan sus procedimientos con sus compañeros. Para promover la discusión, puede formular preguntas como:

- ¿Podrían repetir con sus palabras la idea que comentó [nombre]?
- ¿Están de acuerdo con el procedimiento que describió [nombre]?
- ¿Quién realizó un procedimiento distinto a los que se han mencionado?

Para verificar que la reflexión sea correcta, puede indicarles a sus estudiantes que doblen la hoja justo en el eje de reflexión y que comprueben si las figuras coinciden. En caso que haya estudiantes que reflejaron incorrectamente el cuadrilátero, pídeles que, manteniendo la hoja doblada sobre el eje L, calquen la figura. Luego, que abran la hoja y que unan cada vértice del cuadrilátero con su reflejo. Analice junto con ellos las propiedades de la reflexión.

Asegúrese de que sus estudiantes se den cuenta de que las propiedades de la reflexión se mantienen, aunque el eje de simetría esté en otra dirección, y regístrelo en la pizarra:

▲ ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

Puede ocurrir que los estudiantes tracen rectas que no sean perpendiculares al eje de reflexión. En este caso, recalque la función de la escuadra y mencione que esta es una característica importante para medir las distancias.

Si un estudiante encuentra que las componentes se cambian, es decir, la componente x pasa ser la componente y y viceversa, dé espacio para explorar esta idea.

Es importante que los estudiantes noten que las reglas descubiertas durante esta clase solamente se pueden aplicar cuando el eje de reflexión es el eje X o el eje Y, o la recta $y = x$. Se sugiere que comparta esta notación para la recta solo si sus estudiantes están familiarizados con ella.

- la distancia entre un punto y el eje de reflexión es igual a la distancia entre el eje y el punto reflejado.

▲ CONCLUYAMOS

Antes de mostrar el *Concluyamos*, plantee las siguientes preguntas (EF):

- ¿De qué trataba el recurso?
- ¿Cómo describirían la reflexión?
- ¿Cuáles son los instrumentos geométricos utilizados?
- ¿Cuáles son los elementos geométricos necesarios para realizar reflexiones?
- ¿Qué características poseen los ejes de simetría estudiados?
- ¿Qué ocurre con las componentes de un punto cuando se realiza la reflexión con respecto al eje X? ¿Con respecto al eje Y?

Se espera que los estudiantes mencionen que realizaron la reflexión de distintas figuras (segmento, triángulo y cuadrilátero). También, se espera que describan la reflexión como un movimiento de una figura en el plano que no modifica el tamaño ni las características de ellas. Además, se espera que mencionen que en la reflexión la distancia de cada punto de la figura al eje de simetría es la misma que la de la imagen reflejada al mismo eje.

Por otro lado, los estudiantes deberían mencionar que cuando se hacen reflexiones en el plano cartesiano, se pueden descubrir reglas que nos ayudan a determinar las coordenadas de los puntos reflejados a partir de los de la figura original, como las siguientes:

- Si el eje X es el eje de reflexión: la componente x se mantiene y la componente y cambia de signo.
- Si el eje Y es el eje de reflexión: la componente y se mantiene y la componente x cambia de signo.

Proyecte el *Concluyamos* y comente con los estudiantes la información que aparece. Relaciónela con lo trabajado en el recurso.

▲ ORIENTACIONES PARA LA EVALUACIÓN

Finalice planteando a sus estudiantes el ítem 4 de la *Hoja del estudiante*, en el que se pide reflejar, con respecto al eje X y al eje Y, varias figuras que se encuentran en el plano cartesiano.

