

Sugerencia de gestión para el uso del recurso *Traslación según un vector en el aula*

El propósito que se persigue con este documento es plantear algunas ideas para la gestión del recurso que sirvan de apoyo para abordar conceptos asociados al OA 13 de 8° básico.

Con la planificación propuesta se busca facilitar una construcción colaborativa de conocimiento incorporando preguntas que promuevan una discusión grupal en torno a las tareas mediadas por el recurso. Se sugiere dar tiempo para la discusión y animar a los estudiantes a que participen activamente de la clase, a que compartan sus ideas, estrategias y resultados, y a que atiendan a las intervenciones de sus compañeros. Esto contribuye al aprendizaje colectivo.

Para propiciar que los estudiantes se involucren y trabajen en torno al objetivo de aprendizaje con el que se asocia este recurso, se cuenta con distintas instancias denominadas *Gestión de clase*. En ellas se abordan diferentes problemáticas que surgen a partir de la situación planteada para finalmente lograr los aprendizajes. Por esto, que a continuación se presenta una guía para la gestión de este recurso que permite fortalecer la organización matemática de la clase a partir de los aportes que entregan los estudiantes, las respuestas que se les podrían brindar y la secuencia en la que se puede abordar.

Al finalizar se presenta la sección *Concluamos*, en la que se sistematizan los conocimientos matemáticos abordados en el recurso los que, a su vez, se conectan con los temas que se declaran en el Objetivo de Aprendizaje.

Se recomienda que antes de utilizar este recurso en su clase, se familiarice con él, llevando a cabo las actividades propuestas para los estudiantes y reflexionando sobre ellas. Procure anticipar cómo reaccionarán sus estudiantes frente a su uso.

La evaluación del aprendizaje es fundamental para implementar una actividad matemática en forma efectiva. En esta planificación se han incorporado sugerencias para la **EVALUACIÓN FORMATIVA (EF)**.

▲ MATERIALES

Profesor

- Computador con el Gestor de Actividades Suma y Sigue Aula instalado y el recurso “Traslación según un vector” descargado.
- Proyector.

Estudiante

- Hoja del estudiante.

▲ INTRODUCCIÓN A LA ACTIVIDAD

Comience la clase y proyecte el recurso. Pídales a los estudiantes estar atentos a la animación. Presente la introducción, que muestra el movimiento del auto en movimiento. Una vez finalizada, plantee las siguientes preguntas para motivar el aprendizaje del nuevo contenido:

- ¿Cómo describirían el movimiento del auto?
- ¿En qué direcciones pueden avanzar los automóviles?
- ¿En qué otras situaciones asocian el movimiento realizado con una traslación?

Se espera que los estudiantes mencionen que el movimiento del auto que se muestra en la imagen se da en una sola dirección, pudiendo avanzar hacia adelante o hacia atrás, y que tal como el título lo indica, pueden llamar al movimiento una “traslación”. Sin embargo, es importante que comente que el movimiento de un auto en la realidad no se puede denominar traslación en el mismo sentido que se le asigna en matemática. Algunos de los contextos que pueden mencionar asociados a la traslación es el movimiento que realiza la bola en el juego de bowling, entre otras.

▲ DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD

▲ MOMENTO 1

Muestre la animación en la que se observa la traslación del segmento AB, según el vector $v(1,2)$. Una vez finalizada, puede plantear las siguientes preguntas:

- ¿Podría alguno de ustedes describir qué se realizó para obtener el segmento A'B'?
- ¿Cómo se sabe que debe ser ese movimiento y no otro?
- ¿Hay alguna relación entre los dos vectores que se muestran en la imagen? ¿cuál?
- Al aplicar la traslación, ¿el segmento sufrió alguna modificación? ¿Cómo podrían confirmar que esto es así?

Se espera que los estudiantes identifiquen que el vector $v(1,2)$ es el que determina el movimiento del segmento AB, para lo cual fue necesario ubicar su origen en los extremos A y B, y que la flecha indicara el sentido en el que se debe mover el segmento. Además, pueden reconocer que la magnitud de los vectores es la misma, ya que se trata del mismo vector.

▲ ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

Debido a que el plano cartesiano se muestra sin una cuadrícula de fondo, puede parecer que los puntos no tuvieran coordenadas enteras. En este caso, comente con ellos que durante esta clase todos los puntos estarán ubicados en coordenadas enteras.

Podría ocurrir que haya estudiantes que no recuerden las características que definen a un vector. Si es así, puede usar

A continuación, organice el curso en equipos de 2 o 3 estudiantes y entréguales la *Hoja del estudiante*. Muestre la *Gestión de clase* y plantee la pregunta allí descrita:

- ¿Cómo podríamos obtener las coordenadas del punto A' si el vector no estuviera en el punto A ?

Deles algunos minutos para que resuelvan esta pregunta en equipo. Luego, comience la puesta en común preguntando: ¿qué fue lo primero que hicieron al intentar encontrar las coordenadas de A' ? Pueden mencionar que dado que el vector no está en el punto A , deberían dibujarlo con origen en dicho punto, manteniendo sus características (sentido, dirección y magnitud). Luego, pídeles que compartan las posibles coordenadas del punto A con distintos equipos y solicite a un representante de cada equipo que explique la estrategia que utilizaron. Consulte al resto del curso si siguieron la misma la estrategia, o bien, si están de acuerdo con la presentada anteriormente.

Con el propósito de utilizar la información visible en el plano puede formular preguntas que permitan que los estudiantes relacionen las componentes de los puntos A y A' con las del vector v :

- Si solo observáramos la componente x del vector, ¿qué movimiento tendría que realizar el punto A ?, ¿por qué debe ser ese movimiento y no otro?
- Si solo observáramos la componente y del vector, ¿qué movimiento tendría que realizar el punto A ?, ¿por qué debe ser ese movimiento y no otro?
- ¿Podrías explicar cómo las componentes del vector nos permiten realizar la traslación solamente conociendo las coordenadas del punto A ?

Se espera que los estudiantes identifiquen que las componentes del vector les permiten saber cómo se moverá el punto A en el plano cartesiano. Para ello, la primera componente que identifican es la que corresponde a x , que es 1. A partir de eso, mencionan que el punto A se debe mover una unidad hacia la derecha. De la misma forma, identifican la componente y del vector, y mencionan que el punto A se debe mover dos unidades hacia arriba, ya que la componente es positiva.

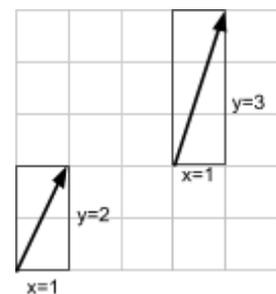
Oriente la discusión para que los estudiantes reconozcan que para obtener las coordenadas del punto A' , se suman las componentes x del punto A y del vector, de manera similar, las componentes y del punto A' y del vector. Con el propósito de que los estudiantes compartan su reflexión y describan el procedimiento, puede consultarles:

- ¿Podrías repetir con sus palabras la estrategia propuesta por [nombre]?

algunos minutos de la clase para aclarar este concepto.

Respecto a la pregunta *¿Cómo podríamos obtener las coordenadas del punto A' si el vector no estuviera en el punto A ?* tal vez sea confusa para algunos estudiantes. En este caso, puede aclarar que se está preguntando cómo obtener las coordenadas del punto A' cuando el origen del vector no coincide con el punto A .

Es probable que los estudiantes dibujen un vector con origen en A , pero con distinta magnitud y sentido. Si es así, pídeles que verifiquen su respuesta “encerrando” los vectores en un rectángulo, como se muestra en la imagen. Luego, solicíteles que escriban las coordenadas como par ordenado de cada uno de los vectores y que luego los comparen.



Puede mencionar a sus estudiantes que a la figura o punto obtenido al trasladar un punto o una figura en el plano cartesiano, se le llama imagen. Por ejemplo, A' es la imagen de A .

- ¿Están de acuerdo con la estrategia que describió [nombre]?

A continuación, muestre la siguiente animación, que hace referencia a la traslación del punto A por medio del vector $v(1,2)$, y guíe este momento para que sus estudiantes verifiquen la validez de las estrategias planteadas.

A continuación, presente la siguiente *Gestión de clase*, en la que se plantea la pregunta:

- ¿Cómo podríamos obtener las coordenadas del punto B' si el vector no estuviera en el punto B?

Indíqueles que mantengan su equipo de trabajo y que en conjunto respondan la pregunta. Deles para ello algunos minutos. Se espera que los estudiantes propongan la misma estrategia utilizada para encontrar las coordenadas del punto A'. Cuando esto suceda, pídale que encuentren el punto B' y luego que verifiquen su respuesta con la animación.

Para cerrar, mencione que:

- las componentes x del punto B y del vector se suman y se obtiene la componente x del punto B'.
- las componentes y del punto B y del vector se suman y se obtiene la componente y del punto B'.

Con el fin de verificar que los estudiantes hayan comprendido, puede pedirles que trasladen un punto que no esté visible en el plano cartesiano, como por ejemplo el punto (20, 38), según el mismo vector $v(1,2)$. Luego, pregunte (EF):

- ¿Cuál es la coordenada del punto obtenido al trasladar el punto (20,38)?
- ¿Podrían describir con sus propias palabras el procedimiento para trasladar el punto?

Antes de pasar al *Momento 2*, verifique que la mayoría de los estudiantes comprende que para identificar las coordenadas de la traslación del punto se deben sumar las coordenadas del punto inicial con las del vector dado, componente a componente.

▲ MOMENTO 2

Comience entregando la *Hoja de trabajo* y muestre la *Gestión de clase* cuya pregunta es:

- ¿Cuáles son las coordenadas de los vértices del triángulo generado al trasladar el ΔABC según el vector $v(1,2)$?

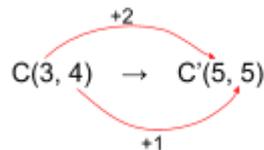
Pídeles que con sus compañeros de equipo respondan dicha pregunta. Se espera que los estudiantes identifiquen que los puntos A y B ya fueron trasladados anteriormente, por lo tanto solo falta

▲ ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

Un error frecuente en este trabajo es realizar la suma de las componentes del vector con las del punto de manera

encontrar las coordenadas del punto C. Posteriormente, solicíteles que ubiquen los tres pares de coordenadas encontrados en el plano cartesiano y verifiquen si los vectores traslación corresponden al vector $v(1, 2)$.

Cuando haya observado que la mayoría de los equipos realizaron la construcción, invite a un estudiante que haya encontrado incorrectamente las coordenadas del punto C'. Solicítele a escribir en la pizarra las coordenadas de los tres vértices encontradas y luego, en conjunto con él, verifique de manera analítica si el vector traslación empleado se corresponde con el vector $v(1, 2)$. Por ejemplo, en el caso mostrado a continuación, el estudiante pudo haber considerado incorrectamente que el vector es $v(2, 1)$.



Para finalizar. Muestre la animación de la traslación del triángulo.

cruzada; por ejemplo, si el vector de traslación es $v(4, 7)$ y el punto que se quiere trasladar es $(2, 3)$, entonces los estudiantes suman $2 + 7$ y $3 + 4$ para encontrar la imagen. En este caso, haga notar a sus estudiantes que el 4 del vector v corresponde a la componente x , y que el 7 corresponde a la componente y del vector, por lo tanto se debe sumar $4 + 2$ y $7 + 3$ para encontrar las componentes de la imagen del punto $(2, 3)$.

▲ MOMENTO 3

Comience este momento solicitando a sus estudiantes que continuarán trabajando en equipo. Muestre la siguiente *Gestión de clase*, en la que se pide encontrar las coordenadas del vector de traslación del cuadrilátero ABCD y dé algunos minutos para que sus estudiantes trabajen en ello. Durante el monitoreo, si observa dificultades para identificar el vector, pídeles que nombren la coordenada de A, de A', y luego pregunte:

- ¿Cuántas unidades se trasladó A horizontalmente?
- ¿Cuántas unidades se trasladó A verticalmente?

Puede plantear preguntas similares para los puntos B, C y D, a distintos estudiantes. Permita que ellos expliquen con sus propias palabras lo que ocurre, pues es fundamental ellos puedan notar que el vector de traslación es único. Si lo estudiantes realizan afirmaciones como “todos los puntos se mueven de la misma manera” o “todos los vectores de traslación son iguales”, felicítelos, ya que lograron el propósito (EF).

Realice la puesta en común cuando observe que la mayoría de los equipos encontró las coordenadas del vector planteando las siguientes preguntas:

- ¿Cómo encontraron las coordenadas del vector?
- ¿Cómo podemos asegurar son esas coordenadas las del vector y no otras?
- ¿Cuántos vectores encontraron? ¿Qué tienen en común todos ellos?

▲ ANTICIPACIONES Y SUGERENCIAS

Debido a que el plano cartesiano se muestra sin una cuadrícula de fondo, puede parecer que los puntos no tuvieran coordenadas enteras. En este caso, comente que considerarán los puntos de los vértices del cuadrilátero ABCD como:

$A(-3, 1)$

$B(-1, 2)$

$C(-1, 4)$

$D(-3, 3)$

Puede ocurrir que los integrantes del equipo de trabajo tengan dificultades para encontrar el vector de traslación. Si es así, pídeles que lo dibujen en el plano cartesiano uniendo cada vértice con su respectiva

Se espera que los estudiantes mencionen que las coordenadas del vector traslación $v(6, 1)$ y que este es único. También se espera que describan cómo encontrar las coordenadas de este vector a partir de la traslación del cuadrilátero.

imagen, y luego solicíteles que dibujen un rectángulo sobre este, como se describió en las sugerencias del Momento 1.

Otra manera de abordarlo es por medio de notación algebraica. Por ejemplo, para el caso del punto A :

$$A(-3, 1) \xrightarrow{v(x, y)} A'(3, 2)$$

$$A(-3, 1) + v(x, y) = A'(3, 2)$$

Puede plantear preguntas que ayuden a los estudiantes a identificar las ecuaciones que permitan encontrar las componentes del vector.

▲ CONCLUYAMOS

Antes de mostrar el *Concluyamos*, plantee las siguientes preguntas (EF):

- ¿Que realizaron con el recurso?
- ¿Cómo describirían la traslación?
- ¿Cuál es el procedimiento que se debe seguir para dibujar el punto trasladado?
- ¿Cómo se pueden encontrar las coordenadas del punto trasladado sin dibujarlo?
- ¿Cómo podemos encontrar la coordenada del vector traslación al tener solo el punto inicial y la imagen?

Se espera que los estudiantes mencionen que realizaron una traslación de segmentos y figuras. También, que describan la traslación como el movimiento de una figura en el plano que no modifica su tamaño ni sus características. Además, que comenten que el vector traslación es el elemento geométrico que determina el movimiento de una figura según una dirección, sentido y magnitud, y que es único en la traslación de una figura. Asimismo, se espera que los estudiantes mencionen estrategias para encontrar las coordenadas del vector traslación.

Proyecte el *Concluyamos* y comente con los estudiantes la información que aparece. Relaciónela con lo trabajado en el recurso.

▲ ORIENTACIONES PARA LA EVALUACIÓN

Finalice planteando a sus estudiantes los ítems 5 y 6 de la *Hoja del estudiante*, en el que se pide trasladar figuras más complejas, y el otro ítem en que se solicita al estudiante que encuentren el vector de traslación.